ثانوية : الاخوة عباس – باتنة –
المستوى : 2 عت + 2 تر + 2 ريا .
ميدان التعلم: تحليل
المحـــــــور : الاحتمالات .
المحتوى المعرفي : محاكـــــــاة تجربة عشوائية

مذكرة رقم 01

الأستاذ : بن حولة عثمان
المادة: رياضيات
السنة الدراسية: 2026/2025
المدة: 01 سا

الكفاءات المستهدفة : ✍ انجاز محاكاة تجربة عشوائية بسيطة وملاحظة ميل التواترات نحو الاستقرار
المكتسبات القبلية : حساب التواترات .
- الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.
- المراجع: الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة -.

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	الملاحظ

نشاط مقترح

الجزء الأول : نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة وندعها تقع على الأرض .

1- ماهي النتائج الممكنة لهذه التجربة ؟
2- هل يمكن التنبؤ بحتمية النتيجة التي ستظهر ؟ كيف تسمى هذه التجربة ؟

الإنطلاق

الجزء الثاني : الأحوال الجوية في اليوم طقس مشمس و طقس ممطر أو طقس غائم , نريد التنبؤ بحالة الطقس في يوم معين , نختار نموذج ملائم لهذه التجربة العشوائية حيث نسحب من كيس غير شفاف يحتوي على 3 كريات : كرية بيضاء تدل على طقس مشمس – كرية زرقاء تدل على طقس ممطر – كرية سوداء تدل على طقس غائم .

I قمنا بتشكيل عينة مقاسها 10 لهذه التجربة كما هو موضح في الجدول الاتي

اللون	بيضاء	ازرق	اسود
ni التكرار	5	2	3
التواتر f_i	.	.	.

- أكمل الجدول .

II قمنا بتشكيل عينة مقاسها 100 لهذه التجربة وفي نفس الظروف كما هوموضح في الجدول الاتي :

اللون	بيضاء	ازرق	اسود
التكرار n_i	39	37	24
التواتر f_i	.	.	.

- أكمل الجدول . ثم قارن تواترات الجدول الأول والجدول الثاني.

مناقشة النشاط :

بناء المفهوم

الجزء 01 : النتائج الممكنة لهذه التجربة ظهور الوجه F , ظهور الظهر P .
- لا يمكن التنبؤبظهور نتيجة هذه التجربة .
- تسمى هذه التجربة بالتجربة العشوائية .

الجزء الثاني: المقارنة بين تواترات العينة التي مقاسها 10 والعينة التي مقاسها 100
نلاحظ أن توزيع التواترات في العينتين ليس نفسه أي هناك تذبذب في نتائج كل من الجدول الأول

والجدول الثاني

هذه الظاهرة تعرف **بتذبذب العينات**

1- التجربة العشوائية:

تعريف: نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة.

مثال(1):

رمي قطعة نقدية هي تجربة عشوائية نتائجها الممكنة ظهور الوجه أو ظهور الظهر

مثال(2):

رمي زهرة نرد مرة واحدة هي تجربة عشوائية نتائجها الممكنة هي

ظهور الوجه(1) أو الوجه (2) أو الوجه(3) أو الوجه (4) أو الوجه(5) أو الوجه(6)

2- العينة:

تعريف: نسمي عينة لتجربة عشوائية مجموعة النتائج المحصل عليها عند تكرار هذه التجربة n مرة . عدد النتائج n يسمى **مقاس** العينة

ملاحظات:

التقويم

1- يجب أن تكون محاولات التجربة متطابقة و مستقلة أي أن التجربة تنجز في نفس الظروف في كل محاولة

2- عند حساب تواترات الإمكانيات (المخارج) نحصل على **توزيع تواترات العينة**

مثال:

التجربة: رمي قطعة نقدية غير مزيفة

النتائج الممكنة: ظهر أو وجه

الترميز: نرمز بـ 1 للظهر و نرمز إلى الوجه بالرمز 2

العينة:

عندما نرمي هذه القطعة 10 مرات نتحصل على عينة مقاسها 10 فنتحصل مثلا على العينة:

2, 2, 2 , 2, 1, 2 ,2 ,2 , 1, 1, 1 .

سجلنا تواتر كل نتيجة (إمكانية) ,(مخرج) من النتيجتين و تحصلنا على الجدول التالي:

النتيجة	1	2
التواتر	0.4	0.6

يسمى هذا الجدول بجدول **توزيع تواترات العينة , فمثلا 0.6 هو تواتر النتيجة 2 و0.4 هو تواتر النتيجة 1.**

3- تذبذب العينات:

عندما ننجز تجربة n مرة نتحصل على عينة مقاسها n و عندما نعيد نفس التجربة n مرة في نفس الظروف نجد عينة أخرى مقاسها n ليست بالضرورة مطابقة للأولى , فنلاحظ أن تواترات مختلف النتائج غير مستقرة إذ يتغير توزيع التواترات لكل عينة و هذا ما يسمى **بتذبذب العينات**

4- التواتر التجريبي والتواتر النظري :

أ) **التواتر التجريبي** : تواتر قيمة الطبع الاحصائي هو حاصل قسمة تكرارها على التكرار الكلي ونرمز اليه بالرمز f_i وهو قيمة متذبذبة .

ب) **التواتر النظري** : هوالقيمة النظرية الثابتة المتوقع الحصول عليها من خلال معطيات التجربة ويسمى الاحتمال ونرمز اليه بالرمز P_i

5- ميل التواترات نحو استقرار:

- عندما يزداد مقاس العينات و يكون كبير بالقدر الكافي نلاحظ أن هذا التذبذب يتضاءل أكثر فأكثر و تميل التواترات إلى الاستقرار و يظهر هكذا انتظام في الظاهرة العشوائية المدروسة.
- بمعنى أخر كلما كان مقاس العينة الإحصائية كبير بالقدر الكافي فان التواتر التجريبي لكل مخرج يؤول نحو الاستقرار نحو التواتر النظري وتسمى هذه الحالة بميل التواترات نحو الاستقرار.

أمثـــــــــلة :

1- في تجربة رمي قطعة نقدية متوازنة عدد كبير من المرات فان تواتر كل من ظهور الوجه F , ظهور الظهر P يقترب من $\frac{1}{2}$.

التجربة: رمي زهرة نرد غير مزيفة

النتائج الممكنة: الوجه(1) أو الوجه (2)أو الوجه (3) أو الوجه (4) أو الوجه (5) أو الوجه(6)

الترميز: نرمز لكل وجه بعدد النقط الذي يحمله مثلا الوجه الذي يحمل الرقم 6 نرمز له بالرمز 3

العينة: رمى شخص A النرد 50 مرة فتحصلنا على عينة A و أنجز شخص B بنفس النرد و في نفس الظروف فتحصل على عينة B . لكل عينة تحصلنا على توزيع التواترات حسب الجدول التالي:

النتيجة	1	2	3	4	5	6
تواتر العينة A	0.12	0.18	0.12	0.14	0.18	0.26
تواتر العينة B	0.14	0.2	0.16	0.15	0.24	0.11

نلاحظ أن توزيع التواترات في العينتين ليس نفسه أي هناك تذبذب في نتائج كل من A و B وأن تواتر كل رقم يقترب من $\frac{1}{6}$

هذه الظاهرة تعرف **بتذبذب العينات**

6- المحاكاة:

- عند البحث عن تجربة عشوائية يتعسر الحصول على عدد كبير من التجارب لذا نلجأ إلى محاكاة

- لمحاكاة تجربة عشوائية نصف هذه التجربة ثم ننمذجها أي نختار نموذجا لها بحيث يكون لهذا النموذج نفس خواص الظاهرة المدروسة ثم نلاحظ تواترات ظهور مختلف النتائج الممكنة

- للقيام بمحاكاة تجربة عشوائية نعتمد عادة على تجربة عشوائية مرجعية مثل: رمي قطعة نقدية , رمي نرد , سحب كرات من صندوق , توليد أعداد عشوائية بواسطة حاسبة أو مجدول...

مثال:

التجربة العشوائية: ولادة ذكر أو أنثى في 15 عائلة بحيث حظوظ ولادة ذكر هي نفسها ولادة أنثى

النتائج الممكنة: ذكر أو أنثى (نتيجتين)

- يمكن محاكاة هذه التجربة بأخذ قطعة نقدية كسند مادي بحيث نصطلح على أن رمية واحدة تمثل مولودا و ظهور وجه (F) يمثل **" المولد أنثى"** و ظهور وجه (P) يمثل **" المولد ذكرا"**

- يمكن كذلك محاكاة هذه التجربة بأخذ كسند مادي نردا متزنا أوجهه تحمل الأرقام: 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6

إذ أن رمي النرد يمثل **" ولادة"** و ظهور عدد فردي يمثل **" ذكر "** و ظهور عدد زوجي يمثل **" أنثى "**

- لمحاكاة التجربة نرمي النرد 15 مرة فإذا كانت النتائج مثلا: 1-2-2-4-6-4-3-5-3-1-4-5-1-6-4-3-3-1 فإنها تعبر على أن عدد المواليد الإناث في العائلات هو 7 و عدد المواليد الذكور هو 8

تمرين:

نريد تقدير النسبة المئوية X للإناث و النسبة المئوية Y للذكور الخاصان بالمواليد في سنة ما و في مكان ما .

من اجل ذلك نختار أن نعمل بعينة تتكون من N مولودا في هذه السنة و في هذا المكان و نفرض أن ولادة ذكر لها نفس حظوظ ولادة أنثى.

لتقدير X و Y نقوم بنمذجة التجربة وذلك باستعمال قطعة نقدية متزنة و نصطلح أن رمية واحدة تمثل مولودا و أن ظهور وجه (F) يمثل **" المولد أنثى"** و ظهور وجه (P) يمثل **" المولد ذكرا"**

1- ما هي قيم X و Y التي تتوقعها ؟

2- رمينا القطعة 50 مرة فتحصلنا على النتائج التالية:

$$P-F-F-F-F-P-P-F-F-F-F-F-F-P-F-F-F-F-P-P-F-F-P-P-P-$$
$$F-P-P-P-F-P-P-F-P-F-P-F-P-P-P-P-F-F-F-P-F-P-F-P-P$$

- أ- ما هي قيمة N ؟
- ب- احسب تكرار كل من F و P و تواتر كل منهما
- ج- إذا اعتمدنا على هذه العينة فما هي التوقعات فيما يخص X و Y

الحـــــــــل:

قيم X و Y التي تتوقعها:

بما أن ولادة ذكر لها نفس حظوظ ولادة أنثى نتوقع: $X=50\%$ و $Y=50\%$

قيمة N : $N=50$

تكرار كل من F و P و تواتر كل منهما: تكرار P هو 24 و تكرار F هو 26

و منه تواتر P هو $\frac{24}{50}=0.48$ و تواتر F هو $\frac{26}{50}=0.52$

التوقعات فيما يخص X و Y : اعتمادا على هذه العينة نتوقع $X=52\%$ و $Y=48\%$

ثانوية : الاخوة عباس – باتنة –
المستوى : 2 عت + 2 تر + 2 ريا .
ميدان التعلم: تحليل
المحـــــــور : الاحتمالات .
المحتوى المعرفي : **الاحداث والعمليات عليها**

مذكرة رقم 02

الأستاذ : بن حولة عثمان
المادة: رياضيات
السنة الدراسية: 2026/2025
المدة: 01 سا

الكفاءات المستهدفة : وصف تجربة عشوائية بسيطة عدد النتائج الممكنة فيها منته- التعرف على الاحداث والعمليات عليها .
المكتسبات القبلية : **محاكاة تجربة عشوائية – مفهوم تجربة عشوائية – التواترات وميلها نحو الاستقرار.**
- الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.
- المراجع: الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة .

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	الملاحظات
الإنطلاق	**نشاط مقترح :** نرمي زهر النرد غير مزيف مرقم من 1 إلى 6 مرة واحدة ونهتم بالرقم الظاهر على الوجه العلوي 1. عين مجموعة النتائج الممكنة المحصل عليها في هذه التجربة 2* عين مجموعة إمكانيات الحوادث التالية: "الحصول على وجه يحمل رقم 2 " هي الحادثة الأولية $\{2\}$. "الحصول على وجه تحمل رقما زوجيا " هي الحادثة $\{2;4;6\}$. عين الحوادث التالية : A : " الحصول على وجه لا يحمل رقم 2 " B : "الحصول على وجه يحمل عددا أصغر تماما من 4 " . C : "الحصول على وجه يحمل عددا أوليا ". D : "الحصول على وجه يحمل عددا أوليا و أصغر تماما من 4 ". E : "الحصول على وجه يحمل عددا أوليا أو أصغر تماما من 4 ".		
بناء المفهوم	**مناقشة النشاط المقترح :** 1- نقول إننا أنجزنا تجربة عشوائية نسمي مجموعة نتائجها الممكنة بمجموعة الإمكانيات و نرمز لها بـ Ω حيث $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$ "الحصول على وجه يحمل رقم 2 " هي الحادثة الأولية $\{2\}$. "الحصول على وجه تحمل رقما زوجيا " هي الحادثة $\{2;4;6\}$. 2 / تعيين الحوادث التالية : A : " الحصول على وجه لا يحمل رقم 2 " أي $A=\{1;3;4;5;6\}$. B :"الحصول على وجه يحمل عددا أصغر تماما من 4 أي $B=\{1;2;3\}$. C : "الحصول على وجه يحمل عددا أوليا " أي $c=\{2;3;5\}$. D : "الحصول على وجه يحمل عددا أوليا و أصغر تماما من 4 "أي $D=\{2;3\}$ E : "الحصول على وجه يحمل عددا أوليا أو أصغر تماما من 4 " $E=\{1;2;3;5\}$		

1 / تعاريف

① نسمي مجموعة النتائج الممكنة بمجموعة الإمكانيات أو المجموعة الشاملة أو مجموعة المخارج ونرمز لها Ω -

② كل عنصر من Ω يسمى إمكانية أو مخرج .

③ كل جزء A من Ω يسمى حادثة .

④ إذا احتوت المجموعة الجزئية A من Ω على عنصر وحيد فإنها تدعى حادثة أولية أو حادثة بسيطة .

⑤ الحادثة الأكيدة هي Ω و الحادثة المستحيلة هي $\varnothing$.

⑤ إذا كانت A حادثة فإن حادثتها العكسية هي $\overline{A}$ و هي التي تحتوي على كل عناصر Ω ما عدا عناصر A .

⑦ لتكن A و B حادثتان. نرمز بـ $A \cap B$ للحادثة A و B و هي التي تحتوى على كل عناصر Ω و التي تنتمي إلى كل من A و B معا . إذا كانت $A \cap B$ خالية أي $A \cap B = \varnothing$ نقول عندئذ أن الحادثتين A و B غير متلائمتين .

⑧ نرمز بالرمز $A \cup B$ للحادثة A أو B و هي التي تحتوى على عناصر A و عناصر B أيضا .

التقويم

ملاحظة :

لتعيين مجموعة النتائج الممكنة يمكننا تمثيل جميع الإمكانيات بواسطة جدول ، بمخطط أو بتمثيل شجري (يسمى شجرة الإمكانيات)

تطبيق:

نرمي ثلاث مرات متتابعة قطعة نقدية متوازنة .

1 / عين مجموعة الإمكانيات Ω لهذه التجربة .

الوجه الظهر

2 / عين الحوادث التالية :

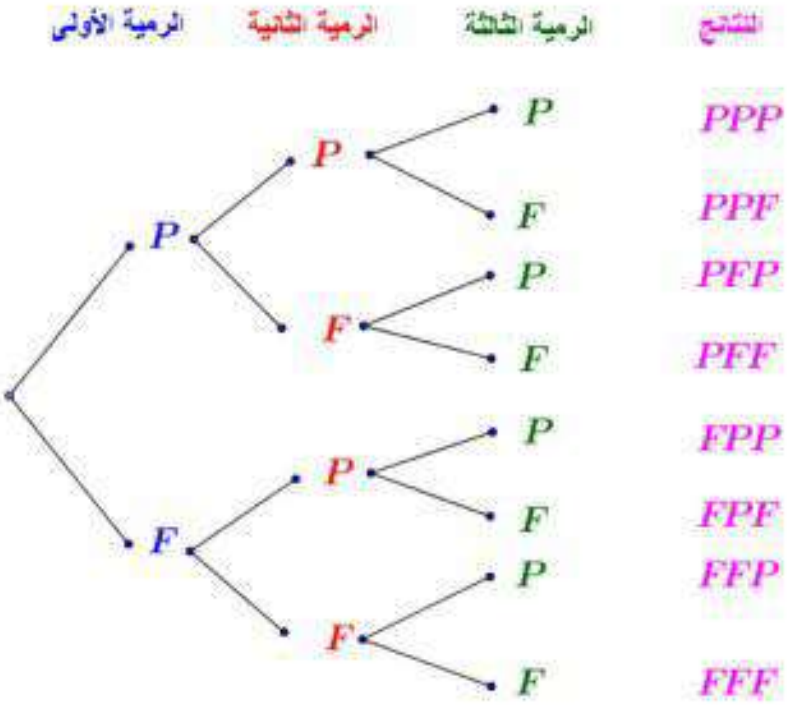
A : "الحصول على وجهين و ظهر" B : " الحصول على وجه على الأقل "

C : "الحصول على ثلاثة أظهر" D : "الحصول على وجه على الأقل أو ثلاثة أظهر"

E : "الحصول على وجهين و ظهر و ثلاثة أظهر "

الحل :

1 / يمكننا تمثيل Ω على شكل شجرة (تسمى شجرة الامكانيات) كما يلي :



مجموعة المخارج هي : $\Omega=\{PPP;PPF;PFP;PFF;FPP;FPF;FFP;FFF\}$ ، اذن عدد المخارج هو8 .

2 / تعيين الحوادث التالية :

A : "الحصول على وجهين و ظهر" إذن $A=\{FFP;FPF;PFF\}$.

B : " الحصول على وجه على الأقل " إذن

$B=\{FPP;PFP;PPF;FFP;FPF;PFF;FFF\}$.

C : "الحصول على ثلاثة أظهر" إذن $C=\{PPP\}=\overline{B}$.

D : "الحصول على وجه على الأقل أو ثلاثة أظهر" إذن

$D=\{FPP;PFP;PPF;FFP;FPF;PFF;FFF;PPF\}=\Omega$.

E : "الحصول على وجهين و ظهر و ثلاثة أظهر" إذن $E=\varnothing$.

ثانوية : الاخوة عباس – باتنة –
المستوى : 2 عت + 2 تر + 2 ريا .
ميدان التعلم: تحليل
المحـــــــور : الاحتمالات .
المحتوى المعرفي : قانـــون الاحتمال واحتمال حدث .

مذكرة رقم 03

الأستاذ : بن حولة عثمـان
المادة: رياضيات
السنة الدراسية: 2026/2025
المدة: 01 سا

- الكفاءات المستهدفة : قانون الاحتمال، نمذجة بعض الوضعيات البسيطة.
- المكتسبات القبلية : تجربة عشوائية - التواتر التجريبي .
- الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.
- المراجع: الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة .

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة

تمهيد :عند القيام بتجربة عشوائية ذات n نتيجة و تكرار التجربة للحصول على عينة ذات مقاس كبير ، نقبل بأن التواترات f_i للنتائج(f_i قيمة التطبيقية متذبذبة) تؤول إلى احتمالات حدوثها p_i الذي هو قيمة نظرية ثابتة ونكتب $f_i \simeq p_i$

نشاط مقترح :

الإنطلاق

يحتوي كيس على 100 كرية ملونة ومن نفس الشكل . تتوزع ألوان الكريات في الكيس كمايلي:
I قمنا بتشكيل عينة مقاسها 10 لهذه التجربة كما هو موضح في الجدول الاتي

اللون	بيضاء	ازرق	اسود	احمر	المجموع
عدد الكريات (التكرار n_i)	35	10	15	40	100
التواتر f_i	.	.	.	.	.

- أكمل الجدول .

II نسحب كريات من الكيس عشوائيا .
- ماهو احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء ؟
- ماهو احتمال أن تكون الكرية المسحوبة بيضاء ؟
- ماهو احتمال أن تكون الكرية المسحوبة سوداء ؟
- ماهو احتمال أن تكون الكرية المسحوبة زرقاء ؟
- ماذا تلاحظ بالنسبة لمجموع التواترات $\sum_{i=1}^{n} f_i = 1$ ؟

مناقشة النشاط :

1) قانون الاحتمال

بناء المفهوم

تعريف:

قانون احتمال P لتجربة عشوائية هو إرفاق كل مخرج e_i بعدد موجب p_i مع $i \in \{1,2,3,\ldots,n\}$ بحيث يتحقق ما يلي $p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n = 1$

➢ نمذجة تجربة عشوائية يعني إرفاقها بمجموعة إمكانيات Ω و قانون احتمال P على Ω

يسمى العدد p_i احتمال تحقق المخرج e_i

المخرج x_i	x_1	x_2	...	x_n
الاحتمال p_i	p_1	p_2	...	p_n

مع $0 \le p_i \le 1$ و $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

ملاحظة1: بما أن كل عدد p_i موجب فهو أصغر من المجموع 1 و منه $0 \le p_i \le 1$ من أجل كل **i** طبيعي من 1 إلى **n**

مثال : نرمي زهرة النرد متوازنة مرة واحدة نعرف قانون الاحتمال كما يلي:

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

تنبيه: عند نمذجة تجربة عشوائية يجب التأكد أن مجموع الاحتمالات يساوي 1

2. احتمال حدث :

تعريف : لتكن Ω مجموعة نتائج تجربة عشوائية مرفقة بقانون إحتمال و A حادثة

إحتمال الحادثة A هو مجموع احتمالات إمكانيات هذه الحادثة .

ملاحظة:

احتمال الحدث A يرمز له بـ P(A) ويساوي مجموع احتمالات الأحداث الأولية للحدث A.

مثال : يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء، 4 كرات خضراء و3 كرات صفراء نسحب عشوائيا كرة من الكيس.

1) مجموعة الإمكانيات Ω هي: $\Omega = \{B, V, J\}$

2)لدينا احتمال سحب كرية بيضاء هو $P(B) = \frac{3}{10}$.

3) لدينا احتمال سحب كرية خضراء هو $P(V) = \frac{4}{10}$.

4) لدينا احتمال سحب كرية صفراء هو $P(J) = \frac{3}{10}$.

التقويم

تمرين تطبيقي 1:

عين من بين الجداول التالية التي تعرف قانون احتمال

x_i	x_1	x_2	x_3
P_i	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$

x_i	x_1	x_2	x_3
P_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

x_i	x_1	x_2	x_3
P_i	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

x_i	x_1	x_2	x_3
P_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$

تمرين تطبيقي 2:

نرمي حجر نرد غير متوازن مرقم من 1 إلى 6 . باستعمال الجدول التالي احسب a

المخرج	1	2	3	4	5	6
الاحتمال	a	0.3	$2a$	0.2	0.1	a

تمرين تطبيقي 3: تمرين 24 ص 25 (1)

تمرين منزلي: 13 ص 390

ثانوية : الاخوة عباس – باتنة -
المستوى : 2 عت + 2 تر + 2 ريا .
ميدان التعلم: تحليل
المحـــــــور : الاحتمالات .
المحـــتوى المعـرفي : الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري لقانون الاحتمال .

مذكرة رقم 04

الأستاذ : بن حولة عثمـان
المادة: رياضيات
السنة الدراسية: 2026/2025
المدة: 01 سا

- الكفاءات المستهدفة : احتمال حادثة، الأمل الرياضياتي، التباين و الانحراف المعياري
- المكتسبات القبلية : قانون الاحتمال، نمذجة بعض الوضعيات البسيطة.
- الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	الملاحظات

تذكير بقانون الاحتمال

نشاط مقترح :

نرمي زهرة نرد متجانسة مرة واحدة فنجد مجموعة الإمكانيات : $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$

1 . عين قانون الاحتمال النموذج المرفق بهذه التجربة .
2 . أحسب الوسط الحسابي الذي يسمى الأمل الرياضياتي ونرمز له بـ E .
3 . احسب التباين والانحراف المعياري لقانون الاحتمال .

الحـــــــل

1 . تعيين قانون الاحتمال النموذج المرفق بهذه التجربة :

النتيجة e_i	1	2	3	4	5	6
العدد P_i	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

2 . حساب الأمل الرياضياتي : $E=\sum_{i=1}^{6} e_i P_i$ اذن $E=3,5$

3 . حساب التباين V والانحراف المعياري لقانون الاحتمال :

e_i	1	2	3	4	5	6	المجموع
P_i	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1
$(e_i-E)^2 \cdot P_i$	1.04	0.38	0.04	0.04	0.38	1.04	3.28

$V=3,28$ و $\sigma=1,81$

3 / الأمل الرياضياتي , التباين , الإنحراف المعياري لقانون احتمال :

تعاريف :

لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية (نعتبر هذه النتائج حقيقية) حيث: $\Omega=\{x_1,x_2,x_3,.....,x_n\}$ و ليكن P احتمال على Ω. نرمز بالرمز P_i للإحتمال $P_i=p(x_i)$

1) **الأمل الرياضياتي** لقانون الاحتمال P هو العدد E حيث: $E=\sum_{i=1}^{n} x_i P_i$

2) **التباين** لقانون الاحتمال P هو العدد V حيث: $V=\sum_{i=1}^{n}(x_i-E)^2 P_i$

3) **الانحراف المعياري** لقانون الاحتمال P هو العدد δ حيث: $\sigma=\sqrt{V}$

يمكن كتابة التباين V على الشكل $V=\sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - E^2$

المراحل: الإنطلاق، بناء المفهوم، التقويم

ملاحظة:

في الإحصاء يمثل الأمل الرياضي الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية اذا اعتبرنا قيم الطبع هي عناصر Ω و التواترات النظرية هي القيم P_i

تطبيق:

كيس به 7 كرات لا نفرق بينها باللمس تحمل الأرقام $2,1,1,0,0,0,-1$

نسحب كرة واحدة من هذا الكيس ونسجل العدد المحصل عليه .

1 / عين مجموعة الإمكانيات ثم عين قانون الاحتمال المرفق بهذه التجربة .

2 / احسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري لقانون الاحتمال .

الحل:

1 / تعيين مجموعة الإمكانيات : $\Omega=\{-1;0;1;2\}$

2 / تعيين قانون الاحتمال المرفق بهذه التجربة :

x_i	-1	0	1	2
p_i	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$

3 / حساب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري لقانون الاحتمال :

$$E=-1\times\frac{1}{7}+0\times\frac{3}{7}+1\times\frac{2}{7}+2\times\frac{1}{7}=\frac{3}{7}$$

$$V=\sum_{i=1}^{4}x_i^2P_i-E^2=\left((-1)^2\times\frac{1}{7}+0^2\times\frac{3}{7}+1^2\times\frac{2}{7}+2^2\times\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{3}{7}\right)^2=1-\frac{9}{49}=\frac{40}{49}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{2\sqrt{10}}{7}$$

تمرين تطبيقي : نعتبر $\Omega=\{-3,2,4,5\}$

و نعرف قانون الاحتمال على Ω كما في الجدول :

x_i	-3	2	4	6
P_i	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{12}$

① احسب الأمل لهذا القانون .

② احسب التباين ثم الانحراف المعياري لهذا القانون .

حل :

① حسب التعريف لدينا :

$$E=(-3)\times\frac{2}{12}+2\times\frac{1}{12}+4\times\frac{5}{12}+6\times\frac{4}{12}=\frac{40}{12}\simeq 3,33$$

② لدينا : $V=(-3)^2\times\frac{2}{12}+2^2\times\frac{1}{12}+4^2\times\frac{5}{12}+6^2\times\frac{4}{12}-E^2=\frac{1352}{144}$

ومنه : $\sigma=\sqrt{V}\simeq 3.06$

مذكرة رقم 05

ثانوية : الاخوة عباس – باتنة –
المستوى : 2 عت + 2 تر + 2 ريا .
ميدان التعلم: تحليل
المحور : الاحتمالات .
المحتوى المعرفي : **الاحتمالات المتساوية**

الأستاذ : بن حولة عثمان
المادة: رياضيات
السنة الدراسية: 2026/2025
المدة: 01 سا

الكفاءات المستهدفة : ✍ احتمال حادثة بسيطة، حادثة مركبة.

- المكتسبات القبلية : قانون الاحتمال – احتمال حدث ....
- الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.
- المراجع: الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة -.

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	الملاحظات
الإنطلاق	**نشاط مقترح :** كيس به 20 كرية لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الارقام 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , ... 19 . نسحب عشوائيا كرية واحدة من الكيس . 1 / عين مجموعة الإمكانيات . 2 / عين نموذج لقانون احتمال مرفق بهذه التجربة . ماذا تلاحظ ؟ 3 / R حادث : " الحصول على كرية تحمل رقما أوليا " . عين R ثم احسب احتمال هذه الحادثة $P(R)$ **مناقشة النشاط المقترح :** 1 / تعيين مجموعة الإمكانيات : $\Omega=\{0;1;2;3;.....19\}$ 2 / تعيين نموذج لقانون احتمال مرفق بهذه التجربة : يلخص في الجدول التالي :		

الإمكانية x_i	1	2	3	4	.....	19
الاحتمال P_i	1/20	1/20	1/20	1/20	.....	1/20

نلاحظ أن لكل نتيجة x_i نفس الاحتمال P_i الذي هو 1/20 .
نقول في هذه الحالة أن قانون الاحتمال متساوي التوزيع أو متساوي الاحتمال .
3 / تعيين R و حساب احتماله : $R=\{2;3;5;7;11;13;17;19\}$ ،

$$P(R)=P_2+P_3+P_5+P_7+P_{11}+P_{13}+P_{17}+P_{19}=\frac{8}{20}=0,40$$

أ * تعريف :

1 / إذا كان لكل الحوادث الأولية نفس الاحتمال نقول إن قانون الاحتمال متساوي التوزيع او متساوي الاحتمال

2 / إذا كان n عدد نتائج Ω فان احتمال كل نتيجة e_i من Ω هو : $P(e_i)=\frac{1}{n}$.

بناء المفهوم

ملاحظة :
بعض التعابير تدل على وضعية متساوية الاحتمال مثلا :
* نختار بصفة عشوائية .
* نرمي قطعة نقدية أو زهرة نرد متجانسة أو غير مزيفة .
* كرات أو قريصات لا نفرق بينها عند اللمس .

نتيجة:

لحساب احتمال الحادثة المركبة A نستخدم العلاقة :

$$P(A)=\frac{\text{عدد عناصر A}}{\text{عدد عناصر }\Omega}$$

مثال :

نسحب ورقة من تقويم ميلادي لسنة غير كبيسة ، ما احتمال أن تكون هذه الورقة ليوم من شهر نوفمبر .

تطبيق01 :

يمثل الجدول التالي نتائج المترشحين في امتحان البكالوريا في ثانوية :

	إناث	ذكور
ناجح	78	104
راسب	20	38

1) نلتقي صدفة بأحد المترشحين.
ما هو الاحتمال أن يكون هذا التلميذ:
أ * ذكرا ناجحا. ب * أنثى.
جـ * راسبا.
2) نلتقي صدفة بأحد المترشحين الذكور . ما هو الاحتمال أن يكون هذا المترشح ناجحا .
قارن هذه النتيجة مع نتيجة السؤال 1) أ / .
3) نلتقي صدفة بأحد المترشحين الراسبين . ما هو الاحتمال أن يكون هذا المترشح أنثى ؟

التقويم

ثانوية : الاخوة عباس – باتنة –
المستوى : 2 عت + 2 تر + 2 ربا .
ميدان التعلم: تحليل
المحور : الاحتمالات .
المحتوى المعرفي : خواص الاحتمالات

مذكرة رقم 06

الأستاذ : بن حولة عثمان
المادة: رياضيات
السنة الدراسية: 2026/2025
المدة: 01 سا

الكفاءات المستهدفة : معرفة احتمال حدث بسيط – احتمال حدث مركب ,احتمال الحدث العكسي .....

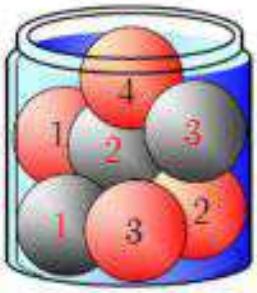
المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	الملاحظات

أسئلة حول الحصة الماضية:

الإنطلاق

نشاط مقترح :

صندوق به 7 كرات لا نفرق بينها عند اللمس ثلاثة منها سوداء مرقمة 1,2,3 و أربع حمراء مرقمة 1,2,3,4 .



نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق .

1/ احسب احتمالات الأحداث التالية :

A : " الكرة المسحوبة حمراء" .

B : " الكرة المسحوبة سوداء ".

C : " الكرة المسحوبة تحمل الرقم 3 ".

2/ احسب احتمالات الأحداث : $\overline{A}$ ، $A\cap B$ ، $A\cup B$ ، $A\cap C$ ، $A\cup C$.

4 / قارن بين $P(A)+P(C)-P(A\cap C)$ و $P(A\cup C)$ ، و بين $1-P(A)$ و $P(\overline{A})$.

مناقشة النشاط :

بناء المفهوم

1/ $P(A)=\frac{4}{7}$ ، $P(B)=\frac{3}{7}$ ، $P(C)=\frac{2}{7}$.

2/ $P(\overline{A})=P(B)=\frac{3}{7}$ ، $P(A\cap C)=\frac{1}{7}$ ، $P(A\cup B)=P(\Omega)=1$ ،

$P(A\cup C)=\frac{5}{7}$.

$P(A)+P(C)-P(A\cap C)=\frac{5}{7}$

إذن $P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)$.

$1-P(A)=\frac{3}{7}$ إذن $P(\overline{A})=1-P(A)$.

خواص الاحتمالات

لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة (الشاملة) لتجربة عشوائية مزودة بالاحتمال P

1) من اجل كل حادثة A فان: $0\le P(A)\le 1$

2) $P(\Omega)=1$ و $P(\varnothing)=0$

3) اذا كانت A و B حادثتين كيفيتين فان: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

4) اذا كانت A و B حادثتين غير متلائمتين $(A\cap B=\phi)$ فان:

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

4) $P(\overline{A})=1-P(A)$ حيث $\overline{A}$ الحادثة العكسية للحادثة A

5) اذا كانت الحادثة A جزءا من الحادثة B $(A\subset B)$ فان: $P(A)\le P(B)$

مثال :

عند رمي زهرة النرد مكعبة غير مزيفة أوجهها مرقمة من 1 الى 6

نعتبر الحوادث A: "الحصول على رقم زوجي " ، B: "الحصول على رقم مضاعف للعدد 3 "

$A=\{2,4,6\}$ ، $B=\{3,6\}$ ، $A\cup B=\{2,3,4,6\}$ ، $A\cap B=\{6\}$

$P(A)=\frac{3}{6}$ ، $P(B)=\frac{2}{6}$ ، $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$ ،

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

تطبيق01 :

يحتوي كيس على أربع كريات لا نفرق بينها عند اللمس.كريتين بيضاوين $B1$ ، $B2$ كريه سوداء N وكرية حمراء R

نسحب عشوائيا وعلى التوالي كريتين من الكيس حيث نعيد الكريه المسحوبة في السحب الأول في الكيس قبل السحب الثاني .

أ- عين Ω مجموعة مخارج هذه التجربة العشوائية .

ب- احسب احتمالات الحوادث التالية

التقويم

" A " سحب كريه بيضاء وكرية سوداء .

" B " السحب لا يحتوي على كريه بيضاء.

" C " السحب يحتوي على الأقل على كريه بيضاء .

" D " السحب يحتوي على الأكثر على كريه بيضاء.

تطبيق02 :

اجتاز محمد مسابقتين للتوظيف في مؤسستين مختلفتين ، إذا كان احتمال النجاح في المسابقة A هو 0.6 واحتمال النجاح في المسابقة B هو 0.7 واحتمال النجاح في مسابقة واحدة على الأقل هو 0.9 . احسب الاحتمالات التالية :

1- احتمال النجاح في المسابقتين A و B معا.

2- احتمال النجاح في المسابقة A فقط

3- احتمال النجاح في المسابقة B و عدم النجاح في المسابقة A

4- احتمال عدم النجاح في المسابقتين A و B

5- احتمال النجاح في المسابقة B أو عدم النجاح في المسابقة A

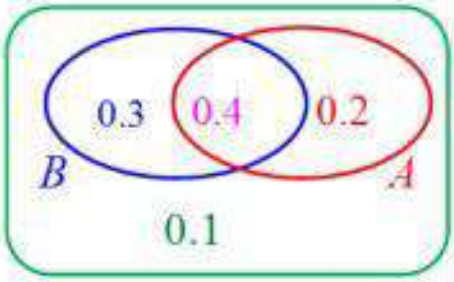
الحل :

نرمز لاحتمال النجاح في المسابقة A بالرمز $P(A)$ و لاحتمال النجاح في المسابقة B بالرمز $P(B)$ إذن

$P(A)=0.6$ ، $P(B)=0.7$ ، $P(A\cup B)=0.9$

لحساب الاحتمالات المطلوبة يمكننا الاستعانة

بمخطط بالمجموعات



أو

بجدول

	A	$\overline{A}$	
B	0.4	0.3	0.7
$\overline{B}$	0.2	0.1	0.3
	0.6	0.4	1

Ω

1- احتمال النجاح في المسابقتين A و B معا هو :

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0.4$$

2- احتمال النجاح في المسابقة A فقط هو :

$$P\left(A\cap\overline{B}\right)=P(A)-P(A\cap B)=0.2$$

3- احتمال النجاح في المسابقة B و عدم النجاح في المسابقة A هو :

$$P\left(B\cap\overline{A}\right)=P(B)-P(A\cap B)=0.3$$

التقويم

4- احتمال عدم النجاح في المسابقتين A و B هو :

$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-P(A\cup B)=0.1$$

5- احتمال النجاح في المسابقة B أو عدم النجاح في المسابقة A هو :

$$P\left(B\cup\overline{A}\right)=P(B)+P\left(\overline{A}\right)-P\left(B\cap\overline{A}\right)=0.8$$

تمرين 23.28.35صفحة391منزلية

تمرين 11 ،12،14 صفحة 390 للحل

ثانوية : الاخوة عباس – باتنة –
المستوى : 2 عت + 2 تر + 2 ريا .
ميدان التعلم: تحليل
المحـــــــور : الاحتمالات .
المحتوى المعرفي : المتغير العشوائي

مذكرة رقم 07

الأستاذ : بن حولة عثمان
المادة: رياضيات
السنة الدراسية: 2026/2025
المدة: 01 سا

الكفاءات المستهدفة : تعيين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي، حساب الأمل الرياضياتي.

- المكتسبات القبلية : احتمال حادثة بسيطة، حادثة مركبة.....
- الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.
- المراجع: الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة.

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	الملاحظات

نشاط مقترح :

I. يقوم لاعب بإلقاء قطعة نقدية متوازنة مرتين متتاليتين .

1) أوجد مجموعة الإمكانيات لهذه التجربة

2) عرف قانون الاحتمال

II. قواعد اللعبة:

الإنطلاق

- يربح اللاعب دينارين من أجل كل ظهور لوجه القطعة F
- يخسر اللاعب دينارا واحدا من أجل كل ظهور لظهرها P
- نرمز للربح أو الخسارة المحتملة بالرمز X

1- اشرح لماذا تكون قيم X الممكنة هي $\{-2;1;4\}$

2- نعتبر الحادثة التالية: يكون الربح 4 ، نكتب: $X=4$
أحسب احتمال أن يكون الربح 4 أي أحسب $P(X=4)$

3- أكمل الجدول التالي:

$X=x_i$ الربح		1	
$P(X=x_i)$ الاحتمال		$\frac{1}{2}$	

4- احسب العدد $E(X)$ ، ماذا يمثل هذا العدد؟

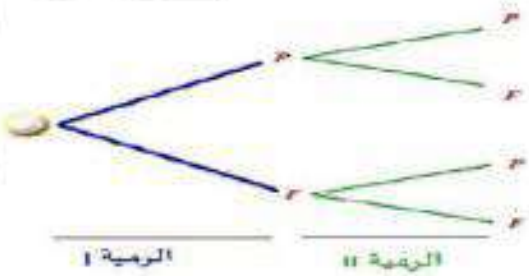
5- هل ترى أن معطيات التجربة في صالح اللاعب؟

مناقشة النشاط:

بناء المفهوم

1- أ- **مجموعة إمكانيات هذه التجربة هي:**

$\Omega=\{(P;P),(P;F),(F;P),(F;F)\}$



ب- **تعريف قانون الاحتمال:**

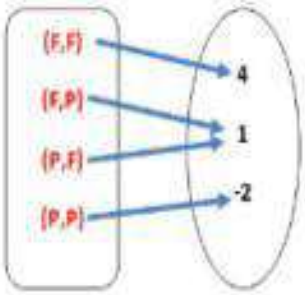
بما أن الاحتمال متساوي التوزيع (قطعة نقدية متوازنة) فإن:

المخرج x_i	$(F;F)$	$(F;P)$	$(P;F)$	$(P;P)$
الاحتمال P_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

التقويم

2- شرح قيم X:

- بما أن اللاعب يربح دينارين لظهور كل وجه F و يخسر دينارا لظهور كل ظهر P فإن:
  - لأجل الإمكانية $(F;F)$: يربح 4 دنانير أي 4+
  - لأجل الإمكانيتين $(F;P)$ أو $(P;F)$: يربح دينارين و يخسر دينارا إذن يربح 1+
  - لأجل الإمكانية $(P;P)$: يخسر دينارين أي 2 -



3- X=4 معناه ظهور الإمكانية $(F;F)$

إذن $P(X=4)=\frac{1}{4}$

4- إتمام الجدول:

لدينا: $P(X=1)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$P(X=-2)=\frac{1}{4}$

و منه:

الربح أو الخسارة x_i	-2	1	4
الاحتمال $P(X=x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

5- حساب العدد $E(X)$:

$$E(X)=(-2)\times\frac{1}{4}+1\times\frac{2}{4}+4\times\frac{1}{4}=1$$

يمثل هذا العدد الأمل الرياضياتي و هو عدد موجب تماما

6- بما أن الأمل الرياضياتي موجب تماما فإن معطيات التجربة في صالح اللاعب

نشـــــاط مقترح 02 :

هيأنا 100ظرف ، ظرف واحد يحوي 200 DA و 5 أظرفة تحتوي علي 100 DA و 10 أظرفة تحتوي على 50 DA والباقية فارغة.

شخص يشتري ظرفا بـ 20 DA يختاره عشوائيا ويربح ما بداخله .

* عين القيم الممكنة للربح والربح الصافي ثم احسب احتمال كلاً منها .

الحـــــل:

1 / القيم الممكنة للربح : $x\in\{0;50;100;200\}$.

ومنه قانون توزيع الاحتمال للربح هو :

x_i	0	50	100	200
$P(x_i)$	$\frac{84}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{1}{100}$

* القيم الممكنة للربح الصافي :

$x\in\{-20;30;80;180\}$

ومنه قانون توزيع الاحتمال للربح الصافي هو:

x_i	-20	30	80	180
$P(x_i)$	$\frac{84}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{1}{100}$

المتغير العشـــــــوائي:

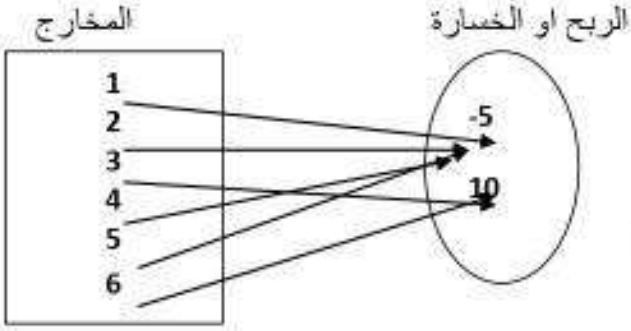
تعريف

Ω المجموعة الشاملة لتجربة عشوائية ،نسمي متغير عشوائيا كل دالة عددية معرفة على Ω

مثـــــال :

يرمي لاعب حجر نرد غير مزيف اوجهه مرقمة من 1 الى 6 مرة واحدة ، بحيث يربح اللاعب 10 دج إذا حصل على رقم مضاعف للعدد 3 و يخسر 5 دج في الحالات الاخرى

لدينا مجموعة الامكانيات $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$



لدينا مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي : $I = \{-5;10\}$

قانون الاحتمال لمتغير عشوائي:

تعريف

قانون الاحتمال لمتغير عشوائي X هو الدالة المعرفة على I (مجموعة قيم X) و التي ترفق بكل قيمة x_i من I العدد $P(X = x_i)$

ملاحظات:

قانون الاحتمال لمتغير عشوائي يعطى في شكل جدول كما يلي:

$X = x_i$ المخرج	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i) = P_i$ الاحتمال	P_1	P_2	...	P_n

و لدينا $P(X = x_1) + P(X = x_2) + ... + P(X = x_n) = 1$

طريـــــــقة:

لتعيين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي X :

1- نعين x_i قيم المتغير العشوائي X

2- نحسب الاحتمالات $P(X = x_i)$

3- نلخص النتائج في جدول

مثـــــــال :

من المثال السابق لدينا $P(X = -5) = \frac{4}{6}$ و $P(X = 10) = \frac{2}{6}$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

$X = x_i$	-5	10
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{6}$

مثال تطبيقي2 :

صندوق يحتوي على ثلاث كرات لا نفرق بينها باللمس تحمل الأرقام 1، 2 و 3

- نسحب كرتين في آن واحد، و نسجل رقمها.

1- عين مجموعة الإمكانيات Ω

- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين

1- عين قيم المتغير العشوائي X

2- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

الحـــــــــل:

- مجموعة الإمكانيات هي $\Omega=\{(1;2),(1,3);(2;3)\}$

1- قيم المتغير العشوائي هي $\{3,4,5\}$

2- تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

لدينا $P(X=3)=\frac{1}{3}$

و $P(X=4)=\frac{1}{3}$

و $P(X=4)=\frac{1}{3}$

إذن

x_i	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري:

- الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو $E(X)$ حيث :

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

مثـــــــل:

في نفس المثال السابق، أحسب الأمل الرياضياتي

- حساب الأمل الرياضياتي

$$E(X)=3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{3}+5\times\frac{1}{3}=\frac{3+4+5}{3}=\frac{12}{3}=4$$

ملاحـــــــظة:

- إذا كانت لدينا لعبة فإنه:

إذا كان $E(X)=0$ نقول عن اللعبة أنها عادلة

إذا كان $E(X)>0$ نقول عن اللعبة أنها في صالح اللاعب

إذا كان $E(X)<0$ نقول عن اللعبة أنها ليست في صالح اللاعب

تمريـــــــــن:

نقترح اللعبة التالية :

يدفع اللاعب M دينارا ثم يرمي زهرة نرد غير مزيفة ذات 12 وجها مرقمة من 1 الى 12 إذا ظهر رقم زوجي يحصل اللاعب على دينارين اثنين

إذا ظهر أحد الأرقام 7 ، 9 ، 11 يحصل اللاعب على ثمانية دنانير

أما إذا ظهر أحد الأرقام 1 ، 3 ، 5 فإنه يحصل على ثلاثة دنانير .

1- عين قيمة M حتى تكون اللعبة عادلة

2- إذا كان M = 4 ، هل المشاركة في هذه اللعبة هي لصالح اللاعب ؟

الحـــــــــل:

1- القيم الممكنة هي : **2-M ، 3-M ، 8-M** باعتبار X هو الربح المحتمل

X_i	2-M	3-M	8-M
$P(X=X_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$E(X)=0$ يعني $M-\frac{15}{4}\approx 3,75$

إذا كان الدفع للمشاركة يقدر بـ 4 دنانير فليس من مصلحة اللاعب المشاركة

التباين و الانحراف المعياري:

- التباين للمتغير العشوائي X هو العدد الموجب $V(X)$ حيث:

$$V(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-E(X))^2p_i=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-(E(X))^2$$

- الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X هو العدد $\sigma(X)$ حيث

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$$

مثال : نفس المثال السابق نحسب التباين و الانحراف المعياري

1- حساب التباين

$$V(X)=(-5-0)^2\times\frac{4}{6}+(10-0)^2\times\frac{2}{6}=15\times\frac{4}{6}+100\times\frac{2}{6}=\frac{100+200}{6}=\frac{300}{6}$$

2- حساب الانحراف المعياري للمتغير العشوائي $\sigma(X)=\sqrt{\frac{300}{6}}$

تمارين للحل: 43،45، 46 ص 393

مذكرة رقم 08

ثانوية : الاخوة عباس – باتنة –
المستوى : 2 عت + 2 تر + 2 ريا .
ميدان التعلم: تحليل
المحور : الاحتمالات .
المحتوى المعرفي : حل المسائل

الأستاذ : بن حولة عثمان
المادة: رياضيات
السنة الدراسية: 2026/2025
المدة: 01 سا

الكفاءات المستهدفة : التعرف طرق السحب المختلفة على التوالي – بدون ارجاع وبارجاع – وفي أن واحد –
- التعرف على مخطط بالجدول ومخطط بالشجرة لتعيين عدد إمكانيات تجربة عشوائية
- المكتسبات القبلية : احتمال حدث – خواص الاحتمالات – قانون الاحتمال - المتغير العشوائي .....
- الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.
- المراجع: الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة -.

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	الملاحظات

مسألة 48 ص 394 (دراسة حالات السحب المختلفة)

مسألة02 :

يحتوي كيس على 5 كريات متماثلة لا نفرق بينهم باللمس مرقمة من 1 إلى 5. نسحب عش
كرتين من هذا الكيس على التوالي كرتين دون إرجاع.

الإنطلاق

1. أنجز مخطط توضح فيه جميع الحالات الممكنة (شجرة الإمكانيات أو الجدول)
أحسب احتمال الأحداث التالية:
A:" سحب كرتين تحملان رقمان فرديان" B:"سحب كرتين مجموع رقميهما أكبر تماما من 5"
C:"سحب كرتين مجموع مربعيهما يساوي 41" D :"سحب كرتين تحملان رقما فرديا و اخر زوجيا"
2. أحسب الاحتمالات التالية: $P(A \cap B)$ ، $P(A \cup B)$ ، $P(C \cap D)$.
3. X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد مرات ظهور رقم فردي.
أ- حدد قيم المتغير العشوائي X.
ب- أوجد قانون الاحتمال للمتغير العشوائي Xثم أحسب أمله الرياضياتي.
ج- استنتج $P(X^2-3X+2=0)$ ، $P(X^2+X+1=0)$
4. نقترح لعبة للمشاركة يدفع اللاعب 100DAفإذا سحب كرتين تحملان رقمان زو
يكسب 200DA وإذا سحب كرتين تحملان رقما فرديا واخر زوجيا يكسب 150DA وإ
كرتين تحملان رقمان فرديان يكسب 50DA.
أ- عين قيم الربح.
ب- هل اللعبة في صالح اللاعب؟ علل إجابتك.

تطبيق 01 :

بناء المفهوم

قطعة نقود مزيفة بحيث عند رميها يكون احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الحرف A ضعف احتمال ظهور الوجه الآخر و الذي يحمل الحرف B
1 / أحسب الاحتمالات التالية : $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(\overline{A})$.
2 / نفرض أن ظهور الوجه A يعطى ربح $100\,DA$ و ظهور الوجه B يعطي خسارة $50\,DA$.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ قيم الربح أو الخسارة .
أ * أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X
ب * أحسب الأمل الرياضي للمتغير X
جـ * أحسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير X

الحـــــــــل :

1 / مجموعة الإمكانيات هي : $\Omega=\{A,B\}$

$P(\Omega)=1$ إذن $P(A)+P(B)=1$

نعلم أن: $P(A)=2P(B)$ إذن $3P(B)=1$ و منه: $P(B)=\frac{1}{3}$ و $P(A)=\frac{2}{3}$

وكذلك $P(\bar{A})=1-P(A)=\frac{1}{3}$

2 / قانون احتمال للمتغير العشوائي :

قـيـــم X	100	- 50
$P(X)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$: $E(X)=(100\times\frac{2}{3})-(50\times\frac{1}{3})=50$

التباين $V(X)$: $V(X)=\frac{2}{3}(100-50)^2+\frac{1}{3}(-50-50)^2=5000$

الانحراف المعياري $\sigma(X)$: $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}\approx 70.7$

التقويم

تطـــــــبيق 02 :

في لعبتين منفصلتين ، يعطى قانوني احتمال الربح التاليين :

اللعبة رقم 01

x_i	-5	-1	0	1	3
$P(X=x_i)$	0.2	0.3	0.1	0.1	0.3

اللعبة رقم 02

y_i	-3	-1	0	1	2
$P(Y=y_i)$	0.1	0.4	0.2	0.2	0.1

صديق لك يريد أن يلعب إحدى هاتين اللعبتين ، بأي لعبة تنصحه ؟

الحـــــــــل

من أجل اللعبة رقم 01 لدينا : $E(X)=-0.3$ ، $V(X)=8.01$ و $\sigma(X)\approx 2.83$.

من أجل اللعبة رقم 02 لدينا : $E(Y)=-0.3$ ، $V(Y)=1.81$ و $\sigma(Y)\approx 1.35$.

إذن للّعبتين نفس الأمل الرياضياتي ، وبما أنه سالب فإن اللعبتين ليستا في صالح اللاعب .

* الانحراف المعياري يقيس تشتت قيم الربح للعبة حول أملها الرياضياتي فهو إذن يقيس درجة المخاطرة في اللعبة ، كلما كان الانحراف المعياري كبيرا كلما كانت المخاطرة بالربح و الخسارة أكبر ، لدينا $\sigma(Y)<\sigma(X)$ ،ومنه إذا كان هذا الصديق مصرا على اللعب فمن الأحسن أن ننصحه باللعبة رقم 02 لأن درجة المخاطرة فيها أقل .

تطبيق 03 :

احتار مستثمر لديه 5 مليون دينار يريد استثمار أمواله في إحدى شركتين لاحظ :

أن توقع الأرباح للشركة الأولى 3 مليون دينار و الانحراف المعياري لقيم الاستثمارات 10 مليون دينار و كان توقع الأرباح للشركة الثانية 2 مليون دينار و الانحراف المعياري لقيم الاستثمارات 7 مليون دينار .

بأي الشركتين تنصح هذا المستثمر أن يستثمر أمواله .

الحل

متوسط الربح في الشركة الأولى أكبر من الشركة الثانية ، إذن احتمال الربح يكون أكبر في الشركة الأولى .

* الانحراف المعياري يقيس تشتت قيم الربح حول الأمل الرياضياتي فهو إذن يقيس درجة المخاطرة ، كلما كان الانحراف المعياري كبيرا كلما كانت المخاطرة بالربح و الخسارة أكبر ،

* الانحراف المعياري لقيم الاستثمارات في الشركة الأولى أكبر من الشركة الثانية ، إذن الاستثمار في الشركة الأولى فيه مخاطرة أكبر ، ومنه ننصح المستثمر أن يستثمر أمواله في الشركة الثانية لأن درجة المخاطرة فيها أقل .

تطبيق04:

يحتوي كيس على 6 قريصات لا نفرق بينها عند اللمس مرقمة من 1 إلى 6 نسحب قريصتان من هذا الكيس في آن واحد و نعتبر اللعبة التالية :يدفع اللاعب $10\,DA$ و يحصل على ربح a دينارا لكل رقم فردي و يخسر $5\,DA$ لكل رقم زوجي

	1	2	3	4	5	6
2	$a-5$					
3						
4						
5	$2a$					
6				-10		

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع المبلغ المحصل عليه .

1) أكمل الجدول التالي :

2) عين بدلالة a قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

3) أ) أحسب بدلالة a الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير X .

ب) ماذ يمثل $E(X)$ بالنسبة للاعب.

ج) ما هي مجموعة قيم a حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

4) أ) أحسب الانحراف المعياري في حالة : $a=18DA$ ثم $a=20DA$.

ب) أي حالة أكثر تجانسا و لماذا ؟

الحـــــــــــــل:

1) اكمال الجدول :

	1	2	3	4	5	6
1						
2	$a-5$					
3	$2a$	$a-5$				
4	$a-5$	-10	$a-5$			
5	$2a$	$a-5$	$2a$	$a-5$		
6	$a-5$	-10	$a-5$	-10	$a-5$	

2) مجموعة قيم X هي : $\{-10;a-5;2a\}$.

قـــانون الاحتمـــال :

X	-10	$a-5$	$2a$	المجموع
التواترات	0,2	0,6	0,2	**1**

3) أ) $E(X)=-10\times0,2+(a-5)\times0,6+2a\times0,2=\boxed{a-5}$

ب) $E(X)$ بالنسبة للاعب تمثل متوسط الربح .

ج) **تكون اللعبة في صالح اللاعب إذا كان :** $E(X)>10$ أي : $a-5>10$ معناه : $\boxed{a>15}$

4) أ) **الانحراف المعياري في حالة :** $a=18DA$:

لدينا $E(X)=18-5=13$ و منه التباين : $V_1(X)=211,6$ ،

إذا: $\sigma_1(X)=\sqrt{211,6}=\boxed{14,54}$

الانحراف المعياري في حالة : $a=20DA$:

لدينا $E(X)=20-5=15$ و منه التباين : $V_2(X)=250$ ،

إذا: $\sigma_2(X)=\sqrt{250}=\boxed{15,81}$

ب) الحالة الأكثر تجانسا هي لما $a=18\,DA$ لأن انحرافها المعياري أقل .

تمـــــــــــــرين 05:

نعتبر قرصا مقسما إلى 15 قطاعا زاويا مرقما من 1 إلى 15 و ملونا بألوان مختلفة (كما في الشكل)

التجربة العشوائية تتمثل في تحريك العجلة والتي تتوقف عند واحد من 15 قطاعا حيث نسجل الرقم الذي تتوقف عنده العجلة .

-مجموعة الإمكانيات هي :

$\Omega = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15\}$

I) أحسب احتمال الحوادث الآتية:

* A " الرقم المحصل عليه من مضاعفات 5 "
* B " الرقم ليس مضاعف للعدد 5 "
* C " الرقم زوجي وأصغر من 11 " .
* $A \cup C$ و $A \cap C$.

II) الجزءان 1 و10 ملونان بالأحمر و الجزءان 5 و8 ملونان بالأزرق و الأجزاء 3 و7 و12 و14 باللون الأخضر والباقي باللون الأصفر ، نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق اللون الأزرق بالعدد 100 و اللون الأحمر بالعدد 30 واللون الأخضر بالعدد 10 أما اللون الأصفر فيرفقه بالعدد 0

نفرض أن الأعداد 100 ، 30 ، 10 ، 0 هي الأرباح بالدينار .

1 / ما هو الربح المتوسط في كل مرة .

2 / حتى يسمح لأي شخص بممارسة هذه اللعبة لا بد له من دفع مبلغ من المال مقدما ماهو المبلغ الذي يصلح دفعه مقدما حتى يكون اللعب متكافئ الفرص ؟

الحـــــــــــل:

I) * احتمال الحصول علي الحادثة A : $A = \{5;10;15\}$ ، $P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

* احتمال الحصول على الحادثة B : $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

* احتمال الحصول علي الحادثة C : $C = \{2;4;6;8;10\}$ ، $P(C) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

* احتمال الحصول على الحادثة $A \cap C$: $A \cap C = \{10\}$ ، $P(A \cap C) = \frac{1}{15}$.

* احتمال الحصول على الحادثة $A \cup C$:

$P(A \cup C) = P(A) + P(B) - P(A \cap C) = \frac{7}{15}$.

II) 1 / الربح المتوسط هو الأمل الرياضياتي :

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

x_i	0	10	30	100
$P(X = x_i)$	$\frac{7}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$

$E(X) = \frac{300}{15} = 20$

2 / حتى يكون اللعب متكافئ الفرص يجب أن يدفع اللاعب 20 دينارا .