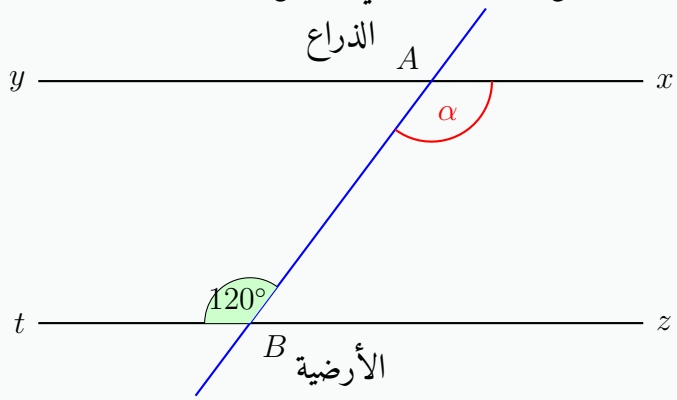
سلسلة التميز في الهندسة المستوية

المحور: الزوايا - التوازي - المثلثات

المستوى: السنة الثانية متوسط من إعداد الأستاذ: لعوطي صلاح الدين

تمرين 1

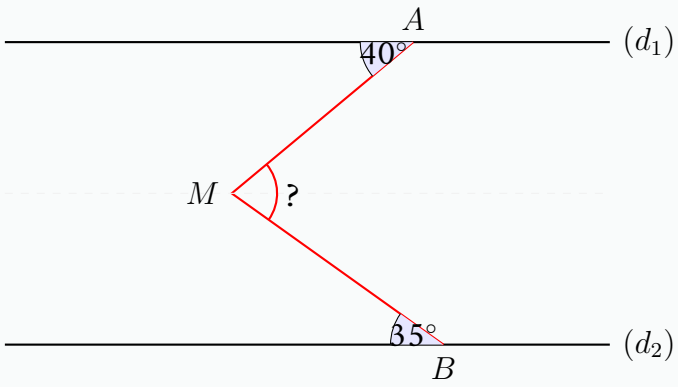
في ورشة بناء، تمثل ذراع الرافعة العلوية المستقيم (xy) والأرضية المستقيم (zt)، وهما متوازيان $(xy)//(zt)$. الحبل الفولاذي (AB) يشكل قاطعاً لهما كما في الشكل أدناه.



1. إذا كانت الزاوية التي يصنعها الحبل مع الأرض هي $120°$ (كما في الشكل). أوجد قيس الزاوية α المبينة في الشكل.
2. اذكر خاصية الزوايا التي اعتمدت عليها في إجابتك.

تمرين 2

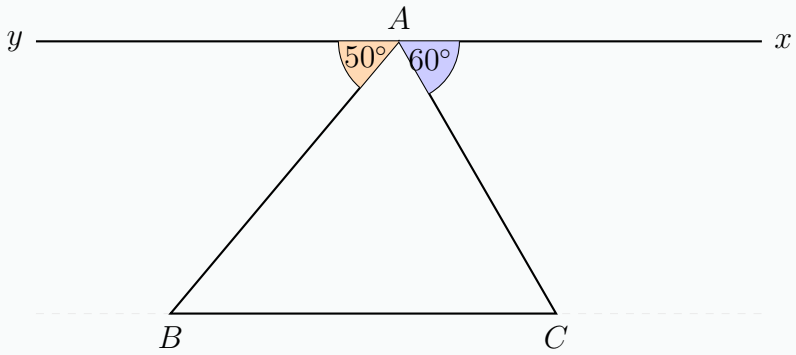
إليك الشكل المقابل حيث المستقيمان (d_1) و (d_2) متوازيان. أراد مهندس تصميم أنبوب مياه يمر بالنقطة M وينكسر عندها.



1. احسب قيس الزاوية $\widehat{AMB}$. (مساعدة: يمكنك رسم مستقيم مساعد يشمل M ويوازي (d_1)).

تمرين 3

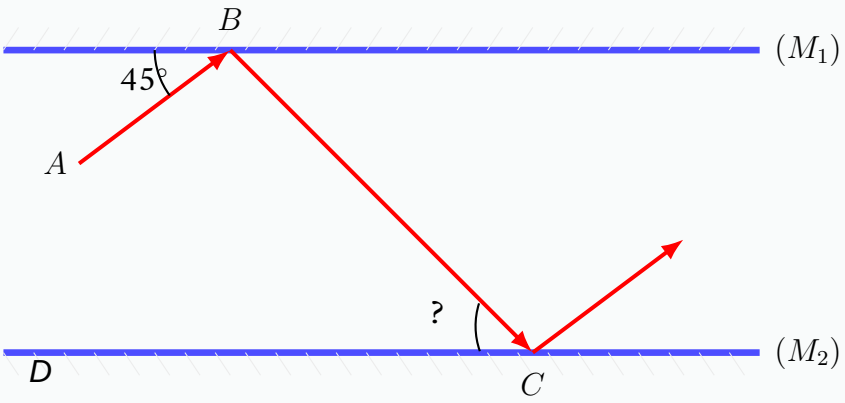
في الشكل المقابل، لدينا المثلث ABC. المستقيم (xy) يمر من الرأس A ويوازي الضلع $[BC]$.



1. استنتج أقياس زوايا المثلث ABC (أي الزوايا: $\widehat{ABC}$، $\widehat{ACB}$، و $\widehat{BAC}$). مع التعليل.
2. تحقق أن مجموع زوايا المثلث ABC يساوي $180°$.
3. ما هو نوع المثلث ABC ؟

تمرين 4

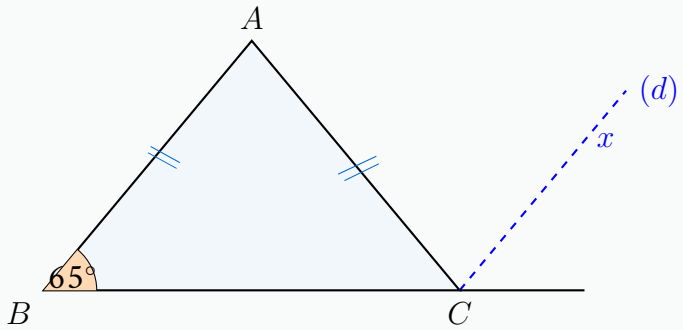
التمرين الأول: انعكاس الضوء في تجربة فيزيائية، لدينا مرآتان متوازيتان (M_1) و (M_2). ينطلق شعاع ليزر من المصدر A ليسقط في B، ثم ينعكس إلى C.



1. ما هو قيس الزاوية $\widehat{ABC}$؟ (علماً أن زاوية السقوط تساوي زاوية الانعكاس).
2. استنتج قيس الزاوية $\widehat{BCD}$ (بين الشعاع والمرآة الثانية) مع التعليل.

تمرين 5

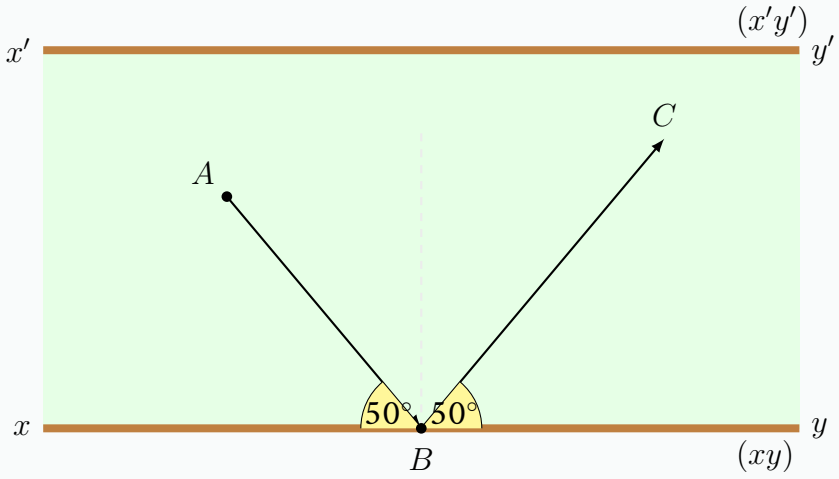
التمرين الثاني: المثلث والمنصف ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A. المستقيم (d) يشمل C ويوازي (AB).



1. احسب قيس الزاوية $\widehat{ACB}$.
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{ACx}$.

تمرين 6

تمثل هندسة طاولة البلياردو تطبيقاً مباشر



المعطيات:

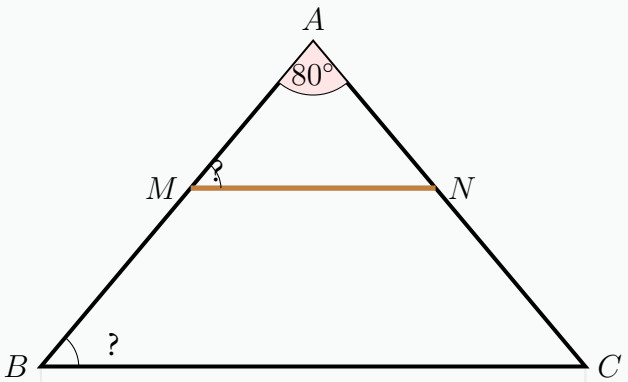
- حافتا الطاولة (xy) و $(x'y')$ متوازيتان تماماً.
- الكرة تنعكس بحيث تكون الزوايا مع الحافة متساوية ($50°$ في الجهتين).

الأسئلة:

1. أوجد قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ (زاوية مسار الكرة).
2. أوجد قيس الزاوية $\widehat{BCy'}$ (الزاوية بين مسار الكرة والحافة العلوية)، برّر إجابتك هندسياً.
3. هل المثلث الذي رؤوسه B، C، والمسقط العمودي لـ C على الحافة السفلية هو مثلث قائم متساوي الساقين؟

تمرين 7

أراد مهندس تصميم سقف خشبي لمنزل في منطقة جبلية لتفادي تراكم الثلوج. الشكل المقابل يمثل الواجهة الأمامية للسقف، حيث المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A. لدعم السقف، تم إضافة دعامة خشبية $[MN]$ بحيث توازي الأرضية $[BC]$.



المنزل واجهة

1. حساب زوايا السقف الأساسي:

1. بما أن المثلث ABC متساوي الساقين وزاوية الرأس $\widehat{BAC} = 80°$، احسب قيس زاويتي القاعدة $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ACB}$.

2. دراسة الدعامة:

1. برّر لماذا الزاوية $\widehat{AMN}$ تقايس الزاوية $\widehat{ABC}$.
2. استنتج قيس الزاوية $\widehat{AMN}$.
3. ما هو نوع المثلث الصغير AMN؟ علّل إجابتك.

BEM
لـ صلاح الدين
أستاذ مادة الرياضيات
MATH

دليل التصحيح النموذجي والمفصل

"الخطأ هو فرصة للتعلم، والتصحيح هو طريق الإتقان"

الحل 1

1. **إيجاد قيس الزاوية α:**
   - **المعطيات:** المستقيم (xy) يوازي المستقيم (zt)، والمستقيم (AB) قاطع لهما.
   - **الملاحظة:** الزاوية α (التي رأسها A) والزاوية المعلومة $120°$ (التي رأسها B) تقعان بين المستقيمين المتوازيين وفي جهتين مختلفتين بالنسبة للقاطع.
   - **الاستنتاج:** هما زاويتان **متبادلتان داخلياً**.
   - **الحساب:** بما أن التوازي محقق، فإن الزوايا المتبادلة داخلياً متقايسة.

$$\alpha = 120°$$

2. **الخاصية المعتمدة:** "إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإنه يشكّل معهما زاويتين متبادلتين داخلياً متقايستين".

3. **حساب زاوية المثلث الوهمي:** إذا تخيلنا مثلثاً قائماً رأسه A ومسقطه العمودي H على الأرضية:
   - مجموع زوايا المثلث هو $180°$.
   - لدينا زاوية قائمة $(90°)$ عند المسقط H.
   - الزاوية الحادة السفلية للمثلث هي مكملة الزاوية المنفرجة $120°$ (لأنها تشكل زاوية مستقيمة مع الأرض).

$$\text{الزاوية السفلية} = 180° - 120° = 60°$$

   - **الزاوية العلوية (المطلوبة):**

$$180° - (90° + 60°) = 30°$$

الحل 2

لحساب الزاوية $\widehat{AMB}$، نلجأ إلى الرسم المساعد:

1. نرسم مستقيماً (Δ) يشمل النقطة M ويوازي المستقيمين (d_1) و (d_2).
2. هذا المستقيم يقسم الزاوية المطلوبة $\widehat{M}$ إلى جزأين: علوي $\widehat{M_1}$ وسفلي $\widehat{M_2}$.
3. **حساب الجزء العلوي** $\widehat{M_1}$: بما أن $(\Delta)//(d_1)$، فإن الزاوية $\widehat{M_1}$ والزاوية $40°$ متبادلتان داخلياً.

$$\widehat{M_1} = 40°$$

4. **حساب الجزء السفلي** $\widehat{M_2}$: بما أن $(\Delta)//(d_2)$، فإن الزاوية $\widehat{M_2}$ والزاوية $35°$ متبادلتان داخلياً.

$$\widehat{M_2} = 35°$$

5. **النتيجة النهائية:** نجمع الجزأين للحصول على الزاوية الكلية:

$$\widehat{AMB} = \widehat{M_1} + \widehat{M_2} = 40° + 35° = 75°$$

الحل 3

1. **استنتاج أقياس الزوايا:**

- **الزاوية $\widehat{ABC}$:** المستقيم $(xy)//(BC)$ والمستقيم (AB) قاطع. الزاوية $\widehat{yAB} = 50°$ متبادلة داخلياً مع $\widehat{ABC}$.

$$\widehat{ABC} = 50°$$

- **الزاوية $\widehat{ACB}$:** بنفس الطريقة، الزاوية $\widehat{xAC} = 60°$ متبادلة داخلياً مع $\widehat{ACB}$.

$$\widehat{ACB} = 60°$$

- **الزاوية $\widehat{BAC}$:** الزوايا الثلاث $(50°, \widehat{BAC}, 60°)$ تشكل زاوية مستقيمة $(180°)$ عند الرأس A.

$$\widehat{BAC} = 180° - (50° + 60°) = 180° - 110° = 70°$$

2. **التحقق:** مجموع زوايا المثلث: $50° + 60° + 70° = 180°$. (صحيح).

3. **نوع المثلث:** بما أن جميع زواياه حادة $(< 90°)$ ومختلفة، فهو **مثلث حاد الزوايا ومختلف الأضلاع.**

الحل 4

1. **قيس الزاوية $\widehat{ABC}$:**

- الشعاع الساقط يصنع زاوية $45°$ مع المرآة.
- حسب قانون الانعكاس (زاوية السقوط = زاوية الانعكاس)، الشعاع المنعكس يصنع أيضاً $45°$ مع نفس المرآة.
- الزوايا حول النقطة B تشكل $180°$.

$$\widehat{ABC} = 180° - (45° + 45°) = 180° - 90° = 90°$$

2. **قيس الزاوية** $\widehat{BCD}$:

- المرآتان متوازيتان، والشعاع BC قاطع لهما.
- الزاوية التي يصنعها الشعاع مع المرآة الأولى $(45°)$ تتبادل داخلياً مع الزاوية التي يصنعها مع المرآة الثانية.
- إذن: $\widehat{BCD} = 45°$.

الحل 5

1. **حساب** $\widehat{ACB}$: بما أن المثلث متساوي الساقين ورأسه الأساسي A، فإن زاويتي القاعدة متقايستان.

$$\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = 65°$$

2. **حساب** $\widehat{ACx}$:

- أولاً نحسب زاوية الرأس A: $\widehat{BAC} = 180° - (65° + 65°) = 50°$.
- المستقيم (Cx) يوازي (AB) والمستقيم (AC) قاطع.
- الزاوية $\widehat{ACx}$ والزاوية $\widehat{BAC}$ متبادلتان داخلياً.

$$\widehat{ACx} = 50°$$

الحل 6

1. **قيس الزاوية** $\widehat{ABC}$: الزوايا عند نقطة الاصطدام تشكل زاوية مستقيمة.

$$\widehat{ABC} = 180° - (50° + 50°) = 80°$$

2. **قيس الزاوية** $\widehat{BCy'}$: حافتا الطاولة متوازيتان، ومسار الكرة قاطع. الزاوية السفلية (جهة اليمين بين المسار والحافة) هي $50°$. هذه الزاوية تتبادل داخلياً مع الزاوية العلوية $\widehat{BCy'}$.

$$\widehat{BCy'} = 50°$$

3. **طبيعة المثلث:** المثلث المتشكل من النقطة B، والنقطة C، والمسقط العمودي لـ C على الحافة السفلية (لنسمه H):
   - فيه زاوية قائمة عند H $(90°)$.
   - الزاوية عند B هي $50°$.
   - الزاوية عند C هي $40°$.
   - إذن هو **مثلث قائم** (وليس متساوي الساقين لأن زواياه الحادة مختلفة).

الحل 7

1. **زوايا السقف الأساسي:**
   - المثلث متساوي الساقين، زاوية الرأس $80°$.
   - مجموع زاويتي القاعدة: $180° - 80° = 100°$.
   - بما أنهما متقايستان: $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 50°$.

2. **دراسة الدعامة:**
   - **التبرير:** بما أن الدعامة (MN) توازي الأرضية (BC)، والمستقيم (AB) قاطع، فإن الزاوية $\widehat{AMN}$ تناظر الزاوية $\widehat{ABC}$.

- **القياس:** $\widehat{AMN} = 50°$.
- **نوع المثلث** AMN: بما أن $\widehat{AMN} = 50°$ وبالمثل $\widehat{ANM} = 50°$ (بالتناظر مع الجهة الأخرى)، فإن المثلث يملك زاويتين متقايستين، فهو **مثلث متساوي الساقين.**