مستوى : ثالثة متوسط — المدة : ساعتان

# الإمتحان المحروس للفصل الثاني في مادة الرياضيات.

**ملاحظة هامة ! : يؤخذ في الحسبان الدقة في التعبير والكتابة الواضحة.** **تاريخ اجتياز الامتحان : 31 مايْ 2021**

## التمرين الأوّل : (05 نقاط)

⊡ نعتبر العبارة الجبرية $\mathcal{S}$ المعرّفة بالصيغة التالية : $\mathcal{S} = (3x-1)(5x+2)$.

**1.** أُنشر ثمّ بسّط العبارة $\mathcal{S}$.

**2.** أُحسب العبارة $\mathcal{S}$ من أجل $x = 6$.

**3.** حل المعادلة التالية : $20x - 44 = 6 - 5x$.

## التمرين الثاني : (05 نقاط)

⊡ $\mathcal{ABC}$ مثلث، يحقّق الشروط التالية : $\mathcal{AB} = 1,2cm$ ، $\mathcal{AC} = 2cm$ و $\mathcal{BC} = 1,6cm$.

**1.** أثبت أنّ المثلث $\mathcal{ABC}$ قائم.

**2.** أُحسب جيب تمام الزاوية $\widehat{\mathcal{A}}$ "$\cos(\widehat{\mathcal{A}})$"، ثمّ استنتج القيمة المقرّبة إلى الجزء من المائة لقيس الزاوية $\widehat{\mathcal{A}}$.

**3.** بطريقتيْن مختلفتيْن، أعط قيمة مقرّبة إلى الجزء من المائة لقيس الزاوية $\widehat{\mathcal{C}}$.

◄ **تذكير مهم :** سبق لك أن لاحظت أنّ : " مجموع أقْياس الزوايا الداخلية لمثلث هو $180°$ ".

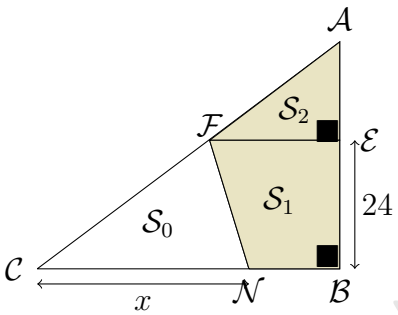
## التمرين الثالث : (03 نقاط)

⊡ اشترى إسحاق من المكتبة 7 كراريس و 4 أقْلام ودفع إسحاق 2024 دينار جزائري لصاحب المكتبة.

◄ إذا علمت أن سعر الكراس الواحد يبلغ 6 أضْعاف من سعر القلم الواحد. ما هو سعر كل كراس وكل قلم بالدينار؟.

## الوضعية الادماجية : (07 نقاط)

⊡ أراد زيْد و أسامة شراء قطعة أرض $\mathcal{ABC}$ واستغلالها في مشروعيْن مختلفيْن، حيث أراد زيْد بناء مسجد على أرضه $\mathcal{AFNB}$، أمّا أسامة فأراد استثمار أرضه $\mathcal{FCN}$ في بناء بيت وضوء.




. بعد قيام الخبير في الأراضي بأخذ الأطْوال الخاصة بالأرض، أنجز مخطط لهذه الأرض حيث مساحة أرض زيْد $\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$، و مساحة أرض أسامة $\mathcal{S}_0$.

◄ الشكل أعلاه غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية. ولدينا الشروط التالية :

• $(\mathcal{FE})//(\mathcal{BC})$ • $\mathcal{BC} = 77$ • $\mathcal{AB} = 36$ • $\mathcal{AE} = 12$ • $\mathcal{AC} = 85$ • $\mathcal{CN} = x$.

**1.** اعتماداً على معطيات الشكل أعلاه، أذكر بدقة -**نص نظرية طالس**-.

◄ لاحظ زيْد أنّ الخبير لم يقم بتسجيل طول القطعة $[\mathcal{FE}]$ ساعده في حساب $\mathcal{FE}$ (**تعطى النتيجة على شكل كسر مختزل**).

**2.** بطريقتيْن مختلفتيْن، أُحسب طول الضلع $[\mathcal{AF}]$. **مساعدة :** يمكنك تطبيق خاصية فيثاغورس المباشرة على المثلث $\mathcal{AEF}$.

**3.** أثبت صحة المساويات التالية : $\mathcal{S}_0 = 12x$ و $\mathcal{S}_1 = 1232 - 12x$ و $\mathcal{S}_2 = 154$.

• **تذكير :** ◃ مساحة المثلث = ( القاعدة × الارتفاع ) ÷2.

**4.** حل المعادلة التالية : $\mathcal{S}_0 = \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$.

**5.** أعط تفسيراً لحل المعادلة : $\mathcal{S}_0 = \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$.

*** أستاذ المادة : جيوخ العربـــي ***

# التصحيح النموذجي للامتحان الثاني في مادة الرياضيات

## حل التمرين الأوّل (05 نقاط)

**1. نشر وتبسيط العبارة $\mathcal{S}$ :**

$$\mathcal{S} = (3x-1)(5x+2)$$
$$\mathcal{S} = 3x(5x+2) - 1(5x+2)$$
$$\mathcal{S} = 3x \times 5x + 3x \times 2 - 1 \times 5x - 1 \times 2$$
$$\mathcal{S} = 15x^2 + 6x - 5x - 2$$
$$\mathcal{S} = 15x^2 + x - 2$$

**(00,50 ن) لكل مرحلة صحيحة.**

**2. حساب العبارة $\mathcal{S}$ من أجل $x = 6$ :**

**• طريقة أولى : (العبارة الأصلية) (01 ن)**

لدينا : $\mathcal{S} = (3x-1)(5x+2)$ من أجل $x = 6$.

يكون لدينا : $\mathcal{S} = (3 \times 6 - 1)(5 \times 6 + 2)$

ومنه : $\mathcal{S} = (18-1)(30+2)$

إذن : $\mathcal{S} = 17 \times 32 = 544$.

**• طريقة ثانية : (العبارة المبسّطة)**

لدينا : $\mathcal{S} = 15x^2 + x - 2$

من أجل $x = 6$ نجد : $\mathcal{S} = 15 \times 6^2 + 6 - 2$

وبالتالي : $\mathcal{S} = 15 \times 36 + 6 - 2$

وعليه : $\mathcal{S} = 540 + 4 = 544$.

**3. حل المعادلة $20x - 44 = 6 - 5x$ :**

في الحقيقة، لدينا : $20x - 44 = 6 - 5x$

وهذا يعني : $20x + 5x = 6 + 44$

وعليه : $25x = 50$

أخيراً نجد : $x = \frac{50}{25}$.

للمعادلة $20x - 44 = 6 - 5x$ حل وحيد وهو : $x = 2$.

**(00,50 ن) لكل مرحلة صحيحة.**

## حل التمرين الثاني (05 نقاط)

**1. إثبات أنّ المثلث $ABC$ قائم : (02 ن)**

نلاحظ أنّ أطول الأضلاع هو : $[AC]$.

إذن، نقارن بين $AC^2$ و $AB^2 + BC^2$. لدينا :

$$AB^2 + BC^2 = 1,2^2 + 1,6^2$$
$$AB^2 + BC^2 = 1,44 + 2,56$$
$$AB^2 + BC^2 = 4$$

هذا من جهة أولى، ومن جهة ثانية، لدينا : $AC^2 = 2^2 = 4$.

وعليه، نستخلص أنّ :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

- حسب الخاصية العكسية لفيتاغورس -

فالمثلث $ABC$ قائم في $B$.

**2. حساب $cos(\widehat{A})$ : (01 ن)**

بما أنّ المثلث $ABC$ قائم في $B$.

ونعلم أيضاً : **جيب تمام زاوية حادّة = طول الضلع المجاور لهذه الزاوية ÷ طول الوتر.**

بمعنى آخر :

$$cos(\widehat{A}) = \frac{AB}{AC}$$
$$cos(\widehat{A}) = \frac{1,2}{2}$$
$$cos(\widehat{A}) = 0,6$$

**• استنتاج قيس الزاوية $\widehat{A}$ :**

باستعمال الآلة الحاسبة (عزيزي الحاذق تأكد بأنّ الآلة الحاسبة الخاصّة بك على الوضع DEG).

الآن، نجد : $\mathcal{A} \simeq 53,13°$ .

**3. بطريقتين مختلفتين، حساب قيس الزاوية $\widehat{C}$ : (02 ن)**

**◄ طريقة أولى :**

**تذكير مهم :** سبق لك أن لاحظت أنّ : " مجموع أقياس الزوايا الداخلية لمثلث هو $180°$ ".

وعليه : $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$ وبالتالي : $\widehat{C} = 180° - \widehat{A} - \widehat{B}$.

حسب ما فات، نجد أنّ :
$\widehat{\mathcal{C}} = 180° - 53,13° - 90° = 180° - 143,13° = 36,87°$

وأخيراً ... نجد : $\widehat{\mathcal{C}} = 36,87°$.

◄ طريقة ثانية :

بما أنّ المثلث $\mathcal{ABC}$ قائم الزاوية في $\mathcal{B}$، وعليه :

$$cos(\widehat{\mathcal{C}}) = \frac{\mathcal{BC}}{\mathcal{AC}}$$
$$cos(\widehat{\mathcal{C}}) = \frac{1,6}{2}$$
$$cos(\widehat{\mathcal{C}}) = 0,8$$

باستعمال الآلة الحاسبة، نجد القيمة التقريبية للزاوية $\widehat{\mathcal{C}}$.

إذن : $\widehat{\mathcal{C}} = 36,87°$.

## حل التمرين الثالث (03 نقاط)

• **إيجاد سعر كل كراس وكل قلم بالدينار :**

نضع : $x$ : سعر القلم الواحد، وبعد ترجمة معطيات نص التمرين. فنجد :

$6x$ : سعر الكراس الواحد. وبالتالي،

تنتج لنا المعادلة التالية : $6x \times 7 + 4x = 2024$ **(01 ن)**.

• **حل المعادلة : (01 ن)**

$$6x \times 7 + 4x = 2024$$
$$42x + 4x = 2024$$
$$46x = 2024$$
$$x = \frac{2024}{46}$$
$$x = 44$$

ومنه، سعر القلم الواحد 44 دينار جزائري، وسعر الكراس الواحد هو : 264 دينار جزائري. (لأنّ : $44 \times 6 = 264$). **(01 ن)**

## حل الوضعية الادماجية (07 نقاط)

### 1. نص نظرية طالس :

في المثلث $\mathcal{ABC}$ لدينا : $F \in (\mathcal{AC})$ و $E \in (\mathcal{AB})$ و $(\mathcal{FE})//(\mathcal{BC})$.

فإنّ :

$$\frac{\mathcal{AE}}{\mathcal{AB}} = \frac{\mathcal{AF}}{\mathcal{AC}} = \frac{\mathcal{FE}}{\mathcal{BC}} \quad (1)$$

### 2. حساب طول الضلع $[\mathcal{FE}]$

نرى مباشرة من العلاقة $(1)$ :

$$\frac{12}{36} = \frac{\mathcal{AF}}{85} = \frac{\mathcal{FE}}{77}$$

ومنه :

$$\mathcal{FE} = \frac{77 \times 12}{36} = \frac{924}{36}$$

نختزل الكسر السابق، فنجد :

$$\mathcal{FE} = \frac{924 \div 12}{36 \div 12} = \frac{77}{3}$$

إذن، الكسر المطلوب هو : $\mathcal{FE} = \frac{77}{3}$.

### 2. حساب طول الضلع $[\mathcal{AF}]$ :

• **طريقة أولى :** نطبق -نظرية طالس- وهذا حسب العلاقة السابق $(1)$، فنجد :

$$\frac{12}{36} = \frac{\mathcal{AF}}{85}$$

وعليه :

$$\mathcal{AF} = \frac{12 \times 85}{36} = \frac{1020}{36}$$

نختزل الكسر السابق، فنجد :

$$\mathcal{AF} = \frac{1020 \div 12}{36 \div 12} = \frac{85}{3}$$

إذن : $\mathcal{AF} = \frac{85}{3}$.

• **طريقة ثانية :** بما أنّ المثلث $\mathcal{AEF}$ قائم في $\mathcal{E}$، إذن -حسب خاصية فيتاغورس المباشرة- :

$$\mathcal{AF}^2 = \mathcal{EF}^2 + \mathcal{EA}^2$$
$$\mathcal{AF}^2 = \left(\frac{77}{3}\right)^2 + 12^2$$
$$\mathcal{AF}^2 = \frac{5929}{9} + 144$$
$$\mathcal{AF}^2 = \frac{7225}{9}$$
$$\mathcal{AF} = \frac{85}{3}$$

إذن : $\mathcal{AF} = \frac{85}{3}$.

**3. إثبات :**

• **إثبات أنّ :** $\mathcal{S}_0 = 12x$ :

في الحقيقة :

$$\mathcal{S}_0 = \frac{\mathcal{CN} \times \mathcal{BE}}{2}$$
$$\mathcal{S}_0 = \frac{x \times 24}{2}$$
$$\mathcal{S}_0 = 12x$$

• **إثبات أنّ :** $\mathcal{S}_2 = 154$ :

لدينا :

$$\mathcal{S}_2 = \frac{\mathcal{FE} \times \mathcal{EA}}{2}$$
$$\mathcal{S}_2 = \frac{\frac{77}{3} \times 12}{2}$$
$$\mathcal{S}_2 = \frac{308}{2}$$
$$\mathcal{S}_2 = 154$$

• **إثبات أنّ :** $\mathcal{S}_1 = 1232 - 12$ :

لدينا :

$$\mathcal{S}_{ABC} = \mathcal{S}_0 + \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$$

ومنه :

$$\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_{ABC} - \mathcal{S}_0 - \mathcal{S}_2$$

وبالتالي :

$$\mathcal{S}_1 = 1386 - 12x - 154$$

وعليه :

$$\mathcal{S}_1 = 1232 - 12x$$

**4. حل المعادلة :** $\mathcal{S}_0 = \mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$

لدينا : $\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2 = 1386 - 12x$ و $\mathcal{S}_0 = 12x$ ومنه :

$$12x = 1386 - 12x$$
$$12x + 12x = 1386$$
$$24x = 1386$$
$$x = \frac{1386}{24}$$
$$x = 57,75$$

**5.** تتساوى مساحة أرض زيْد ومساحة أرض أسامة فقط إذا كان $\mathcal{CN} = 57,75$.

◄ **ملاحظة :** تقبل وتراعى جميع الطرق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط.

**في آخر هذا الملف !!!**

لا أعلم أنّ هذه السنة المليئة بالمتاعب، تعلمنا جميع المفاهيم المتعلقة بالسنة الثالثة، إلاّ أنّنا لا نبخل عليك أيّها التلميذ المجتهد، ببعض ملفات وفيديوهات مهمّة، و هذا ما يكون ثمرة في شهادة التعليم المتوسط -2022- بإذن الله تعالى.

**روابط بعض ملفات مهمّة لتلاميذ ثالثة متوسط :**

- تقويم تشخيصي.
- وظيفة منزلية رقم (01).
- سلسة تمارين في الأعداد النسبية والعمليات على الكسور والأعداد الناطقة.
- سلسلة تمارين في المثلثات تحوي على 40 تمرين.
- الفرض المحروس للفصل الأوّل فوج -01- مع التصحيح.
- الفرض المحروس للفصل الأوّل فوج -02- مع التصحيح.
- الامتحان المحروس للفصل الأوّل.
- تمارين محلولة بالتفصيل الممل حول "خاصيّة فيتاغورس المباشرة و الخاصية العكسية لفيتاغورس وجيب تمام".
- الفرض المحروس للفصل الثاني مع التصحيح المفصّل.

**روابط بعض فيديوهات مهمّة لتلاميذ ثالثة متوسط :**

- خاصيّة فيتاغورس المباشرة والعكسية مع أمثلة تطبيقية.
- تمارين قيّمة حول خاصيّة فيتاغورس المباشرة.
- جيب تمام زاوية حادّة -cos-.

**كل شيء ستجدوه -بحول الله- عبر صفحتنا على الفيسبوك :**

- منارة جَيْـوَخ العربـي للرياضيات.
- تجمع أولياء وتلاميذ (1 - 2 - 3 -4) متوسط.

***موفقــون بإذن الرحمـان***

***عطلـــــــــة سعيدة***

***دمتــم في رعاية الله وحفظه أوْلادي***