موقع الأستاذ بلحوسين لرياضيات التعليم المتوسط

https://prof27math.weebly.com/

# مذكرات السنة 04 متوسط من

# إعداد الأستاذ عقبة نوي

## المقطع 06

صفحة الأستاذ عقبة نوي - مذكرات الرياضيات

https://www.facebook.com/Okbanoui07/

| المستوى | الرابعة متوسط | أستاذ المادة | عقبة نوي | بطاقة فنية |
|---|---|---|---|---|
| المادة | رياضيات | السنة الدراسية | 2020/2019 | رقم : 01 |

الميدان : تنظيم معطيات  الدعائم : ك.المدرسي+ و.المرافقة ..

المقطع التعلمي 6: الإحصاء

الموضوع :التكرار المجمع

الكفاءة المستهدفة: التعرف على كيفية حساب التكرار المجمع الصاعد و التكرار المجمع النازل .

| المراحل | وضعيات التعلـــــــم | التقويـــم |
|---|---|---|
| تهيئة<br>وضعية التعلم | استعد :<br>وضعية تعلمية 1 ص 92 :<br>1- ترتيب السلسلة ترتيبا تصاعديا :<br>154,154,154,157,157,157,157,159,159,159,159,159,<br>160,160,160,160,160,165,165,165<br>2- عدد التلاميذ الذين أطوال قاماتهم $159cm$ على الأقل : 13 تلميذا .<br>3- عدد التلاميذ الذين أطوال قاماتهم $160cm$ على الأكثر : 17 تلميذا .<br>4- نقل و إتمام الجدول : | |

| القامة t | 154 | 157 | 159 | 160 | 165 |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 3 | 4 | 5 | 5 | 3 |
| عدد التلاميذ الذين قاماتهم أصغر من أو تساوي t | 3 | 7 | 12 | 17 | 20 |

✓ عدد التلاميذ الذين قاماتهم أصغر من أو تساوي t يسمى :

- التكرار المجمع الصاعد الموافق للقيمة t

5- نقل و إتمام الجدول :

| القامة t | 154 | 157 | 159 | 160 | 165 |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 3 | 4 | 5 | 5 | 3 |
| عدد التلاميذ الذين قاماتهم أكبر من أو تساوي t | 20 | 17 | 13 | 8 | 3 |

✓ عدد التلاميذ الذين قاماتهم أكبر من أو تساوي t يسمى :

- التكرار المجمع النازل الموافق للقيمة t .

6-

| العمر | 11 | 12 | 13 | 14 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 40 | 50 | 80 | 30 | 200 |
| التكرار المجمع الصاعد | 40 | 40+50=90 | 170 | 200 | |
| التكرار المجمع النازل | 200 | 200-40=160 | 110 | 30 | |

أ- التكرار المجمع الصاعد الموافق للقيمة 12 هو: 90

ب-التكرار المجمع النازل الموافق للقيمة 13 هو : 110

معارف

✓ **التكرار المجمع الصاعد :**

**تعريف :** في سلسة احصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا التكرار المجمع الصاعد لقيمة يحصل عليه بجمع تكرار هذه القيمة و تكرارات القيم الأصغر منها .

✓ **التكرار المجمع النازل :**

**تعريف :** في سلسة احصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا التكرار المجمع النازل لقيمة يحصل عليه بجمع تكرار هذه القيمة و تكرارات القيم الأكبر منها .

**مثال :**

إليك علامات 20 تلميذا.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 12 | 10 | 10 | 9 | 10 | 19 | 12 | 12 | 12 |
| 12 | 9 | 13 | 13 | 13 | 13 | 12 | 12 | 13 | 10 |

لتعيين التكرار المجمع لكل علامة، يجب ترتيب العلامات ترتيبا تصاعديا وتنظيمها في الجدول التكراري الآتي:

| العلامة | 9 | 10 | 12 | 13 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 3 | 4 | 7 | 5 | 1 |

- التكرار المجمع الصاعد للعلامة 12 هو 14 (14 هو مجموع تكرارات العلامات 12، 10، 9).
- التكرار المجمع النازل للعلامة 10 هو 17 (17 هو مجموع تكرارات العلامات 10، 12، 13، 19).
- يمكن إنجاز جدول التكرارات المجمعة كما يلي:

| العلامة | 9 | 10 | 12 | 13 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 3 | 4 | 7 | 5 | 1 |
| التكرار المجمع الصاعد | 3 | 7 | 14 | 19 | 20 |
| التكرار المجمع النازل | 20 | 17 | 13 | 6 | 1 |

| المستوى | الرابعة متوسط | أستاذ المادة | عقبة نوي | بطاقة فنية |
|---|---|---|---|---|
| المادة | رياضيات | السنة الدراسية | 2020/2019 | رقم : 02 |

الميدان : تنظيم معطيات  الدعائم : ك.المدرسي+ و.المرافقة ..

المقطع التعلمي 6: الإحصاء

الموضوع :التكرار النسبي المجمع

الكفاءة المستهدفة: كيفية حساب التكرارالنسبي المجمع الصاعد و التكرارالنسبي المجمع النازل

| المراحل | وضعيات التعلـــــــم | التقويـــم |
|---|---|---|

**استعد :**

**وضعية تعلمية 2 ص 92 :**

**-نقل و إتمام الجدول :**

| العلامة n | 9 | 10 | 12 | 13 | 15 | 17 | 20 | المجموع |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار (عدد التلاميذ) | 3 | 7 | 8 | 5 | 4 | 2 | 1 | 30 |
| التكرار النسبي المجمع الصاعد الموافق للقيمة n | $\frac{3}{30}$ | $\frac{10}{30}$ | $\frac{18}{30}$ | $\frac{23}{30}$ | $\frac{27}{30}$ | $\frac{29}{30}$ | $\frac{30}{30}$ | |
| التكرار النسبي المجمع النازل الموافق للقيمة n | $\frac{30}{30}$ | $\frac{27}{30}$ | $\frac{20}{30}$ | $\frac{12}{30}$ | $\frac{7}{30}$ | $\frac{3}{30}$ | $\frac{1}{30}$ | |

**التكرار النسبي للتلاميذ الذين علاماتهم أصغر من أو تساوي 10 هو :**

$\frac{7+3}{30}$ أي $\frac{10}{30}$.

✓ **التكرار النسبي المجمع الصاعد :**

**تعريف : التكرار النسبي المجمع الصاعد لقيمة في سلسلة إحصائية ، هو مجموع التكرار النسبي لهذه القيمة والتكرارات النسبية للقيم الأصغر منها .**

✓ **التكرار النسبي المجمع النازل :**

**تعريف : التكرار النسبي المجمع النازل لقيمة في سلسلة إحصائية ، هو مجموع التكرار النسبي لهذه القيمة والتكرارات النسبية للقيم الأكبر منها**

**ملاحظة :** نسمي كل تكرار نسبي تواترا وعليه نسمي أيضا :

- التكرار النسبي المجمع الصاعد هو التواتر المجمع الصاعد .
- التكرار النسبي المجمع النازل هو التواتر المجمع النازل .

ـ كيف نحسب كلا من التكرار و التكرار النسبي

ـ ماهي الطريقة المتبعة لحساب التكرار المجمع الصاعد و النازل ؟

مثال :

نأخذ معطيات المثال السابق.

نستنتج جدول التكرارات النسبية المجمعة كما يلي:

| العلامة | 9 | 10 | 12 | 13 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 3 | 4 | 7 | 5 | 1 |
| التكرار النسبي | $\frac{3}{20}$ | $\frac{4}{20}$ | $\frac{7}{20}$ | $\frac{5}{20}$ | $\frac{1}{20}$ |
| التكرار النسبي المجمع الصاعد | $\frac{3}{20}$ | $\frac{7}{20}$ | $\frac{14}{20}$ | $\frac{19}{20}$ | $\frac{20}{20}$ |
| التكرار النسبي المجمع النازل | $\frac{20}{20}$ | $\frac{17}{20}$ | $\frac{13}{20}$ | $\frac{6}{20}$ | $\frac{1}{20}$ |

ـ ما هي الطريقة المتبعة لحساب التكرار النسبي المجمع الصاعد والنازل ؟

| المستوى | الرابعة متوسط | أستاذ المادة | عقبة نوي | بطاقة فنية |
|---|---|---|---|---|
| المادة | رياضيات | السنة الدراسية | 2020/2019 | رقم : 03 |

**الميدان :** تنظيم معطيات **الدعائم :** ك.المدرسي+ و.المرافقة ..

**المقطع التعلمي 6:** الإحصاء

**الموضوع :** حساب التكرار و التواتر المجمعين

## طرائق ص 95

**تمرين :** تمثل قيم هذه السلسلة درجات شدة الزلازل الأكثر عنفا في العالم خلال الفترة الممتدة من سنة 1900 إلى سنة 2015 حسب مقياس ريشتر.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8,8 | 8,5 | 8,5 | 8,5 | 8,6 | 8,6 | 9 | 9,5 | 8,5 | 9,2 | 8,7 | 9,1 | 8,6 | 8,5 | 9 | 8,8 | 8,8 |

عيّن التكرار المجمع الصاعد والتكرار المجمع النازل لكل قيمة من قيم هذه السلسلة.

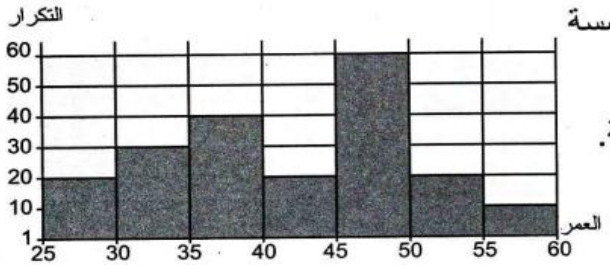
**حل :** لتعيين التكرار المجمع الصاعد والتكرار المجمع النازل لكل قيمة من قيم هذه السلسلة نبدأ بترتيب قيم السلسلة في جدول تكراري ترتيبا تصاعديا فنتحصل على ما يلي:

| شدّة الزلزال | 8,5 | 8,6 | 8,7 | 8,8 | 9 | 9,1 | 9,2 | 9,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 5 | 3 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| التكرار المجمع الصاعد | 5 | 8 | 9 | 12 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| التكرار المجمع النازل | 17 | 12 | 9 | 8 | 5 | 3 | 2 | 1 |

**طريقة**

- لحساب التكرار المجمع الصاعد لقيمة، نحسب مجموع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم الأصغر منها.
- لحساب التكرار المجمع النازل لقيمة، نحسب مجموع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم الأكبر منها.

**تمرين:** يمثل المدرّج التكراري المقابل توزيع عمال مؤسسة حسب أعمارهم $a$.




عيّن التواتر المجمع الصاعد والتواتر المجمع النازل لكل فئة.

**حل :** التكرار الكلّي لهذه السلسلة يساوي 200.

نلخص النتائج في الجدول التالي:

| العمر $a$ | $25 \leq a < 30$ | $30 \leq a < 35$ | $35 \leq a < 40$ | $40 \leq a < 45$ | $45 \leq a < 50$ | $50 \leq a < 55$ | $55 \leq a \leq 60$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 20 | 30 | 40 | 20 | 60 | 20 | 10 |
| التواتر | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,1 | 0 ,3 | 0,1 | 0,05 |
| التواتر المجمع الصاعد | 0,1 | 0,25 | 0,45 | 0,55 | 0,85 | 0,95 | 1 |
| التواتر المجمع النازل | 1 | 0,9 | 0,75 | 0,55 | 0,45 | 0,15 | 0,05 |

طريقة

- لحساب التواتر المجمع الصاعد لفئة نحسب مجموع تواتر هذه الفئة وتواترات الفئات
- لحساب التواتر المجمع النازل لفئة نحسب مجموع تواتر هذه الفئة وتواترات الفئات ا

| المستوى | الرابعة متوسط | أستاذ المادة | عقبة نوي | بطاقة فنية |
|---|---|---|---|---|
| المادة | رياضيات | السنة الدراسية | 2020/2019 | رقم : 04 |

الميدان : تنظيم معطيات  الدعائم : ك.المدرسي+ و.المرافقة ..

المقطع التعلمي 6: الإحصاء

الموضوع :المدى و المتوسط لسلسلة إحصائية.

الكفاءة المستهدفة: كيفية حساب المدى و الوسط الحسابي (المتوسط) .

| المراحل | وضعيات التعلـــــــم | التقويـــم |
|---|---|---|
| | **استعد :**<br>**وضعية تعلمية 3 ص 93 :**<br>**1- الفرق بين أكبر راتب و أصغر راتب ؟** | ما هي الطريقة المتبعة لحساب المدى |

| الفرق | أصغر راتب | أكبر راتب |
|---|---|---|
| 75000-30000=45000<br>يسمى هذا الفرق مدى سلسلة الرواتب | 30000 | 75000 |

**2-أ)**

✓ **مدى السلسلة (أ):** $20-15=5$

✓ **مدى السلسلة (ب):** $20-10=10$

**ب)حساب متوسط كل من السلسلتين :** ما هي الطريقة المتبعة لحساب الوسط الحسابي

❖ **متوسط السلسلة (أ):** $\frac{18\times2+15\times18+16\times6+20\times4}{2+18+6+4}=\frac{482}{30}=16,06$

❖ **متوسط السلسلة (أ):** $\frac{10\times3+18\times4+15\times16+20\times7}{3+4+16+7}=\frac{482}{30}=16,06$

**ومنه للسلسلتين نفس المتوسط أي للمدينتين نفس درجة الحرارة حوالي 16° خلال شهر نوفمبر .**

✓ **مدى سلسلة إحصائية :**

**تعريف : مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة لها .**

**ملاحظة : المدى يعطى فكرة عن تشتت قيم السلسة .**

### ✓ المتوسط (الوسط الحسابي):

متوسط سلسلة إحصائية هو مجموع جداءات قيمها بتكراراتها على مجموع التكرارات .

متوسط سلسلة إحصائية مجمعة في فئات هو مجموع جداءات مراكز كل فئة بتكرارها على مجموع التكرارات .

**ملاحظة** : إذا رمزنا للميزة المدروسة بالرمز $X$ فإن الوسط الحسابي لهذه الميزة يرمز له بالرمز : $\overline{X}$

| المستوى | الرابعة متوسط | أستاذ المادة | عقبة نوي | بطاقة فنية |
|---|---|---|---|---|
| المادة | رياضيات | السنة الدراسية | 2020/2019 | رقم : 05 |

الميدان : تنظيم معطيات  الدعائم : ك.المدرسي+ و.المرافقة ..

المقطع التعلمي 6: الإحصاء

الموضوع :وسيط سلسلة إحصائية

الكفاءة المستهدفة: كيفية تفسير و حساب وسيط سلسلة إحصائية.

| المراحل | وضعيات التعلم | التقويم |
|---|---|---|
| | **وضعية تعلمية 4 ص 93 :**<br>**1-ترتيب السلسلة ترتيبا تصاعديا :**<br>$35000, 35000, 35000, 42000, 42000, 42000, 50000, 50000, 55000, 60000, 65000$<br>**2- الرّاتب الذي يجزئ هذه السلسلة إلى سلسلتين لهما نفس التكرار :**<br>**هو : 42000.**<br>**35000,35000,35000,42000,42000,42000,50000,50000,55000,60000,65000**<br>**يسمى هذا الراتب وسيط هذه السلسلة ويرمز له بالرمز:** $Med$ | ما هي الطريقة المتبعة لحساب المدى |
| | **وضعية 2:**<br>**-1**<br>• **حساب مدى السلسلة :** $48-34=14$<br>• **حساب متوسط هذه السلسلة (الوسط الحسابي):** | ما هي الطريقة المتبعة لحساب الوسط الحسابي |

| درجة الحرارة | 34 | 35 | 37 | 40 | 41 | 46 | 48 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |

$$\bar{x}=\frac{34\times1+35\times2+37\times2+40\times2+41\times1+46\times1+48\times1}{10}=\frac{393}{10}=39,3^0$$

**وضعية 3:**

| الوزن p | $34\le p<38$ | $38\le p<42$ | $42\le p<46$ | $46\le p<50$ | $50\le p\le54$ |
|---|---|---|---|---|---|
| مركز الفئة | 36 | 40 | 44 | 48 | 52 |
| عدد التلاميذ | 4 | 10 | 12 | 9 | 6 |

**1-حساب الوزن المتوسط لهؤلاء التلاميذ :**

$$\bar{x}=\frac{36\times4+40\times10+44\times12+48\times9+52\times6}{41}=\frac{1816}{41}\simeq44$$

**2-الفئة الوسيطية :** $42\le p<46$

**الوسيط :**

**وسيط سلسلة إحصائية هو قيمة تجزئ السلسلة إلى سلسلتين لهما نفس التكرار .**

**مثال :**

• عدد قيم السلسلة الإحصائية المرتّبة الآتية هو عدد فردي (لدينا 9 قيم).

الوسيط هو 15.

• عدد قيّم السلسلة الإحصائية المرتّبة الآتية هو عدد زوجي (لدينا 10 قيم).

كل عدد محصور بين 9 و 12 يجزئ السلسلة إلى سلسلتين لهما نفس التكرار 4.

عامة، نأخذ مركز القيمتين 9 و12 كوسيط أي :

$\frac{9+12}{2} = 10,5$ . الوسيط هو 10,5.

(في هذه الحالة، الوسيط ليس قيمة من قيم السلسلة).

**ملاحظة: في حالة سلسلة مجمعة في فئات نبحث عن الفئة التي تنتمي إليها القيمة الوسيطية**

| المستوى | الرابعة متوسط | أستاذ المادة | عقبة نوي | بطاقة فنية |
|---|---|---|---|---|
| المادة | رياضيات | السنة الدراسية | 2020/2019 | رقم : 06 |

الميدان : تنظيم معطيات  الدعائم : ك.المدرسي+ و.المرافقة ..

المقطع التعلمي 6: الإحصاء

الموضوع :تعيين وتفسير متوسط ووسيط ومدى سلسلة إحصائية

**طرائق ص 97 :**

**تمرين 1 :** 1) عيّن المتوسط والوسيط والمدى للسلسلة الإحصائية التالية :

3 ، 5 ، 4 ، 5 ، 11 ، 8 ، 10 ، 7 ، 4 ، 3 ، 10 ، 3 ، 4 ، 6 ، 7.

2) نضيف القيمتين 3 و 43 لهذه السلسلة، عيّن عندئذ المتوسط والوسيط والمدى. ماذا تلاحظ؟ اشرح.

**حل :** 1) حساب المتوسط m :

$$m = \frac{7+6+4+3+10+3+4+7+10+8+11+5+4+5+3}{15} = \frac{90}{15} = 6$$

لحساب الوسيط Med نرتب أولا السلسلة: 3 3 3 4 4 4 5 ⑤ 6 7 7 8 10 10 11

الوسيط Med هو 5 لأن 5 تجزئ السلسلة إلى سلسلتين لهما نفس التّكرار 7 .

المدى هو 3 - 11 أي 8.

2) لاحظ السلسلة الجديدة : 3 3 3 3 4 4 4 5 ⑤ 6 7 7 8 10 10 11 43

والوسيط لم يتغير في هذه الحالة وهو 5

متوسط السلسلة الجديدة هو: $\frac{90+3+43}{17} = 8$ ، مدى السلسلة الجديدة هو : 40 = 3 - 43 .

50% على الأقل من القيم أصغر أو تساوي الوسيط 5 و 50% على الأقل منها أكبر أو تساوي الوسيط 5

**تمرين 2 :** 1) سجلت جمعية حماية المستهلك السعر بالدّينار لنفس البضاعة في N نقطة البيع .

| السعر | 50 | 51 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 11 | 8 | 12 | 9 | 6 | 5 | 2 | 3 | 1 |

عيّن وسيط هذه السلسلة.

2) سجلت نفس الجمعية السعر بالدّينار لبضاعة أخرى في M نقطة البيع.

| السعر | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 12 | 18 | 10 | 8 | 9 | 3 |

عيّن وسيط هذه السلسلة.

**حل :** 1) التكرار الكلّي N يساوي 57. القيمة التي رتبتها $\frac{N+1}{2}$ أي $\frac{57+1}{2}$ أي 29 هي 53 و تمثل الوسيط.

2) التكرار الكلّي M يساوي 60.القيمة التي رتبتها $\frac{M}{2}$ أي $\frac{60}{2}$ أي 30 هي 55

و القيمة التي رتبتها $\frac{M}{2}+1$ أي 31 هي 56 إذن الوسيط يساوي $\frac{55+56}{2}$ أي 55,5.

**طريقة**

لتعيين وسيط سلسلة تكرارها الكلّي N، نرتبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا :

- إذا كان N فرديا فإن الوسيط يساوي القيمة التي رتبتها $\frac{N+1}{2}$ .
- إذا كان N زوجيا فإن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$ .