# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

## وزارة التربية الوطنية

BEM BEM

الرابعة متوسط طريقك الى النجاح

الأنيس للتفوق في شهادة التعليم

المتوسط

جمع وتقديم الأستاذ

بيطام منصور

# الرياضيات

ملخصات دروس

شهادات وطنية سابقة

تمارين من شهادات اجنبية

فراغات بطريقة منظمة للاجابة

Email :www.mansour05bitam@gmail.com

# المقطع الاول: الاعداد الطبيعية والاعداد الناطقة والحساب على الجذور

## المقطع الاول: الاعداد الطبيعية والاعداد الناطقة والحساب على الجذور

### ❖ حساب القاسم المشترك الاكبر لعددين طبيعيين:

### ❖ -خوارزمية الفروق المتتابعة(عمليات الطرح):

**مثال:** اوجد PGCD(156 ;132)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**اخر ناتج عملية طرح غير معدوم هو القاسم المشترك الاكبر للعددين 156و132**

### 1) -خوارزمية عمليات القسمات المتتابعة(خوارزمية اقليدس):

**مثال**: اوجد PGCD(156 ;132)

.....

.....

.....

**اخر باقي قسمة غير معدوم هو القاسم المشترك الاكبر للعددين 156و132**

### 2) ملاحظات هامة:

**يكون العددان اوليان فيما بينهما اذا القاسم المشترك الاكبر بينهما يساوي1.**

**لاختزال كسر الى كسر غير قابل للاختزال يكفي قسمة كلا من البسط والمقام على القاسم المشترك الاكبر لهما.**

**مثال: : هل العددين 156 و 132 اوليان فيما بينهما؟**

.....

**مثال**: اختزل الكسر $\frac{132}{156}$

.....

### ❖ الحساب على الجذور:

a و b عددان موجبان:

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ و $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$\sqrt{9 \times 2}$ =.....

$\sqrt{5} \times \sqrt{3}$=.....

$\sqrt{\frac{3}{16}}$ = .....

$\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{15}}$=.....

## تمارين اجنبية:

**التمرين01:**

**التمرين (1): (brevet المقاطعات الجنوبية لفرنسا دورة 2005)**

❶ أحسب PGCD القاسم المشترك الأكبر للعددين 6209 و 4435.

❷ استعمل نتيجة السؤال السابق، لشرح لماذا الكسر $\frac{4435}{6209}$ قابل للاختزال ؟

❸ أكتب الكسر $\frac{4435}{6209}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

**حل التمرين01:**

**التمرين02:**

**التمرين (2): (brevet المقاطعات الشرقية لفرنسا دورة 2002)**

- نعتبر الأعداد التالية:

$$A = \frac{7}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{11}{6} \quad ; \quad B = 2\sqrt{5} - \sqrt{20} - 3\sqrt{45}$$

$$C = \frac{4 \times 10^{14} \times 12}{3 \times 10^{11}}$$

❶ أكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال.

❷ أكتب B على شكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد صحيح.

❸ أوجد الكتابة المبسطة للعدد C.

**حل التمرين02:**

**التمرين03:**

**التمرين (1):** (*brevet* المقاطعات الشرقية لفرنسا دورة 2003)

❶ أكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث $a$ و $b$ عددين طبيعيين و $b$ أصغر ما يمكن.

$$A = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$$

❷ أكتب العبارة B على أبسط شكل ممكن.

$$B = \frac{150 \times 10^3 \times 8 \times 10^5}{6 \times 10^7}$$

**حل التمرين03:**

**التمرين04:**

**التمرين (1):** (*brevet* المقاطعات الجنوبية لفرنسا دورة 2006)

المطلوب كتابة كل خطوات الحساب.

❶ أكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال: $A = \dfrac{3 - \frac{2}{3}}{\frac{4}{3} \times 7}$

❷ أكتب العدد B على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث $a$ و $b$ عددين صحيحين و $b$ أصغر ما يمكن:

$$B = \sqrt{12} + 3\,4\sqrt{3} + \sqrt{300}$$

❸ أوجد الكتابة العلمية العدد C: $C = \dfrac{49 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-6}}{14 \times 10^{-2}}$

**حل التمرين04:**

**التمرين05:**

**التمرين (1): (brevet المقاطعات الشمالية لفرنسا دورة 2006)**

تعطى الأعداد:

$$A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{3}{2} \quad ; \quad B = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$$

$$C = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^{5}}{2 \times 10^{7}}$$

❶ أكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال. يُطلب كتابة كل مراحل الحساب.

❷ أكتب B على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث $a$ عدد صحيح.

– أكتب كل مراحل الحساب.

❸ أحسب C ثم أوجد كتابته العلمية مع كتابة كل مراحل الحساب.

**حل التمرين05:**

**التمرين06:**

**التمرين (1): (brevet المقاطعات الجنوبية لفرنسا دورة 2004 بتصرف)**

❶ يعطى: $A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} + \frac{5}{24}$

أكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال.

❷ يعطى:

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3} \quad ; \quad C = (5 + \sqrt{3})^2$$

$$D = (\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$$

أ/ أكتب B على شكل $b\sqrt{3}$ حيث $b$ عدد صحيح.

ب/ أكتب C على شكل $e + f\sqrt{3}$ حيث e و f عددين صحيحين.

ج/ بيّن أنّ D عدد صحيح.

**حل التمرين06:**

**التمرين07:**

$x$ ، $y$ عددان حيث: $y=\frac{\sqrt{5}}{2}$ و $x=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

❶ إجعل مقام العدد $x$ عددا ناطقا.

❷ أحسب العدد $z$ حيث $z=2y-5x$ ثم أعط القيمة المقربة للعدد $z$ بتقريب $10^{-2}$ بالنقصان.
(يمكن استعمال الآلة الحاسبة).

**حل التمرين07:**

**التمرين08:**

$a$ ، $b$ عددان حيث: $a=\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{\sqrt{7}}$ ، $b=\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{\sqrt{7}}$

❶ أكتب كلا من العددين $a$ و $b$ على شكل كسر مقامه عدد ناطق.

❷ أحسب مساحة ومحيط المستطيل الذي بعداه $a$ و $b$ (وحدة الطول هي السنتيمتر).

**حل التمرين08:**

# تمارين شهادات سابقة:

## التمرين الاول: (3نقط) BEM2022

**التمرين الأول: (03 نقاط)**

$A$ و $B$ عددان حيث: $A=\sqrt{80}+2\sqrt{125}-3\sqrt{20}$ ، $B=\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

1) اكتب العدد $A$ على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث $a$ عدد طبيعي.

2) اكتب العدد $B$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

3) بيّن أنّ $B\times\left(\sqrt{2}-1\right)$ عدد طبيعي.

## حل التمرين الاول: (3نقط) BEM2022

## التمرين الثاني: (3نقط) BEM2021

1 احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 567 و 448.

2 اكتب على شكل $a+b\sqrt{7}$ كلا من العددين : $A=\sqrt{2}\times\sqrt{8}+\sqrt{448}-\sqrt{567}$ و $B=\sqrt{63}-\sqrt{28}+4$.

3 $x$ عدد حقيقي غير معدوم . أوجد قيم $x$ بحيث : $\dfrac{x}{4+\sqrt{7}}=\dfrac{4-\sqrt{7}}{x}$.

## حل التمرين الثاني: (3نقط) BEM2021

**التمرين الثالث: (2نقط) BEM2020**

إليك العددين $A$ و $B$ حيث : $A=\frac{2}{3}+\frac{7}{3}\times\frac{5}{14}$ و $B=2\sqrt{112}-3\sqrt{28}+3\sqrt{7}$

1 اكتب $A$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

2 اكتب $B$ على الشكل $a\sqrt{7}$ حيث $a$ عدد صحيح.

**حل التمرين الثالث: (2نقط) BEM2020**

**التمرين الرابع: (2،5نقط) BEM2019**

ليكن العددان الحقيقيان $A$ و $B$ حيث :

$A=\frac{9}{7}\times\left(\frac{10}{3}-1\right)$ و $B=5\sqrt{3}+3\sqrt{12}-\sqrt{48}$

1 بيّن أن $A$ عدد طبيعي.

2 اكتب العدد $B$ على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث $a$ عدد طبيعي.

3 اكتب $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

**حل التمرين الرابع: (2،5نقط) BEM2019**

**التمرين الخامس: (3نقط) BEM2018**

$A$ و $B$ عددان حيث : $A=3\sqrt{8}\times\sqrt{2}$ و $B=2\sqrt{27}-2\sqrt{3}+\sqrt{12}$.

1 بيّن أن $A$ عدد طبيعي.

2 اكتب العدد $B$ على شكل $a\sqrt{3}$ حيث $a$ عدد طبيعي.

3 بيّن أن: $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

## حل التمرين الخامس: (3نقط) BEM2018

## التمرين السادس: (3نقط) BEM2017

$A$ و $B$ عددان حقيقيان حيث : $A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$ ، $B=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$

1 اكتب العدد $A$ على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث $a$ عدد طبيعي.

2 اكتب العدد $B$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

3 بين أنّ $C$ هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+1)(8B-1)$

## حل التمرين السادس: (3نقط) BEM2017

## التمرين السابع: (3نقط) BEM2016

1 احسب القاسم المشترك الأكبر العددين 1053 و 832.

2 اكتب الكسر $\dfrac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

3 اكتب العدد $A=\sqrt{1053}+2\sqrt{832}-8\sqrt{117}$ على الشكل $a\sqrt{13}$ حيث $a$ عدد طبيعي يطلب تعيينه.

## حل التمرين السابع: (3نقط) BEM2016

**التمرين الثامن: (3نقط) BEM2015**

1 احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406 مع كتابة مراحل الحساب.

2 اكتب $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

3 احسب العدد $P$ حيث: $P = \frac{696}{406} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$.

**حل التمرين الثامن: (3نقط) BEM2015**

**التمرين التاسع: (3نقط) BEM2014**

إليك الأعداد $A$ ، $B$ ، $C$ حيث:

$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{4}$ ، $B = \frac{1,2 \times 10^{-2} \times 7}{12,5 \times 10^{3}}$ ، $C = \sqrt{175} - \sqrt{112} + 6\sqrt{7}$

1 احسب $A$ ثم اكتبه على الشكل العشري.

2 أعط الكتابة العلمية للعدد $B$.

3 اكتب $C$ على أبسط شكل ممكن.

**حل التمرين التاسع: (3نقط) BEM2014**

# المقطع الثاني: خاصية طالس والنسب المثلثية

## المقطع الثاني: خاصية طالس والنسب المثلثية

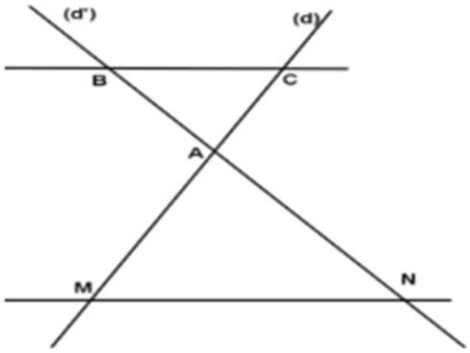
### ❖ خاصية طالس:

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A.

M،C نقطتان من (d) و N،B نقطتان من (d').

***الخاصية المباشرة لطالس:**

إذا كان: $(MN) // (BC)$ فإن :



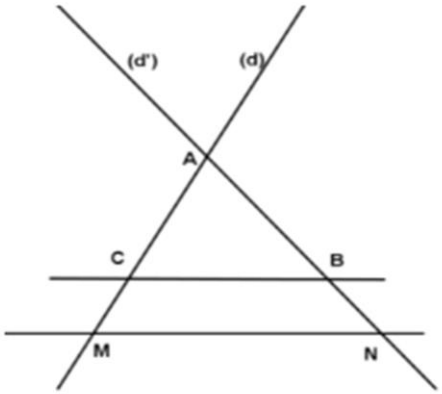

$$\frac{AB}{AN} = \frac{AC}{AM} = \frac{BC}{MN}$$

أي: أطوال أضلاع أحد المثلثين متناسبة

مع أطوال أضلاع المثلث الثاني على الترتيب.

***ملاحظة:**

تسمح خاصية طالس بحساب الأطوال




***الخاصية العكسية لخاصية طالس :**

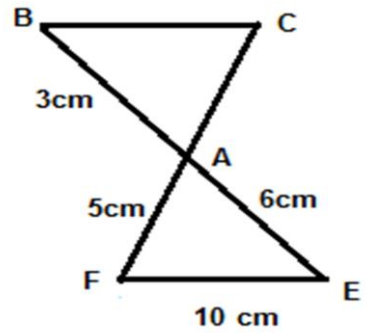
إذا كان: $\frac{AB}{AN} = \frac{AC}{AM}$

والنقط: A،B،N والنقط A،C،M بنفس الترتيب

فإن: $(BC) // (MN)$

**-تستعمل لاثبات توازي مستقيمين**

**مثال01:** في الشكل المقابل (BC)//(FE) - احسب BC .




لدينا (BE) و (CF) يتقاطعان في A و (BC)//(FE)

اذن حسب خاصية طالس نجد:

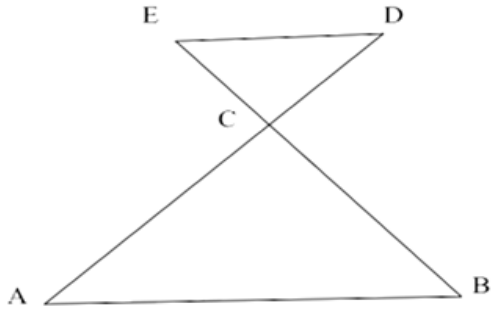
$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{FE}$$

بالتعويض العددي:

$$\frac{3}{6} = \frac{AC}{5} = \frac{BC}{10}$$

ومنه $BC = \frac{10\times3}{6} = \frac{30}{6} = 5cm$:

نعتبر الرسم التالي، و نقترح المعطيات التالية:
$AB = 19,5$ و $AC = 18$ و $BC = 7,5$ و $DC = 12$
و $CE = 5$.




1. برهن أن: $(AB)//(DE)$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

## ❖ النسب المثلثية:

ABC مثلث قائم في A .
$\alpha$ قيس الزاوية $A\hat{B}C$.

*** النسب المثلثية:**

$$COS\alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC}$$

$$SIN\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$TAN\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

**ملاحظة:**

تسمح النسب المثلثية في حساب طول ضلع في مثلث قائم أو حساب قيس زاوية حادة فيه .

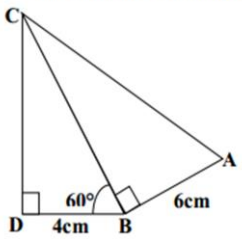
***العلاقة بين النسب المثلثية:**

$$TAN\alpha = \frac{SIN\alpha}{COS\alpha}$$

$$SIN^2\alpha + COS^2\alpha = 1$$

إليك الشكل المقابل حيث: $BD = 4cm$، $AB = 6cm$، $D\hat{B}C = 60°$
بدون إعادة رسم الشكل:

1) بيّن أنّ: $BC = 8cm$.
2) أحسب CD، أعط النتيجة بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$.
3) أحسب AC.
4) ما هي قيمة $\tan B\hat{A}C$ بالتدوير إلى الوحدة.




.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

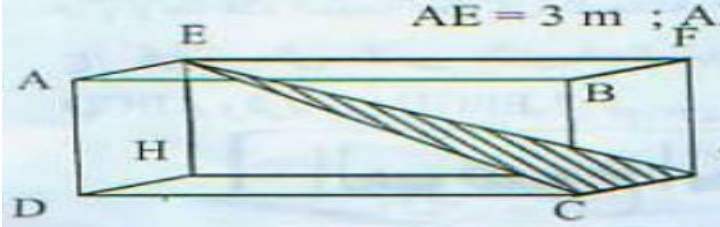
## تمارين اجنبية:

**التمرين01:**

**التمرين (4):** ( *brevet* المقاطعات الجنوبية لفرنسا دورة 2005)

ABCDEFGH متوازي المستطيلات حيث:

$AE = 3\ m$ ; $AD = 4\ m$ ; $AB = 6m$




❶ أ/ ماذا يمكننا القول عن المستقيمين (AE) و(AB) ؟ علّل إجابتك؟

ب/ هل المستقيمان (EH) و(AB) متقاطعان ؟

❷ أ/ أحسب القيمة المضبوطة لـــ EG.

ب/ نعتبر المثلث EGC القائم في G.

– أحسب القيمة المضبوطة لـــ [EC] وتر متوازي المستطيلات.

❸ بيّن أنّ حجم ABCDEFGH يساوي $72cm^3$.

❹ بيّن أنّ المساحة الإجمالية لـــ ABCDEFGH تساوي $108cm^2$.

**حل التمرين 01:**

التمرين02:

في الشكل المقابل، المستقيمان $(BN)$ و $(CM)$ متقاطعان في النقطة $O$.

❶ برهن أنّ: $(MN)//(BC)$.

❷ بيّن أنّ: $\frac{OB}{ON}=0,6$

❸ أحسب الطول $OB$ إذا علمت أنّ: $ON=17,5\,cm$

حل التمرين02:

التمرين03:

نعتبر المثلث ABC القائم في A حيث $AB = 8cm$ و $\widehat{ACB}=55°$.

- أحسب محيط الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

## حل التمرين03:

## التمرين04:

ABC مثلث قائم في B حيث $AB = 4$ و $CB = 4\sqrt{3}$

لتكن $M$ نقطة من $[BC]$ حيث: $BM = \frac{BC}{4}$، المستقيم $(\Delta)$ العمودي على $(BC)$ في النقطة $M$ يقطع $[AC]$ في النقطة $H$.

❶ أحسب الطول $MH$.

❷ أحسب $\tan\widehat{AMB}$ واستنتج قيس $\widehat{AMB}$.

(يمكن استعمال الحاسبة).

## حل التمرين04:

# تمارين شهادات سابقة:

## تمارين:

### التمرين الاول: (3نقط) BEM2021

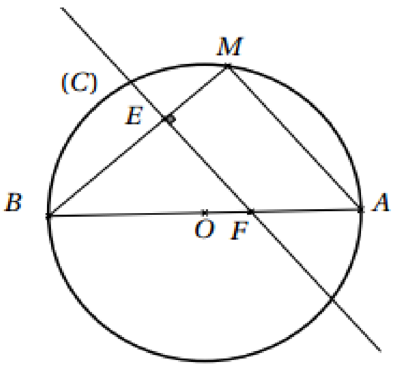
وحدة الطول هي السنتيمتر. $BEM$ مثلث قائم في $B$ حيث : $BE = 4,8$ و $\tan\widehat{M} = \frac{4}{3}$.

1 احسب الطولين : $BM$ و $ME$.

2 $K$ نقطة من القطعة $[EM]$ بحيث : $EK = 2$ و $L$ نقطة من القطعة $[BE]$ بحيث : $EL = 1,6$.
أثبت أنّ المستقيمين $(BM)$ و $(KL)$ متوازيان.

### حل التمرين الاول: (3نقط) BEM2021

### التمرين الثاني: (3نقط) BEM2020




الشكل المقابل غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية.
$(C)$ دائرة مركزها النقطة $O$ و قطرها $[AB]$ حيث : $AB = 10cm$.
$M$ نقطة من $(C)$ حيث : $BM = 6cm$.

1 بيّن نوع المثلث $MBA$ ثم احسب الطول $AM$.

2 احسب قيس الزاوية $\widehat{MBA}$ ثم أعط مدور النتيجة إلى الوحدة بالدرجة.

3 $E$ نقطة من $[BM]$ حيث: $BE = 4,2cm$. المستقيم الذي يشمل $E$ و يعامد $(BM)$ يقطع $[AB]$ في النقطة $F$. احسب الطول $BF$.

## حل التمرين الثاني: (3نقط) BEM2020

## التمرين الثالث: (3نقط) BEM2019

$RST$ مثلث قائم في $R$ حيث : $\sin\widehat{RTS}=0,8$ و $RS=8cm$

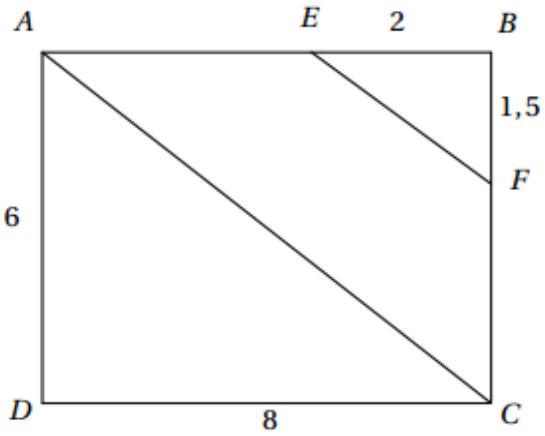
1 احسب الطولين $ST$ و $TR$.

2 لتكن $M$ نقطة من $[TR]$ حيث : $TM=4cm$ ، المستقيم $(\Delta)$ العمودي على $(TR)$ في النقطة $M$ يقطع $(TS)$ في النقطة $N$.

احسب الطول $MN$ بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمتر.

## حل التمرين الثالث: (3نقط) BEM2019

## التمرين الرابع: (3نقط) BEM2018




(وحدة الطول هي السنتمتر).
$ABCD$ مستطيل حيث $AD=6$ و $DC=8$

1 احسب الطول $AC$.

2 $E$ و $F$ نقطتان من الضلعين $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب حيث : $BF=1,5$ و $BE=2$.
بيّن أن: $(AC)$ يوازي $(EF)$

3 احسب قيس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة.

## حل التمرين الرابع: (3نقط) BEM2018

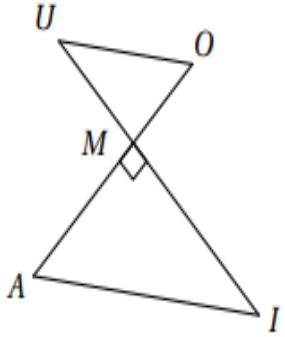
## التمرين الخامس: (3نقط) BEM2018

(وحدة الطول هي $cm$)
$TIC$ مثلث فيه: $CI=13$ ، $TI=5$ ، $TC=12$.

1 بين أن المثلث $TIC$ قائم ثم احسب مساحته.

2 لتكن $H$ المسقط العمودي للنقطة $T$ على الضلع $[CI]$.
احسب الطول $TH$ بالتدوير إلى $0,1$.

## التمرين السادس: (2نقط) BEM2017



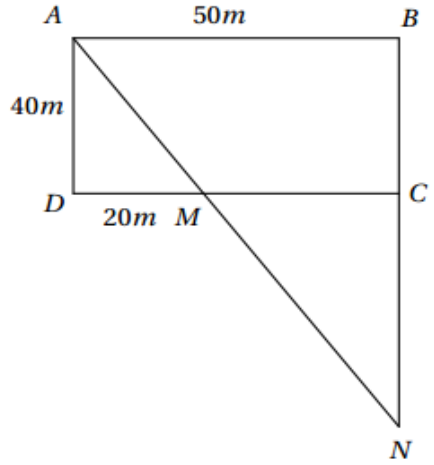

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي الميليمتر).
$MU=28$ ، $MO=21$ ، $MI=36$ ، $MA=27$

1 بين أن المستقيمين $(AI)$ و $(OU)$ متوازيان.

2 احسب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$ ( بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة ).

## حل التمرين السادس: (2نقط) BEM2017

## التمرين السابع: (2,5نقط) BEM2016




لجدك قطعةُ أرض لها الشكل لمقابل حيث:
$ABCD$ مستطيل أبعاده $50m$ و $40m$.
و $M$ نقطة من $[DC]$ حيث: $DM = 20m$
$N$ نقطة تقاطع $(BC)$ و $(AM)$

**الجزء الأول:**

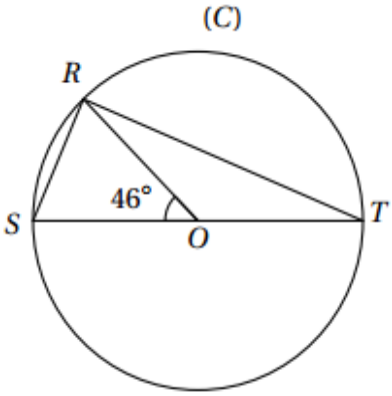
1 بين أن : $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$.

2 احسب الطول: $BN$.

3 احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية: $\widehat{MAD}$.

## حل التمرين السابع: (2,5نقط) BEM2016

## التمرين الثامن: (3نقط) BEM2015




في الشّكل المقابل الأطوال وأقياس الزوايا غير حقيقية.
$(C)$ دائرة مركزها $O$ و قطرها $ST = 9cm$
$R$ نقطة من هذه الدائرة حيث: $\widehat{SOR} = 46°$.

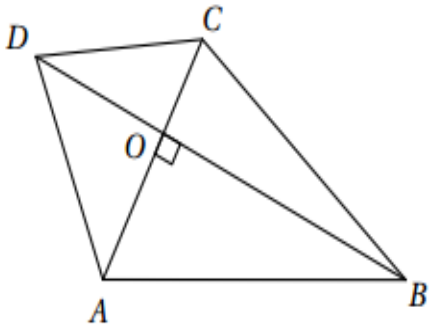
1 بيّن أنّ : $\widehat{STR} = 23°$.

2 المثلث $STR$ قائم في $R$ ، علّل.

3 احسب الطول $RS$ بالتّدوير إلى $0,01$.

## حل التمرين الثامن: (3نقط) BEM2015

## التمرين التاسع: (2,5نقط) BEM2015




الشّكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.
$ABCD$ رباعي حاملا قطريه متعامدان ومتقاطعان في $O$ حيث:
$OA = 12cm$ ، $OB = 18cm$ ، $OC = 5cm$ ، $OD = 7,5cm$.

1 برهن أن المستقيمين $(AB)$ و $(CD)$ متوازيان.

2 احسب الطول $AB$.

## حل التمرين التاسع: (2,5نقط) BEM2015

## وضعية:BEM2022

**الوضعية:**

خصّص فلّاح قطعة أرض لإنتاج البطاطا والجزر، فكان المحصول: 1188 صندوقٍ من البطاطا و528 صندوقاً من الجزر.

1) قصْدَ مساعدة دُور العجزة ومراكز الأيتام وذوي الاحتياجات الخاصّة، يريد هذا الفلّاح أن يُجمّع الصّناديق في تشكيلات متماثلة من حيث النّوع والعدد (أي كل تشكيلة تحتوي على نفس عدد الصّناديق من البطاطا ونفس عدد الصّناديق من الجزر).

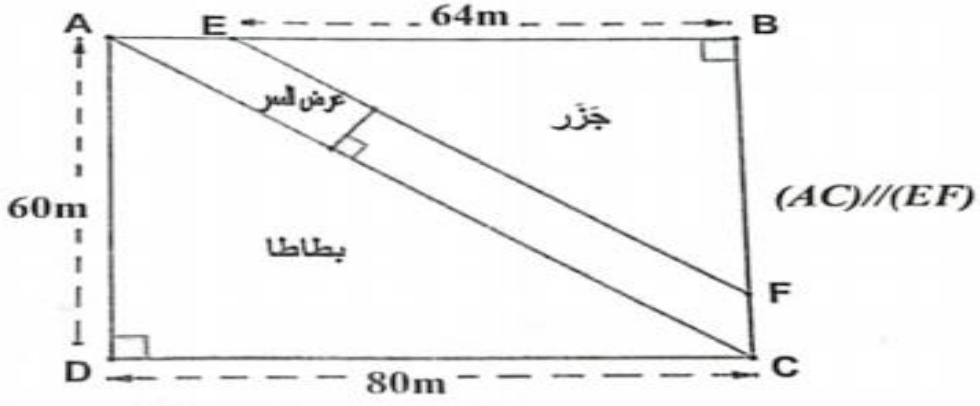
أ- ما هو أكبر عدد من التّشكيلات التي يمكن تكوينها؟

ب- ما هو عدد صناديق البطاطا وعدد صناديق الجزر في كلّ تشكيلة؟

2) استخدم هذا الفلّاح شاحنات لنقل المحصول إلى مستودع أرضيّته مستطيلة الشّكل، حيث فصل بين البطاطا والجزر بممرّ قبل توزيع التشكيلات (كما هو موضّح في الشّكل المرفق).

- ما هو عرض الممرّ الذي حدده الفلّاح والذي من خلاله اختار الشّاحنات المناسبة لنقل المحصول؟

**ملاحظة: (تعطى النّتائج مدوّرة إلى الوحدة).**



## حل وضعية:BEM2022

# المقطع الثالث: الحساب الحرفي

# المقطع الثالث: الحساب الحرفي

❖ النشر والتبسيط
❖ المتطابقات الشهيرة
❖ المعادلات والمتراجحات

## ❖ النشر والتبسيط -- المتطابقات الشهيرة:

**1~ * ~ النشر:**

~ نشر عبارة جـــــداء هو كتابته على شكل مجموع جبري ويتم باستعمال وسيلتين هما:

**أ~ خاصة التوزيع:**

$$a(b+c-d) = a\times b + a\times c - a\times d \quad *$$

$$(a+b)(c-d) = a\times c - a\times d + b\times c - b\times d \quad *$$

**ب ~ المتطابقات الشهيرة:**

*مربع مجموع حديّن: $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

*مربع فرق حديّن: $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

*جداء مجموع و فرق نفس الحدين: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

**2~*~ التحليل :**

~ تحليل عبارة مجموع هو كتابتها على شكل جداء عوامل من الدرجة الأولى، ويتم باستعمال وسيلتين هما :

**أ~ استخراج العامل المشترك:**

$$ka + kb - kc = k(a+b-c)$$

**ب ~ المتطابقات الشهيرة:**

$$a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2 = (a+b)(a+b) \quad *$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2 = (a-b)(a-b) \quad *$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \quad *$$

## ❖ المعادلات:

### 1) حل معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

خاصية:

حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد x، تؤول إلى حل معادلة من الشكل $ax = b$

* إذا كان $a \neq 0$ فإن المعادلة تقبل حلا واحدا: $x = \frac{b}{a}$

مثال: حل المعادلة $7x + 5 = 9 - 4x$

نحول الأعداد المجهولة إلى الطرف الأول ونحول الأعداد المعلومة إلى الطرف الثاني

نحول العدد و نعكس الإشارة

$7x + (5) = 9 - (4x)$

نحول العدد و نعكس الإشارة

فيكون لدينا $7x + 4x = 9 - 5$ أي $11x = 4$ إذن $x = \frac{4}{11}$

## ❖ معادلة الجداء المعدوم:

خاصية: حلول المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ هي حلول كل من المعادلتين $ax+b=0$ و $cx+d=0$.

مثال: لحل المعادلة $(3x-1)(2x+7)=0$ نحل كلا من المعادلتين $3x-1=0$ و $2x+7=0$

حل المعادلة $3x-1=0$.

لدينا $3x-1=0$ أي $3x=1$. حل هذه المعادلة هو $x=\frac{1}{3}$

لدينا $2x+7=0$ أي $2x=-7$. حل هذه المعادلة هو $-\frac{7}{2}$

إذن للمعادلة $(3x-1)(2x+7)=0$ حلان هما $\frac{1}{3}$ و $-\frac{7}{2}$.

## ❖ المتراجحات:

### 2 - حل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

طريقة: لحل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد نحولها إلى متراجحة من الشكل :

$ax<b$ (أو $ax\leq b$ أو $ax>b$ أو $ax\geq b$)

**تمرين** حل المتراجحة التالية : $5(2x-1)<4x-2$

**حل** لدينا : $5(2x-1)<4x-2$ أي $10x-5<4x-2$

أي $10x-4x<-2+5$ أي $6x<3$ إذن $\frac{6x}{6}<\frac{3}{6}$ أي $x<\frac{1}{2}$.

ينتج أن : حلول المتراجحة هي الأعداد $x$ بحيث $x<\frac{1}{2}$ أي كل عدد أصغر من $\frac{1}{2}$ هو حل.

## تمرين شهادة اجنبية:

**التمرين (2): (المقاطعات الجنوبية لفرنسا دورة 2006 brevet)**

تعطى العبارة الجبرية التالية:

$$D=(2x-3)(5-x)+(2x-3)^2$$

❶ أنشر ثم بسط D.

❷ حلل D.

❸ حلّ المعادلة: $(2x-3)(x+2)=0$

حل التمرين:

## تمارين شهادات سابقة:

### التمرين الاول: (3نقط) BEM2022

$A$ و $B$ عددان حيث: $A=\sqrt{80}+2\sqrt{125}-3\sqrt{20}$ ، $B=\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

1) اكتب العدد $A$ على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث $a$ عدد طبيعي.

2) اكتب العدد $B$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

3) بيّن أنّ $B\times\left(\sqrt{2}-1\right)$ عدد طبيعي.

### حل التمرين الاول: (3نقط) BEM2022

## التمرين الثاني: (3نقط) BEM2021

لتكن العبارة الجبرية : $E=(x-3)(x-10)+3(x-3)$.

1 انشر و بسّط العبارة $E$.

2 حلّل العبارة $E$ إلى عاملين من الدرجة الأولى.

3 حل المعادلة : $(x-3)(x-7)=0$.

4 احسب $E$ من أجل $x=50$

## حل التمرين الثاني: (3نقط) BEM2021

## التمرين الثالث: (3نقط) BEM2020

$E$ عبارة جبرية حيث : $E=(3x+1)^2-(x-2)^2$

1 انشر و بسّط العبارة $E$.

2 حلّل العبارة $E$ إلى عاملين من الدرجة الأولى.

3 حل المعادلة : $(4x-1)(2x+3)=0$.

## حل التمرين الثالث: (3نقط) BEM2020

## التمرين الرابع: (3نقط) BEM2019

لتكن العبارة $E$ حيث : $E=(x+1)^2-(x+1)(2x-3)$

1. انشر و بسّط العبارة $E$.
2. حلّل العبارة $E$ إلى عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المتراجحة $3x+4 \geqslant 6x-2$.

## حل التمرين الرابع: (3نقط) BEM2019

## التمرين الخامس: (3نقط) BEM2018

1 تحقّق من المساواة الآتية: $(3x+1)(x-4)=3x^2-11x-4$

2 حلّل إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى العبارة: $E=3x^2-11x-4+(3x+1)^2$

3 حل المتراجحة: $(3x+1)(x-4)\leqslant 3x^2+7$

## حل التمرين الخامس: (3نقط) BEM2018

## التمرين السادس: (3نقط) BEM2017

لتكن العبارة $P$ حيث : $P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$

1 انشر و بسط العبارة $P$.

2 حلل العبارة $P$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3 حل المعادلة: $(3x+3)(-13x)=0$

## حل التمرين السادس: (3نقط) BEM2017

## التمرين السابع: (3نقط) BEM2016

1 تحقق من صحة المساواة التالية: $5(2x+1)(2x-1)=20x^2-5$.

2 حلل العبارة $A$ بحيث : $A=(2x+1)(3x-7)-(20x^2-5)^2$

3 حل المتراجحة: $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$.
مثل حلولها بيانيا.

## حل التمرين السابع: (3نقط) BEM2016

## التمرين الثامن: (3نقط) BEM2015

تعطى العبارة $F=(2x-3)^2-16$.

1 تحقّق بالنشر أنّ: $F=4x^2-12x-7$

2 حلّل $F$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3 حل المعادلة: $(2x-7)(2x+1)=0$.

4 احسب $F$ من أجل $x=1+\sqrt{2}$ و اكتب النتيجة على الشّكل $a+b\sqrt{2}$ حيث $a$ و $b$ عددان نسبيان.

حل **التمرين الثامن: (3نقط) BEM2015**

**التمرين التاسع: (3نقط) BEM2014**

لتكن العبارة $E$ حيث : $E=(2x+5)^2-36$.

1 تحقّق بالنشر أنّ: $E=4x^2+20x-11$.

2 حلّل العبارة $E$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3 حل المعادلة: $(2x+11)(2x-1)=0$.

حل **التمرين التاسع: (3نقط) BEM2014**

# المقطع الرابع: الاشعة والانسحاب والمعالم

## المقطع الرابع: الاشعة والانسحاب والمعالم.

### ❖ الاشعة والانسحاب:

**الشعاعان المتساويان:**
- لهما نفس الطول
- لهما نفس المنحى (متوازيان)
- لهما نفس الإتجاه

**الشعاعان المتعاكسان:**
- لهما نفس الطول
- لهما نفس المنحى (متوازيان)
- متعاكسان في الإتجاه

$\overrightarrow{BA}$ هو معاكس الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ونكتب $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

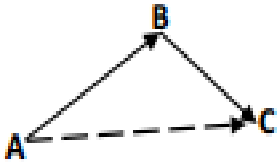
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ (مجموع شعاعان متعاكسان = $\vec{0}$)

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ معناه $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس الاحداثيات

**مجموع شعاعين:**

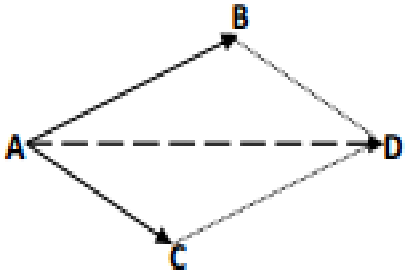
1) نهاية الشعاع الأول هي بداية الشعاع الثاني: (علاقة شال)

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$




2) بداية الشعاع الأول هي بداية الشعاع الثاني:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$



# الاشعة والمعالم:

$$A(x_A\,;\,y_A)\ ,\ B(x_B\,;\,y_B)$$

**حساب إحداثيي الشعاع $\overrightarrow{AB}$:**

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$$

**حساب إحداثيي $M$ منتصف القطعة $[AB]$:**

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\,\frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

**حساب الطول $AB$:** (المسافة بين نقطتين $A$ و $B$)

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

**العلاقة بين شعاعين:**

$$\overrightarrow{AB}(x\,;\,y)\ ,\ \overrightarrow{CD}(x'\,;\,y')$$

- **تساوي شعاعين:**

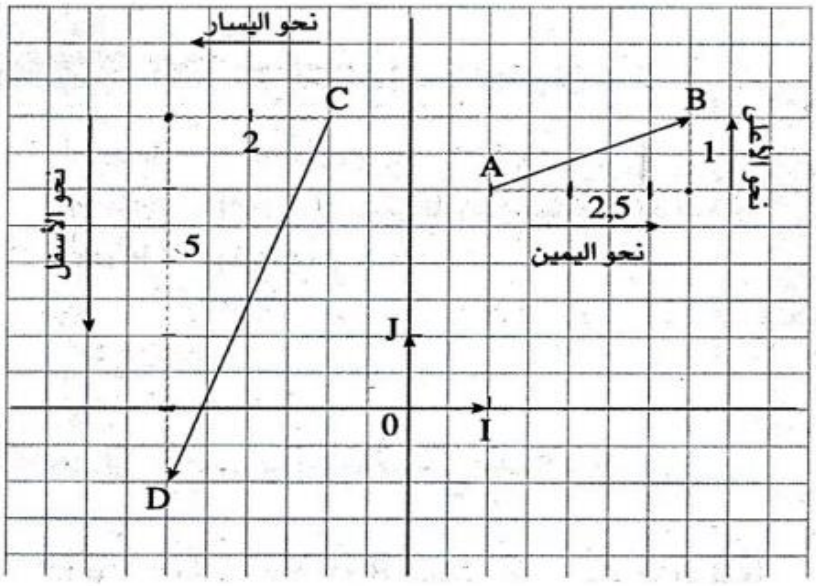
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

- **مجموع شعاعين:**

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (x + x'\,;\,y + y')$$

## إحداثيي شعاع بيانيا:

**مثال:** (الشكل 2)




الإحداثية الأولى لـ $\overrightarrow{AB}$ هو +2,5.
الإحداثية الثانية لـ $\overrightarrow{AB}$ هو 1.
ونكتب $\overrightarrow{AB}$ (2,5 ; 1).
الإحداثية الأولى لـ $\overrightarrow{CD}$ هو -2
الإحداثية الثانية لـ $\overrightarrow{CD}$ هو -5
ونكتب $\overrightarrow{CD}$ (-2 ; -5).

# تمارين شهادات سابقة:

## التمرين الاول: (3نقط) BEM2022

المستوى منسوب إلى مَعْلَم متعامد ومتجانس $(O;\vec{OI};\vec{OJ})$ حيث: $OI = OJ = 1cm$.

لتكن النّقط: $A(3;2)$ ، $B(1;-2)$ ، $C(-3;0)$.

1) إذا كان: $AC = 2\sqrt{10}$ و $BC = 2\sqrt{5}$، ما نوع المثلّث $ABC$؟

2) جد إحداثيّتي النّقطة $D$ صورة النّقطة $C$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{BA}$.

3) بيّن أنّ الرّباعي $ABCD$ مربّع.

## حل التمرين الاول: (3نقط) BEM2022

## التمرين الثاني: (3نقط) BEM2021

$K$ ، $L$ و $M$ نقط من المستوي المزوّد بمعلم متعامد و متجانس حيث : $K(-1;4)$ ، $L(-5;1)$ و $M(1;-3)$.

1 احسب مركبتي الشعاع $\vec{LK}$ ثم الطول $LK$.

2 احسب إحداثيتي النقطة $E$ منتصف القطعة $[LM]$.

3 أوجد إحداثيتي النقطة $N$ بحيث يكون الرباعي $KLMN$ متوازي أضلاع.

## حل التمرين الثاني: (3نقط) BEM2021

## التمرين الثالث: (4نقط) BEM2020

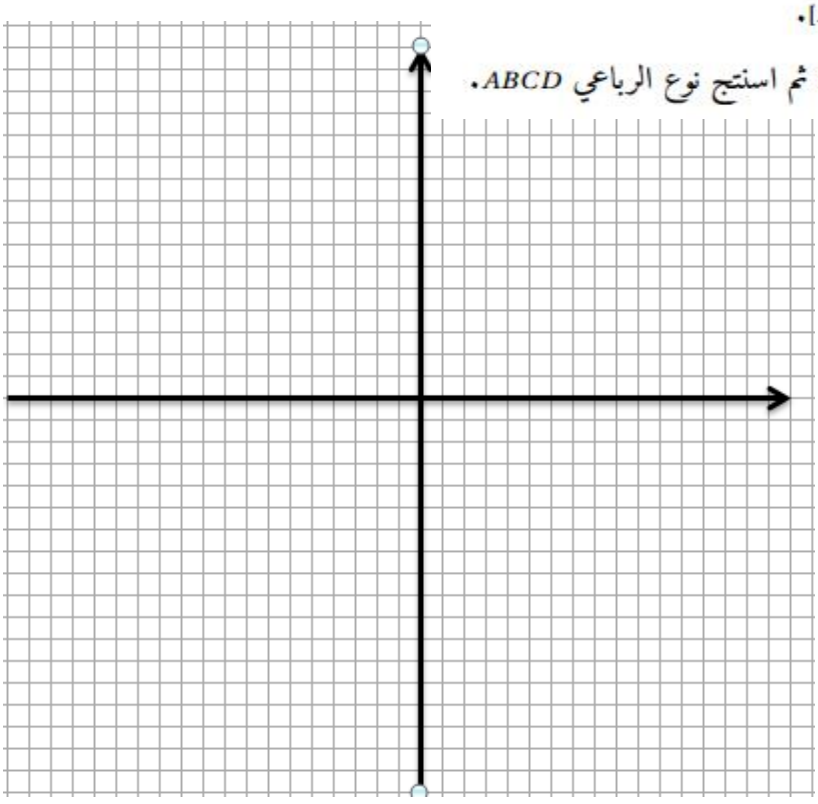
المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{OI};\vec{OJ})$

1 علّم النقط: $A(1;2)$ ، $B(5;-2)$ و $C(-1;-3)$.

2 احسب مركبتي الشعاع $\vec{BC}$ ثم استنتج الطول $BC$.

3 احسب إحداثيتي النقطة $M$ منتصف القطعة $[AC]$.

4 أوجد إحداثيتي النقطة $D$ حتى يكون $\vec{BM}=\vec{MD}$ ثم استنتج نوع الرباعي $ABCD$.



## حل التمرين الثالث: (4نقط) BEM2020

## التمرين الرابع: (3،5نقط) BEM2019

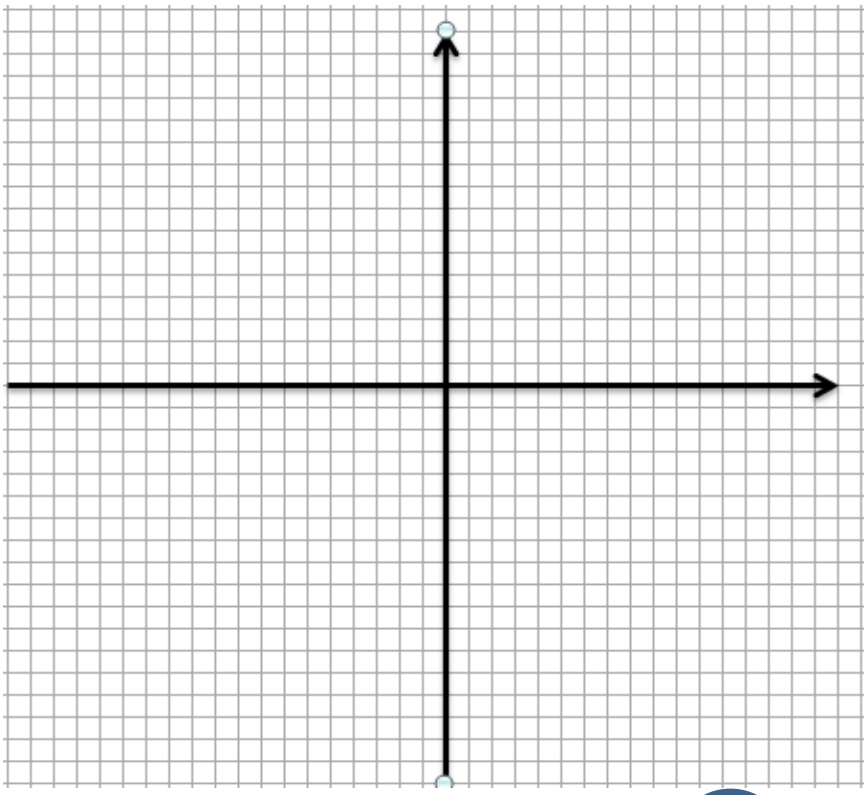
المستوي النسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{Oi},\vec{Oj})$

1 علّم النقط: $A(-1;5)$ ، $B(2;2)$ ، $C(-1;-1)$.

2 احسب الطولين $AB$ و $BC$.

3 $F$ منتصف $[AC]$ ، عيّن النقطة $D$ صورة النقطة $B$ بالدوران الذي مركزه $F$ و زاويته $180°$
استنتج من الشكل احداثيتي النقطة $D$.

4 بيّن طبيعة الرباعي $ABCD$.



## حل التمرين الرابع: (3،5نقط) BEM2019

**التمرين الخامس: (3نقط) BEM2017**

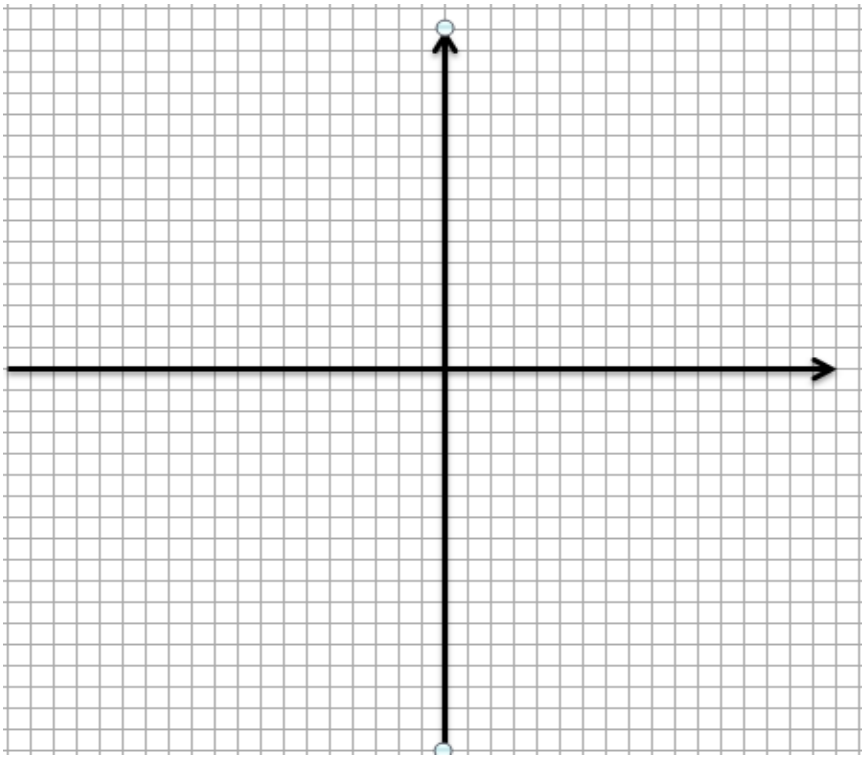
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1 علم النقط: $A(0;4)$ ، $B(-3;1)$ ، $C(5;-1)$.

2 احسب إحداثيتي النقطة $E$ منتصف القطعة $[BC]$.

3 أنشئ النقطة $D$ صورة $A$ بالدوران الذي مركزه $E$ وزاويته $180°$ ثم استنتج احداثيتي $D$.

4 بين أن الرباعي $ABDC$ مستطيل.



**حل التمرين الخامس: (3نقط) BEM2017**

**التمرين السادس: (3,5نقط) BEM2016**

1 أنشئ المثلث $EFG$ القائم في $F$ حيث: $EF = FG = 4cm$.

2 أنشئ النقطتين:
$D$ صورة النقطة $F$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.
$C$ صورة النقطة $E$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.

3 بين أن الرباعي $EGDC$ مربع.
احسب مساحته.

4 ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث: $\vec{U} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{FG}$.
بيّن أنّ : $\vec{U} = \overrightarrow{ED}$

**حل التمرين السادس: (3,5نقط) BEM2016**

**التمرين السابع: (3نقط) BEM2014**

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

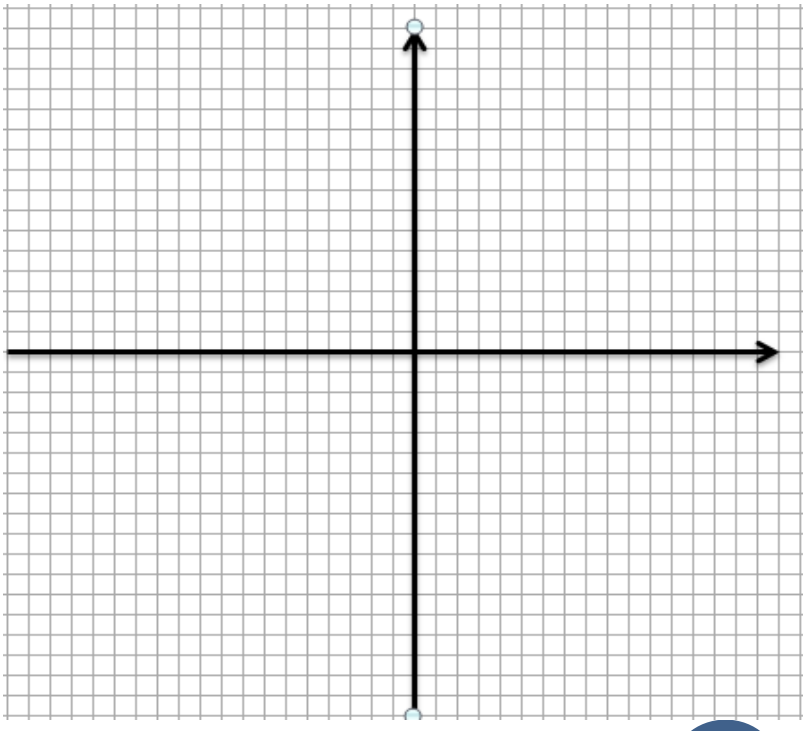
1 علم النقط: $A(-2;-3)$ ، $B(4;1)$ ، $C(2;4)$.

2 أ) أعط القيمة المضبوطة للطول $AB$.

ب) علما أنّ: $AC = \sqrt{65}$ و $BC = \sqrt{13}$ بيّن انّ المثلث $ABC$ قائم.

3 أنشئ النقطة $E$ صورة النقطة $A$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ ، أثبت أنّ $ABCE$ مستطيل.

**حل التمرين السابع: (3نقط) BEM2014**



**التمرين الثامن: (3,5نقط) BEM2013**

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

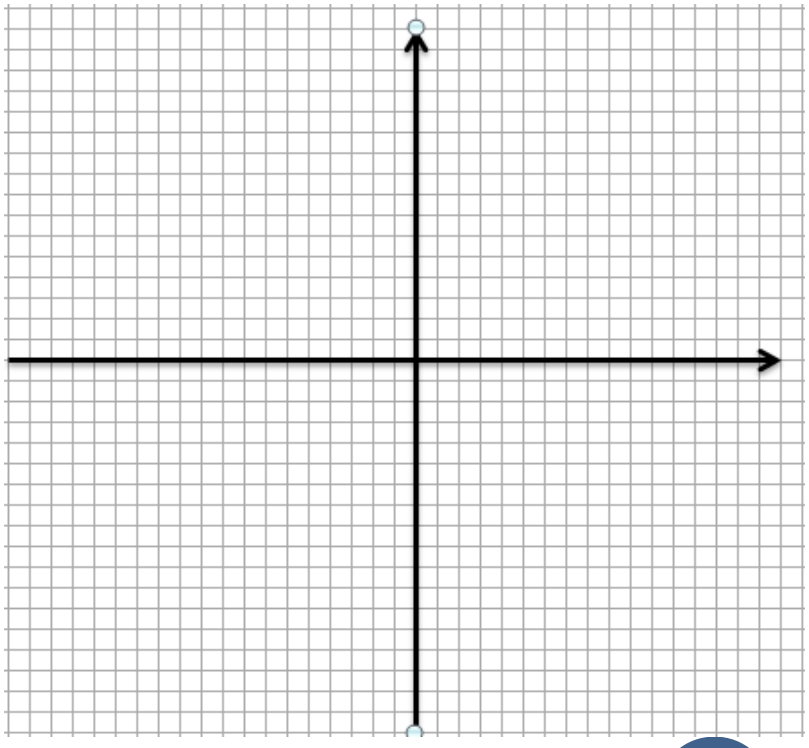
1 علم النقط $A(2;0)$ ، $B(-4;3)$ ، $C(5;3)$.

2 احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم الطول $AB$.

3 عين النقطة $D$ صورة النقطة $C$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم احسب احداثيتي النقطة $D$.

4 أوجد احداثيي $M$ نقطة تقاطع المستقيمين $(AD)$ و $(BC)$.

**حل التمرين الثامن: (3نقط) BEM2013**



# المقطع الخامس:

# جملة معادلتين، الدوال

## المقطع الخامس: جملة معادلتين،الدوال

### ❖ جملة معادلتين:

*~ كل معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين $x$ و $y$ من الشكل : $ax+by=c$ حيث : $a$ و$b$ و $c$ أعداد معلومة .

*~ حلول معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين غير منتهية .

*~ جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين $x$ و $y$ من الشكل :

$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ حيث $a$ ،$b$ ،$c$ ،$a'$ ،$b'$ ،$c'$ أعداد معلومة

*~حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين $x$ و $y$ معناه ايجاد الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق المعادلتين في آن واحد .

*~ **لحل جملة معادلتين جبريًا نتبع احدى الطرق التالية :**

~ طريقة التعويض.

~ طريقة الجمع.

~ طريقة الجمع و التعويض .

*~ **لحل جملة معادلتين بيانيًا نتبع مايلي :**

~ نرسم في معلم المستقيمين المعرفين بالمعادلتين الموجودتين في الجملة ، ثم نبحث عن احداثيي نقطة تقاطعهما وهو الحـــــل .

*~ **لحل مسألة تؤول الى حل جملة معادلتين نتبع الخطوات التالية:**

~ اختيار رمزا للمجهولين .

~ ترجمة المعطيات الى معادلتين بمجهولين .

~ حل جملة المعادلتين المتحصل عليها بإحدى الطرق المعروفة .

### تمارين اجنبية:

**التمرين01:**

**التمرين (2):** (brevet المقاطعات الشمالية لفرنسا دورة 2004 بتصرف)

❶ حلّ الجملة: $\begin{cases} x+2y=1790 \\ 4x+y=2610 \end{cases}$

❷ أرادت مؤسسة تربوية تجديد قواميس وموسوعات مكتبتها، في الفصل الأول تم شراء قامـــوس واحد (1) وموسوعتين (2) بمبلغ 1790 دج، وفي الفصل الثاني تم شراء (4) قواميس وموسوعة واحدة (1) بمبلغ 2610 دج إذا علمنا أنّ كل القواميس لها نفس السعر وكل الموسوعات لها نفس السعر.

– ما هو ثمن القاموس الواحد؟ ما هو ثمن الموسوعة الواحدة ؟

**حل التمرين01:**

**التمرين02:**

**التمرين (3):** (*brevet* المقاطعات الشمالية لفرنسا دورة 2004 بتصرف)

في محل لبيع المأكولات الجاهزة طلب صديقان بيتزة وكأسين من العصير فدفع 150 دج وفي الطاولة المجاورة لهما طلب مجموعة من الطلبة 5 بيتزات و9 كؤوس من العصير فدفعا 735 دج. نعلم أنّ كل البيتزات لها نفس الأسعار، كذلك أسعار العصير.

- نرمز بـ x لثمن البيتزة وبـ y لثمن العصير.

❶ أكتب جملة معادلتين تشرح المعطيات السابقة.

❷ أحسب ثمن البيتزة (الواحدة) وثمن كأس من العصير.

**حل التمرين02:**

**التمرين03:**

**التمرين (3):** (*brevet* المقاطعات الشرقية لفرنسا دورة 2006 بتصرف)

نعتبر الجملة التالية: $\begin{cases} 2x + 3y = 65 \\ 3x + y = 45 \end{cases}$

❶ هل الزوج $(x = 13 ; y = 13)$ حل للجملة السابقة ؟

❷ حلّ الجملة السابقة.

❸ عند بائع الحلويات؛ اشترت سعاد هلاليتين (croissant) و3 كعكات بمبلغ 65 دج، كما اشترى كمال 3 هلاليات وكعكة واحدة بمبلغ 45 دج.

- ما هو ثمن الهلالية الواحدة ؟
- ما هو ثمن الكعكة الوحدة ؟

**حل التمرين03:**

**التمرين04:**

❶ حل الجملة: $\begin{cases} x + 2y = 30 \\ x + y = 23 \end{cases}$

❷ لديك 23 ورقة نقدية من الفئتين 1000 دينار و500 دينار، المبلغ الكلي لهذه الأوراق يساوي 15000 دينار.

بفرض $x$ هو عدد الأوراق من فئة 500 دينار و $y$ هو عدد الأوراق من فئة 1000 دينار، عبّر عن هذه الوضعية بجملة معادلتين من الدرجة الأولى ذات المجهولين $x$ و $y$.

**حل التمرين04:**

## ❖ الدوال:

| | العبارة العامة | الخاصية |
|---|---|---|
| الدالة الخطية | $f(x) = ax$ | تمر من المبدأ |
| الدالة التآلفية | $f(x) = ax + b$ | لا تمر من المبدأ<br>(تمر من $b$ على محور التراتيب) |
| الدالة الثابتة | $f(x) = b$ | توازي محور الفواصل |

**حساب معامل التناسب $a$:**

- دالة خطية: $a = \frac{f(x)}{x}$
- دالة تآلفية: $a = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ ، مع $x_2 \neq x_1$

**احداثيي نقطة $M$ من دالة:**

ترتيب فاصلة
$M(x\ ;\ f(x))$ صورة سابقة

أو

ترتيب فاصلة
$M(x\ ;\ y)$ صورة سابقة

أو

فاصلة = سابقة
$f(x) = y$
صورة = ترتيب

## إيجاد العبارة الجبرية لدالة بيانيا:

مثال: (الشكل 1)

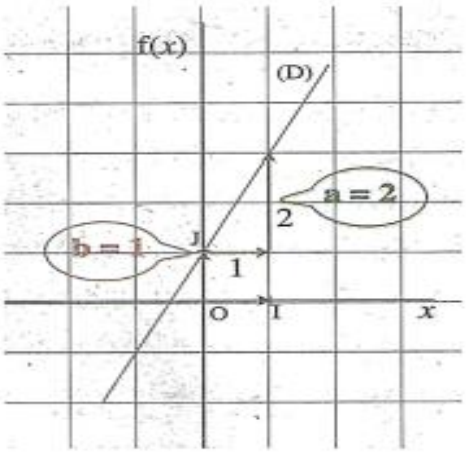
- لا تمر من المبدأ إذن دالة تالفية
  و منه: $f(x) = ax + b$

- الترتيب إلى المبدأ هو المعامل $b$
  إذن $b = 1$

- نتقدم بوحدة إلى اليمين انطلاقا من $b$ ثم نصعد أو نهبط لنصل إلى المستقيم $(D)$
  - اذا نصعد ف $a$ موجب
  - اذا نهبط ف $a$ سالب

  إذن $a = 2$
  و منه: $f(x) = 2x + 1$

* يسمى $a$ أيضا معامل التوجيه




(الشكل 1)

التمثيل البياني للدالة $f(x)$ هو المستقيم $(D)$
معادلته هي: $y = 2x + 1$

## تمارين شهادات سابقة:

### التمرين الاول(3نقطة):BEM2022

1) لتكن الثّنائيتان (20 ; 10) و (10 ; 20)، أيّهما حلّ لهذه الجملة: $\begin{cases} x+y=30 \\ x+\frac{5}{2}y=45 \end{cases}$

2) حل الجملة التّالية: $\begin{cases} x+y=30.....(1) \\ 2x+5y=90.....(2) \end{cases}$

### حل التمرين الاول(3نقطة):BEM2022

## التمرين الثاني(2،5نقطة):BEM2016

$f$ دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ يشمل النقطتين $A(+2;+5)$ و$B(-1;-4)$.

1 بين أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية $f$ هي: $f(x)=3x-1$.

2 لتكن النقطة $C(+4;+11)$ من المستوي ، هل النقط $A$ ، $B$ ، $C$ على استقامة واحدة.

3 أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة $f$.

## حل التمرين الثاني(2،5نقطة):BEM2016

## الوضعية الادماجية : (8نقط) BEM2019

يقترح مدير المسبح البلدي على السباحين التسعيرتين الآتيتين:

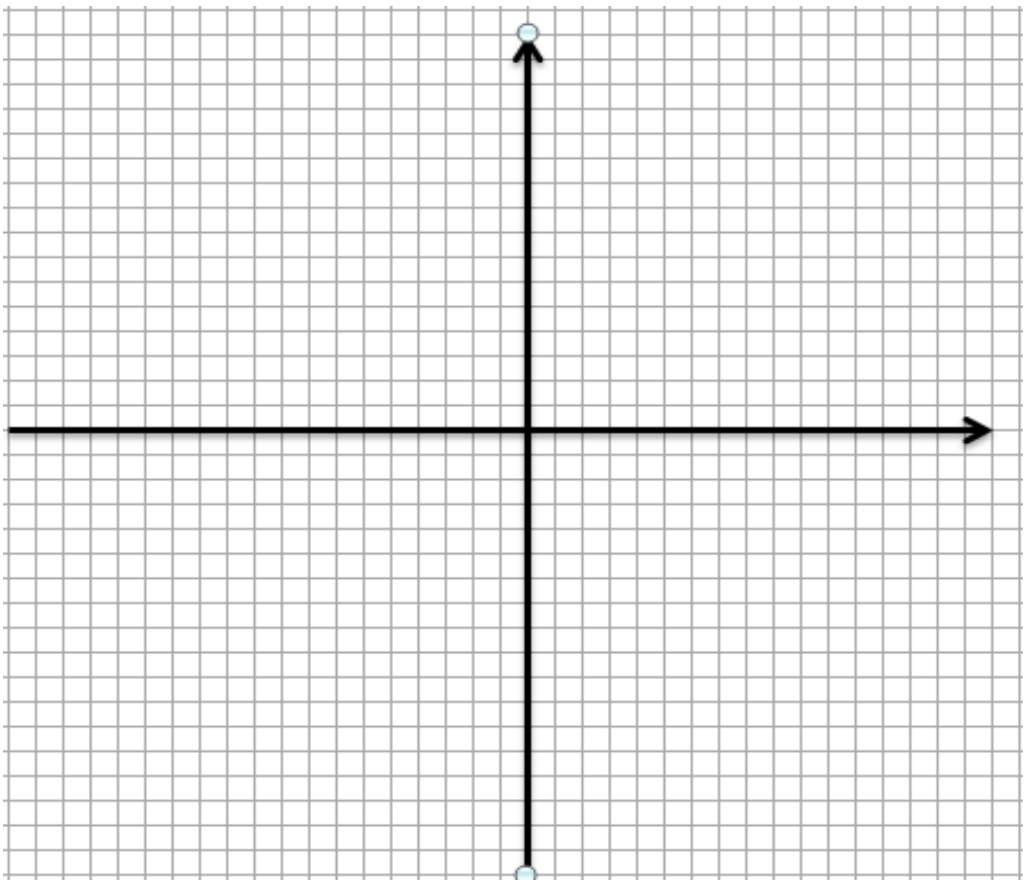
- التسعيرة الأولى: $100DA$ للحصة الواحدة لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية: $80DA$ للحصة الواحدة مع اشتراك شهري قدره $400DA$

1 ما هو عدد الحصص التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ $2800DA$ ؟

2 باعتبار: $x$ عدد الحصص في الشهر و بالإستعانة بتمثيل بياني أعط أفضل التسعيرين حسب عدد الحصص خلال شهر واحد.

يمكنك أخذ: $1cm$ على محور الفواصل يمثل 4 حصص ، $1cm$ على محور التراتيب يمثل $400DA$.

## حل الوضعية الادماجية : (8نقط) BEM2019



## الوضعية الادماجية : (8نقط) BEM2018

عبد الله و محمد عاملان في مؤسسة لصناعة ألعاب الأطفال ، راتبهما الشهري على النحو التالي:

- عبد الله راتبه $DA20000$ إضافة إلى $DA200$ لكل لعبة يتم صنعها.
- محمد راتبه $DA30000$ إضافة إلى $DA100$ لكل لعبة يتم صنعها.

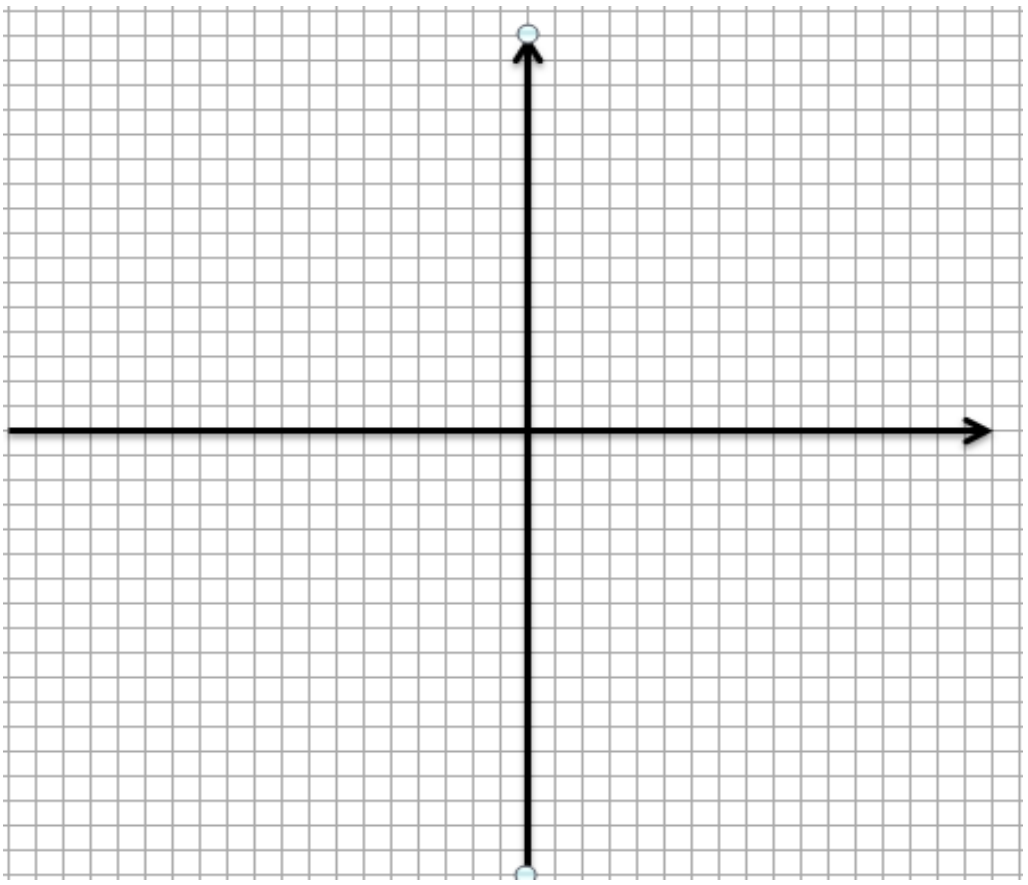
### الجزء الأول:

1. ما هو الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تم صنع 120 لعبة ؟
2. ليكن $x$ اللعب المصنوعة في مدة شهر.
   - عبّر بدلالة $x$ عن $y_1$ راتب عبد الله و عن $y_2$ راتب محمد.

### الجزء الثاني:

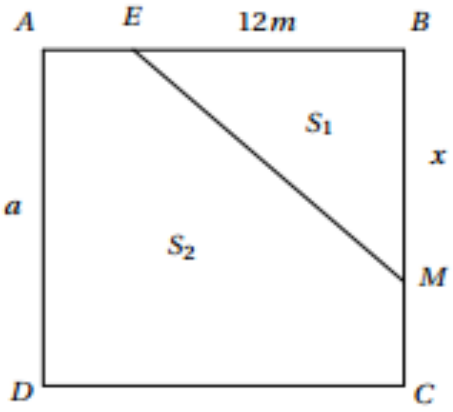
1. في مستوي منسوب إلى معلم تعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .
   - ارسم المستقيمين $(D_1)$ و $(D_2)$ ممثلا الدالتين $g$ و $h$ على الترتيب حيث:
     $g(x)=200x+20000$ و $h(x)=100x+30000$ .
     (نأخذ $1cm$ على محور الفواصل يمثل 50 لعبة ، $1cm$ على محور التراتيب يمثل $5000DA$.
2. حُل جملة المعادلتين التالية: $\begin{cases} y=200x+20000 \\ y=100x+30000 \end{cases}$
   - ثم أعط تفسير بيانيا لهذا الحل.
   - بقراءة بيانية متى يكون راتب عبد الله أكبر من راتب محمد ؟

## حل الوضعية الادماجية : (8نقط) BEM2018



## الوضعية الادماجية : (8نقط) BEM2017

$ABCD$ قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها $324m^2$ ملك للاخوين أحمد و فاطمة و مجزأة حسب المخطط المقابل.




### الجزء الأول:

1 احسب $a$ طول ضلع هذه القطعة.

2 $M$ نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث: $BM = x$
$E$ نقطة من $[BA]$ حيث: $BE = 12m$.

الجزء $EBM$ تملكه فاطمة والجزء $AEMCD$ يملكه أحمد.

أ) ليكن $S_1$ مساحة الجزء $EBM$ و $S_2$ مساحة الجزء $AEMCD$.
◄ اكتب بدلالة $x$ كلا من المساحتين $S_1$ و $S_2$.

ب) ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة $M$ بحيث مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة.

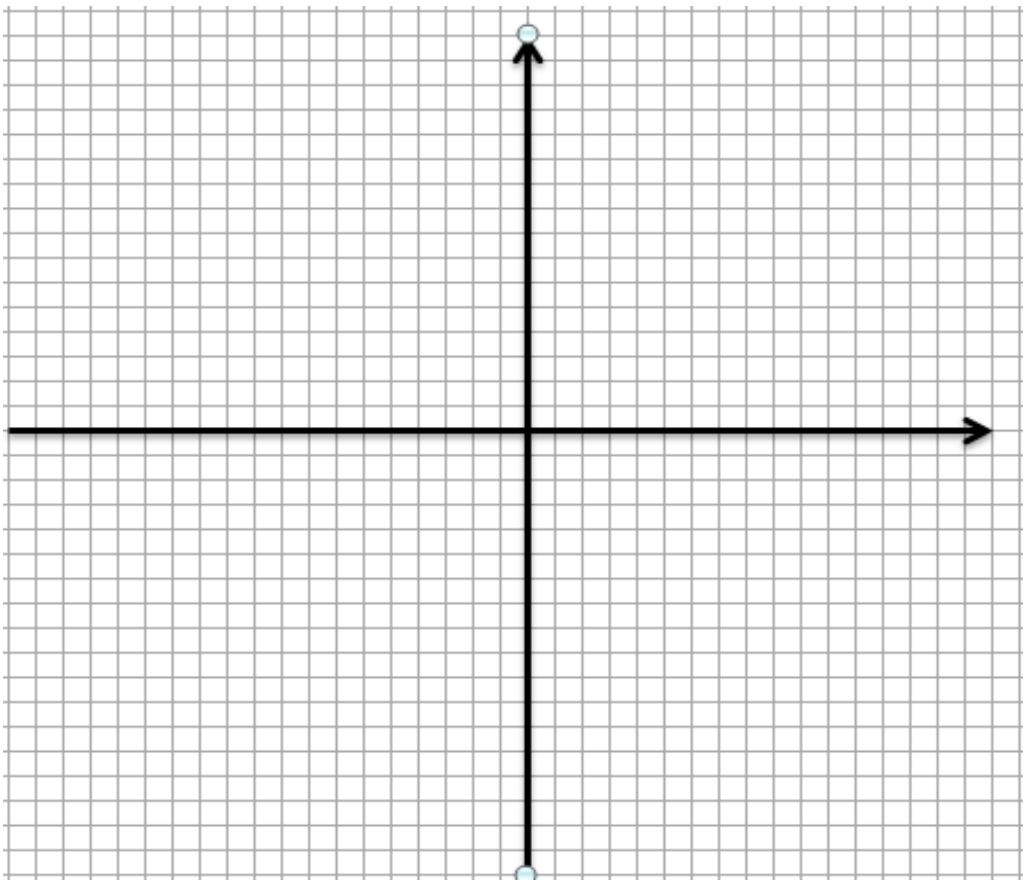
### الجزء الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1 مثل بيانيا الدالتين $f$ و $g$ حيث: $f(x) = 12x$ ، $g(x) = -6x + 324$.
( نأخذ: $1cm$ على محور الفواصل يمثل $2m$ و $1cm$ على محور التراتيب يمثل $36m^2$)

2 بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقط $M$ مع ايجاد مساحة كل من القطعتين.

## حل الوضعية الادماجية : (8نقط) BEM2017

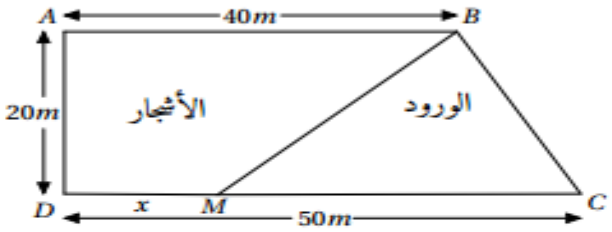


## الوضعية الادماجية : (8نقط) BEM2015

لِعَمِّي أحمد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $1000m^2$ و عرضها خمسي $\left(\frac{2}{5}\right)$ طولها.

◄ أوجد بُعدي هذه القطعة.

تنازل عَمِّي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحتها $100m^2$ وخصّص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلة للورود والأشجار.
لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيًا إلى قطعتين كما هو موضّح في الشكل:




نضع $DM = x$ ($M$ نقطة من $[DC]$ مع $0 \leqslant x \leqslant 50$).
لتكن $f(x)$ مساحة المثلث $BCM$ و $g(x)$ مساحة القطعة $ABMD$.

1 أ) عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة $x$.

ب) سَاعِدْ عَمِّي أحمد لإيجاد الطول $DM$ حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

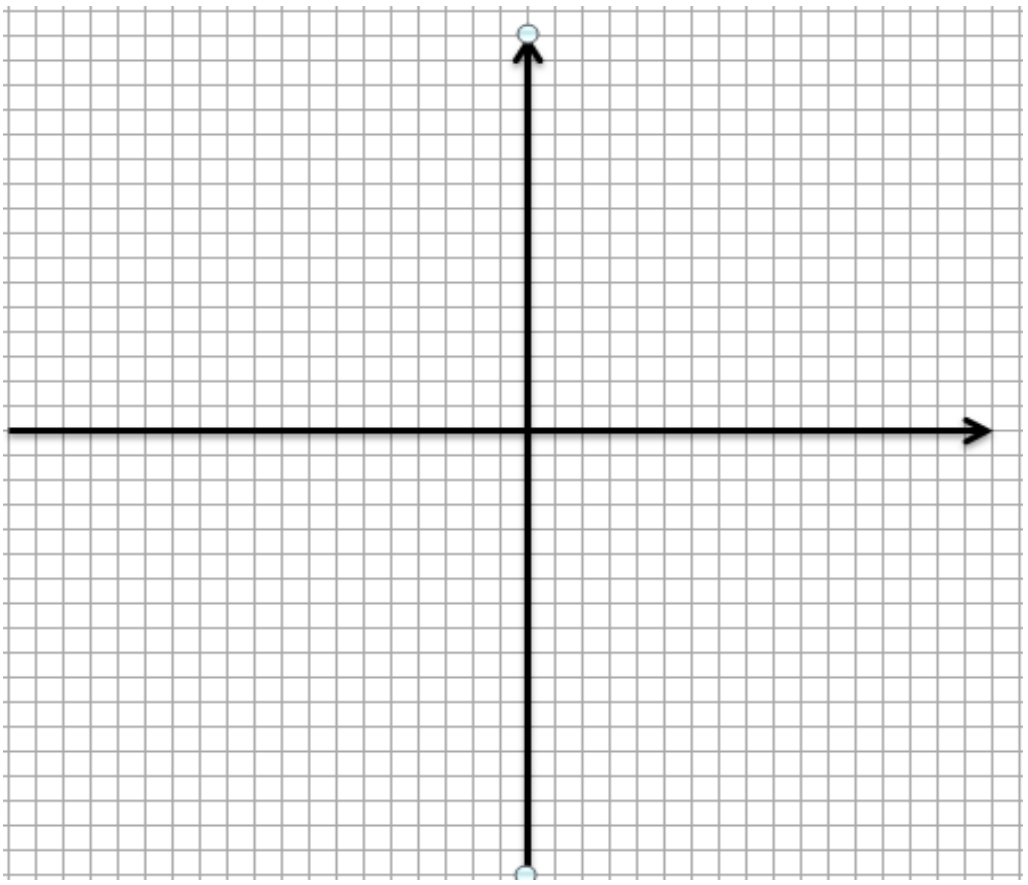
2 في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

أ) مثّل بيانيًا الدالتين: $f(x) = 500 - 10x$ ، $g(x) = 10x + 400$.

نأخذ: $1cm$ على محور الفواصل يمثل $2m$.
$1cm$ على محور التراتيب يمثل $50m^2$.

ب) فسّر بيانيًا مساعدتك السابقة لعَمِّي أحمد ، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

## حل الوضعية الإدماجية : (8نقط) BEM2015



# المقطع السادس:

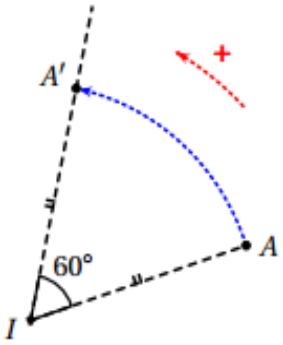
# الدوران-الزوايا.

# المقطع السادس: الدوران-الزوايا.

## 1) مفهوم الدوران – صورة نقطة بدوران :

- بتدوير شكل حول نقطة $O$، بالحفاظ على نفس المسافة بين الشكل و النقطة $O$، في اتجاه معيّن و بزاوية محددة $\alpha$ نحصل على صورة هذا الشكل بالدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $\alpha$.
- **الاتجاه الموجب** هو الاتجاه **المعاكس لحركة عقارب الساعة** و **الاتجاه السالب** هو الاتجاه **الموافق لحركة عقارب الساعة**.
- معرفة المركز، الزاوية و الاتجاه تكفي لتحديد الدوران بصفة كاملة.

لإنشاء صورة نقطة بدوران، نستعمل المسطرة، المنقلة و المدور.




**مثال**: لإنشاء النقطة $A'$، صورة النقطة بالدوران الذي مركزه $I$، زاويته $60°$ في الاتجاه الموجب :

- نرسم قطعة المستقيم $[IA]$.
- نرسم قوسا مركزه $I$ و نصف قطره $IA$ في الاتجاه الموجب (عكس عقارب الساعة).
- نرسم زاوية قيسها $60°$ ، رأسها $I$، أحد أضلاعها $[IA)$ و في الاتجاه الموجب.
- النقطة $A'$ هي نقطة تقاطع القوس مع الضلع الثاني للزاوية.

أنشئ على نفس الشكل النقطة $A''$ ، صورة النقطة $A$ بالدوران الذي مركزه $I$ ، زاويته $30°$ في الاتجاه السالب.

**ملاحظات** :

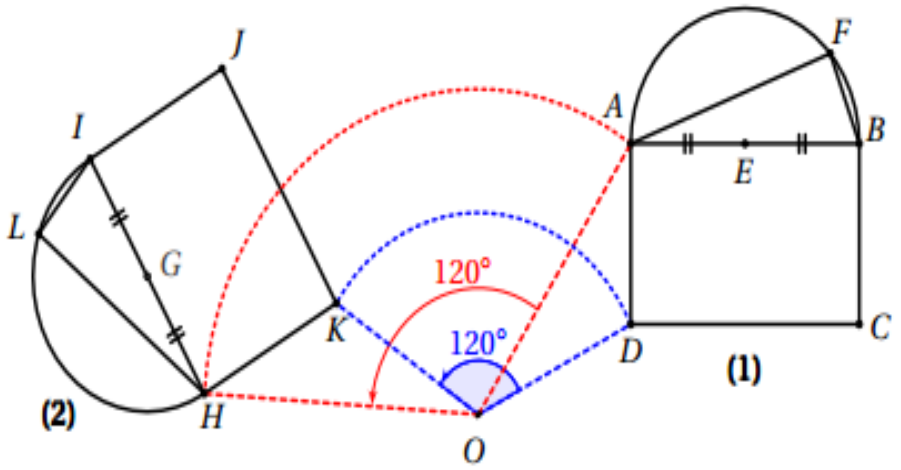
- نأخذ عامة، الاتجاه الموجب كاتجاه للدوران، ما لم يُذكر عكس ذلك.
- النقطة $M'$ هي صورة النقطة $M$ بالدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $\alpha$ إذا كان $OM' = OM$ و $\widehat{MOM'} = \alpha$.
  في المثال السابق لدينا : $IA' = IA$ و $\widehat{AIA'} = 60°$.
- الدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $180°$ هو تناظر مركزي (تناظر بالنسبة $O$).

## تمرين01:

**تطبيق 1** أنشئ النقطة $N'$ ، صورة النقطة $N$ بالدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $73°$ في الاتجاه الموجب.

**تطبيق** : الشكل (2) هو صورة الشكل (1) بالدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $120°$.
أتمم :

- اتجاه الدوران هو .....
- ..... = $AF$ لأن صورة $[AF]$ بهذا الدوران هي ..... و الدوران يحفظ .....
- ..... = $CB$ لأن صورة ..... بهذا الدوران هي ..... و الدوران يحفظ .....

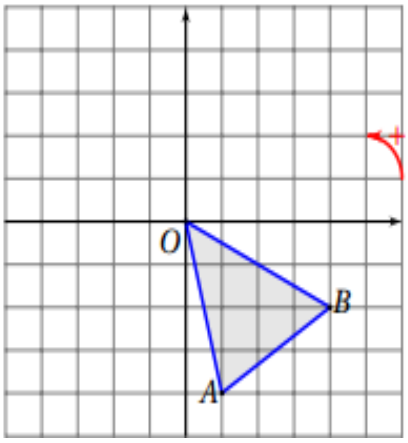



- ..... = $\widehat{DAF}$ لأن .....
- مساحة الرباعي $ABCD$ تساوي مساحة الرباعي ..... لأن .....
- صورة $[AB]$ بهذا الدوران هي .....
  $E$ منتصف $[AB]$ و صورتها ..... هي منتصف .....
- استخرج من الشكل مستقيمين متعامدين : .....
  كيف هما صورتاهما ؟ .....

**تمرين 1** (Nantes 2000)
$ACD$ مثلث قائم في $A$ و متساوي الساقين..

**(1)** أنشئ النقطة $B$، صورة $D$ بالدوران الذي مركزه $A$ و زاويته $60°$.
**(2)** برهن أن المثلث $ABD$ متقايس الأضلاع.
**(3)** أنشئ النقطة $E$، صورة $D$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$. برهن أن $ACED$ مربع.

**حل التمرين الاول:**




**تمرين 2** (Poitiers 2000)

(1) أنشئ المثلث $OGH$ ، نظير $OAB$ بالنسبة إلى $O$.

(2) أنشئ المثلث $OMN$ ، صورة المثلث $OAB$ بالدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $90°$.

(3) (ا) أنشئ النقطة $C$، صورة $O$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$.

(ب) ما نوع الرباعي $OBAC$ ؟ علل.

**حل التمرين الثاني:**

**تمرين 3** (Caen 1995)

(1) أنشئ مثلثا $EFG$ قائما في $F$ و متساوي الساقين بحيث $EF = FG = 4\,\text{cm}$.

(2) أنشئ النقطة $K$ ، نظيرة $E$ بالنسبة إلى $F$.

(3) أنشئ النقطة $L$ ، نظيرة $F$ بالنسبة إلى المستقيم $(EG)$.

(4) أنشئ النقطة $J$ ، صورة $G$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.

(5) عين النقطة $H$ بحيث $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{FG}$.

(6) ما هي صورة النقطة $H$ بالدوران الذي مركزه $F$ و يحول $E$ إلى $G$ ؟ علل.

**حل التمرين الثالث:**

## شهادات سابقة:

| | |
|---|---|
| **( ش. ت . متوسط دورة جوان 2009)**<br>$[AB]$ قطعة مستقيم طولها $6cm$.<br>1- أنشئ النقطة $C$ صورة النقطة $B$ بالدوران الذي مركزه $A$ وقيس زاويته $90^\circ$ في اتجاه عكس عقارب الساعة .<br>2- ما نوع المثلث $ABC$ ؟ ( برر إجابتك )<br>3- أوجد الطول $BC$ . | ..... |
| **( ش. ت . متوسط دورة جوان 2010)**<br>$(o;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي .<br>1- علّم النقط : $A(0;2)$ ، $B(1;0)$ ، $C(-1;0)$ .<br>2- ما نوع المثلث $ABC$ ؟ علل .<br>3- عين إحداثيا النقطة $D$ صورة النقطة $A$ بالدوران الذي مركزهُ $O$ وزاويته $180^\circ$ ثم استنتج نوع الرباعي $ABDC$ | ..... |

| | |
|---|---|
| **( ش. ت. متوسط دورة جوان 2011)**<br>المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$<br>1- علّم النقط : $A(-1;2)$ ، $B(3;2)$ ، $M(1;-1)$<br>2- بيّن أنّ : $B$ صورة النقطة $A$ بالدوران الذي مركزهُ $M$ وزاويته $\widehat{AMB}$ | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... |

## الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في الدائرة:

**مفاهيم أساسية:**

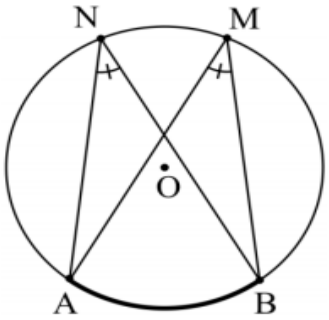
* **القطر في دائرة:** هو ضلع يقطع الدائرة في نقطتين ويشمل المركز
* **الوتر في دائرة:** هو ضلع يقطع الدائرة في نقطتين ولا يشمل المركز
* **القوس في دائرة:** هو جزء من محيط دائرة يحصره وتر أو قطر

**تعاريف:**

- **الزاوية المحيطية:** هي زاوية رأسها نقطة من دائرة و ضلعاها إما وترين لهذه الدائرة أو وتر وقطر
- **الزاوية المركزية:** هي زاوية رأسها مركز الدائرة و ضلعاها نصفي قطر للدائرة

**القاعدة1:**

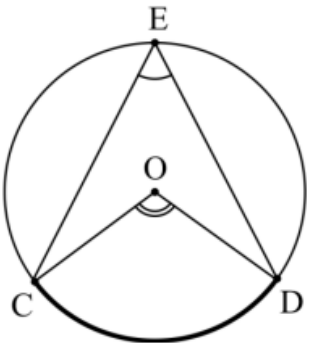
❖ الزاويتان المحيطيتان اللتان تحصران نفس القوس متقايستان




**مثال1:**
الزاويتان المحيطيتان $A\hat{M}B$ و $A\hat{N}B$ متقايستان لأنهما تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$

**القاعدة2:**

إذا كانت زاوية مركزية و زاوية محيطية تحصران نفس القوس فإن:
- ❖ الزاوية المركزية = ضعف الزاوية المحيطية
- ❖ الزاوية المحيطية = نصف الزاوية المركزية




**مثال2:**
الزاوية المركزية $C\hat{O}D$ و الزاوية المحيطية $C\hat{E}D$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{CD}$ إذن:

$C\hat{O}D = 2\,C\hat{E}D$ و $C\hat{E}D = \frac{1}{2}\,C\hat{O}D$

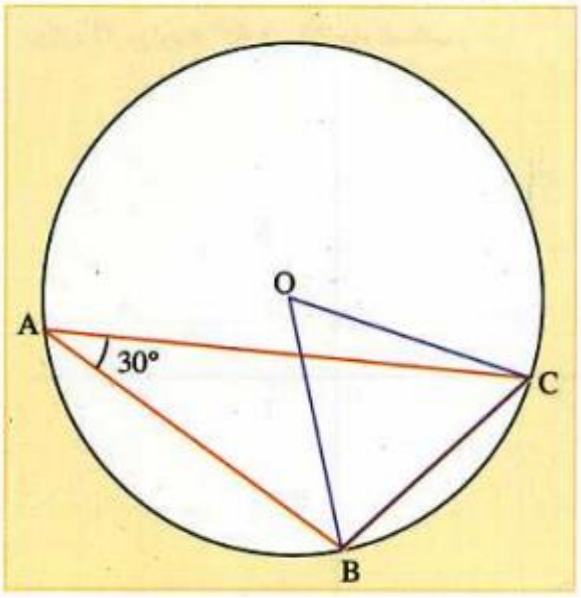
**تمارين:**

**التمرين01:** لتكن الدائرة ذات المركز O.

ولتكن A، B، C نقاطا من هذه الدائرة بحيث :

$\widehat{BAC} = 30°$.

- برهن أن المثلث OBC متقايس الأضلاع.




.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

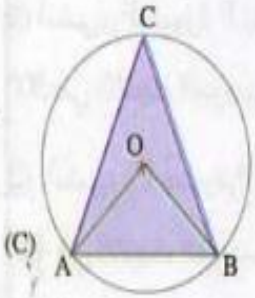
**التمرين02:** (C) دائرة مركزها O. (انظر الشكل الموالي).

ما هو قيس الزاويتين $\widehat{ACB}$ و $\widehat{AOB}$ علما أنّ :

$\widehat{AOB} = (2x + 34)°$،

$\widehat{CAB} = (x + 2)°$،

$\widehat{ABC} = (3x + 6)°$.




.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

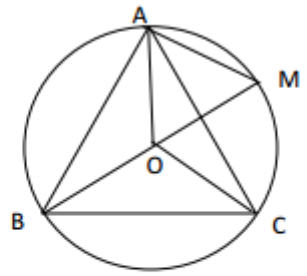
.....

.....

.....

**التمرين03:**

إليك الشكل حيث ABC مثلث متقايس الأضلاع .




1 - أعـط قيس الزاويتين $A\hat{M}B$ ، $A\hat{O}B$ مع التبرير .

المثلث COB هو صورة المثلث AOB بدوران

2 -المطلوب ما هو مركز و زاوية و اتجاه هذا الدوران.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

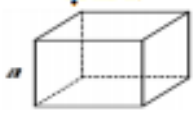
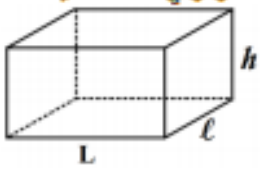
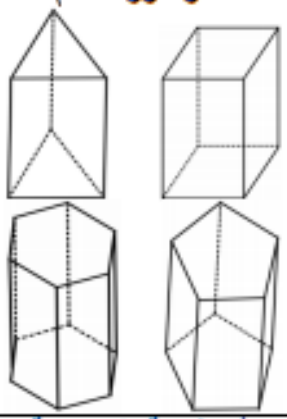
.....

.....

## ملخص المحيط والمساحة:

| الشكل | المحيط P | المساحة S |
|---|---|---|
| المربع | مجموع الأضلاع<br>أو<br>الضلع $\times$ 4 | الضلع $\times$ الضلع<br>أو<br>$\frac{\text{جداء القطرين}}{2}$ |
| المستطيل | مجموع الأضلاع<br>أو<br>2 $\times$ (الطول + العرض) | الطول $\times$ العرض |
| المثلث | مجموع أضلاعه | $\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$ |
| شبه منحرف | مجموع أضلاعه | $\frac{(\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$ |
| متوازي الأضلاع | مجموع الأضلاع<br>أو<br>2 $\times$ (مجموع ضلعين متتاليين) | القاعدة $\times$ الارتفاع |
| المعين | مجموع الأضلاع<br>أو<br>الضلع $\times$ 4 | $\frac{\text{جداء القطرين}}{2}$<br>أو<br>القاعدة $\times$ الارتفاع |
| الدائرة | نصف القطر: R<br>القطر: D<br>$\pi = 3,14$<br>$\pi \times R \times 2$<br>أو:<br>$\pi \times D$ | نصف القطر: R<br>$\pi = 3,14$<br>$\pi \times R^2$ |

# الحجم، المساحة الجانبية والمساحة الكلية

| الشكل | الحجم (السعة) | المساحة الجانبية | المساحة الكلية |
|---|---|---|---|
| المكعب  | $V = a \times a \times a = a^3$ <br> الضلع × الضلع × الضلع = $(\text{الضلع})^3$ | مساحة وجه × 4 <br> $S = 4a^2$ | مساحة وجه × 6 <br> $S = 6a^2$ |
| متوازي المستطيلات  | مساحة القاعدة × الارتفاع <br> $V = S_B \times h$ <br> أو <br> الطول × العرض × الارتفاع <br> $V = L \times l \times h$ | محيط القاعدة × الارتفاع <br> $S = P_B \times h$ <br> أو <br> $S = 2(L + l) \times h$ | المساحة الجانبية <br> + <br> مساحة القاعدتين <br> $S = 2[(L + l) \times h + L \times l]$ |
| الموشور القائم  | مساحة القاعدة × الارتفاع <br> $V = S_B \times h$ | محيط القاعدة × الارتفاع <br> $S = P_B \times h$ | المساحة الجانبية <br> + <br> مساحة القاعدتين |
| الأسطوانة الدورانية | مساحة القاعدة × الارتفاع <br> $V = S_B \times h$ <br> أو <br> $V = \pi \times R^2 \times h$ | محيط القاعدة × الارتفاع <br> $S = P_B \times h$ <br> أو <br> $S = 2\pi R \times h$ | المساحة الجانبية <br> + <br> مساحة القاعدتين <br> $S = 2\pi R(h + R)$ |
| الهرم | $V = \frac{S_B \times h}{3}$ <br> $\frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{3}$ | نصف محيط القاعدة <br> × <br> الارتفاع الجانبي | المساحة الجانبية <br> + <br> مساحة القاعدة |
| المخروط | $V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$ أو $V = \frac{S_B \times h}{3}$ <br> $\frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{3}$ | طول مولد المخروط M <br> نصف محيط القاعدة <br> × <br> طول مولده <br> أو <br> $S = \pi \times R \times M$ | المساحة الجانبية <br> + <br> مساحة القاعدة <br> $S = \pi R(R + M)$ |
| الكرة (الجلة) | $\pi = 3,14$ نصف القطر: R <br> $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ | $\pi = 3,14$ نصف القطر: R <br> $S = 4 \times \pi \times R^2$ | |