ملخص المرجح في المستوي مع مجموعة من التمارين

للسنوات الثانية

مرجح نقطتين

A و B نقطتين متمايزتين ، α و β عددين حقيقيين حيث $\alpha+\beta\neq 0$.
نسمي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب النقطة G حيث :

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$$

ملاحظة النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب تسمى أيضا مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$

مبرهنة إذا كانت النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β فإن :

$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$$

مرجح ثلاث نقاط

A ، B و C ثلاث نقط و α ، β و γ أعداد حقيقية حيث $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$.
نسمي مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب النقطة G حيث :

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$$

ملاحظة

إذا كانت النقطة G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ فإن : النقطة G وحيدة .

خاصية

إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ فإن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta);(C,k\gamma)\}$ حيث k عدد حقيقي غير معدوم .

مرهنة

إذا كانت النقطة G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ فإن :

$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$$

خاصية التجميع

G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب . إذا كان $\alpha+\beta\neq 0$ و كانت H مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β فإن النقطة G مرجح النقطتين H و C المرفقتين بالمعاملين $\alpha+\beta$ و γ على الترتيب .

إحداثيات مرجح ثلاث نقط

إحداثياتي النقطة G مرجح النقاط : $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ ، $C(x_C;y_C)$ المرفقة بالمعاملات α، β و γ على الترتيب هي :

$$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \quad ، \quad y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$

التمرين الأول

$[AB]$ قطعة مستقيمة حيث : $AB=6\ cm$. انشئ G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β في كل حالة مما يلي :

1) $\alpha=1\ ;\ \beta=2$ 2) $\alpha=-2\ ;\ \beta=4$ 3) $\alpha=1\ ;\ \beta=-\frac{1}{3}$

التمرين الثاني

1) G مرجح للجملة $\{(A,-1);(B,3)\}$. اكتب $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$

2) A ، B و C ثلاث نقط على استقامة واحدة بحيث : $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{BA}$.
هل النقطة C هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين -4 و -3 على الترتيب ؟ .

التمرين الثالث

1) عيّن العدد الحقيقي m حتى يكون مرجح الجملة $\{(A,m);(B,2m+3)\}$ موجود .

2) نضع $m=1$ ونسمي G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,5)\}$.

أ) بيّن ان : $6\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

ب) انشئ النقطة G .

جـ) بيّن ان B هو مرجح الجملة المثقلة $\{(G,-6);(A,1)\}$.

التمرين الرابع

A ، B و C ثلاث نقط ليست في استقامية . عيّن الجملة المثقلة التي تكون النقطة G المعرفة بالعلاقة الشعاعية المعطاة مرجح لها في الحالات التالية :

1) $3\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

2) $\overrightarrow{AG}=-2\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

3) $\overrightarrow{BG}=2\overrightarrow{BA}-4\overrightarrow{BC}$

التمرين الخامس

A ، B و C ثلاث نقط ليست في استقامية .

انشئ (بطريقتين) مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ في كل حالة مما يلي :

1) $\alpha=2\ ;\ \beta=-1\ ;\ \gamma=1$

2) $\alpha=-2\ ;\ \beta=4\ ;\ \gamma=\frac{1}{2}$

التمرين السادس

في المستوي المنسوب الى معلم $(O,\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط $A(-1;1)$ $B(0;2)$ و $C(2;-3)$

G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-3)\}$ و H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-3);(C,-1)\}$

1) علم النقط A، B و C.

2) أحسب إحداثيات كل من النقطتين G و H . ثم بين أن النقطة H هي منتصف القطعة $[CG]$.

3) لتكن (T) مجموعة النقط M من المستوي بحيث $\left\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=6$

أ) بين انه من اجل كل نقطة M من المستوي :

$$2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MH}$$

ب) عين طبيعة المجموعة (T) ثم انشئها.

التمرين السابع

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع، m عدد حقيقي. نعتبر الجملة المثقلة.

$$\{(A,2m);(B,1-m);(C,2-m)\}$$

1) بيّن أنّه، من اجل كل عدد حقيقي m، الجملة تقبل مرجّحا G_m.

2) أ) عيّن ثمّ انشئ G_1 من اجل $m=1$.

ب) عيّن ثمّ انشئ G_2 من اجل $m=2$.

ج) عيّن ثمّ انشئ (E) مجموعة النّقط M من المستوي حيث :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|4\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$$

د) هل النّقطة A تنتمي إلى المجموعة (E).

3) عيّن (E') مجموعة النّقط M من المستوي حيث :

$$\left\|-2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|=6 \quad .$$

التمرين الثامن

ABC مثلث حيث $AB=6\ cm$ و $BC=8\ cm$ و $A\hat{B}C=30°$

1) انشئ النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,1);(C,-5)\}$

2) عيّن و انشئ مجموعة النقط M من المستوي و التي تحقق :

أ) $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-5\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

ب) $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-5\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين التاسع

ليكن ABC مثلث قائم في A حيث : $AB=2AC=6cm$

1) أ) عين و أنشئ النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$

ب) احسب AG

2) أ) اثبت أنه من أجل كل نقطة M من المستوي فالشعاع :

$\vec{V} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ هو شعاع ثابت

ب) عين النقطة D حتى يكون $\vec{V} = \overrightarrow{AD}$

3) عين و أنشئ مجموعة النقط M حيث :

$$\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\|$$

4) لنرمز بالنقطة H من المستوي و التي تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

✓ اثبت ان H هو مرجح للنقط A ، B و C المرفقة بمعاملات يطلب تعيينها

التمرين العاشر

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i};\vec{j})$

نعتبر في المستوي النقط $A(2;3)$ ، $B(5;1)$ و $C(-2;-3)$

1) أوجد احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

2) انشئ كل من النقط A ، B ، C و G .

3) أوجد احداثيات النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

4) لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوي و التي تحقق :

$$\left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \sqrt{65}$$

✓ اكتب الشعاع $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MH}$

5) بيّن ان المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها ثم انشئها في المعلم السابق

حلول سلسلة المرجح للسنوات الثانية

GRADA SAHIFE

حل التمرين الأول:

$AB = 6\,cm$

إنشاء النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالعاملين α و β على الترتيب في الحالات الثلاث الآتية

① الحالة الأولى: $\alpha = 1$; $\beta = 2$

لدينا: $\alpha + \beta = 1 + 2 = 3 \neq 0$

إذن المرجح G موجود ويحقق:

$\vec{GA} + 2\vec{GB} = \vec{0}$

أي $\vec{GA} + 2(\vec{GA} + \vec{AB}) = \vec{0}$ (حسب علاقة شال)

أي: $-3\vec{AG} = -2\vec{AB}$ أي $3\vec{GA} = -2\vec{AB}$

أي $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AB}$

② الحالة الثانية: $\alpha = -2$; $\beta = 4$

لدينا: $\alpha + \beta = -2 + 4 = 2 \neq 0$

إذن المرجح G موجود ويحقق:

أي $-2\vec{GA} + 4\vec{GB} = \vec{0}$

أي $-2\vec{GA} + 4\vec{GA} + 4\vec{AB} = \vec{0}$

$\vec{AG} = 2\vec{AB}$ أي $2\vec{GA} = -4\vec{AB}$

③ الحالة الثالثة: $\beta = -\frac{1}{3}$; $\alpha = 1$

لدينا $\alpha + \beta = 1 + (-\frac{1}{3}) = \frac{2}{3} \neq 0$

إذن G موجود ويحقق: $\vec{GA} - \frac{1}{3}\vec{GB} = \vec{0}$

أي $\vec{GA} - \frac{1}{3}\vec{GA} - \frac{1}{3}\vec{AB} = \vec{0}$ أي

أي $\frac{2}{3}\vec{GA} = \frac{1}{3}\vec{AB}$

$\vec{AG} = \frac{-1}{2}\vec{AB}$

حل التمرين الثاني:

1) كتابة $\vec{AB}$ بدلالة $\vec{AG}$

لدينا $\alpha + \beta = -1 + 3 = 2 \neq 0$

إذن المرجح G موجود ويحقق

$-\vec{GA} + 3\vec{GB} = \vec{0}$

أي $-\vec{GA} + 3\vec{GA} + 3\vec{AB} = \vec{0}$ أي

أي $2\vec{GA} = -3\vec{AB}$

أي $-2\vec{AG} = -3\vec{AB}$ أي

$\vec{AG} = \frac{3}{2}\vec{AB}$

② لدينا: $\vec{BC} = 4\vec{BA}$

أي $\vec{BC} - 4\vec{BC} - 4\vec{CA} = \vec{0}$ أي

أي $-4\vec{CA} - 3\vec{BC} = \vec{0}$

أي $-4\vec{CA} + 3\vec{CB} = \vec{0}$

C مرجح الجملة $\{(A;-4);(B;3)\}$

وبالتالي الإجابة على السؤال

هل النقطة C مرجح الجملة $\{(A;-4);(B;-3)\}$ مرفوضة.

حل التمرين الثالث:

1) تعيين العدد الحقيقي m بحيث المرجح موجود:

لدينا: $m+2m+3 \neq 0$

$3m \neq -3$

$m \neq -1$

$m \in \mathbb{R}-\{-1\}$ ومنه

2) G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;5)\}$

أ) تبيان أن: $6\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$ ؟

لدينا: $1+5=6\neq 0$ اذن المرجح G موجود

وبحقق: $\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$

أي: $\overrightarrow{GA}+5(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{0}$ (حسب شال)

أي: $\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$ أي:

$6\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$

ب) بانشاء النقطة G:

لدينا: $6\overrightarrow{GA}=-5\overrightarrow{AB}$ أي

$\overrightarrow{AG}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$

ج) مبينا أن B مرجح الجملة $\{(G;-6);(A;1)\}$

لدينا: $6\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{0}$ أي

أي $6(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{BA})-5\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{0}$

أي $6\overrightarrow{GB}+6\overrightarrow{BA}-5\overrightarrow{BA}=0$

أي $-6\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{0}$ أي B مرجح الجملة $\{(G;-6);(A,1)\}$

حل التمرين الرابع:

① لدينا: $3\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

أي G مرجح الجملة $\{(A;3);(B;-2);(C,1)\}$

② لدينا: $\overrightarrow{AG}=-2\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

أي $2\overrightarrow{AG}=-4\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

أي $2\overrightarrow{AG}+4\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{0}$

أي: $2\overrightarrow{AG}+4\overrightarrow{AG}+4\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

$5\overrightarrow{AG}+4\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

أي: $-5\overrightarrow{GA}+4\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

اذن G مرجح الجملة: $\{(A;-5);(B;4);(C;-1)\}$

③ لدينا: $\overrightarrow{BG}=2\overrightarrow{BA}-4\overrightarrow{BC}$

أي $\overrightarrow{BG}-2\overrightarrow{BA}-4\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{BG}-2\overrightarrow{BG}-2\overrightarrow{GA}-4\overrightarrow{BG}-4\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

$-5\overrightarrow{BG}-2\overrightarrow{GA}-4\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

أي $-2\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{GB}-4\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

أي G مرجح الجملة $\{(A;-2)(B;5)(C;-4)\}$

وهو كذلك مرجح الجملة

$\{(A;2);(B;-5);(C;4)\}$

حسب الرتبة "1" اذا كان G مرجح الجملة $\{(A;\alpha);(B;\beta);(C;\delta)\}$

فهو كذلك مرجح الجملة:

$\{(A;k\alpha);(B;k\beta);(C;k\delta)\}$

حل التمرين الرابع:

إنشاء النقطة G في الحالتين "طريقتين"

① الحالة الأولى $\alpha = 2 ; \beta = -1 ; \gamma = 1$

• طريقة ①:

لدينا: $2 + (-1) + 1 = 2 \neq 0$

إذن المرجح G موجود ويحقق:

$2\vec{GA} - \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

$2\vec{GA} - \vec{GA} - \vec{AB} + \vec{GA} + \vec{AC} = \vec{0}$ يعني:

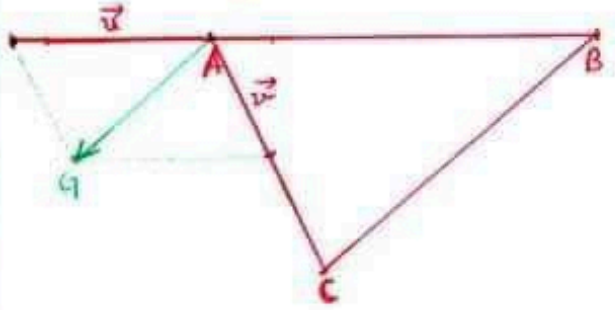
$2\vec{GA} = \vec{AB} - \vec{AC}$

أي:

$\vec{AG} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$

أي:

$\vec{AG} = \vec{u} + \vec{v}$ حيث $\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{AB}$ و $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{AC}$



• طريقة ②: "خاصية التجميع"

لدينا: $\alpha + \beta = 2 + (-1) = 1 \neq 0$

لنفترض وجود مرجح K للجملة

$\{(A;\alpha);(B;\beta)\}$

أي

$2\vec{KA} - \vec{KB} = \vec{0}$

$2\vec{KA} - \vec{KA} - \vec{AB} = \vec{0}$ أي: $\vec{AK} = -\vec{AB}$ ①

يصبح G مرجح الجملة:

$\{(K;1);(C;1)\}$

حسب خاصية التجميع

لدينا: $1 + 1 = 2 \neq 0$

المرجح G موجود ويحقق $\vec{GK} + \vec{GC} = \vec{0}$

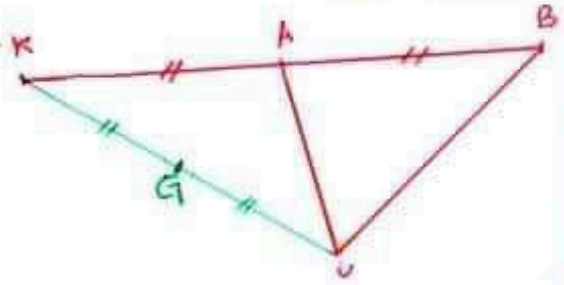
أي $\vec{GK} + \vec{GK} + \vec{KC} = \vec{0}$

أي $2\vec{GK} = -\vec{KC}$

② ← $\vec{KG} = \frac{1}{2}\vec{KC}$

من ① ننشئ النقطة K مرجح A و B

ومن ② ننشئ النقطة G مرجح K و C



② الحالة الثانية:

$\alpha = -2 ; \beta = 4 ; \gamma = \frac{1}{2}$

• طريقة ①:

لدينا: $-2 + 4 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \neq 0$

إذن المرجح G موجود ويحقق:

$-2\vec{GA} + 4\vec{GB} + \frac{1}{2}\vec{GC} = \vec{0}$

أي $-4\vec{GA} + 8\vec{GA} + 8\vec{AB} + \vec{GA} + \vec{AC} = \vec{0}$

(ضربنا في 2 للتخلص من الكسر واستخدمنا علاقة شال)

$5\vec{GA} = -8\vec{AB} - \vec{AC}$

$\vec{AG} = \frac{8}{5}\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC}$

نضع $\vec{u} = \frac{8}{5}\vec{AB}$ و $\vec{v} = \frac{1}{5}\vec{AC}$

يصبح لدينا

$\vec{AG} = \vec{u} + \vec{v}$

(الإنشاء سيكون موضح بالشكل السابق الطريقة الثانية)

يتبع ←

• طريقة 2 " خاصية التجميع " : لدينا $\alpha+\beta=-2+4=2\neq 0$ لنتأكد من وجود مرجح

K للجملة $\{(A;-2);(B;4)\}$ يحقق $-2\vec{KA}+4\vec{KB}=\vec{0}$ أي $2\vec{KA}=-4\vec{AB}$

أي $\vec{AK}=2\vec{AB}$ ①

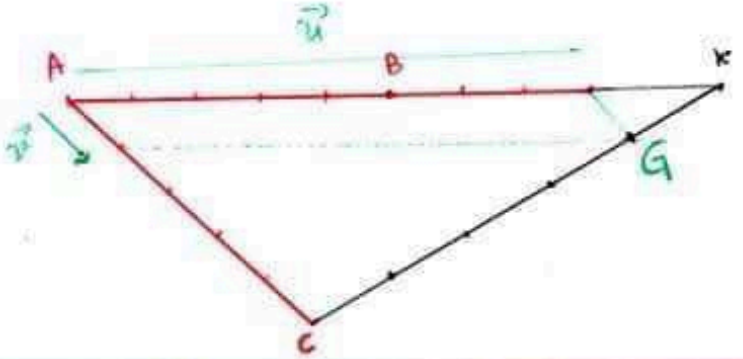
مرجح G مرجح الجملة $\{(K;2);(C;\frac{1}{2})\}$ حسب خاصية "التجميع"

$2\vec{GK}+\frac{1}{2}\vec{GC}=\vec{0}$ $2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}\neq 0$ العدد G موجود وحيد

أي $4\vec{GK}+\vec{GC}=\vec{0}$ أي $5\vec{GK}=-\vec{KC}$ $\vec{KG}=\frac{1}{5}\vec{KC}$ ②

من ① نشئ النقطة K ومن ② نشئ المرجح G .

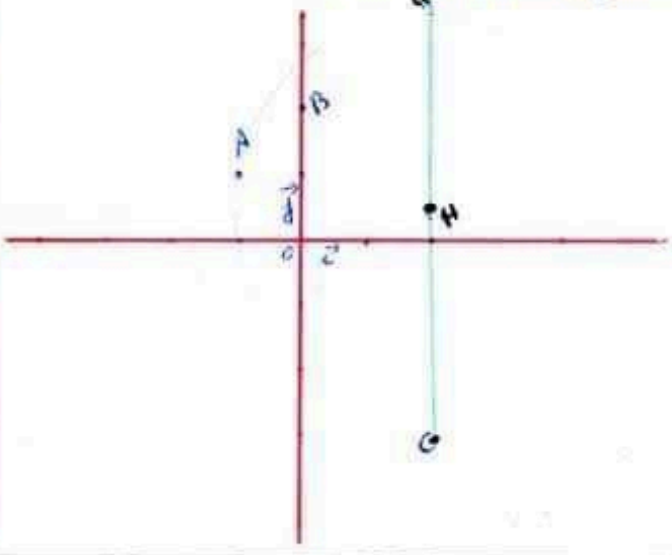
الإنشاء " طريقة ① + طريقة ② "



حل التمرين السادس :

A(-1;1) ; B(0;2) ; C(2;-3)

1) نقطع المستقيم (AB) و (CB)



2) H مرجح الجملة $\{(A;2);(B;-3)\}$

G مرجح الجملة $\{(A;2);(B;-3);(C;-1)\}$

• حساب إحداثيتي كل من G و H :

$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta}=\frac{2(-1)+(-3)(0)}{2+(-3)}=2$

$y_G=\frac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta}=\frac{2(1)+(-3)(2)}{-1}=4$

G(2;4)

$x_H=\frac{2(-1)+(-3)(0)+(-1)(2)}{2+(-3)+(-1)}=\frac{-4}{-2}=2$

$y_H=\frac{2(1)+(-3)(2)+(-1)(-3)}{-2}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$

$H(2;\frac{1}{2})$ ④

نبيانا أن H منتصف [CG]

لدينا G مرجح الجملة $\{(A;2);(B;-3)\}$

و H مرجح الجملة $\{(A;2);(B;-3);(C;-1)\}$

حسب خاصية التجميع ينتج لنا

H مرجح الجملة $\{(G;-1);(C;-1)\}$

$-1+(-1) = -2 \neq 0$

المرجح H موجود وحيد

$-\vec{HG} - \vec{HC} = \vec{0}$

$-\vec{HG} = \vec{HC}$ أي

أي H منتصف [GC]

(3) (T): $\|2\vec{MA} - 3\vec{MB} - \vec{MC}\| = 6$

أ) نبيانا أن $2\vec{MA} - 3\vec{MB} - \vec{MC} = -2\vec{MH}$

لدينا H مرجح الجملة

$\{(A;2);(B;-3);(C;-1)\}$

$2\vec{HA} - 3\vec{HB} - \vec{HC} = \vec{0}$

$2(\vec{HM}+\vec{MA}) - 3(\vec{HM}+\vec{MB}) - (\vec{HM}+\vec{MC}) = \vec{0}$

$2\vec{HM} + 2\vec{MA} - 3\vec{HM} - 3\vec{MB} - \vec{HM} - \vec{MC} = \vec{0}$

$2\vec{MA} - 3\vec{MB} - \vec{MC} = 2\vec{HM}$

ومنه

$2\vec{MA} - 3\vec{MB} - \vec{MC} = -2\vec{MH}$

ب) طبيعة المجموعة (T)

لدينا $\|2\vec{MA} - 3\vec{MB} - \vec{MC}\| = 6$

و

$\|2\vec{MA} - 3\vec{MB} - \vec{MC}\| = |-2| \cdot \|2\vec{HM}\|$

$2MH = 6$

$MH = 3$

ومنه (T) هي دائرة مركزها المنقطة H ونصف قطرها 3

• الانشاء "أنظر الرسم"

حل التمرين السابع:

ABCD متوازي أضلاع

تعيين الجملة.

$\{(A;2m);(B;1-m);(C;2-m)\}$

1) نبيانا أنه من أجل كل عدد حقيقي m الجملة تقبل مرجحا

لدينا: $2/m + 1 - m + 2 - m \neq 0$

$3 \neq 0$ (محققة)

ومنه

وصفها $m \in \mathbb{R}$ الجملة تقبل مرجحا.

2) أ) تعيين وانشاء G_1

G_1 مرجح الجملة $\{(A;2);(C;1)\}$

$2+1 = 3 \neq 0$

المرجح G_1 موجود وحيد

$2\vec{G_1A} + \vec{G_1C} = \vec{0}$

$2\vec{G_1A} + \vec{G_1A} + \vec{AC} = \vec{0}$

$3\vec{G_1A} = -\vec{AC}$

$\|-2\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}\|=3MH$ أي

أي

$3HM=6$

$HM=2$

إذن مجموعة النقط M دائرة

مركزها النقطة H ونصف قطرها 2

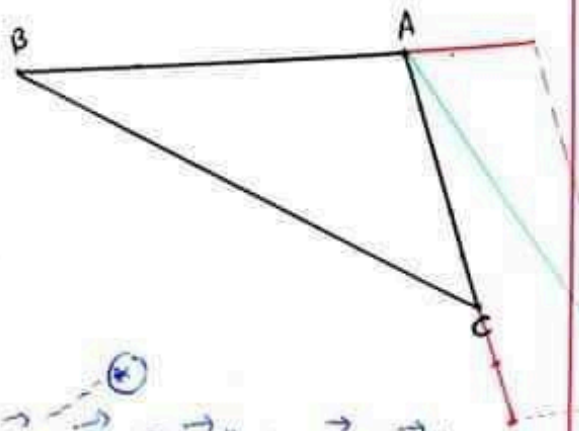
حل التمرين الثاني

$\{(A;1);(B;1);(C;-5)\}$ مرجح الجملة G

$\vec{AG}=\frac{1}{1+1-5}\vec{AB}+\frac{-5}{1+1-5}\vec{AC}$

$\vec{AG}=-\frac{1}{3}\vec{AB}+\frac{5}{3}\vec{AC}$

نكافئ



$\|\vec{MA}+\vec{MB}-5\vec{MC}\|=\|\vec{MA}-\vec{MB}\|$ (*)

$\{(A;1);(B;1);(C;-5)\}$ G مرجح الجملة

$\vec{MA}+\vec{MB}-5\vec{MC}=-3\vec{MG}$

$\|\vec{MA}+\vec{MB}-5\vec{MC}\|=3MG$ ... (1)

$\vec{MA}-\vec{MB}=\vec{MA}+\vec{MA}-\vec{AB}=-\vec{AB}$

$\|\vec{MA}-\vec{MB}\|=AB$ ... (2)

بتعويض (1) و(2) في (*) نجد:

$3MG=AB$ | $AB=6cm$

$3MG=6$

$MG=2$

مجموعة النقط M دائرة مركزها النقطة G ونصف قطرها 2

$\vec{AG_1}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

ب) تعيين وانشاء G_2

G_2 مرجح الجملة $\{(A;4);(B;-1)\}$

$4+(-1)=3\neq 0$

المرجح G_2 موجود ويحقق

$4\vec{G_2A}-\vec{G_2B}=\vec{0}$

$4\vec{G_2A}-\vec{G_2A}-\vec{AB}=\vec{0}$

$3\vec{G_2A}=\vec{AB}$

$\vec{AG_2}=-\frac{1}{3}\vec{AB}$

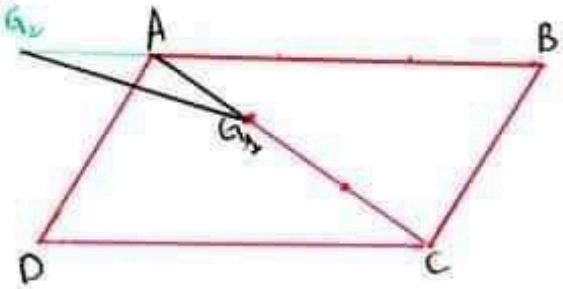
$\|\vec{MA}+\vec{MC}\|=\|\vec{MA}-\vec{MB}\|$

$3\vec{MG_1}=3\vec{MG_2}$

$\vec{MG_1}=\vec{MG_2}$

ب) مجموعة النقط M من مستقيم القطعة $[G_1G_2]$

انشاء



$(E'): \|-2\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}\|=6$ (3)

نعتبر H مرجح الجملة $\{(A;-2);(B;2);(C;3)\}$

$-2+2+3=3\neq 0$

$-2\vec{HA}+2\vec{HB}+3\vec{HC}=\vec{0}$

$-2\vec{HM}-2\vec{MA}+2\vec{HM}+2\vec{MB}+3\vec{HM}+3\vec{MA}=\vec{0}$

$-2\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}=-3\vec{HM}$

$-2\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}=3\vec{HM}$

$\|-2\vec{MA}+2\vec{MB}+3\vec{MC}\|=|3|\cdot\|\vec{HM}\|$