مادة الرياضيات

السنة الثانية من التعليم المتوسط

من إعـــداد الأستـــــــاذ: بريك حمزة

العمليات على الأعداد الطبيعية، الأعداد العشرية والكسور

1 الباب الأول

إجراء سلسلة عمليات بدون أقواس :

✯ في سلسلة عمليات جمع وطرح فقط دون أقواس نجري العمليات من اليسار نحو اليمين.

مثال

$$A = 38 - 8 + 4$$

$$A = \underbrace{38 - 8} + 4$$

$$A = 30 + 4$$

$$A = 34$$

✯ في سلسلة عمليات ضرب وقسمة فقط دون أقواس نجري العمليات من اليسار إلى اليمين.

مثال

$$B = 54 \div 9 \times 2$$

$$B = \underbrace{54 \div 9} \times 2$$

$$B = 6 \times 2$$

$$B = 12$$

✯ في سلسلة عمليات دون أقواس نجري عملية الضرب أو القسمة قبل الجمع أو الطرح.

مثال

$$C = 63 - 3 \times 5$$
نجري أولا عملية الضرب
$$C = 63 - \underbrace{3 \times 5}$$
نجري الآن عملية الطرح
$$C = 63 - 15$$
$$C = 48$$

إجراء سلسلة عمليات بأقواس :

✯ في سلسلة عمليات بأقواس نجري أولا العمليات الموجودة بين قوسين ثم نطبق بإحدى القاعدتين السابقتين حسب ما هو مناسب.

مثال

$$D = 17 - [3 \times (5 - 2) + 1]$$

$$D = 17 - \left[3 \times \underbrace{(5 - 2)} + 1\right]$$

$$D = 17 - \left[\underbrace{3 \times 3} + 1\right]$$

$$D = 17 - \underbrace{[9 + 1]}$$

$$D = 17 - 10$$

$$D = 7$$

اصطلاحات الكتابة :

الكتابة الكسرية

لإدخال كسر، بسطه أو مقامه سلسلة عمليات في حاسبة نستعمل العلامة [÷]

مثال

$$A = \frac{35 + 5}{6 - 2}$$

بالتمعن: $A = \frac{35+5}{6-2} = \frac{40}{4} = 10$

بالحاسبة:

[(] [35] [+] [5] [)] [÷] [(] [6] [−] [2] [)] [=]

إظهار النتيجة [000000010]

حذف العلامة × تحذف العلامة × عندما يليها حرف أو قوس.

أمثلة

✯ بين عدد وحرف $5\times a=5a$ أو $a\times 5=5a$

✯ بين حرفين $a\times b=ab=ba$*

✯ بين عدد وقوس $2\times(a+3)=2(a+3)$

✯ بين حرف وقوس $c\times(a+b)=c(a+b)$

✯ بين قوسين $(a-1)\times(b+3)=(a-1)(b+3)$

توزيع الضرب على الجمع أو الطرح :

a و b و k أعداد عشرية أو طبيعية.

$$k\times(a+b)=k\times a+k\times b$$

لضرب المجموع $a+b$ في العدد k نضرب كلا من حدي هذا المجموع في k ، نقول إن الضرب توزيعي على الجمع:

مثال

$A=5(a+7)$

$A=5\times a+5\times 7$

$A=5a+35$

$$k\times(a-b)=k\times a-k\times b$$

لضرب الفرق $a-b$ في العدد k نضرب كلا من حدي الفرق في k، نقول أن الضرب توزيعي على الطرح

مثال

$B=9(a-b)$

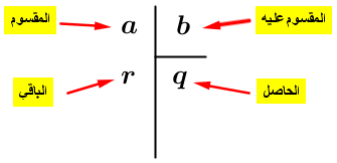
$B=9\times a-9\times b$

$B=9a-9b$

2 الباب الثاني

القسمة الاقليدية :

إجراء القسمة الاقليدية للعدد الطبيعي a على العدد الطبيعي b غير المعدوم $(b\neq 0)$ معناه إيجاد عددين طبيعيين q و r حيث $0\leq r<b$



حيث: $a=b\times q+r$

عندما يكون $r=0$ نقول أن a يقبل القسمة على b ونقول أيضا أن a مضاعف للعدد b

القسمة العشرية:

إجراء القسمة العشرية لعدد على عدد آخر غير معدوم يعني إيجاد القيمة المضبوطة أو المقربة لحاصل القسمة.

أمثلة

❶ الحاصل قيمة مضبوطة:

25	8
0	3.125

❷ الحاصل قيمة مقربة:

658	11
2	59.818181...

في هذه الحالة الحاصل ليس عددا عشريا يمكن إعطاء قيمة مقربة له ونكتب: $658\div 11\simeq 59.81$

قيمة مقربة لحاصل قسمة عدد عشري:

قسمة عدد على عدد عشري غير معدوم تؤول إلى قسمة على عدد طبيعي بضرب كل من المقسوم والقاسم في **10** أو **100** أو **1000**

إذا كان حاصل عملية القسمة ليس عددا عشريا يمكننا البحث عن قيمة مقربة له.

مثال

قسمة **4.56** على **0.3**

$$4.56 \div 0.3 = \frac{4.56}{0.3} = \frac{4.56 \times 10}{0.3 \times 10} = \frac{45.6}{3}$$

45.6	3
0	15.2

$$4.56 \div 0.3 = 15.2$$

مثال

قسمة **4.57** على **1.3**

$$4.57 \div 1.3 = \frac{4.57}{1.3} = \frac{4.57 \times 10}{1.3 \times 10} = \frac{45.7}{13}$$

45.7	13
06	3.51538

في هذه الحالة الحاصل ليس عددا عشريا بأخذ قيمة مقربة له، فنحصل على:

- القيمة المقربة إلى الوحدة بالنقصان **3** وبالزيادة **4**
- القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان **3.5** وبالزيادة **3.6**
- القيمة المقربة إلى $\frac{1}{100}$ بالنقصان **3.51** وبالزيادة **3.52**
- القيمة المقربة إلى $\frac{1}{1000}$ بالنقصان **3.515** وبالزيادة **3.516**

ضرب كسرين:

لضرب كسرين نضرب البسط في البسط والمقام في المقام أي:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad / \quad (b \neq 0 \quad , \quad d \neq 0)$$

مثال

$$\frac{2}{5} \times \frac{7}{11} = \frac{2 \times 7}{5 \times 11} = \frac{14}{55}$$

حالة خاصة ضرب كسر $\frac{a}{b}$ في عدد k

نعلم ان كل عدد k هو كسر مقامه **1** أي $k = \frac{k}{1}$

إذن

$$\frac{a}{b} \times k = \frac{a}{b} \times \frac{k}{1} = \frac{a \times k}{b \times 1} = \frac{ak}{b}$$

مثال

$$\frac{3}{4} \times 7 = \frac{3}{4} \times \frac{7}{1} = \frac{3 \times 7}{4 \times 1} = \frac{21}{4}$$

مقارنة كسرين:

✍ **الكسران لهما نفس المقام** إذا كان لكسرين نفس المقام فإن أصغرهما هو الكسر الذي بسطه أصغر

مثال

مقارنة $\frac{5}{7}$ و $\frac{2}{7}$

لدينا $5 < 2$ إذن $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$

✍ **مقام أحدهما مضاعف لمقام الآخر**

في هذه الحالة نكتب الكسرين بنفس المقام ثم نطبق الخاصية السابقة

مثال

مقارنة $\frac{7}{5}$ و $\frac{11}{15}$

لدينا $15 = 5 \times 3$ أي **15** مضاعف لـ **5** إذن $\frac{7}{5} = \frac{7 \times 3}{5 \times 3} = \frac{21}{15}$

$21 > 11$ إذن $\frac{21}{15} > \frac{11}{15}$ أي $\frac{7}{5} > \frac{11}{15}$

جمع وطرح كسرين:

الكسران لهما نفس المقام

لجمع (أو طرح) كسرين لهما نفس المقام نجمع (أو نطرح) البسطين ونحتفظ بنفس المقام

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \quad , \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b} \qquad (a\geq c, b\neq 0)$$

مثال

$$\frac{11}{4}+\frac{3}{4}=\frac{11+3}{4} \quad , \quad \frac{9}{3}-\frac{2}{3}=\frac{9-2}{3}=\frac{7}{3}$$

مقام أحدهما مضاعف للآخر

في هذه الحالة نكتب الكسرين بنفس المقام ثم نطبق القاعدة السابقة.

مثال

$$3+\frac{1}{5}=\frac{3}{1}+\frac{1}{5}=\frac{3\times 5}{1\times 5}+\frac{1}{5}=\frac{15+1}{5}=\frac{16}{5}$$

$$\frac{7}{8}-\frac{3}{4}=\frac{7}{8}-\frac{3\times 2}{4\times 2}=\frac{7}{8}-\frac{6}{8}=\frac{7-6}{8}=\frac{1}{8}$$

تمرين 1

احسب بتمعن العبارات التالية:

$A=18+20+4$ $\quad$ $C=2\times 2\times 12.4\times 25$

$B=27.18-0.9-0.9$ $\quad$ $D=54\div 9\div 3$

تمرين 2

احسب بتمعن العبارات التالية:

$A=59-18+2$ $\quad$ $C=5-2+0.9$

$B=17+3-8+1$ $\quad$ $D=21-1.2+1.2-4$

تمرين 3

احسب بتمعن العبارات التالية:

$A=18\times 4\div 2$ $\quad$ $C=10\times 2.5\div 5$

$B=96\div 6\times 4$ $\quad$ $D=12\div 6\times 4\div 0.5$

تمرين 4

احسب بتمعن العبارات التالية:

$A=11\times 3+6+4\times 5$ $\quad$ $C=9\times 4-4+4\times 7$

$B=10\times 2.5-0.5$ $\quad$ $D=0.04\times 2500+908\times 12.5$

تمرين 5

احسب بتمعن العبارات التالية:

$A=15-(7+8)$ $\quad$ $C=2\times(1.7\times 14-2.8)$

$B=62-(8+3)\times 2$ $\quad$ $D=16\div(5\times 1.2+6\div 3)$

تمرين 6

احسب بتمعن العبارات التالية:

$A=(7\times 8)-(5\times 4)$ $\quad$ $B=0.4\times[35-(8+2)]$

$C=[1.75+0.25\times(5-2)\times(0.4+3.25)]\div 5$

$D=[9-(6.5-3)]\times 1.4$

تمرين 7

ضع الأقواس في المكان المناسب بحيث تكون المساواة صحيحة:

$A=8+5\times 2=26$ $\quad$ $C=12-9+3=0$

$B=9\times 7-4=27$ $\quad$ $D=3\times 4+2\times 5=90$

تمرين 8

أعط كتابة أخرى لكل من العبارات التالية بتبديل العلامة ÷ بخط كسر:

$A = 17 + 9 \div 4$ $\qquad$ $C = (27 - 7) \div 4$

$B = 19 + 3 \div 2 + 1$ $\qquad$ $D = 10 \div (4 \times 5) - 0.4$

تمرين 9

أعط كتابة أخرى لكل من العبارات التالية بتبديل خط الكسر بالعلامة ÷ :

$A = \dfrac{77 - 3}{11}$ $\qquad$ $C = \dfrac{7.2 + 2.3 \times 1.5}{8 - 6.4}$

$B = \dfrac{27 + 6}{3} + \dfrac{17 - 2}{5}$ $\qquad$ $D = b + \dfrac{a}{c} - d$

تمرين 10

أكتب العلامة × في المكان المناسب الذي حذفت منه في كل عبارة:

$A = 25\,(b + 11)$ $\qquad$ $C = 17a$

$B = 3a\,(5 - b)$ $\qquad$ $D = (5a - 2)\,(7 + 2b)$

تمرين 11

استعمل إحدى المساويتين $k(a+b) = ka + kb$

أو $k(a-b) = ka - kb$ لحساب الجداءات الآتية:

$A = 2.5\,(13 + 8)$ $\qquad$ $C = (17 - 7) \times 5.5$

$B = 6\,(5.8 - 2.8)$ $\qquad$ $D = (4.3 + 5.7) \times 12$

تمرين 12

استعمل إحدى المساويتين $ka + kb = k(a+b)$ أو

$ka - kb = k(a-b)$ لحساب المجاميع أو الفروق التالية:

$A = 5 \times 15 + 5 \times 17$ $\qquad$ $B = 7 \times 10.5 + 11 \times 10.5$

$C = 10 \times 9.5 - 10 \times 6.5$

تمرين 13

أحسب كلا من العبارات التالية حيث a عدد عشري:

$A = 5\,(a + 2)$ $\qquad$ $C = (4 + a) \times 3$

$B = 7\,(a - 3)$ $\qquad$ $D = (15 - a) \times 10$

تمرين 14

أكتب كل عبارة من العبارات التالية على الشكل $k(a+b)$ أو $k(a-b)$ في كل حالة

$A = 7a + 5a$ $\qquad$ $C = 5a - a$

$B = a + 2a$ $\qquad$ $D = 5a - 2a + a$

تمرين 15

احسب القسمة الاقليدية للعدد **720** على **13** ثم اعط حصرا لحاصل القسمة.

استنتج حاصل قسمة العدد **0.72** على **0.013** علما أن حاصل القسمة $\frac{720}{13}$ هو **55.38462**

تمرين 16

أوجد كل الأعداد الطبيعية التي إذا قسمت على **658** تعطي **0.87** كقيمة مقربة إلى $\frac{1}{100}$ بالنقصان للحاصل.

تمرين 17

لنبحث عن القيم المقربة إلى: $\frac{1}{10}$ ، $\frac{1}{100}$ ، $\frac{1}{1000}$ لحاصل قسمة العدد العشري **2.985** على العدد العشري **0.7** (بالزيادة والنقصان).

تمرين 18

انجز الحسابات ثم أعط النتيجة على أبسط شكل:

$\frac{3}{7} \times \frac{4}{5}$ ، $\frac{13}{4} \times 3$ ، $\frac{1}{4} \times \frac{55}{3}$

$\frac{5}{7} + \frac{2}{7}$ ، $\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$ ، $\frac{18}{14} + \frac{1}{7}$

$\frac{12}{5} - \frac{8}{5}$ ، $\frac{13}{21} - \frac{3}{7}$ ، $\frac{4}{7} - \frac{11}{28}$

قارن بين كل كسرين:

$\frac{3}{5}$ و $\frac{21}{35}$ ، $\frac{9}{5}$ و 2 ، $\frac{12}{121}$ و 11

تمرين 19

يتقاضى العامل صلاح الدين شهريا مبلغ $48000DA$ يخصص $\frac{8}{24}$ منه للكراء، $\frac{1}{4}$ للأكل و $\frac{1}{12}$ لمصاريف مختلفة.

❶ رتب تنازليا الكسور التي تمثل هذه المصاريف مبينا الطريقة التي استعملتها.

❷ عبر بكسر عن المبلغ الذي يمثل المصاريف الثلاثة معا.

❸ احسب المبلغ المخصص للكراء.

❹ احسب المبلغ المخصص للأكل.

❺ احسب المبلغ المخصص للمصاريف المختلفة.

❻ هل يبقى له مبلغ ليدخره؟

✯ إذا كانت الإجابة "نعم" احسب المبلغ المدخر ثم عبر عنه بكسر مبسط.

تمرين 20

بمناسبة قدوم السنة الميلادية الجديدة **2021** قرر أحمد صرف ما ادخره لشراء هدايا.

فاستعمل $\frac{1}{3}$ من المبلغ لشراء هدية لأخته فاطمة و $\frac{4}{9}$ من المبلغ لشراء هدية لأخيه كريم وباقي المبلغ لشراء هدية لصديقه رضا.

❶ ما هو الكسر الذي يمثل مبلغ هدية فاطمة وكريم معا؟

❷ ما هو الكسر الذي يمثل المبلغ المخصص لهدية صديقه رضا؟

❸ في رأيك ما هي الهدية الأغلى؟ برر إجابتك.

❹ ما هو مبلغ كل هدية إذا علمت أن المبلغ الذي كان مع أحمد هو $3600DA$.

تمرين 21

تزن قطعة من الحلوى $800g$ أكلت إيمان $\frac{1}{8}$ من هذه القطعة، أكلت أشواق $\frac{3}{16}$ من هذه القطعة، أما جمال ذو الشهية الكبيرة أكل $\frac{1}{4}$ من هذه القطعة.

❶ ما هو وزن القطعة التي أكلها كل طفل؟

❷ ما هو وزن القطعة المتبقية؟

❸ ما هو الكسر الذي يمثل القطعة المتبقية؟