الحساب الحرفي – المعادلات و المترجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

نشر عبارة جبرية :

نشر عبارة جبرية معناه كتابتها على **شكل مجموع** ، وذلك بتطبيق خاصية التوزيع أو المتطابقات الشهيرة .

تحليل عبارة جبرية :

تحليل عبارة جبرية معناه كتابتها على شكل جداء ، وذلك بتطبيق :

- خاصية التوزيع (استخراج العامل المشترك)
- أو المتطابقات الشهيرة .

خاصية التوزيع :

نشر

$$k(a+b) = ka+kb$$

$$k(a-b) = ka-kb$$

تحليل

المتطابقات الشهيرة :

نشر

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2-b^2$$

تحليل

النجاح لايتحقّق بالأمنيات ، بالإرادة تتحقق المعجزات

تذكر أنّ :

- ✓ نسمي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x كل مساواة يمكن كتابتها على الشكل $\boldsymbol{ax = b}$ حيث a و b عددان معلومان .
- ✓ لكل معادلة من الدرجة الاولى بمجهول واحد نكتبها (بعد التحويلات والتغييرات) على الشكل : $\boldsymbol{ax = b}$ ، وحلّها هو $\boldsymbol{x = \frac{b}{a}}$ حيث $(a \neq 0)$.
- ✓ لحل معادلة من الدرجة الاولى ذات مجهول واحد x نتّبع الخطوات :

1- وضع المعاليم في طرف والمجاهيل في الطرف الآخر للمعادلة مع مراعاة قواعد العمليات و المساويات .

2- نكتب المساواة على الشكل $\boldsymbol{x = c}$ **(حيث c عدد معلوم)**

3- نصرح بالإجابة : حل المعادلة هو العدد $\boldsymbol{c}$.

معادلة الجداء المعدوم :

نسمي معادلة جداء معدوم كل معادلة تكتب من الشكل $(ax + b)(cx + d) = 0$ حيث a و b و b و c أعداد معلومة .

- لحل هذه المعادة نحل المعادلتين : $ax + b = 0$ و $cx + d = 0$.
- لحل معادلة ليست من الدرجة الأولى :
  - نجعل الطرف الأيمن معدوما بنقل كل الحدود إلى الطرف الأيسر .
  - نحلل الطرف الأيسر إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى فنحصل على معادلة جداء معدوم .
  - نحل معادلة الجداء المعدوم المحصل عليها ثم نستنتج حلا للمعادلة المعطاة .

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

نسمي متراجحة من الدرجة الأولى ذات المجهول x كل متباينة قد تكون صحيحة و قد تكون خاطئة حسب قيم المجهول x.

- قيم المجهول x التي تكون من أجلها المتباينة صحيحة هي حلول للمتراجحة .
- لحل متراجحة من الدرجة الأولى ذات المجهول x نتبع نفس طريقة حل معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x مع مراعاة قواعد العمليات والمتباينات .
- كل متراجحة من الدرجة الاولى بمجهول واحد تؤول بعد التحويلات والتغيرات الى متراجحة من الشكل :

$$ax \leq b \text{ أو } ax \geq b \text{ أو } ax < b \text{ أو } ax > b$$

- تمثل حلول المتراجحة على مستقيم عددي موجه .

ملاحظـــــــــــة:

كل عدد يحقق معادلة (أو متراجحة) يسمى حلا لها .

التمرين الأول:

E و F عبارتين جبريتين حيث :

$$E = 4x(x+3) \quad ، \quad F = x^2 + 6x + 9$$

1- بين أن: $F = (x+3)^2$.

2- حلل العبارة $(E + F)$.

التمرين الثاني:

M عبارة جبرية حيث : $M = (2x-1)^2 + (2x+1)(2x-1)$

1- انشر وبسط العبارة M

2- حلل العبارة M إلى جداء عاملين

التّمرين الثالث :

لتكن العبارة A حيث : $A = 4x^2 - 1 + (2x+1)(3x-1)$

- انشر و بسّط العبارة A .
- انشر و بسّط العبارة : $(2x-1)(2x+1)$
- حلّل العبارة A إلى جداء عاملين من الدّرجة الأولى .
- حلّ المعادلة : $A = 0$
- احسب قيمة A من أجل : $x = 2\sqrt{2}$

التّمرين الرابع:

إليك حلّ متراجحتين :

لدينا : $2x + 5 < 3x - 1$ معناه: $5 + 1 < 3x - 2x$ إذا: $6 < x$ ومنه: $x < 6$ حلول المتراجحة هي الأعداد الأصغر تماما من 6	لدينا: $-x + 3 \geq 5$ معناه: $-x \geq 5 - 3$ إذا: $-x \geq 2$ ومنه: $x \geq -2$ حلول المتراجحة هي الأعداد الأكبر أو تساوي -2

- أعد كتابة الحلّين مع تصحيح الأخطاء الموجودة .

التمرين الخامس :

M عبارة جبرية حيث : $M = (2x - 1)^2 + (2x + 1)(2x - 1)$

1- انشر وبسط العبارة M

2- حلل العبارة M إلى جداء عاملين

3- حل المعادلة: $M = 0$

4- احسب M من أجل : $x = \sqrt{2} + 1$

التمرين السادس :

لتكن المتراجحة : $4x + 7 > 2 - 3x$

1- هل العددان 0 و 1- هما حلان لهذه المتراجحة

2- حل المتراجحة : $4x + 7 > 2 - 3x$ ثم مثل بيانيا مجموعة حلولها

التمرين السابع :

لتكن العبارة E حيث : $E = (4x - 1)^2 - (3x + 2)(4x - 1)$

1- انشر و بسط العبارة E

2- حلل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

3- حل المعادلة : $E = 0$

4- حل المتراجحة : $E \geq 4x^2 - 5$ ثم مثل حلولها على مستقيم مدرج.

التمرين الثامن :

L عبارة جبرية حيث: $L = (3x - 5)^2 + (-2x + 1)(3x - 5)$

1) انشر وبسط العبارة L .

2) حل المتراجحة: $L \geq 3x^2 - 5$.

3) حلل L إلى جداء عاملين.

4) حل المعادلة : $(x - 4)(3x - 5) = 0$

التمرين التاسع :

لتكن العبارة F بحيث: $F = (3x - 8)(x + 1) - (9x^2 - 64)$

1) أنشر ثمّ بسّط العبارة F.

2) أكتب على شكل جداء عاملين العبارة : $9x^2 - 64$

3) حلـّل العبارة F.

4) حل المعادلة : $F = 0$.

التمرين العاشر:

لتكن العبارة A بحيث: $A = (2x - 4)(2x + 3) - (2x + 5)^2$

1) أنشر ثمّ بسّط العبارة A.

2) أحسب A من أجل $x = 1$

3) حل المعادلة $A = 7$

التمرين الحادي عشر:

لتكن العبارة B بحيث: $B = (2x-3)^2 - (2x-3)(x-2)$

1) انشر ثمّ بسّط العبارة B.
2) احسب B من أجل $x = 2$.
3) حل المعادلة $B = 2x^2$.

التمرين الثاني عشر :

لتكن العبارة حيث : $E = (5x-4)^2 - (2x+3)^2$

1) أنشر وبسط العبارة E.
2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين كل منهما من الدرجة الأولى .
3) حل المعادلة : $(3x-7)(7x-1) = 0$

التّمرين الثالث عشر

L عبارة جبرية حيث: $L = (3x-5)^2 + (-2x+1)(3x-5)$

1) انشر وبسط العبارة L .
2) حل المتراجحة: $L \geq 3x^2 - 5$.
3) حلل L إلى جداء عاملين.
4) حل المعادلة $(x-4)(3x-5) = 0$

التمرين الرابع عشر :

لتكن العبارة الجبرية A حيث : $A = (2x-3)^2 - (x+1)^2$

- انشر وبسط العبارة A
- حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى
- حل المعادلة : $(3x-2)(x-4) = 0$
- حل المتراجحة : $A > 3x^2 - 2$ ، ثم مثل حلولها على مستقيم عددي

التمرين الخامس عشر:

لتكن العبارة : $F = (3x+1)2 + 9x^2 - 1$

1- انشر وبسط العبارة F.
2- حلل العبارة : $9x^2 - 1$ ، ثم استنتج تحليلا للعبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
3- حل المعادلة $F = 0$
4- حل المترجحة ثم مثل حلولها على مستقيم عددي : $F \leq 18x^2 - x + 4$

التمرين السادس عشر :

يملك فلاح حقل مستطيل الشكل عرضه يساوي ثلاث أرباع طوله ومساحته تساوي $1200 \quad ^2$

- اوجد طول وعرض هذا الحقل

التمرين السابع عشر :

1) تحقق من صحة المساواة التالية: $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$

2) حلل العبارة A حيث $A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2-5)$

3) حل المتراجحة $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$

- مثّل مجموعة حلولها بيانياً

التّمرين الثامن عشر :

-1 انشر و بسّط العبارة E حيث : $E = (3x-4)^2$

-2 حلّل العبارة S إلى جداء عاملين من الدّرجة الأولى حيث :

$$S = 9x^2 - 24x + 16 - (3x-4)(x+2)$$

-3 حل المعادلة : $(3x-4)(2x-6) = 0$

التمرين التاسع عشر :

لتكن العبارة: $F = (2x-3)^2 - 16$.

1) تحقق بالنشر أن: $F = 4x^2 + 12x - 7$.

2) حلل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(2x-7)(2x+1) = 0$.

4) احسب F من أجل $x = 1 + \sqrt{2}$ واكتب النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a وb عددان نسبيان.

التمرين العشرون:

لتكن العبارة A حيث : $A = (x+4)^2 - 16$

1) أنشر ثم بسط العبارة A

2) حلّل العبارة A إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة : A=0

التمرين الواحد و العشرون :

لتكن العبارة E حيث : $E = (5x-4)^2 - (2x+3)^2$

1) أنشر وبسط العبارة E .

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين كل منهما من الشكل $(ax+b)$.

3) حل المعادلة : $(3x-7)(7x-1) = 0$

التمرين الثاني و العشرون :

لتكن العبارة A حيث : $A=(2x-3)^2-(4x+7)(2x-3)$

1) أنشر وبسط العبارة A .
2) حلّل العبارة A إلى جداء عاملين.
3) حل المعادلة: $(2x-3)(-2x-10)=0$

التمرين الثالث و العشرون :

لتكن العبارة F حيث : $F=36-(2x+1)^2$

1) أنشر وبسط العبارة F .
2) حلّل العبارة F إلى جداء عاملين.
3) حل المعادلة : $(5-2x)(7+2x)=0$

التمرين الرابع و العشرون :

1) أحسب الجداء الآتي : $(4x-5)(x+2)$
2) حلّل العبارة A إلى جداء عاملين حيث : $A=5(4x^2+3x-10)-(3x+2)(x+2)$

التمرين الخامس و العشرون :

لتكن العبارة التالية : $E=(x-3)^2+(x-3)(x+3)$

1) انشر وبسط العبارة E
2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين .
3) احسب E من اجل $x=5$
4) حل المعادلة $2x(x-3)=0$

التمرين السادس و العشرون:

1) تحقّق من صحة المساواة التالية : $2(3x+1)^2=18x^2+12x+2$
2) حلّل العبارة M حيث : $M=18x^2+12x+2-(x-2)(3x+1)$
3) احسب العبارة M من أجل $x=\sqrt{3}$
4) حل المعادلة $(5x+4)(3x+1)=0$

التمرين السابع و العشرون :

لتكن العبارة التالية : $\mathrm{E}=4x^2-9+(2\mathrm{x}+3)(\mathrm{x}-2)$

5) انشر وبسط العبارة E
6) حلّل $4x^2-9$ إلى جداء عاملين ثم استنتج تحليلا للعبارة E
7) حل المعادلة $(2x+3)(3x-5)=0$

التمرين الثامن و العشرون :

لتكن العبارة: $E = (2x+5)^2 - 36$.

1) تحقق بالنشر أن: $E = 4x^2 + 20x - 11$.

2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين .

3) حل المعادلة : $(2x+11)(2x-1) = 0$.

التمرين التاسع والعشرون :

1) لتكن العبارة: $A = 3x - 5$ حيث x عدد حقيقي.

أ- احسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x = \sqrt{2}$.

ب - حل المتراجحة: $A \geq 0$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانيا.

2) أ- انشر ثم بسط العبارة B حيث: $B = (3x-5)^2 + 9x^2 - 25$.

ب - استنتج أن: $B = 6x(3x-5)$.

ج - حل المعادلة : $B = 0$.

التمرين الثلاثون :

$ABCD$ مربع طول ضلعه 6 cm ، E نقطة من [AB] حيث : $EB = x$

- عبّرعن مساحة المثلث ADE بدلالة x ثم بسطها.
- ماذا تمثل العبارة : $36 - (18 - 3x)$؟

عيّن قيم x التي تكون من أجلها مساحة الجزء $EBCD$ أكبر من ضعف مساحة الجزء ADE .

التمرين الواحد و الثلاثون :

لتكن العبارة E حيث: $E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$

1) انشر وبسط العبارة E.

2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة : $(4x-1)(x-3) = 0$

التمرين الثاني و الثلاثون :

لتكن العبارة الجبرية E بحيث: $E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$

1- انشر ثم بسطE.

2 - حلل العبارة $10^2 - (x+8)^2$ ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3 - حل المعادلة : $(11-x)(8+x) = 0$

التمرين الثالث و الثلاثون :

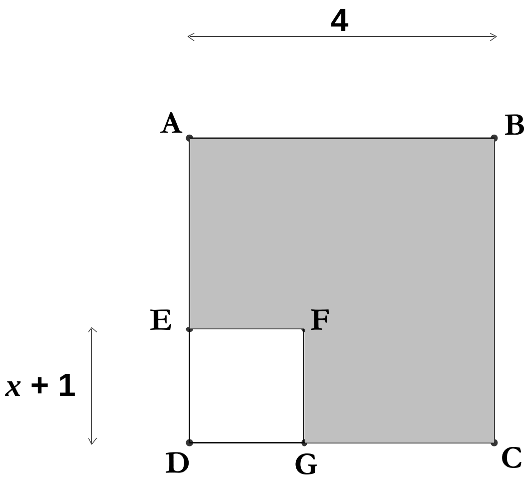
ABCD مستطيل طوله (y+5) وعرضه 7 (وحدةالطول هي السنتيمتر)

1) عبرعن مساحةهذاالمستطيل بدلالة y .

2) اوجدقيمةyحتى يكون محيط المستطيل ABCD يساوي 3.

وضعية 1:

تمعن في الشكل التالي:



ABCD مربع طول ضلعه 4 cm.

DEFG مربع طول ضلعه $(x+1)$cm.

نسمي M مساحة الجزء الملون.

/1

1- بين أن M هي: $M = 16 - (x+1)^2$

2- أنشر ثم بسط M.

3- حلل M.

/2 في هذا السؤال نأخذ $x = 2cm$.

أ. احسب M

ب.احسب الطول AG.

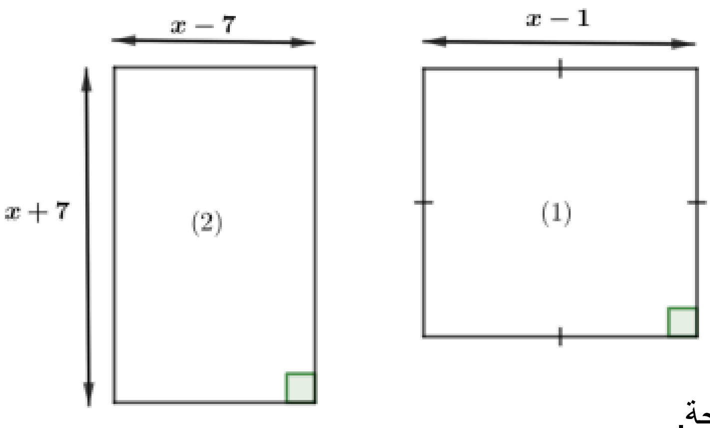
جـ. المستقيم (AG) يقطع $[EF]$ في H، احسب EH

وضعية 2:

يملك عمي صالح قطعة أرض ، أراد أن يقسمها لولديه إلى جزئين لهما نفس المساحة من أجل بناء مسكنين لهما .

- الجزء الأول مربع الشكل طول ضلعه : $(x-1)$.
- الجزء الثاني مستطيل بعداه : $(x+7)$ و $(x-7)$.

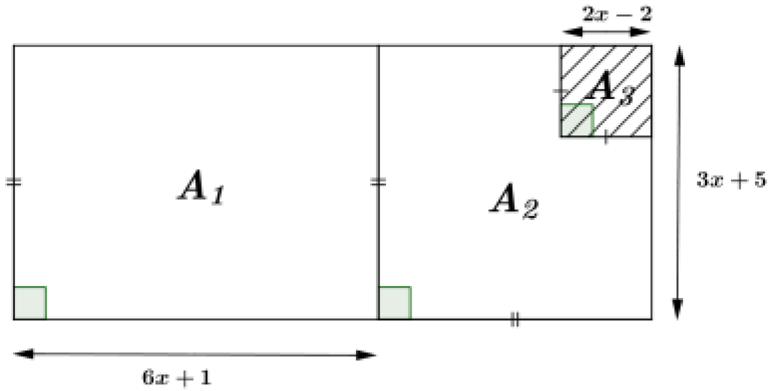
كما هو موضّح بالشكل $(x > 7$ ، وحدة الطول هي المتر)



- أوجد قيمة العدد x حتى يكون للقطعتين نفس المساحة.

وضعية 3:

لفلاح قطعة أرض مستطيلة الشكل، أراد تقسيمها إلى ثلاث قطع، فوضع مخطط أوليا موضح في الشكل (1) (وحدة الطول هي الديكامتر dam، الأطوال غير حقيقية) حيث:



القطعة 1: مخصصة لزرع الطماطم

القطعة 2: مخصصة لزرع البطاطا

القطعة 3: مخصصة لغرفة التبريد

x عدد حيث $1 < x < 7$

الشكل (1)

الجزء الأول:

1) عبر بدلالة x عن A_1 مساحة القطعة 1 و A_2 مساحة القطعة 2 ثم أكتبهما بأبسط شكل ممكن.

2) بين أن مساحة الجزء المخصص لزرع البطاطا يمكن كتابته على الشكل

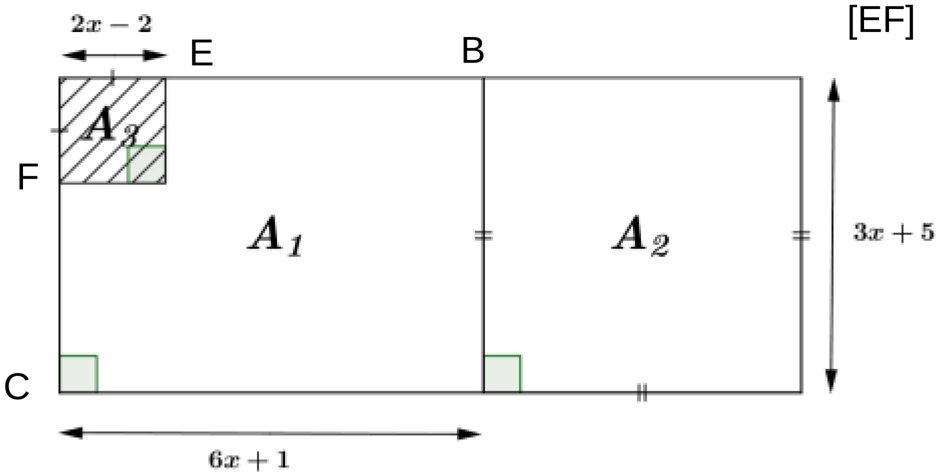
$$A_2 = (x+7)(5x+3)$$

3) أحسب القيمة المضبوطة لـ A_2 من أجل $x = 2\sqrt{3}$ ، ثم عين مدور القيمة التقريبية لها إلى الديكامتر مربع.

الجزء الثاني:

نفرض في هذا الجزء أن $x = \frac{4}{3}$

قرر الفلاح تغيير المخطط السابق بغرض زيادة المساحة المخصصة لغرس البطاطا،فقام بتغيير مكان بناء غرفة التبريد إلى القطعة 1، ثم كلف ابنه سيف بإنجاز هذا مخطط ، كما هو موضح في الشكل (2)، فانتبه سيف أن حامل [BC] موازيا لحامل قطر غرفة التبريد [EF]



- ساعد سيف لإثبات هذا التوازي.

لنتدرب :

- انشر العبارات التالية :

$A = 2x(3x-5)$

$A = \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots$

$A = \ldots\ldots\ldots$

$B = 3x(2+x)$

$B = \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots$

$B = \ldots\ldots\ldots$

$C = (3x+5)(2x-1)$

$C = 3x \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$C = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$C = 6x^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D = (x-4)(3x-2)$

$D = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$E = (1-x)(2-3x)$

$E = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$E = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$E = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$E = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(x+3)^2 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(3x+1)^2 = (3x)^2 + \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(x-5)^2 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(2-x)^2 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(3-2x)^2 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(x-4)(x+4) = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(4+3x)(4-3x) = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(5-2x)(2x+5) = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(x+3)(3-x) = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(\sqrt{2}-x)(x+\sqrt{2}) = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

- حلل العبارات التّالية :

$3x-6 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots$

$3x^2-5x = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots$

$x-2x^2 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots$

$4x^2-12x = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots$

$(x+2)x-3(x+2)=\cdots$ … … … . . … … … … … … … … . . $=\cdots$ … … … … … … … … … … … … … …

$(x+3)(2x-1)+(x-4)(x+3)=\cdots$ … … … … … … … … … . . $=\cdots$ … … … … … … … … ..

$(2-x)(x+1)-(2x+3)(x+1)=\cdots$ … … … … … … … … … . $=\cdots$ … … … … … … … … …

$=\cdots$ … … … … … … … … … … … … … … … … …

$x^2+2x+1=\cdots$ … … … … … … … … … . . … … … … $=\cdots$ … … … … … … … … … … … …

$4x^2-12x+9=\cdots$ … … … … … … … … … … … … … . . $=\cdots$ … … … … … … … … … … ..

$25-10x+x^2=\cdots$ … … … … … … … … … … … … … … . . $=\cdots$ … … … … … … … … … … ….

$4^2+24x+9x^2=\cdots$ … … … … … … … … … … … … … . $=\cdots$ … … … … … … … … … … … … … …

$x^2-4=\cdots$ … … … … … … … $=\cdots$ … … … … … … … … … ….

$x^2-1=\cdots$ … … … … … … … … . . $=\cdots$ … … … … … … … … … ….

$9-x^2=\cdots$ … … … … … … … … … $=\cdots$ … … … … … … … …

$16x^2-9=\cdots$ … … … … … … … … $=\cdots$ … … … … … … … … … … … … …

$(x-2)^2-25=\cdots$ … … … … … … … … … . . $=\cdots$ … … … … … … … … … … … … … ..

$=\cdots$ … … … … … … … … … … …

$4-(2x+3)^2=\cdots$ … … … … … … … … … … … $=\cdots$ … … … … … … … … … … … … … …

$=\cdots$ … … … … … … … … … … … … … … … … ..

$(x-1)^2-(x+5)^2=\cdots$ … … … … … … … … … . … … … … … … … … … … … … … … … … …

$=\cdots$ …

$(4x-2)^2-(x+1)^2=\cdots$ …

$=\cdots$ ….

$(2-x)^2-(1-x)^2=\cdots$ …

$=\cdots$ … ..

$(5x-3)^2-(2x-1)^2=\cdots$ … ..

$=\cdots$ … ..