1-عمليات على الأعداد النسبية

1) **مقارنة عددين نسبيين:** لمقارنتهما نميز ثلاثة حالات

❖ **الحالة الأولى**- العددين سالبين معا : كلما كان العدد ابعد عن 0 كان أصغر

❖ **الحالة الثانية** -العددين موجبين معا : كلما كان العدد ابعد عن 0 كان أكبر

❖ **الحالة الثالثة**- العددين مختلفين في إشارة : كل عدد موجب أكبر من أي عدد سالب

✓ ملاحظة

لنجد مسافة عدد إلى 0 نترك إشارته (مسافة 5+ الى 0 هي 5 ، مسافة 7- الى 0 هي 7)

العدد الأبعد هو العدد ذو مسافة اكبر (8- ابعد عن 0 من 6+ لكن 6+ اكبر من 8-)

2) **جمع عددين نسبيين:** لجمع عددين نسبيين نميز حالتين

❖ **الحالة الأولى**- العددين من نفس إشارة: نجمع العددين بدون إشارة ثم نضف الإشارة المشتركة

$$(-7) + (-5) = -(7 + 5) = -12$$

❖ **الحالة الثانية** - العددين مختلفين في إشارة : نطرح العددين بدون إشارة ثم نضف إشارة الأبعد

$$(-7) + (+5) = -(7 - 5) = -2$$

3) **طرح عددين نسبيين:** لطرح عددين نسبيين نعتمد على هذه الثلاثية (يبقى-يحول-يعكس) ويحول تعني نحول الطرح إلى جمع

$$(-7) - (+5) = (-7) + (-5) = -(7 + 5) = -12$$

يبقى يحول يعكس

4) **جداء عددين نسبيين:** لحساب جداء عددين نسبيين نميز حالتين

❖ **الحالة الاولى**- العددين من نفس إشارة: نضرب العددين بدون إشارة ثم نضف الإشارة +

$$(-6) \times (-5) = +(6 \times 5) = +30$$

❖ **الحالة الثانية**- العددين مختلفين في إشارة : نضرب العددين بدون إشارة ثم نضف الإشارة –

$$(-6) \times (+5) = -(6 \times 5) = -30$$

$$(+) \times (+) = (+)$$
$$(-) \times (-) = (+)$$
$$(+) \times (-) = (-)$$
$$(-) \times (+) = (-)$$

5) **قسمة عددين نسبيين:** لحساب حاصل قسمة عددين نسبيين نميز حالتين

❖ **الحالة الأولى**- العددين من نفس إشارة: نقسم العددين بدون إشارة ثم نضف الإشارة +

$$(-10) \div (-5) = +(10 \div 5) = +2$$

❖ **الحالة الثانية**- العددين مختلفين في إشارة : نقسم العددين بدون إشارة ثم نضف الإشارة –

$$(-10) \div (+5) = -(10 \div 5) = -2$$

$$(+) \div (+) = (+)$$
$$(-) \div (-) = (+)$$
$$(+) \div (-) = (-)$$
$$(-) \div (+) = (-)$$

2-عمليات على الأعداد الكسرية

1) توحيد مقامي كسرين

ليكن $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ كسران لتوحيد مقاميهما نكتب قائمة مضاعفات b ثم قائمة مضاعفات d ثم نختار m اصغر مضاعف مشترك لـ b و d مختلف عن 0

ثم نحسب $b \div m = i$ و $d \div m = j$ ثم نجد كسرين لهما نفس المقام $\frac{a \times i}{b \times i}$ و $\frac{c \times j}{d \times j}$

✓ مثال

ليكن $\frac{2}{5}$ و $\frac{4}{3}$ كسران لتوحيد مقاميهما نكتب قائمة مضاعفات 3 (3، 6 ، 9 ، 12 ، 15 ، 18 ....) ثم قائمة مضاعفات 5 (5 ، 10 ، 15 نتوقف) ثم نختار 15 اصغر مضاعف مشترك ل 3 و 5 مختلف عن 0

نحسب $15 \div 5 = 3$ و $15 \div 3 = 5$ ثم نجد كسرين لهما نفس المقام $\frac{2 \times 3}{5 \times 3}$ و $\frac{4 \times 5}{3 \times 5}$ أي $\frac{6}{15}$ و $\frac{20}{15}$

2) مقارنة كسرين: لمقارنة كسرين

لهما نفس المقام يكفي مقارنة بسطيهما $a > b (c \neq 0)$ يعني $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

مختلفين في المقام نوحد مقاميهما ثم نقارن بـــــــــسطيهما

لمقارنة بين $\frac{2}{5}$ و $\frac{4}{3}$ نوحد المقامات نجد $\frac{6}{15}$ و $\frac{20}{15}$ و لمقارنة بينهما نقارن بين البسطين $(20 > 6)$ اذن $\frac{20}{15}$ اكبر من $\frac{6}{15}$ فان $\frac{4}{3}$ اكبر من $\frac{2}{5}$

3) جمع و طرح كسرين:

➢ **الكسران لهما نفس المقام** – لجمع (أو طرح) كسرين لهما نفس المقام نجمع (أو نطرح) البسطين و نحتفظ بالمقام

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad ; (c \neq 0)$$
$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \quad ; (c \neq 0)$$

✓ مثال :

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4+2}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4-2}{5} = \frac{2}{5}$$

➢ **مقام أحد الكسرين مضاعف للأخر** - لجمع (أو طرح) كسرين مقام أحدهما مضاعف للاخر نوحد المقامات ثم نطبق القاعدة السابقة

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{5} = \frac{20}{15} + \frac{6}{15} = \frac{20+6}{15} = \frac{26}{15}$$

4) جداء كسرين: لحساب جداء كسرين نضرب البسط في البسط و المقام في المقام

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad b \neq 0 ; d \neq 0$$

✓ مثال :

$$\frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4 \times 2}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

5) قسمة كسرين: لحساب حاصل قسمة كسرين $\frac{a}{b}$ على $\frac{c}{d}$: نضرب $\frac{a}{b}$ في مقلوب $\frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$
$$b \neq 0 ; \frac{c}{d} \neq 0$$

✓ **مثال** : $\frac{4}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{4 \times 5}{3 \times 2} = \frac{20}{6}$

3-عمليات على الأعداد الناطقة

1) مفهوم العدد الناطق : هو حاصل قسمة عددين نسبيين غير معدومين

كل عدد ناطق يمكن كتابته على الشكل $\frac{a}{b}$ أو $-\frac{a}{b}$ حيث b و a عددان طبيعيان و $b \neq 0$

2) الكتابتين الأساسيتين لكسر ناطق (مقاميها سيكونان عددان طبيعين)

كل كسر ناطق نستطيع أن نكتبه على شكل كسر بسطه ومقامه عددين طبيعيين أو على شكل كسر بسطه عدد صحيح سالب ومقامه عدد طبيعي

$$-\frac{-a}{+b} = -\frac{+a}{-b} = \frac{+a}{+b} = \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$
$$-\frac{+a}{+b} = -\frac{-a}{-b} = \frac{+a}{-b} = \frac{-a}{+b} = \frac{-a}{b}$$

✓ **أمثلة**

$$-\frac{-4}{+3} = -\frac{+4}{-3} = \frac{+4}{+3} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$
$$-\frac{+4}{+3} = -\frac{-4}{-3} = \frac{+4}{-3} = \frac{-4}{+3} = \frac{-4}{3}$$

3) توحيد مقامي كسرين ناطقين

ليكن $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ كسران لتوحيد مقاميهما نقوم بكتابتهما كتابة أساسية ($\frac{a'}{b'}$ و $\frac{c'}{d'}$) ثم نكتب قائمة مضاعفات b' ثم قائمة مضاعفات d' (b' و d' عددين طبيعيين) ثم نختار m اصغر مضاعف مشترك ل b' و d' مختلف عن 0

نحسب $b \div m = i'$ و $d \div m = j'$ ثم نجد كسرين لهما نفس المقام $\frac{a' \times i}{b' \times i}$ و $\frac{c' \times j}{d' \times j}$

✓ **مثال**

ليكن $\frac{2}{-5}$ و $\frac{-4}{-3}$ كسران لتوحيد مقاميهما نكتب الكسرين كتابة أساسية $\frac{-2}{5}$ و $\frac{4}{3}$ ثم نكتب قائمة مضاعفات 3 (3، 6 ، 9 ، 12 ، 15 ، 18 ..) ثم قائمة مضاعفات 5(5 ، 10 ، 15 نتوقف) ثم نختار 15 اصغر مضاعف مشترك لـ 3 و 5 مختلف عن 0 , نحسب $15 \div 5 = 3$ و $15 \div 3 = 5$ ثم نجد كسرين لهما نفس المقام $\frac{-2 \times 3}{5 \times 3}$ و $\frac{4 \times 5}{3 \times 5}$ أي : $\frac{-6}{15}$ و $\frac{20}{15}$

4) مقارنة كسرين ناطقين : لمقارنتهما نقوم بكتابتهما كتابة أساسية ثم نقارن

لهما نفس المقام يكفي مقارنة بسطيهما $a > b(c \neq 0)$ يعني $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

مختلفين في المقام نوحد مقاميهما ثم نقارن بـــــــــــسطيهما

لمقارنة بين $\frac{2}{-5}$ و $\frac{-4}{-3}$ نقارن بين $\frac{-2}{5}$ و $\frac{4}{3}$ و لمقارنة بينهما نوحد المقامات نجد $\frac{-6}{15}$ و $\frac{20}{15}$

و بما إن $(-6 < 20)$ اذن $\frac{20}{15}$ اكبر من $\frac{-6}{15}$ فان $\frac{4}{3}$ اكبر من $\frac{-2}{5}$

5) جمع و طرح كسرين ناطقين:

➢ لجمع (لطرح) عددين ناطقين لهما نفس المقام نقوم بكتابتهما كتابة أساسية ثم نجمع (نطرح) بسطيهما و نحتفظ بنفس المقام

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \quad (c \neq 0)$$

$$\frac{-4}{-5}+\frac{-2}{5}=\frac{4}{5}+\frac{-2}{5}=\frac{4+(-2)}{5}=\frac{2}{5}$$

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c} \quad (c \neq 0)$$

$$\frac{-4}{-5}-\frac{-2}{5}=\frac{4}{5}-\frac{-2}{5}=\frac{4-(-2)}{5}=\frac{6}{5}$$

➢ لجمع (أو طرح)عددين ناطقين مقامهما مختلف نقوم بكتابتهما كتابة أساسية و نوحد المقامات ثم نطبق القاعدة السابقة

$$\frac{-4}{-3}+\frac{2}{-5}=\frac{4}{3}+\frac{-2}{5}=\frac{20}{15}+\frac{-6}{15}=\frac{20+(-6)}{15}=\frac{14}{15}$$

6) جداء كسرين ناطقين : لحساب جداء كسرين نضرب البسط في البسط و المقام في المقام

✓ مثال:

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d} \quad b\neq 0\,;d\neq 0$$

$$\frac{-4}{-3}\times\frac{2}{-5}=\frac{(-4)\times 2}{(-3)\times(-5)}=\frac{-8}{+15}$$

7) قسمة كسرين ناطقين : لقسمة عدد ناطق $\frac{a}{b}$ على العدد الناطق $\frac{c}{d}$ نضرب $\frac{a}{b}$ في مقلوب $\frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$$
$$b\neq 0\,;\frac{c}{d}\neq 0$$

✓ مثال:

$$\frac{-4}{-3}\div\frac{2}{-5}=\frac{-4}{-3}\times\frac{-5}{2}=\frac{(-4)\times(-5)}{(-3)\times 2}=\frac{+20}{-6}=-\frac{20}{6}$$