

الدوال الخطية و الدوال التآلفية

عبدالله بودوايه

I - الدالة الخطية:

نشاط:

ليكن y هي المسافة التي يقطعها راجل يمشي بحركة منتظمة بسرعة 5km/h في مدة x (بالساعة)
1- اتمم الجدول :

المدة x	1	3	10	15
المسافة y				

2- أوجد العلاقة بين x و y .

هل هذا الجدول يمثل جدول تناسبية ؟

نشاط:

ليكن x هو طول ضلع مربع و y مساحة هذا المربع
1- اتمم الجدول :

x	1	3	10	15
y				

2- أوجد العلاقة بين x و y .

هل هذا الجدول يمثل جدول تناسبية ؟

1- تعريف

طول ضلع مربع	x	1	2	5	6
محيط	y	4	8	20	40

$\times 4$

- لدينا إذن: $y = 4x$

- نلاحظ أن هذا الجدول يمثل جدول تناسبية

و معامل التناسب هو: 4

- العلاقة $y = 4x$ تعطينا طريقة تربط كل عدد حقيقي x بالعدد الحقيقي $4x$ هذه الطريقة

تسمى **دالة خطية** معاملها 4 نرمز لها ب f و نكتب:

$$f(x) = 4x \quad \text{أو} \quad f: x \rightarrow 4x$$

العدد $4x$ يسمى صورة x بالدالة الخطية f

تعريف

a عدد حقيقي معلوم
العلاقة f التي تربط كل عدد حقيقي x بالعدد الحقيقي ax
تسمى دالة خطية معاملها a و نكتب :
 $f(x) = ax$ أو $f: x \rightarrow ax$
العدد ax يسمى صورة x بالدالة الخطية f

أمثلة :

عبدالله بودوايه

f و g و h دوال معرفة كما يلي :

$$f(x) = \frac{x}{3} \text{ و } g(x) = 0x \text{ و } h(x) = -\sqrt{5}x \text{ دوال خطية معاملاتها على التوالي : } \frac{1}{3} \text{ و } 0 \text{ و } -\sqrt{5}$$

2- خاصية

نشاط :

$g(x) = 2x$ دالة خطية حيث :

$$1- \text{ أحسب } \frac{g(1)}{1}, \frac{g(2)}{2}, \frac{g(3)}{3}, \frac{g(4)}{4}$$

2 - ماذا تلاحظ ؟

إذا كانت f دالة خطية و x عدد حقيقي غير
منعدم فإن :

$$\frac{f(x)}{x} : \text{ معامل الدالة } f \text{ هو العدد الحقيقي}$$

تطبيق :

$$f \text{ دالة خطية بحيث : } f(-5) = \frac{2}{3}$$

حدد معامل الدالة f ثم حدد $f(x)$.

3- التمثيل المباني لدالة خطية :

نشاط :

نعتبر الدالة الخطية f بحيث : $f(x) = -2x$

1- أتمم الجدول التالي :

عبدالله بودوايه

$M(x,y)$	$f(x)$	X
$A(0,...)$		0
$B(1,...)$		1
$C(-2,...)$		-2
$D(2,...)$		2
$E(-3,...)$		-3
$F(-4,...)$		-4

2- أنشئ النقط A و B و C و D و E و F في معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)

3- ماذا تلاحظ؟

4- هل النقطة $M(5 ; 11)$ استقامية مع هذه النقط ؟

4- هل النقطة $M(12 ; -24)$ استقامية مع هذه النقط ؟

تعريف :

(O,I,J) معلم متعامد ومتجانس

التمثيل البياني لدالة خطية f هو مستقيم يمر من مبدأ المعلم O ومن النقطة $M(x ; y)$

حيث: $f(x) = y$

مثال :

f دالة خطية معرفة كما يلي : $f(x) = 2x$

أنشئ التمثيل البياني للدالة f في المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;I;J)$.

ملاحظة هامة :

$M(x;y)$ نقطة تنتمي إلى التمثيل البياني لدالة خطية f يعني: $f(x) = y$

II - الدالة اللّلفية:

نشاط:

يقترح نادي رياضي على زبائمه التعريف التالية

50Da واجب الانخراط وأداء 20Da على كل حصة تدريبية (ساعة)

1- أَمَلَا الجدول التالي

عدد الحصص	2	4	10	25
المبلغ

عبدالله بودوايه

2- هل الجدول التالي جدول تناسبية؟

3- لتكن g العلاقة التي تربط عدد الحصص التدريسية بالمبلغ $g(x)$ الواجب أدائه

بين أن: $g(x) = 20x + 50$

العلاقة g تسمى **دالة تآلفية** و نرمز لها ب : $g: x \longrightarrow 20x + 50$

نشاط:

لاحظ الجدول :

x	1	3	10	15
y	13	33	103	153

- أوجد العلاقة بين x و y .

تعريف

a و b عدنان حقيقيان معلومان .
العلاقة f التي تربط كل عدد حقيقي x بالعدد
الحقيقي $ax + b$ تسمى دالة تآلفية معاملها a
و نكتب : $f(x) = ax + b$ أو $f: x \rightarrow ax + b$
العدد $ax + b$ يسمى صورة x بالدالة الخطية f

أمثلة :

f و g دالتان معرفتان كما يلي: $f(x) = -\frac{x}{7} + 11$ و $g(x) = 5$

f دالة تآلفية معاملها $-\frac{1}{7}$ و g دالة تآلفية معاملها 0

2- خاصية

نشاط:

f دالة تآلفية معرفة كما يلي: $f(x) = -6x + 5$

1- أحسب: $f(1)$ و $f(-4)$ و $f(7)$

$$\frac{f(7)-f(-4)}{7-(-4)} \quad \frac{f(-4)-f(1)}{-4-1} \quad \frac{f(1)-f(7)}{1-7}$$

إذا كانت f دالة تآلفية و x_1 و x_2 عددين حقيقيين مختلفين ($x_1 \neq x_2$) فإن معامل الدالة التآلفية هو $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$

تطبيق:

عبدالله بوروايه

f دالة تآلفية بحيث : $f(2) = 2$ و $f(-1) = -3$
حدد معامل الدالة f ثم حدد $f(x)$.

3- التمثيل البياني لدالة تآلفية:

نشاط:

نعتبر الدالة التآلفية f بحيث:

$$f(x) = -2x + 1$$

1- أتمم الجدول التالي:

M(x,y)	f(x)	X
A(0,...)		0
B(1,...)		1
C(-2,...)		-2
D(2,...)		2
E(-3,...)		-3
F(-4,...)		-4

2- أثنى النقط A و B و C و D و E و F في معلم متعامد ومتجانس (O,I,J)

3- ماذا تلاحظ؟

4- هل النقطة M(5;9) استقامية مع هذه النقط ؟

4- هل النقطة M(12;-24) استقامية مع هذه النقط ؟

تعريف :

(O,I,J) معلم متعامد ومتجانس

التمثيل البياني لدالة خطية f هو مستقيم يمر من نقطتين مختلفتين $A(x; f(x))$ و $B(x'; f(x'))$

مثال :

f دالة لآلفية معرفة كما يلي : $f(x) = 2x - 3$
أنشئ التمثيل البياني للدالة f في المستوى مزود بعلم متعامد ومتجانس $(O; I; J)$.
ملاحظة هامة :

$M(x; y)$ نقطة تنتمي إلى التمثيل البياني لدالة لآلفية f يعني : $f(x) = y$

عبدالله بوروايه

تمارين على الدالة الخطية

تمرين 1 :

f و g دالتان خطيتان معرفتان كما يلي :

$$f : x \rightarrow -2x \quad \text{و} \quad g : x \rightarrow \frac{x}{2}$$

1- أحسب ما يلي :

$$f(-2) \quad \text{و} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{و} \quad f(-\sqrt{3}) \quad \text{و} \quad g(-5) \quad \text{و} \quad g(0) \quad \text{و} \quad g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$
$$f[f(5)] \quad \text{و} \quad g[g(-1)] \quad \text{و} \quad f[g(-8)] \quad \text{و} \quad f(-1+\sqrt{3})$$

2- ما هو العدد الذي صورته f بالدالة f

تمرين 2 :

نعتبر الدالتين الخطيتين المعرفتين بما يلي : $f(x) = 5x$ و $g(x) = -3x$

نعتبر الدالة h حيث : $h(x) = f(x) + g(x)$

و الدالة t حيث : $t(x) = f(x) g(x)$

1- بين أن h دالة خطية.

2- هل t دالة خطية ؟

تمرين 3 :

f دالة خطية بحيث : $f(-3) = 7$ أحسب : $f(5)$

تمرين 4 :

f دالة خطية و (Δ) تمثيلها البياني

لتكن $M(-2; 3)$ من (Δ)

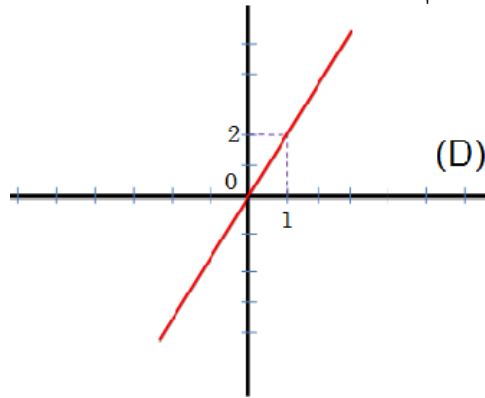
(1) - حدد معامل الدالة f

(2) - استنتج الدالة f

(3) - أنشئ (Δ)

تمرين 5 :

المستقيم هو التمثيل البياني للدالة في معلم متعامد ومتجانس (O,I,J) عبدالله بودوايه



1- حدد بيانيا $f(1)$ و $f(-3)$

2- حدد بيانيا العدد الذي صورته 4 بالدالة f

3- حدد معامل الدالة f ثم حدد $f(7)$

تمارين على الدالة التآلفية:

تمرين 1 :

f و g دالتان لتألفتان معرفتان كما يلي: $f : x \rightarrow -2x + 1$ و $g : x \rightarrow \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

1- أحسب ما يلي :

$f(-2)$ و $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f(-\sqrt{3})$ و $g(-5)$ و $g(0)$ و $g\left(\frac{3}{2}\right)$

$f[g(-8)]$ و $f(-1+\sqrt{3})$

2- ما هو العدد الذي صورته 7 بالدالة f

تمرين 2 :

لتكن f دالة تألفية معرفة كما يلي: $f(x) = 3x - 3$

1- عبر عن $f(x+y)$ و $f(x-y)$ و $f(x \cdot y)$ و $f\left(\frac{x}{y}\right)$ ($y \neq 0$) بدلالة x و y .

2- أحسب a حيث: $f(a) = a$

تمرين 3 :

f دالة تألفية حيث: $f(4) - f(3) = 4$

احسب: $f(5) - f(2)$

تمرين 4 :

f دالة ثلاثية و (Δ) تمثيلها البياني .

لتكن $M(-2;3)$ و $N(5;-4)$ نقطتين من (Δ) .

عبدالله بودوايه

(1) - حدد معامل الدالة f .

(2) - استنتج الدالة f .

(3) - هل $P(9;6)$ تنتمي إلى (Δ) ؟

تمرين 5 :

m الدالة التآلفية المعرفة بما يلي : $m(x) = 2x - 3$.

(1) - مثل بيانيا الدالة m في معلم متعامد متجانس $(O;I;J)$.

(2) - حل جبريا ثم بيانيا المتراجحتين

أ) $m(x) \leq 0$ (ب) $m(x) \geq 0$

تمرين 6 :

نعتبر الدالتين f و g حيث : $f(x) = \frac{4}{3}x$ و $g(x) = 2x + 2$

(3) - أنشئ التمثيل البياني لكل من f و g في معلم متعامد متجانس $(O;I;J)$.

(4) - اقرأ في التمثيل البياني العدد الذي له نفس الصورة بالدالة f و بالدالة g