

الجزء الأول : (12 نقطة)

التمرين الأول : (03 نقاط)

1/ أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 112 و 567

2/ أكتب العدد $\frac{112}{567}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

3/ أكتب العدد N على أبسط شكل ممكن حيث : $N = 3\sqrt{112} - \sqrt{567}$

4/ بيّن أن : $\frac{9}{N} - \frac{N}{7} = 0$

التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن العبارة الجبرية M حيث :

$$M = 11^2 - (2x - 3)^2 - (2x + 8)$$

1/ أنشر ثم بسط العبارة M .

2/ حل العبارة $(3 - 2x)^2 - 11^2$ ثم استنتج تحليلًا للعبارة الجبرية M .

3/ حل المعادلة : $(2x + 8)(-2x + 13) = 0$.

التمرين الثالث : (03 نقاط)

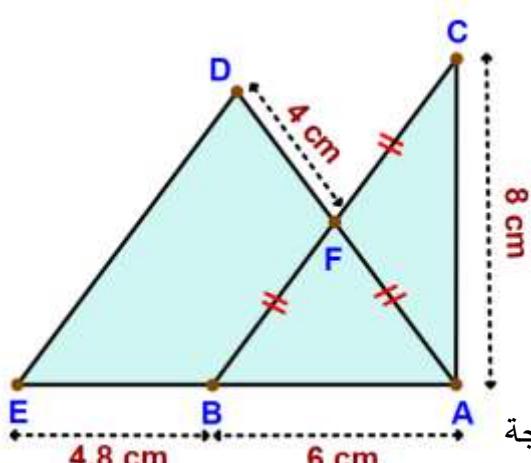
الشكل المقابل مرسوم بأبعاد غير حقيقية

1/ بيّن أن المثلث ABC قائم ثم أحسب الطول BC .

2/ بيّن أن المستقيمين (BF) و (ED) متوازيان .

3/ أحسب الطول ED .

4/ أحسب $\tan \widehat{ACB}$ ثم استنتاج قيس الزاوية \widehat{ACB} بالتدوير إلى الدرجة



التمرين الرابع : (03 نقاط)

المستوي مزود بعلم متعامد و متجانس $(\vec{O}, \vec{I}, \vec{J})$ حيث وحدة الطول هي السنتميتر .

1/ علم النقط : $E(1; 3)$; $F(3; -1)$; $G(-5; 0)$; $H(1; -3)$

2/ أحسب الطول EF ثم بيّن طبيعة المثلث EFG علما أن $EG = 3\sqrt{5}$ cm و $EF = \sqrt{65}$ cm

3/ أنشئ النقطة I حيث : $\vec{GI} = \vec{IF}$ ثم أحسب إحداثياتي النقطة I .

4/ أنشئ النقطة H صورة النقطة E بالدوران الذي مرکزه I و زاويته 180° ، ثم حدد طبيعة الرباعي $EFHG$

الجزء الثاني : (08 نقاط)المسألة

أيوب وعبد الرحمن يعلنان كتجار بالتجزئة في مجال الهواتف الذكية وملحقاتها، وقد توجه الاثنان إلى محل البيع بالجملة لشراء كميات من نفس النوع من الهواتف الذكية و من حافظات الهاتف (Phone Cover) حيث : قام أيوب بشراء 18 هاتفاً و 20 حافظة للهاتف بمبلغ 542 000 DA ، بينما اشتري عبد الرحمن 6 هواتف و 10 حافظات للهاتف بمبلغ 181 000 DA .

1/ ما هو ثمن الهاتف الواحد وثمن الحافظة الواحدة ؟

يُعرض في محل البيع بالجملة سماعات لاسلكية تعمل بتقنية البلوتوث بسعر 800 DA للسماعة الواحدة و ذلك عند الدفع نقداً في المحل ، وعند شرائه من الموقع الإلكتروني الخاص بال محل عبر بطاقة الدفع البنكي ، يتم تخفيض سعر السماعة الواحدة بنسبة 25 % ، مع إضافة تكاليف التوصيل وهي 2 000 DA ، مهما كان عدد السماعات المشترية .

يريد أيوب شراء 5 سماعات لاسلكية بينما يريد عبد الرحمن شراء 15 سماعة لاسلكية 2/ فما هو الخيار الأفضل لكل منهما : شراء السماعات اللاسلكية من المحل نقداً أم الشراء من الموقع الإلكتروني ؟ علل؟

3/ باعتبار x عدد السماعات اللاسلكية المشترية و بالاستعانة بتمثيل بياني ، ابتداءً من أي قيمة ل x يكون الشراء عبر الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء في المحل نقداً .

(نأخذ 1 cm على محور الفواصل يمثل سماعتين لاسلكيتين و 1 cm على محور التراتيب يمثل 1 000 DA)

تمنياتي لكم النجاح في شهادة التعليم المتوسط

أي طول المتوسط $[AF]$ يساوي نصف طول الضلع $[BC]$ وبالتالي المثلث ABC قائم في A حسب الخاصية العكسية للمتوسط المتعلق بالوتر

- بما أن المثلث ABC قائم في A فإن حسب نظرية فيتاغورس

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$BC^2 = 36 + 64$$

$$BC^2 = 100$$

$$BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

/2 إثبات أن المستقيمين (BF) و (ED) متوازيان

بما أن :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AD}{AF} = \frac{5+4}{5} = \frac{9}{5} = 1,8 \\ \frac{AE}{AB} = \frac{6+4,8}{6} = \frac{10,8}{6} = 1,8 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AB} \end{array} \right.$$

و النقط A, B, E و A, F, D في استقامية و بنفس الترتيب فإن حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس المستقيمين (BF) و (ED) متوازيان

3/ حساب الطول

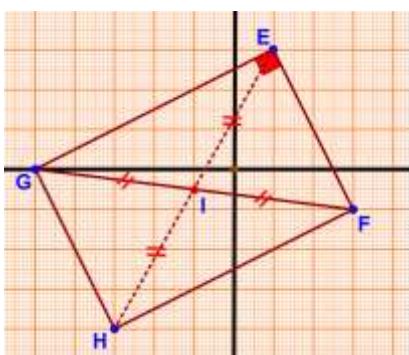
بما أن $(ED) \parallel (BF)$ فإن حسب خاصية طالس

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BF} \\ \frac{9}{5} = \frac{10,8}{6} = \frac{ED}{5} \\ ED = \frac{5 \times 9}{5} = 9 \text{ cm} \end{array} \right.$$

4/ حساب \widehat{ACB} ثم استنتاج قيس الزاوية

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = 0,75$$

باستعمال الآلة الحاسبة و بالتدوير إلى الدرجة نجد :



حل التمرين الرابع :

1/ تعلم النقط

2/ حساب الطول EF و تحديد طبيعة المثلث

$$EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$$

$$EF = \sqrt{(3 - 1)^2 + (-1 - 3)^2}$$

$$EF = \sqrt{2^2 + (-4)^2}$$

$$EF = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

. نوع المثلث

$$FG^2 = (\sqrt{65})^2 = 65 \quad \text{لدينا}$$

$$EG^2 + EF^2 = (3\sqrt{5})^2 + (\sqrt{20})^2 = 9 \times 5 + 20 = 65$$

بما أن $FG^2 = EG^2 + EF^2$ فإن حسب خاصية فيتاغورس

العكسية المثلث EFG قائم في

حل التمرين الأول :

1/ حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 112 و 567

$$567 = 112 \times 5 + 7$$

$$112 = 7 \times 16 + 0$$

إذن : $PGCD(567; 112) = 7$

2/ كتابة العدد $\frac{112}{567}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$\frac{112}{567} = \frac{112 \div 7}{567 \div 7} = \frac{16}{81}$$

3/ كتابة العدد N على أبسط شكل ممكن

$$N = 3\sqrt{112} - \sqrt{567} = 3\sqrt{16 \times 7} - \sqrt{81 \times 7}$$

$$= 3 \times 4\sqrt{7} - 9\sqrt{7}$$

$$= 12\sqrt{7} - 9\sqrt{7}$$

$$= (12 - 9)\sqrt{7}$$

$$= 3\sqrt{7}$$

$$\frac{9}{N} - \frac{N}{7} = 0$$

$$\frac{9}{N} - \frac{N}{7} = \frac{9}{3\sqrt{7}} - \frac{3\sqrt{7}}{7} = \frac{9 \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \times \sqrt{7}} - \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$= \frac{9\sqrt{7}}{3\sqrt{7}} - \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$= \frac{3\sqrt{7}}{7} - \frac{3\sqrt{7}}{7} = 0$$

حل التمرين الثاني :

1/ نشر و تبسيط العبارة M

$$M = 11^2 - (2x - 3)^2 - (2x + 8)$$

$$M = 121 - [(2x)^2 + 3^2 - 2 \times 2x \times 3] - 2x - 8$$

$$M = 121 - (4x^2 + 9 - 12x) - 2x - 8$$

$$M = 121 - 4x^2 - 9 + 12x - 2x - 8$$

$$M = -4x^2 + 10x + 104$$

2/ تحليل العبارة $11^2 - (2x - 3)^2$ ثم استنتاج تحليل العبارة

$$11^2 - (2x - 3)^2 = [11 - (2x - 3)][11 + (2x - 3)] = (11 - 2x + 3)(11 + 2x - 3) = (-2x + 14)(2x + 8)$$

$$M = 11^2 - (2x - 3)^2 - (2x + 8)$$

$$M = (-2x + 14)(2x + 8) - (2x + 8)$$

$$M = (2x + 8)[(-2x + 14) - 1]$$

$$M = (2x + 8)(-2x + 13)$$

3/ حل المعادلة : $(2x + 8)(-2x + 13) = 0$

$$(2x + 8)(-2x + 13) = 0$$

$$2x + 8 = 0 \quad \text{أو} \quad -2x + 13 = 0$$

$$2x = -8 \quad \text{أو} \quad -2x = -13$$

$$x = \frac{-8}{2} \quad \text{أو} \quad x = \frac{-13}{-2}$$

$$x = -4 \quad \text{أو} \quad x = 6,5$$

للمعادلة حلول هما 6,5 و -4

حل التمرين الثالث :

1/ إثبات أن المثلث ABC قائم و حساب الطول

• من الشكل نلاحظ أن في المثلث ABC لدينا :

$$AF = \frac{1}{2}BC \quad \text{أي} \quad AF = FC = FB$$

إذن سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض هو 600 DA بالإضافة إلى تكاليف التوصيل 2 000 DA

ملاحظة : يمكنكم حساب مقدار التخفيض أولاً ثم استنتاج سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض

- حساب ثمن شراء 5 سماعات لاسلكية

$$800 \times 5 = 4000$$

ثمن شراء 5 سماعات من المحل نقداً هو : 4 000 DA

$$600 \times 5 + 2000 = 3000 + 2000 = 5000$$

ثمن شراء 5 سماعات من الموقع الإلكتروني هو : 5000 DA

✓ إذن الخيار الأفضل لأيوب هو الشراء من المحل نقداً

- حساب ثمن شراء 15 سماعة لاسلكية

$$800 \times 15 = 12000$$

ثمن شراء 15 سماعة من المحل نقداً هو : 12 000 DA

$$600 \times 15 + 2000 = 9000 + 2000 = 11000$$

ثمن شراء 15 سماعة من الموقع الإلكتروني هو : 11 000 DA

✓ إذن الخيار الأفضل بعد الرحمان هو الشراء من الموقع الإلكتروني

3/ بالاستعانة بالتمثيل البياني نقوم بتحديد قيمة x التي ابتدأ منها

يكون الشراء من الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء نقداً من المحل

ليكن x عدد السماعات اللاسلكية المشتراء

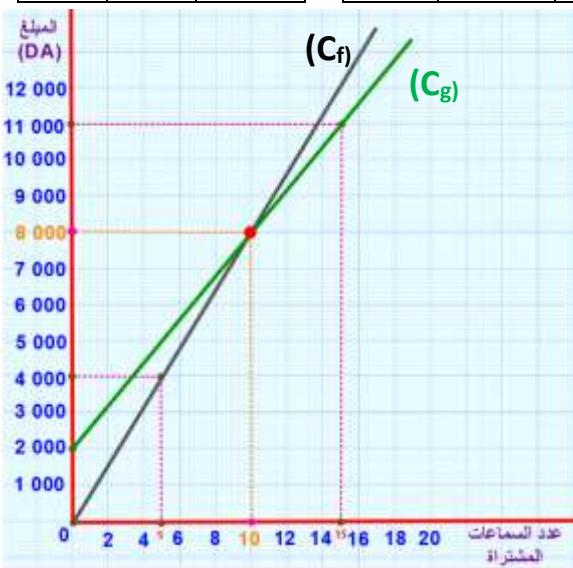
($f(x)$) مبلغ شراء السماعات اللاسلكية من المحل نقداً

($g(x)$) مبلغ شراء السماعات اللاسلكية من الموقع الإلكتروني

إذن : $g(x) = 600x + 2000$ و $f(x) = 800x$

x	0	5
$f(x)$	0	4 000

x	0	15
$g(x)$	2 000	11 000



بقراءة بيانية نلاحظ أن :

التمثيلان البيانيان للدالتي f و g يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها

10 و التمثيل البياني للدالة g يقع تحت التمثيل البياني للدالة f

عندما يكون x أكبر من 10

و عليه يكون الشراء من الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء نقداً من

المحل إذا كان عدد السماعات المشتراء أكبر من 10

أتمنى لكم النجاح في شهادة التعليم المتوسط

3/ حساب أحداثي النقطة

لدينا : $\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{IF}$ معناه أن النقطة I منتصف القطعة $[GF]$

$$\text{و بالتالي : } I\left(\frac{x_G+x_F}{2}; \frac{y_G+y_F}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{-5+3}{2}; \frac{0+(-1)}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{-2}{2}; \frac{-1}{2}\right)$$

$$I(-1; -0,5)$$

4/ تحديد طبيعة الرباعي EFHG

لدينا : حسب ما سبق النقطة I منتصف $[GF]$ 1

و النقطة I منتصف $[HE]$ (من خواص الدوران) 2

من 1 و 2 نستنتج أن الرباعي $EFHG$ قطراء $[GF]$ و $[HE]$

متناصفان و متقاريان و بالتالي هو مستطيل

ملاحظة : يوجد طرق أخرى لتحديد طبيعة الرباعي .

حل المسألة :

1/ حساب ثمن الهاتف الواحد وثمن الحافظة الواحدة

نرمز لثمن الهاتف الواحد ب : x

و لثمن حافظة الهاتف الواحد ب : y

فنتحصل على جملة المعادلين التالية :

$$\begin{cases} 18x + 20y = 542000 \\ 6x + 10y = 181000 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}$$

حساب x

نضرب المعادلة 2 في -2 :

$$\begin{cases} 18x + 20y = 542000 \\ -12x - 20y = -362000 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 3 \end{array}$$

نجمع المعادلين 1 و 3 طرقاً لطرف فنجد :

$$18x + 20y - 12x - 20y = 542000 - 362000$$

$$6x = 180000$$

$$x = \frac{180000}{6} = 30000$$

حساب y

نوضع قيمة x ب 30 000 في المعادلة 2 فنجد :

$$6 \times 30000 + 10y = 181000$$

$$180000 + 10y = 181000$$

$$10y = 181000 - 180000$$

$$10y = 1000$$

$$y = \frac{1000}{10} = 100$$

حل هذه الجملة هي الثانية : (30 000 ; 100)

و بالتالي : ثمن الهاتف الواحد هو : 30 000 DA

و ثمن حافظة الهاتف الواحد هو : 100 DA

2/ تحديد الخيار الأفضل لكل من أيوب و عبد الرحمان

لدينا سعر السماعة الواحدة هو 800 DA عند الدفع نقداً من المحل

و عند الشراء من الموقع الإلكتروني يتم تخفيض سعر السماعة

الواحدة بنسبة 25%

• نبحث أولاً عن سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض

$$800 \times (1 - 25\%) = 800 \times 0,75 = 600$$

النوع	سلم التقييم	المؤشرات	نوع
2	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاثة مؤشرات على الأقل	<ul style="list-style-type: none"> • توظيف الترميز بحروفين و ترجمة المعطيات بدلالة هذين الحرفين • معرفة كتابة جملة معادلتين • معرفة حل جملة معادلتين • استخلاص الإجابة لغويًا 	1م 1
	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاثة مؤشرات على الأقل	<ul style="list-style-type: none"> • المعطيات مترجمة بدلالة x و y بشكل صحيح • كتابة جملة معادلتين بشكل صحيح • حل جملة معادلتين بشكل صحيح حتى و ان كانت كتابة الجملة خاطئة • التعليق على الحل بشكل صحيح 	
2	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاثة مؤشرات على الأقل	<ul style="list-style-type: none"> • كتابة عبارة مناسبة لحساب سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض • كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ الذي يدفعه أيوب و عبد الرحمن عند شرائهما للسماعات اللاسلكية من المحل نقدا • كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ الذي يدفعه أيوب و عبد الرحمن عند شرائهما للسماعات اللاسلكية من الموقع الإلكتروني • كتابة الخيار الأفضل لكل من أيوب و عبد الرحمن 	1م 2
	0,5 إن وفق في مؤشر واحد 1 إن وفق في مؤشرين على الأقل	<ul style="list-style-type: none"> • حساب سعر السماعة الواحدة بعد التخفيض صحيح وفق العبارة المكتوبة و ان كانت خاطئة • الحساب الصحيح للمبلغ الذي يدفعه أيوب و عبد الرحمن عند شرائهما للسماعات من المحل نقدا و من الموقع الإلكتروني وفق العبارتين المكتوبتين و ان كانتا خاطئتان • الإجابة بال الخيار الأفضل لكل من أيوب و عبد الرحمن وفق العبارتين المكتوبتين و ان كانتا خاطئتان 	
3	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين أو ثلاثة 1 إن وفق في 4 أو 5 مؤشرات 1,5 إن وفق في 6 مؤشرات على الأقل	<ul style="list-style-type: none"> • ترميز المبلغ المدفوع لشراء السماعات نقدا من المحل ب $f(x), y_1, \dots$ • ترميز المبلغ المدفوع لشراء السماعات من الموقع الإلكتروني ب $g(x), y_2, \dots$ • التعبير الصحيح عن المبلغ المدفوع لشراء السماعات نقدا من المحل بدلالة x • التعبير الصحيح عن المبلغ المدفوع لشراء السماعات من الموقع الإلكتروني بدلالة x • إنشاء المعلم المناسب • اختيار نقطتين لتمثيل الدالة الأولى و نقطتين لتمثيل الدالة الثانية • القراءة البيانية للتعمليين البيانيين للدالتين و تحديد ابتداء من أي قيمة ل x يكون الشراء من الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء نقدا في المحل 	1م 3
0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين 1 إن وفق في ثلاثة مؤشرات 1,5 إن وفق في أربع مؤشرات على الأقل	<ul style="list-style-type: none"> • كتابة صحيحة لعبارة كل من الدالتين الخطية و التاليفية • تعليم النقط المختارة بشكل صحيح • التمثيل الصحيح للدالتين وفق العبارتين المكتوبتين حتى و ان كانتا خاطئتان • بقراءة بيانية ، تحديد ابتداء من أي قيمة ل x يكون الشراء من الموقع الإلكتروني أفضل من الشراء نقدا من المحل حتى و ان كانت التعمليين البيانيين للدالتين غير صحيح • ترجمة القراءة البيانية وفق سياق المشكلة ترجمة صحيحة 		
0,5	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين على الأقل	<ul style="list-style-type: none"> • معقولية النتائج (العدد و المبالغ) محترمة • وحدات القياس (عدد السماعات و المبالغ) معطاة • الأجبوبة على الأسئلة المطروحة مصاغة بوضوح • اجراء الحسابات دقيق 	3م كل المسألة
0,5	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,5 إن وفق في مؤشرين على الأقل	<ul style="list-style-type: none"> • عدم التشطيب و المقرؤية • التعمليات البيانية دقيقة • التصريح بالإجابة بشكل موجز 	