الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الـــــــوطنية | مديـــــرية التربية لولاية البيض
امتحان الفصـــــــل الأول | ثانوية حميتو الحاج علي -الشلالة
المستوى: الثانية علوم تجريبية | التـــــــاريخ:2023/12/04

اختبار في مادة: الرياضيات | التـــــــــــوقيت: 08-10

التمرين الأول(06ن) :

f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[-4;4]$ حيث جدول تغيراتها هو التالي:

x	-4		-2		1		4
$f(x)$	-1	↗	0	↘	-3	↗	2

أجب بصح او خطأ مع التبرير:

1. على المجال $[-4;-2]$: $f'(x)\leq 0$
2. منحنى الدالة f يقبل مماسا أفقيا عند النقطة ذات الفاصلة 1
3. الدالة $g: x\mapsto f(x+1)$ متزايدة على المجال $[-1;0]$
4. الدالة h متناقصة على المجال $[-1;0]$ علما أن: $h(x)=f(x)+x^2$
5. من أجل كل x من $[-4;4]$: $f(x)\geq -3$

التمرين الثاني(06ن) :

$P(x)$ كثير حدود للمتغير الحقيقي x حيث: $P(x)=x^3+2x^2+(\alpha-3)x+3\alpha$ حيث α عدد حقيقي.

I. عين قيمة α حتى يكون العدد (2) جذرا لكثير الحدود $P(x)$.

II. نأخذ $\alpha=-2$

1. عين الاعداد الحقيقية a ، b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$ ثم استنتج حلول المعادلة $-6x^6-5x^4+2x^2+1=0$
3. أدرس إشارة $P(x)$ ثم عين حلول المتراجحة $x^2+2x-5\leq\frac{6}{x}$

التمرين الثالث(08ن) :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\frac{x^2+\alpha x+\beta}{x^2+1}$ ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I. عين العددين الحقيقين α و β بحيث (C_f) يقبل مماس عند النقطة $A(0;1)$ يوازي المستقيم ذو المعادلة $y=-2x-3$

II. نضع: $\alpha=-2$ و $\beta=1$

1. أحسب الدالة المشتقة للدالة f ثم ادرس إشارتها.
2. استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها
3. أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (T)
4. أعط حصرا للدالة f على المجال $[-1;1]$

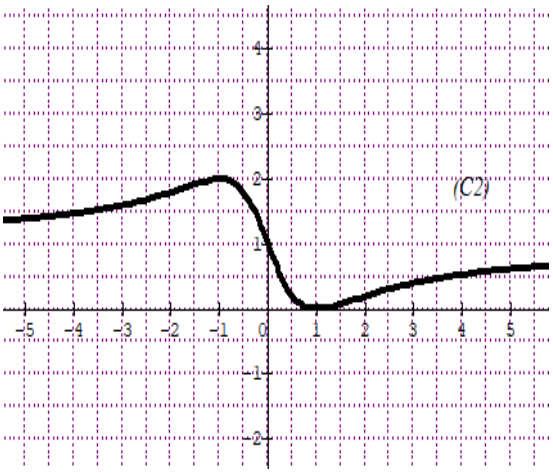
اقلب الصفحة

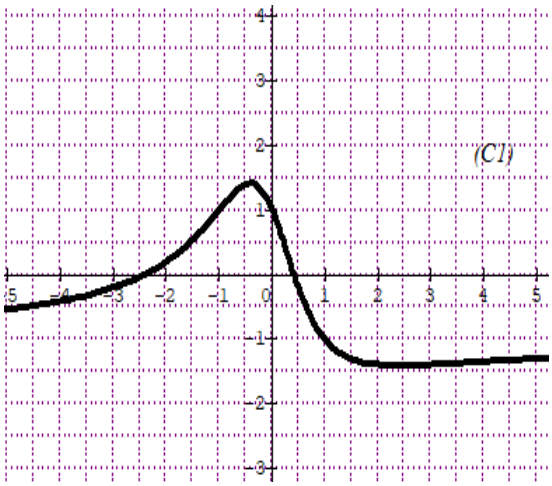
5. بين أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

6. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=-f(x)+1$

- شكل جدول تغيرات الدالة g (دون استخدام عبارة الدالة g ودراسة اتجاه التغير)

7. من بين التمثيلات البيانية (C_1) ، (C_2) ، (C_3) أيهم يمثل (C_f)؟ مع التبرير.





8. لتكن الدالة k معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $k(x)=\dfrac{|x^2-2x+1|}{x^2+1}$

- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

انتهى الموضوع مع تمنيات أستاذة المادة لكم بالتوفيق

تصحيح الاختبار الأول

التمرين الأول:

الإجابة بصح او خطأ مع التبرير

1. خ لأن:

الدالة f متزايدة على المجال $[-4;-2]$ ومنه:

$f'(x)\geq 0$ (0.75+0.25)

2. ص لأن: (0.75+0.25)

$f'(1)=0$ ومنه معادلة المماس هي $y=-3$

3. خ: (0.25+0.5+0.25+0.25)

الدالة g متناقصة على المجال $[-1;0]$ لأن: $x\mapsto x+1$ متزايدة على المجال $[-1;0]$ والدالة f متناقصة على المجال $f([-1;0])$ ومنه الدالة g متناقصة على المجال $[-1;0]$

4. ص لأن: (0.5+0.25+0.25+0.25)

الدالة f متناقصة على المجال $[-1;0]$ والدالة $x\mapsto x^2$ متناقصة على المجال $[-1;0]$ ومنه الدالة h متناقصة على المجال $[-1;0]$

5. ص لأن: (0.75+0.25)

الدالة f تقبل قيمة حدية على المجال $[-4;4]$

التمرين الثاني:

$P(x)=x^3+2x^2+(\alpha-3)x+3\alpha$

I. تعيين قيمة α حتى يكون العدد (2) جذرا لكثير الحدود $P(x)$. (0.5)

لدينا: $P(2)=0$ يعني: $8+8+2\alpha-6+3\alpha=0$

ومنه: $10+5\alpha=0$ إذا: $\alpha=-2$

II. نأخذ: $\alpha=-2$: $P(x)=x^3+2x^2-5x-6$

1. تعيين الاعداد الحقيقية a ، b و c : (01)

$$P(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$$
$$=ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c$$

بالمطابقة نجد: $\begin{cases}a=1\\b-2a=2\\c-2b=-5\\-2c=-6\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}a=1\\b=4\\c=3\end{cases}$

ومنه: $P(x)=(x-2)(x^2+4x+3)$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x)=0$ (4×0.25)

$P(x)=0$ تعني: أو $\begin{cases}x-2=0\\x^2+4x+3=0\end{cases}$

ومنه: $\begin{cases}x=2\\\Delta=4 \quad x=-3 \quad x=-1\end{cases}$ أو

إذا: $S=\{-3;-1;2\}$

استنتاج حلول المعادلة

لدينا: $-6x^6-5x^4+2x^2+1=0$

ومنه: $x^6\left(-6-5\frac{1}{x^2}+2\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^6}\right)=0$

ومنه: $x^6\left(-6-5\left(\frac{1}{x}\right)^2+2\left(\frac{1}{x^2}\right)^2+\left(\frac{1}{x^2}\right)^3\right)=0$ (0.5)

نضع: $X=\frac{1}{x^2}$

ومنه: $\frac{1}{X^3}\left(-6-5X+2X^2+X^3\right)=0$

ومنه: $-6-5X+2X^2+X^3=0$ (0.5)

من السؤال السابق نجد:

ومنه: $\frac{1}{x^2}=-3$ مرفوض، $\frac{1}{x^2}=-1$ مرفوض $\begin{cases}X_1=-3\\X_2=-1\\X_3=2\end{cases}$

$\frac{1}{x^2}=2$ ومنه: $\frac{1}{x}=\sqrt{2}$ أو $\frac{1}{x}=-\sqrt{2}$ (0.5)

ومنه: $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ومنه: $S=\left\{\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{-1}{\sqrt{2}}\right\}$

4. دراسة إشارة $P(x)$ (0.25+0.25+0.25)

$P(x)=(x-2)(x^2+4x+3)$

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$x-2$	$-$		$\|$		$\|$		0	$+$	
x^2+4x+3	$+$		0	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	
$P(x)$	$-$		0	$+$	0	$-$	0	$+$	

2. استنتاج اتجاه تغير الدالة: (0.75)

- تعيين حلول المتراجحة $x^2+2x-5\leq\frac{6}{x}$

لدينا: $x^2+2x-5\leq\frac{6}{x}$ يعني: $x^2+2x-5-\frac{6}{x}\leq 0$

ومنه: $\dfrac{x^3+2x^2-5x-6}{x}\le 0$ ومنه: $\dfrac{P(x)}{x}\le 0$ (0.25)

(0.75)

x	$-\infty$	-3	-1	0	2	$+\infty$
$P(x)$	$-$	0	$+$ 0	$-$	0	$+$
x	$-$			0		$+$
$\frac{P(x)}{x}$	$+$	0	$-$ $0+$	0	$-$	$+$

إذا: $S=[-3;-1]\cup]0;2]$ (0.25)

التمرين 03:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{x^2+\alpha x+\beta}{x^2+1}$

I. تعيين العددين الحقيقين α و β : (0.5+0.5)

لدينا: $\begin{cases} f(0)=1 \\ f'(0)=-2 \end{cases}$ ومنه: $f(0)=\dfrac{\beta}{1}=1$ ومنه: $\boxed{\beta=1}$

ولدينا الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي:

$$f'(x)=\frac{(2x+\alpha)(x^2+1)-2x(x^2+\alpha x+1)}{(x^2+1)^2}$$

ومنه: $f'(x)=\dfrac{-\alpha x^2+\alpha}{(x^2+1)^2}$

$f'(0)=-2$ يعني: $f'(0)=\dfrac{-\alpha.0^2+\alpha}{(0^2+1)^2}=\alpha=-2$

II. نضع : $\alpha=-2$ و $\beta=1$: $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x^2+1}$

1. حساب الدالة المشتقة للدالة f (0.5)

لدينا: $f'(x)=\dfrac{2x^2-2}{(x^2+1)^2}$

دراسة إشارتها (0.5)

$f'(x)=0$ تعني: $2x^2-2=0$ ومنه: $x^2=1$

إذا: $x_1=1$ او $x_2=-1$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$ 0	$+$

ومنه النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

6. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=-f(x)+1$

- جدول تغيرات الدالة g (0.75)

الدالة f متزايدة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $[-1;1]$

جدول التغيرات: (0.5)

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$ 0	$+$
$f(x)$		2	0	

3. كتابة معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

لدينا: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ومنه: $y=f'(0)(x-0)+f(0)$

إذا: $(T): y=-2x+1$ (0.5)

دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (T) (0.5)

$$f(x)-y=\frac{x^2-2x+1}{x^2+1}-(-2x+1)$$

ومنه: $f(x)-y=\dfrac{2x^3}{x^2+1}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(Δ)تحت(Cf)		اختراق		(Δ)فوق(Cf)

4. حصر للدالة f على المجال $[-1;1]$ (0.5)

لدينا $-1\le x\le 1$ والدالة f متناقصة على المجال $[-1;1]$

ومنه: $f(1)\le f(x)\le f(-1)$ أي $\boxed{0\le f(x)\le 2}$

5. بين أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) (0.75)

لدينا: $x\in D_f$ يعني $x\in\mathbb{R}$ ومنه: $(2\alpha-x)\in\mathbb{R}$

ولدينا:

$$f(2\alpha-x)+f(x)=f(-x)+f(x)$$
$$=\frac{x^2+2x+1}{x^2+1}+\frac{x^2-2x+1}{x^2+1}$$
$$=\frac{2(x^2+1)}{(x^2+1)}=2=2\beta$$

الدالة g متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$ ومتزايدة على المجال $[-1;1]$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g(x)$		↘		↗		↘	

7.التمثيل البياني الذي يمثل (C_f) هو (C_2) لأن:

لدينا الدالة f تقبل قيمة حدية تساوي 0 ومنه $f(x)\geq 0$

ولدينا: ومنه الدالة f متزايدة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $[-1;1]$ **(0.5)**

ومنه: التمثيل الممثل للدالة f هو (C_2) **(0.25)**

8. لتكن الدالة k معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة:

$$k(x)=\frac{|x^2-2x+1|}{x^2+1}$$ **(0.5+0.5)**

شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم رسمه.

لدينا: $k(x)=|f(x)|$

ولدينا $f(x)\geq 0$ ومنه (C_k) ينطبق على (C_f) في مجموعة تعريفها