

الجزء الأول : (12 نقطة)

التمرين الأول : (03 نقاط)

1/ أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 112 و 567

2/ أكتب العدد  $\frac{112}{567}$  على شكل كسر غير قابل للاختزال .

3/ أكتب العدد  $N$  على أبسط شكل ممكن حيث :  $N = 3\sqrt{112} - \sqrt{567}$  .

4/ بين أن :  $\frac{9}{N} - \frac{N}{7} = 0$  .

التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن العبارة الجبرية  $M$  حيث :

$$M = 11^2 - (2x - 3)^2 - (2x + 8)$$

1/ أنشر ثم بسط العبارة  $M$  .

2/ حل العبارة  $11^2 - (2x - 3)^2$  ثم استنتج تحليلا للعبارة الجبرية  $M$  .

3/ حل المعادلة :  $(2x + 8)(-2x + 13) = 0$  .

التمرين الثالث : (03 نقاط)

الشكل المقابل مرسوم بأبعاد غير حقيقية

1/ بين أن المثلث  $ABC$  قائم ثم أحسب الطول  $BC$  .

2/ بين أن المستقيمين  $(BF)$  و  $(ED)$  متوازيان .

3/ أحسب الطول  $ED$  .

4/ أحسب  $\tan \widehat{ACB}$  ثم استنتج قياس الزاوية  $\widehat{ACB}$  بالتدوير إلى الدرجة

التمرين الرابع : (03 نقاط)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  حيث وحدة الطول هي السنتيمتر .

1/ علم النقط :  $E(1; 3)$  ;  $F(3; -1)$  ;  $G(-5; 0)$

2/ أحسب الطول  $EF$  ثم بين طبيعة المثلث  $EFG$  علما أن  $EG = 3\sqrt{5} \text{ cm}$  و  $FG = \sqrt{65} \text{ cm}$

3/ أنشئ النقطة  $I$  حيث :  $\vec{GI} = \vec{IF}$  ثم أحسب إحداثيتي النقطة  $I$  .

4/ أنشئ النقطة  $H$  صورة النقطة  $E$  بالدوران الذي مركزه  $I$  و زاويته  $180^\circ$  ، ثم حدد طبيعة الرباعي  $EFHG$

## الجزء الثاني : (08 نقاط)

## المسألة

أيوب وعبد الرحمان يعملان كتجار بالتجزئة في مجال الهواتف الذكية وملحقاتها، وقد توجّه الاثنان إلى محل البيع بالجملة لشراء كميات من نفس النوع من الهواتف الذكية و من حافظات الهاتف (Phone Cover) حيث :  
 قام أيوب بشراء 18 هاتفًا و 20 حافظة للهاتف بمبلغ  $542\,000\text{ DA}$  ، بينما اشترى عبد الرحمان 6 هواتف و 10 حافظات للهاتف بمبلغ  $181\,000\text{ DA}$  .

1/ ما هو ثمن الهاتف الواحد و ثمن الحافظة الواحدة ؟

يُعرض في محل البيع بالجملة سماعات لاسلكية تعمل بتقنية البلوتوث بسعر  $800\text{ DA}$  للسماعة الواحدة و ذلك عند الدفع نقدًا في المحل ، وعند شرائه من الموقع الإلكتروني الخاص بالمحل عبر بطاقة الدفع البنكي ، يتم تخفيض سعر السماعة الواحدة بنسبة  $25\%$  ، مع إضافة تكاليف التوصيل وهي  $2\,000\text{ DA}$  ، مهما كان عدد السماعات المشتراة .

يريد أيوب شراء 5 سماعات لاسلكية بينما يريد عبد الرحمان شراء 15 سماعة لاسلكية

2/ فما هو الخيار الأفضل لكل منهما : شراء السماعات اللاسلكية من المحل نقدًا أم الشراء من

الموقع الإلكتروني ؟ علل؟

3/ باعتبار  $x$  عدد السماعات اللاسلكية المشتراة و بالاستعانة بتمثيل بياني ، ابتداءً من أي قيمة ل  $x$

يكون الشراء عبر الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء في المحل نقدًا .

(نأخذ 1 cm على محور الفواصل يمثل سماعتين لاسلكيتين و 1 cm على محور الترتيب يمثل  $1\,000\text{ DA}$ )

تمنيتي لكم النجاح في شهادة التعليم المتوسط

## حل التمرين الأول :

1/ حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 112 و 567

$$567 = 112 \times 5 + 7$$

$$112 = 7 \times 16 + 0$$

إذن :  $PGCD(567; 112) = 7$

2/ كتابة العدد  $\frac{112}{567}$  على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$\frac{112}{567} = \frac{112 \div 7}{567 \div 7} = \frac{16}{81}$$

3/ كتابة العدد N على أبسط شكل ممكن

$$\begin{aligned} N &= 3\sqrt{112} - \sqrt{567} = 3\sqrt{16 \times 7} - \sqrt{81 \times 7} \\ &= 3 \times 4\sqrt{7} - 9\sqrt{7} \\ &= 12\sqrt{7} - 9\sqrt{7} \\ &= (12 - 9)\sqrt{7} \\ &= 3\sqrt{7} \end{aligned}$$

4/ إثبات أن  $\frac{9}{N} - \frac{N}{7} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{9}{N} - \frac{N}{7} &= \frac{9}{3\sqrt{7}} - \frac{3\sqrt{7}}{7} = \frac{9 \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \times \sqrt{7}} - \frac{3\sqrt{7}}{7} \\ &= \frac{9\sqrt{7}}{3 \times 7} - \frac{3\sqrt{7}}{7} \\ &= \frac{3\sqrt{7}}{7} - \frac{3\sqrt{7}}{7} = 0 \end{aligned}$$

## حل التمرين الثاني :

1/ نشر و تبسيط العبارة M .

$$\begin{aligned} M &= 11^2 - (2x - 3)^2 - (2x + 8) \\ M &= 121 - [(2x)^2 + 3^2 - 2 \times 2x \times 3] - 2x - 8 \\ M &= 121 - (4x^2 + 9 - 12x) - 2x - 8 \\ M &= 121 - 4x^2 - 9 + 12x - 2x - 8 \\ M &= -4x^2 + 10x + 104 \end{aligned}$$

2/ تحليل العبارة  $11^2 - (2x - 3)^2$  ثم استنتاج تحليل العبارة M

$$\begin{aligned} 11^2 - (2x - 3)^2 &= [11 - (2x - 3)][11 + (2x - 3)] \\ &= (11 - 2x + 3)(11 + 2x - 3) \\ &= (-2x + 14)(2x + 8) \\ M &= 11^2 - (2x - 3)^2 - (2x + 8) \\ M &= (-2x + 14)(2x + 8) - (2x + 8) \\ M &= (2x + 8)[(-2x + 14) - 1] \\ M &= (2x + 8)(-2x + 13) \end{aligned}$$

3/ حل المعادلة :  $(2x + 8)(-2x + 13) = 0$

$$(2x + 8)(-2x + 13) = 0$$

$$2x + 8 = 0 \quad \text{أو} \quad -2x + 13 = 0$$

$$2x = -8 \quad \text{أو} \quad -2x = -13$$

$$x = \frac{-8}{2} \quad \text{أو} \quad x = \frac{-13}{-2}$$

$$x = -4 \quad \text{أو} \quad x = 6,5$$

للمعادلة حلين هما 6,5 و -4

## حل التمرين الثالث :

1/ إثبات أن المثلث ABC قائم و حساب الطول BC

• من الشكل نلاحظ أن في المثلث ABC لدينا :

$$AF = \frac{1}{2}BC \quad \text{أي} \quad AF = FC = FB$$

أي طول المتوسط [AF] يساوي نصف طول الضلع [BC] وبالتالي المثلث ABC قائم في A حسب الخاصية العكسية للمتوسط المتعلق بالوتر

• بما أن المثلث ABC قائم في A فإن حسب نظرية فيثاغورس

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$BC^2 = 36 + 64$$

$$BC^2 = 100$$

$$BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

2/ إثبات أن المستقيمين (BF) و (ED) متوازيان

بما أن :

$$\left. \begin{aligned} \frac{AD}{AF} &= \frac{5+4}{5} = \frac{9}{5} = 1,8 \\ \frac{AE}{AB} &= \frac{6+4,8}{6} = \frac{10,8}{6} = 1,8 \end{aligned} \right\} \quad \frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AB}$$

و النقط A,B,E و A,F,D في استقامية و بنفس الترتيب فإن حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس المستقيمين (BF) و (ED) متوازيان

3/ حساب الطول ED

بما أن (ED) // (BF) فإن حسب خاصية طالس

$$\begin{aligned} \frac{AD}{AF} &= \frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BF} \\ \frac{9}{5} &= \frac{6}{10,8} = \frac{ED}{5} \\ ED &= \frac{5 \times 9}{5} = 9 \text{ cm} \end{aligned}$$

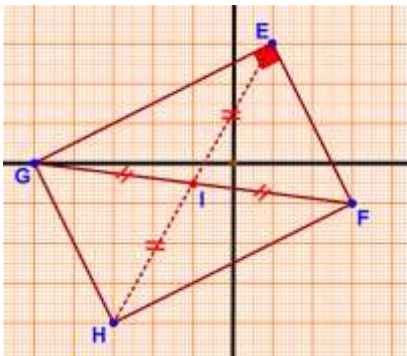
4/ حساب  $\tan \widehat{ACB}$  ثم استنتاج قياس الزاوية  $\widehat{ACB}$

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = 0,75$$

باستعمال الآلة الحاسبة و بالتدوير إلى الدرجة نجد :  $\widehat{ACB} = 37^\circ$

## حل التمرين الرابع :

1/ تعليم النقط



2/ حساب الطول EF و تحديد طبيعة المثلث EFG

$$EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$$

$$EF = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-1 - 3)^2}$$

$$EF = \sqrt{2^2 + (-4)^2}$$

$$EF = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

نوع المثلث EFG .

$$FG^2 = (\sqrt{65})^2 = 65$$

لدينا

$$EG^2 + EF^2 = (3\sqrt{5})^2 + (\sqrt{20})^2 = 9 \times 5 + 20 = 65$$

بما أن  $FG^2 = EG^2 + EF^2$  فإن حسب خاصية فيثاغورس

العكسية المثلث EFG قائم في E

إذن سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض هو 600 DA بالإضافة إلى تكاليف التوصيل 2 000 DA

ملاحظة : يمكنكم حساب مقدار التخفيض أولاً ثم استنتاج سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض

- حساب ثمن شراء 5 سماعات لاسلكية

$$800 \times 5 = 4\,000$$

ثمن شراء 5 سماعات من المحل نقداً هو : 4 000 DA

$$600 \times 5 + 2\,000 = 3\,000 + 2\,000 = 5\,000$$

ثمن شراء 5 سماعات من الموقع الإلكتروني هو : 5 000 DA

✓ إذن الخيار الأفضل لأبوب هو الشراء من المحل نقداً

- حساب ثمن شراء 15 سماعة لاسلكية

$$800 \times 15 = 12\,000$$

ثمن شراء 15 سماعة من المحل نقداً هو : 12 000 DA

$$600 \times 15 + 2\,000 = 9\,000 + 2\,000 = 11\,000$$

ثمن شراء 15 سماعة من الموقع الإلكتروني هو : 11 000 DA

✓ إذن الخيار الأفضل لعبد الرحمان هو الشراء من الموقع الإلكتروني

3/ بالاستعانة بالتمثيل البياني نقوم بتحديد قيمة  $x$  التي ابتداءً منها يكون الشراء من الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء نقداً من المحل

ليكن  $x$  عدد السماعات اللاسلكية المشتراة

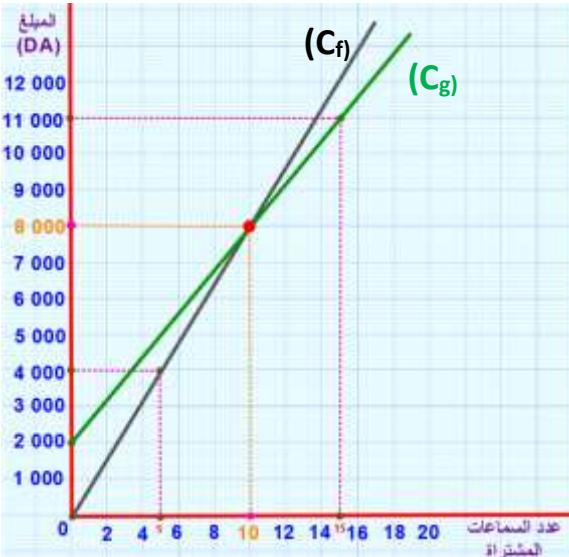
$f(x)$  مبلغ شراء السماعات اللاسلكية من المحل نقداً

$g(x)$  مبلغ شراء السماعات اللاسلكية من الموقع الإلكتروني

إذن :  $f(x) = 800x$  و  $g(x) = 600x + 2\,000$

$x$	0	5
$f(x)$	0	4 000

$x$	0	15
$g(x)$	2 000	11 000



بقراءة بيانية نلاحظ أن :

التمثيلان البيانيان للـ  $f$  و  $g$  يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 10 و التمثيل البياني للـ  $g$  يقع تحت التمثيل البياني للـ  $f$

عندما يكون  $x$  أكبر من 10

و عليه يكون الشراء من الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء نقداً من

المحل إذا كان عدد السماعات المشتراة أكبر من 10

تمنياتي لكم النجاح في شهادة التعليم المتوسط

### 3/ حساب إحداثيي النقطة I

لدينا :  $\vec{GI} = \vec{IF}$  معناه أن النقطة I منتصف القطعة [GF]

و بالتالي :

$$I\left(\frac{x_G+x_F}{2}; \frac{y_G+y_F}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{-5+3}{2}; \frac{0+(-1)}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{-2}{2}; \frac{-1}{2}\right)$$

$$I(-1; -0,5)$$

### 4/ تحديد طبيعة الرباعي EFHG

لدينا : حسب ما سبق النقطة I منتصف [GF] ..... 1

و النقطة I منتصف [HE] (من خواص الدوران) .... 2

من 1 و 2 نستنتج أن الرباعي EFHG قطراه [GF] و [HE] متناصفان و متقايسان و بالتالي هو مستطيل

ملاحظة : يوجد طرق أخرى لتحديد طبيعة الرباعي .

### حل المسألة :

#### 1/ حساب ثمن الهاتف الواحد و ثمن الحافظة الواحدة

نرمز لثمن الهاتف الواحد ب :  $x$

و لثمن حافظة الهاتف الواحدة ب :  $y$

فنتحصل على جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} 18x + 20y = 542\,000 & \dots\dots\dots 1 \\ 6x + 10y = 181\,000 & \dots\dots\dots 2 \end{cases}$$

- حساب  $x$

نضرب المعادلة 2 في -2 :

$$\begin{cases} 18x + 20y = 542\,000 & \dots\dots\dots 1 \\ -12x - 20y = -362\,000 & \dots\dots\dots 3 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين 1 و 3 طرفاً لطرف فنجد :

$$18x + 20y - 12x - 20y = 542\,000 - 362\,000$$

$$6x = 180\,000$$

$$x = \frac{180\,000}{6} = 30\,000$$

- حساب  $y$

نعوض قيمة  $x$  ب 30 000 في المعادلة 2 فنجد :

$$6 \times 30\,000 + 10y = 181\,000$$

$$180\,000 + 10y = 181\,000$$

$$10y = 181\,000 - 180\,000$$

$$10y = 1\,000$$

$$y = \frac{1\,000}{10} = 100$$

حل هذه الجملة هي الثنائية : (30 000 ; 100)

و بالتالي : ثمن الهاتف الواحد هو : 30 000 DA

و ثمن حافظة الهاتف الواحدة هو : 100 DA

#### 2/ تحديد الخيار الأفضل لكل من أبوب و عبد الرحمان

لدينا سعر السماعة الواحدة هو 800 DA عند الدفع نقداً من المحل

و عند الشراء من الموقع الإلكتروني يتم تخفيض سعر السماعة

الواحدة بنسبة 25%

- نبحث أولاً عن سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض

$$800 \times (1 - 25\%) = 800 \times 0,75 = 600$$

السؤال	المعيار	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة
1	1م	<ul style="list-style-type: none"> <li>• توظيف الترميز بحرفين و ترجمة المعطيات بدلالة هذين الحرفين</li> <li>• معرفة كتابة جملة معادلتين</li> <li>• معرفة حل جملة معادلتين</li> <li>• استخلاص الإجابة لغويا</li> </ul>	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات على الأقل	2
	2م	<ul style="list-style-type: none"> <li>• المعطيات مترجمة بدلالة <math>x</math> و <math>y</math> بشكل صحيح</li> <li>• كتابة جملة معادلتين بشكل صحيح</li> <li>• حل جملة معادلتين بشكل صحيح حتى و ان كانت كتابة الجملة خاطئة</li> <li>• التعليق على الحل بشكل صحيح</li> </ul>	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات على الأقل	
2	1م	<ul style="list-style-type: none"> <li>• كتابة عبارة مناسبة لحساب سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض</li> <li>• كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ الذي يدفعه أيوب و عبد الرحمان عند شرائهما للسماعات اللاسلكية من المحل نقدا</li> <li>• كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ الذي يدفعه أيوب و عبد الرحمان عند شرائهما للسماعات اللاسلكية من الموقع الإلكتروني</li> <li>• كتابة الخيار الأفضل لكل من أيوب و عبد الرحمان</li> </ul>	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات على الأقل	2
	2م	<ul style="list-style-type: none"> <li>• حساب سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض وفق العبارة المكتوبة و ان كانت خاطئة</li> <li>• الحساب الصحيح للمبلغ الذي يدفعه أيوب و عبد الرحمان عند شرائهما السماعات من المحل نقدا و من الموقع الإلكتروني وفق العبارتين المكتوبتين و ان كانتا خاطئتان</li> <li>• الإجابة بالخيار الأفضل لكل من أيوب و عبد الرحمان وفق العبارتين المكتوبتين و ان كانتا خاطئتان</li> </ul>	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 1 إن وفق في مؤشرين على الأقل	
3	1م	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ترميز المبلغ المدفوع لشراء السماعات نقدا من المحل ب <math>f(x), y_1, \dots</math></li> <li>• ترميز المبلغ المدفوع لشراء السماعات من الموقع الإلكتروني ب <math>g(x), y_2, \dots</math></li> <li>• التعبير الصحيح عن المبلغ المدفوع لشراء السماعات نقدا من المحل بدلالة <math>x</math></li> <li>• التعبير الصحيح عن المبلغ المدفوع لشراء السماعات من الموقع الإلكتروني بدلالة <math>x</math></li> <li>• إنشاء المعلم المناسب</li> <li>• اختيار نقطتين لتمثيل الدالة الأولى و نقطتين لتمثيل الدالة الثانية</li> <li>• القراءة البيانية للتمثيلين البيانيين للدالتين و تحديد ابتداءا من أي قيمة ل <math>x</math> يكون الشراء من الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء نقدا في المحل</li> </ul>	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين أو ثلاثة 1 إن وفق في 4 أو 5 مؤشرات 1,5 إن وفق في 6 مؤشرات على الأقل	3
	2م	<ul style="list-style-type: none"> <li>• كتابة صحيحة لعبارتي كل من الدالتين الخطية و التآلفية</li> <li>• تعليم النقط المختارة بشكل صحيح</li> <li>• التمثيل الصحيح للدالتين وفق العبارتين المكتوبتين حتى و ان كانتا خاطئتان</li> <li>• بقراءة بيانية ، تحديد ابتداءا من أي قيمة ل <math>x</math> يكون الشراء من الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء نقدا من المحل حتى و ان كانت التمثيلين البيانيين للدالتين غير صحيح</li> <li>• ترجمة القراءة البيانية وفق سياق المشكلة ترجمة صحيحة</li> </ul>	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاث مؤشرات 1,5 ان وفق في أربع مؤشرات على الأقل	
كل المسألة	3م	<ul style="list-style-type: none"> <li>• معقولية النتائج (العدد و المبالغ) محترمة</li> <li>• وحدات القياس (عدد السماعات و المبالغ) معطاة</li> <li>• الأجوبة على الأسئلة المطروحة مصاغة بوضوح</li> <li>• اجراء الحسابات دقيق</li> </ul>	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين على الأقل	0,5
	4م	<ul style="list-style-type: none"> <li>• عدم التشطيب و المقروئية</li> <li>• التمثيلات البيانية دقيقة</li> <li>• التصريح بالإجابة بشكل موجز</li> </ul>	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين على الأقل	