

القسمة الإقليدية

6. • أنجز القسمة الإقليدية للعدد 1284 على العدد 273.  
• حدد حاصل و باقي هذه القسمة.  
• عبر عن هذه القسمة بواسطة مساواة.

7. نفس السؤال 6 بالنسبة للحالات التالية :

(أ) 783 و 2184

(ب) 6951 و 1528

(ج) 8585 و 375

القاسم المشترك الأكبر (PGCD)

8. • أوجد مجموعة القواسم المشتركة للعددين في كل حالة من الحالات التالية ثم استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين :  
(أ) 30 و 18

(ب) 14 و 35

(ج) 75 و 125

(د) 135 و 108

9. • أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين في كل حالة من الحالات التالية، باستعمال خوارزمية الفوارق :

(أ) 50 و 90

(ب) 299 و 235

(ج) 851 و 667

(د) 13305 و 7983

10. • أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين

22675 و 14512 باستعمال خوارزمية الفوارق.

11. • أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين في كل حالة من الحالات التالية باستعمال خوارزمية إقليدس.

(أ) 103 و 39

(ب) 749 و 115

(ج) 3725 و 7595

(د) 71037 و 224512

صحيح أو خاطئ

1. إذا كان عدد طبيعي  $a$  قاسما للعدد  $b$  فإن القاسم المشترك الأكبر للعددين  $a$  و  $b$  هو  $a$ .  
2. ليس عددين زوجين أوليين فيما بينهما.  
3. إن عددين فردين أوليان فيما بينهما.  
4. العددان  $a$  و 1 أوليان فيما بينهما.  
5. الكسر  $\frac{a}{b}$  قابل للاختزال إذا كان  $a$  و  $b$  أوليين فيما بينهما.

6. الكسر  $\frac{17}{1717}$  قابل للاختزال.

7. الكسر  $\frac{33}{484}$  غير قابل للاختزال.

تمارين

قواسم عدد طبيعي - القواسم المشتركة

2. • عيّن مجموعة قواسم كل من الأعداد التالية :  
27 : 45 : 84

3. • عيّن مجموعة قواسم كل من الأعداد التالية :  
288 : 169 : 225

4. • عيّن مجموعة القواسم المشتركة للعددين الطبيعيين في كل حالة من الحالات التالية :

(أ) 42 و 56

(ب) 76 و 48

(ج) 136 و 320

5. • عيّن مجموعة القواسم المشتركة للعددين في كل حالة من الحالات التالية :

(أ) 73 و 75

(ب) 44 و 66

(ج) 29 و 58

21 • دون إجراء أي حساب، أثبت أن العددين التاليين ليس أوليان فيما بينهما في كل حالة من الحالات التالية :

(1) 182 و 216

(2) 39 و 15

(3) 310 و 715

22 • أكتب قائمة قواسم كل من العددين 65 و 84.

• ما هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 65 و 84 ؟

• ماذا تستنتج بالنسبة إلى العددين 65 و 84 ؟

### الكسور الغير قابلة للاختزال

23 • اختزل كل كسر من الكسور التالية لجعله على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$\frac{165}{490} : \frac{200}{450} : \frac{20}{35} : \frac{4}{14}$$

24 • احسب المجاميع التالية و أكتب النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$5 + \frac{1}{14} : 3 + \frac{4}{7} : 1 + \frac{2}{3}$$

$$-4 + \frac{48}{15} : \frac{3}{15} - 3 : 2 - \frac{1}{3}$$

25 • اختزل الكسر التالي لجعله على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{4242}{2844}$$

26 • أكتب الكسور التالية على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$\frac{373020}{13184} : \frac{4198}{512} : \frac{10316}{20194}$$

27 • إستعمل حاسبة لكتابة الكسر  $\frac{4920}{6835}$  على شكل كسر غير قابل للاختزال.

12 • أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين

222 453 و 38 520 باستعمال خوارزمية إقليدس.

13 • احسب القاسم المشترك الأكبر d للعددين

201 و 192 باستعمال خوارزمية إقليدس.

• احسب حاصل قسمة كل من العددين  $\frac{201}{d}$  و  $\frac{192}{d}$ .

العددان الأوليان فيما بينهما

14 • عيّن مجموعة القواسم المشتركة للعددان 54 و 79.

• ماذا تستنتج ؟

15 • هل العددان 38 و 125 أوليان فيما بينهما ؟

16 • أثبت أن العددين 69 و 259 أوليان فيما بينهما.

17 • أثبت أن العددين 135 و 108

ليسا أوليين فيما بينهما.

18 1 • احسب القاسم المشترك الأكبر d للعددين

345 و 1 080 باستعمال خوارزمية إقليدس.

2 • احسب حاصل قسمة كل من العددين  $\frac{345}{d}$  و  $\frac{1080}{d}$ .

3 • تحقق أن حاصل القسمة الناتجين هما عددان أوليان فيما بينهما.

19 1 • احسب القاسم المشترك الأكبر d للعددين

18 440 و 1 384.

2 • احسب العددين  $\frac{18440}{d}$  و  $\frac{1384}{d}$

3 • تحقق أن العددين الناتجين أوليان فيما بينهما.

20 أ) عيّن مجموعة قواسم كل من العددين 54 و 36.

ب) ما هي مجموعة القواسم المشتركة للعددين 54 و 36 ؟

ج) عيّن القاسم المشترك الأكبر d للعددين 54 و 36.

د) أكتب قائمة قواسم العدد d. ماذا تلاحظ ؟

مسائل

28 1. هل العددين 682 و 496 أوليان فيما بينهما ؟

• برر إجابتك.

2. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 682 و 496.

3. اختزل الكسر  $\frac{682}{496}$  و اجعله على شكل كسر غير قابل

للاختزال (وضح طريقتك).

29 1. أثبت أن العددين 65 و 42 أوليان فيما بينهما.

2. برهن أن  $\frac{520}{336} = \frac{65}{42}$ .

30 • هل يمكن إيجاد عدد A محصور بين 195 و 235

بحيث  $\text{pgcd}(A; 288) = 24$  ؟

• إذا كانت الإجابة نعم، ما هو العدد A ؟

31 أ) في كل حالة من الحالات التالية، أذكر إن كان

العددين أوليين فيما بينهما.

5 و 7 و 9 و 11 و 13 و 15 و 17 و 19 و 25 و 27

• ماذا يمكن تخمينه ؟

ب) 1. إذا كان عدد d يقسم كل من العددين a و b بحيث

$a > b$  ؛ فماذا يمكن قوله عن العددين d و  $a - b$  ؟

2. استنتج أن كل عددين فرديين متتاليين هما عددان

أوليان فيما بينهما.

32 نضع  $A = \frac{n+9}{n-6}$  حيث n عدد طبيعي أكبر من 6.

1. في كل حالة من الحالات التالية، عيّن الكسر غير القابل

للاختزال المساوي A.

$n = 8$  ؛  $n = 25$  ؛  $n = 46$

2. أثبت أن  $A = 1 + \frac{15}{n-6}$

3. استنتج قيم n التي يكون من أجلها A عددا طبيعيا.

33 1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين

110 و 88.

2. اشترى رجل صفيحة حديدية طولها 110 cm و عرضها

88 cm و يريد تقطيعها لاستخراج مربعات متممة منها،

ذات مساحة أكبر ما يمكن.

• ما هو ضلع كل مربع ؟

• ما هو عدد المربعات التي يمكن تقطيعها ؟

34 1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 108 و 135.

2. عند رضا 108 كرية حمراء و 135 كرية سوداء.

يريد تشكيل بها كميات ثم يضعها في أكياس بحيث :

• كل كيس يشمل نفس عدد الكريات الحمراء.

• كل كيس يشمل نفس عدد الكريات السوداء.

• توضع كل الكريات الحمراء و السوداء في الأكياس.

أ) ما هو عدد الأكياس التي يمكن تشكيلها ؟

ب) ما هو عدد الكريات الحمراء و عدد الكريات السوداء

في الأكياس المكونة ؟

35 1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 540 و 300.

2. يريد شخص تبليط حجرة طولها 540 cm و عرضها

300 cm بواسطة بلاطات مربعة متماثلة.

• ما هو طول ضلع البلاطة علما أنه يريد استعمال أقل عدد

من البلاطات ؟

• ما هو عدد البلاطات التي يستعملها ؟

36 بمناسبة الاحتفال بعيد الأم، قطف بائع أزهار

182 زهرة بنفسج و 78 زهرة أقحوان.

يريد تشكيل باقات متماثلة بهذه الأزهار باستعمالها كلها.

1. ما هو عدد الباقات من نفس نوع الأزهار التي يمكن

تشكيلها ؟

2. ما هو عدد الأزهار من كل نوع في كل باقة ؟

صحيح أو خاطئ

1. العبارة  $a^2 + b^2$  هي نشر الجدا  $(a + b)^2$ .
2. العبارة  $a^2 - b^2$  هي نشر الجدا  $(a - b)^2$ .
3. ينشر الجدا  $(1 + x)^2$  على الشكل  $x^2 + 2x + 1$ .
4. ينشر الجدا  $(\frac{1}{2} - x)^2$  على الشكل  $x^2 - x + 1$ .
5. العبارة  $x^2 + 10x + 25$  تحلل على الشكل  $(5x + 1)^2$ .
6. العبارة  $25x^2 + 10x + 1$  تحلل على الشكل  $(x + 5)^2$ .
7. العبارة  $121 - 64x^2$  تحلل على الشكل  $(11 + 8x)(11 - 8x)$ .
8. العبارة  $100 + 25x^2$  تحلل على الشكل  $(10 + 5x)(10 - 5x)$ .

تقارن

النشر والتبسيط

2. أنشر العبارات التالية :

$$B = -4(1 - 4x) \quad ; \quad A = 5(2x + 6)$$

$$D = 12(12x + 24) \quad ; \quad C = -3(-y - 3)$$

3. أنشر العبارات التالية :

$$B = -a(4 - a) \quad ; \quad A = 3x(2x + 5)$$

$$D = \frac{3}{4}m(2 + m) \quad ; \quad C = -2x(-x + 6)$$

4. أنشر و بسط العبارات التالية :

$$B = (3y - 1)(y - 3) \quad ; \quad A = (x + 2)(2x + 3)$$

$$D = (z + 3)(1 - 3z) \quad ; \quad C = (2 + 4t)(7 + 2t)$$

5. 1. أنشر و بسط العبارة التالية :

$$E = (3x + 2)(2x - 3)$$

2. احسب قيمة E من أجل  $x = 1$  ثم من أجل  $x = 0$ .

6. أنشر و بسط العبارات التالية :

$$A = (0,5x + 1)(4x - 2)$$

$$B = (0,2y - 3)(-4y + 2)$$

$$C = (2z + \frac{1}{3})(-3z + 2)$$

7. أنشر و بسط العبارات التالية :

$$A = (2x + 1)(x - x + 4) - (2x + 1)(x - 2)$$

$$B = (x - 3)(x + 4) + (x + 3)(x - 4)$$

$$C = (2 + 3y)(y - 1) + y(y - 1)$$

8. طلب الأستاذ من التلاميذ نشر وتبسيط العبارات التالية :

$$E = 2(x - 3)(x + \frac{2}{3})$$

• رضا : نشر الجدا  $2(x - 3)$  ثم ضرب النتيجة

في  $(x + \frac{1}{3})$ .

• ليلى : نشرت الجدا  $2(x + \frac{1}{3})$  ثم ضربت النتيجة

في  $(x - 3)$ .

1. استعمل طريقة رضا لنشر وتبسيط E.

2. استعمل طريقة ليلى لنشر وتبسيط E.

3. اقترح طريقة ثالثة لنشر E.

التحليل

9. حلل العبارات التالية :

$$A = (x + 1)(x - 2) + (2x - 4)$$

$$B = (4y - 12) - (y - 3)(2y + 5)$$

$$C = (2m - 3)(m + 4) - (3 - 2m)$$

10. حلل العبارات التالية :

$$A = 3x^2 + 12x$$

$$B = (2x + 1)(x - 2) + 3(x - 2)$$

$$C = (3 - x)(x + 4) + (3 + x)(x + 4)$$

$$D = x(x - 6) - x$$

$$E = x^2 - x(2x - 1)$$

11. حلل العبارات التالية :

$$F = 21a + 63$$

$$G = 7x^2 + 28x$$

المتطابقات الشهيرة

12. أنشر و بسط العبارات التالية :

$$(5 + x)^2 \quad ; \quad (2x - 3)^2 \quad ; \quad (x + 4)^2$$

$$(10a + 0,1)^2 \quad ; \quad (20x + 4)^2 \quad ; \quad (3y + 7)^2$$

21 • انشر وسط العبارات التالية

$$B = (2x + \frac{1}{2})^2 : A = (3x - 4)^2$$

$$D = (2 - 3x)^2 - 16 : C = x^2 - (x + 1)(x - 1)$$

$$E = (x + 2)^2 - (3x + 1)(3x - 1)$$

$$F = (2x + 3)^2 - (x - 4)^2$$

$$G = (4 + \frac{1}{2}x)^2 + (4 - \frac{1}{2}x)^2 - 32$$

22 • حلل العبارات وسط العوامل في كل حالة من الحالات التالية :

$$A = x^2 + 12x + 36$$

$$B = 4x^2 + 4x + 1$$

$$C = 16x^2 + 24x + 9$$

$$D = 64x^2 + 32x + 4$$

23 • حلل العبارات التالية :

$$A = 9x^2 - 6x + 1$$

$$B = 25y^2 - 10y + 1$$

$$C = 9x^2 - 18x + 9$$

$$D = 100x^2 - 40x + 4$$

24 • أكمل كل عبارة من العبارات التالية للحصول على عبارة من الشكل :

$$a^2 - 2b + b^2 \text{ أو } a^2 + 2b + b^2$$

$$A = x^2 - 4x + \dots$$

$$B = 4x^2 + 4x + \dots$$

$$C = 16 + 8x + \dots$$

$$D = 49x^2 - 14x + \dots$$

25 • احسب، بدون وضع العملية و بدون استعمال الحاسبة

$$502^2 - 498^2 : 109^2 - 91^2 : \text{الأعداد التالية}$$

26 • حلل العبارات التالية :

$$E = 81x^2 + 90x + 25$$

$$F = 121x^2 - 44x + 4$$

$$G = (2x - 3)^2 - 9$$

13 • 1. احسب  $(\frac{2}{3})^2$

• احسب  $2 \times \frac{2}{3} \times 5$

• انشر العبارة  $(\frac{2}{3}x + 5)^2$

2. انشر بنفس الكيفية العبارتين :

$$(\frac{1}{7}x + 2)^2 : (\frac{5}{4}x + 3)^2$$

14 • احسب، بدون وضع العملية و بدون استعمال الحاسبة الأعداد التالية :

$$72^2 : 1001^2 : 101^2$$

15 • انشر وسط العبارات التالية :

$$A = (3x + 1)^2 + (x - 2)(4x - 3)$$

$$B = -4(x + 4)^2 + (2 + x)^2$$

$$C = 3x(x - 2) - (x + 4)^2$$

$$D = (2x - 1)(x + 1)^2$$

16 • انشر وسط العبارات التالية :

$$(5 - x)^2 : (2x - 4)^2 : (x - 3)^2$$

$$(2 - 0,4x)^2 : \frac{1}{3}(4 - 3x)^2 : (5 - \frac{1}{2}x)^2$$

17 • احسب، بدون وضع العملية و بدون استعمال الحاسبة الأعداد التالية :

$$999^2 : 99^2 : 78^2 : 69^2$$

18 • انشر وسط العبارات التالية :

$$A = (3x - 4)^2 + (x - 1)^2$$

$$B = 2(2x - 3)^2 - (5x - 2)^2$$

$$C = (4x - 1)^2 - 3x(x + 2)$$

19 • انشر وسط العبارات التالية :

$$(1 + 2x)(1 - 2x) : (4x - 1)(4x + 1)$$

$$(7 + 3x)(7 - 3x) : (\frac{1}{2}x - 1)(\frac{1}{2}x + 1)$$

20 • احسب، بدون وضع العملية و بدون استعمال الحاسبة الأعداد التالية :

$$612 \times 588 : 102 \times 98 : 29 \times 31$$

31 • 1. حلل العبارتين التاليتين:

$$A = 9 - 12x + 4x^2$$

$$B = (3 - 2x)^2 - 4$$

2. استنتج تحليلا للعبارة:  $C = (9 - 12x + 4x^2) - 4$

3. بين أنه من أجل  $x = \frac{3}{2}$  : العبارة C هي عدد صحيح.

32 • نعتبر العبارة A بحيث

$$A = 4x^2 - 81 + (x - 3)(2x + 3)$$

1. انشر و بسط A.

2. حلل العبارة  $4x^2 - 81$  ثم استنتج تحليلا للعبارة A.

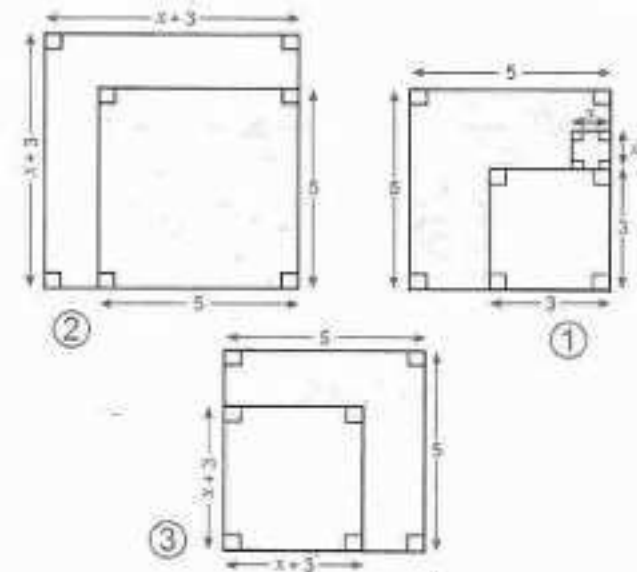
33 • نعتبر العبارة E بحيث

$$E = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$$

1. انشر و بسط E.

2. حلل العبارة  $6x - 9$  ثم استنتج تحليلا للعبارة E.

34 • 1. ما هو الشكل الملون الذي مساحته  $25 - (x + 3)^2$  ؟



2. نضع  $E = 25 - (x + 3)^2$

• انشر و بسط E.

• حلل E إلى جداء عوامل.

• احسب قيمة E من أجل  $x = 2$ .

27 • حلل العبارات التالية :

$$A = \left(4x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{25}{16}$$

$$B = \frac{16}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{4}$$

$$C = (3x - 5)^2 - (x + 2)^2$$

$$D = 36x^2 - (6x - 1)^2 - 11$$

### مسائل

28 • أ) تحقق أن، من أجل كل عددين حقيقيين b , c ,

$$(b + c)^2 + (b - c)^2 = 2(b^2 + c^2)$$

ب) ABC مثلث قائم في A حيث

$$AC - AB = 2\text{cm} \quad \text{و} \quad AC + AB = 14\text{cm}$$

• احسب AC و AB.

• استنتج الطول BC.

29 • n عدد طبيعي غير معدوم.

• برهن أن  $n^3 - n$  هو جداء ثلاثة أعداد طبيعية متتالية.

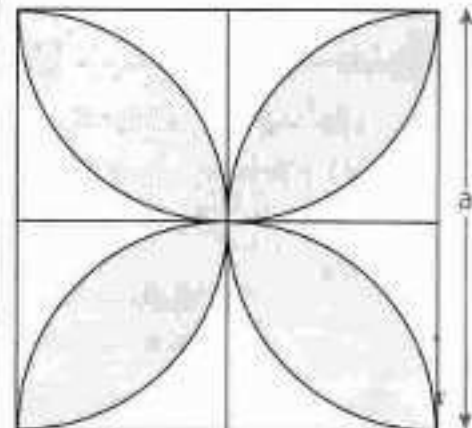
30 • في الشكل التالي، الرباعي هو مربع ضلعه x، يحتوي

على ربع دائرة نصف قطرها x.

أ) احسب بدلالة x مساحة الجزء الملون بالأزرق .



ب) استنتج مساحة الزهرة الزرقاء بدلالة a.



صحيح أو خاطئ

1. • للعدين 5 - و 5 نفس المربع.

• للعدد 25 جذر تربيعي واحد هو 5.

• للعدد 25 - جذر تربيعي واحد هو 5 -.

• يوجد جذر تربيعي لكل عدد.

• الجذر التربيعي لعدد موجب هو دائما موجود.

• الجذر التربيعي لعدد طبيعي هو عدد طبيعي.

• إذا كان a و b عددين موجبين فإن  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

• إذا كان a عددا موجبا فإن  $\sqrt{a^3} = a^2$

• إذا كان a و b عددين موجبين فإن  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

• إذا كان a و b عددين موجبين فإن  $\sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

• إذا كان a عدد موجب فإن  $\sqrt{a^4} = a^2$

• إذا كان b عدد موجب تماما فإن  $\sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$

تمارين

استعمال تعريف الجذر التربيعي

2. • اكتب الأعداد التالية على شكل عدد طبيعي

أو عدد عشري :  $\sqrt{0,01}$  :  $\sqrt{400}$  :  $\sqrt{25}$

$\sqrt{0,0001}$  :  $\sqrt{1,44}$  :  $\sqrt{2500}$

3. • اكتب الأعداد التالية على شكل عدد طبيعي :

$\sqrt{16900}$  :  $\sqrt{900}$  :  $\sqrt{1}$  :  $\sqrt{0}$

4. • اكتب الأعداد التالية على شكل عدد عشري :

$\sqrt{2,89}$  :  $\sqrt{2,25}$  :  $\sqrt{0,49}$  :  $\sqrt{1,21}$

5. • اكتب الأعداد التالية على شكل قوة للعدد 10 :

$\sqrt{10^{-8}}$  :  $\sqrt{10^{-2}}$  :  $\sqrt{10^8}$  :  $\sqrt{10^6}$  :  $\sqrt{10^4}$  :  $\sqrt{10^2}$

6. • احسب مربعات الأعداد التالية :

$\sqrt{11}$  :  $\sqrt{204}$  :  $2\sqrt{2}$  :  $4\sqrt{3}$  :  $5\sqrt{10}$  :  $\sqrt{0,001}$

بإمكانك استعمال الخاصية  $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$

7. • احسب مربعات الأعداد التالية :

$-\sqrt{5}$  :  $\sqrt{17}$  :  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  :  $-\sqrt{\frac{7}{4}}$  :  $\sqrt{\frac{200}{3}}$  :  $\sqrt{\frac{1}{3}}$

إنتبه : مربع عدد هو دائما عدد موجب.

8. • أكتب الأعداد التالية دون استعمال الرمز  $\sqrt{\quad}$

إن أمكن.

$\sqrt{(\pi-3)^2}$  :  $\sqrt{\pi^2}$  :  $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$  :  $\sqrt{(-5)^2}$  :  $\sqrt{13^2}$

$\sqrt{(6-\sqrt{6})^2}$  :  $\sqrt{(\pi-5)^2}$  :  $\sqrt{(3+\pi)^2}$

إنتبه : الجذر التربيعي لعدد موجب هو دائما عدد موجب.

استعمال المساواة  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

9. • اكتب الأعداد التالية على الشكل  $a\sqrt{b}$

$\sqrt{242}$  :  $\sqrt{200}$  :  $\sqrt{75}$  :  $\sqrt{44}$  :  $\sqrt{20}$  :  $\sqrt{18}$

10. • نفس السؤال 9 بالنسبة للأعداد التالية :

$\sqrt{245}$  :  $\sqrt{108}$  :  $\sqrt{500}$  :  $\sqrt{128}$

$\sqrt{605}$  :  $\sqrt{99}$  :  $\sqrt{405}$

11. • اكتب الأعداد التالية على الشكل  $\sqrt{n}$

$5\sqrt{7}$  :  $3\sqrt{3}$  :  $2\sqrt{3}$  :  $3\sqrt{2}$

$4\sqrt{13}$  :  $6\sqrt{11}$

استعمال المساواة  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

12. • احسب الأعداد التالية :

$\sqrt{25 \times 81}$  :  $\sqrt{100 \times 9}$  :  $\sqrt{4 \times 16}$

$\sqrt{10^8 \times 10^{-2}}$  :  $\sqrt{121 \times 49}$

13. • احسب الأعداد التالية :

$\sqrt{0,25 \times 0,36}$  :  $\sqrt{64 \times 0,0001}$  :  $\sqrt{0,01 \times 4}$

$\sqrt{12,5 \times 8}$  :  $\sqrt{245 \times 0,2}$  :  $\sqrt{0,49 \times 1,21}$

ملاحظة : يمكنك استعمال المساواة المذكورة سابقا أو حساب العدد تحت الجذر التربيعي.

14. احسب الأعداد التالية :

$$\sqrt{3} \times \sqrt{27} : \sqrt{8} \times \sqrt{2} : \sqrt{5} \times \sqrt{20}$$

$$\sqrt{0,1} \times \sqrt{360} : \sqrt{8} \times \sqrt{0,5} : \sqrt{3} \times \sqrt{12}$$

استعمال المساواة  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

15. احسب العدد  $\frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}}$  و أعط النتيجة على شكل عدد طبيعي.

16. احسب الأعداد التالية و أعط النتائج على شكل عدد طبيعي.

$$\frac{\sqrt{637}}{\sqrt{13}} : \frac{\sqrt{448}}{\sqrt{7}} : \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} : \frac{\sqrt{224}}{\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} : \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$$

17. احسب الأعداد التالية و أعط النتيجة على شكل كسر.

$$\sqrt{\frac{1}{2500}} : \sqrt{\frac{400}{900}} : \sqrt{\frac{1}{324}} : \sqrt{\frac{144}{121}} : \sqrt{\frac{36}{49}} : \sqrt{\frac{25}{4}}$$

18. اكتب الأعداد التالية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

$$\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{8}} : \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}} : \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$

19. اكتب الكسور التالية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

$$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} : \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} : \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$\frac{\sqrt{12}+\sqrt{27}}{1-\sqrt{3}} : \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$$

20. اكتب العدد  $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}$

على أبسط شكل.

هل هو عدد ناطق أو عدد طبيعي ؟

حساب وتبسيط عبارات

21. بسط الكتابات التالية :

$$\sqrt{3 \times 16} \times \frac{\sqrt{6 \times 10^2}}{\sqrt{7,5}} : \sqrt{0,4 \times 10^{-2}} \times \sqrt{16 \times 10^5}$$

$$\frac{\sqrt{15 \times 10^5} \times \sqrt{3 \times 10^{-3}}}{\sqrt{5 \times 10^5}} : \frac{\sqrt{2,5 \times 10^4}}{\sqrt{9 \times 10^3}}$$

22. بسط الكتابات التالية :

$$\sqrt{8} + 3\sqrt{18} : 4\sqrt{3} + 2\sqrt{12} : 3\sqrt{2} + 5\sqrt{8}$$

$$\sqrt{19} - 5\sqrt{76} : 8\sqrt{50} - \sqrt{98} : 7\sqrt{45} - \sqrt{20}$$

23. A عبارة جبرية حيث :  $A = x^2 + x + \sqrt{2}$

احسب قيمة العبارة A من أجل قيم x التالية :

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} : x = -2\sqrt{2} : x = 3\sqrt{2} : x = \sqrt{2}$$

$$x = 1 + \sqrt{2} : x = 2 - \sqrt{2}$$

النشر

24. انشر و بسط العبارات التالية :

$$\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) : \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$$

$$5\sqrt{10}(\sqrt{20} + 2\sqrt{15}) : \sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{3})$$

25. انشر و بسط العبارات التالية :

$$\frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3} - 6) : \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$2\sqrt{5}\left(\sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right) : \sqrt{3}\left(\sqrt{6} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

26. انشر و بسط العبارات التالية :

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 : (1 + \sqrt{2})^2 : (5 + \sqrt{3})^2$$

$$(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5}) : (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})$$

$$(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2 : \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 : (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})^2$$

## التحليل

27. حلل باستخراج عامل مشترك :

$$\sqrt{2} + \sqrt{10} : \text{العامل المشترك هو } \sqrt{2}$$

$$\sqrt{6} + \sqrt{3} : \text{العامل المشترك هو } \sqrt{3}$$

$$3 + \sqrt{3} : \text{العامل المشترك هو } \sqrt{3}$$

$$3\sqrt{10} - \sqrt{15} : \text{العامل المشترك هو } \sqrt{5}$$

28. حلل إلى جدا - عاملين باستعمال المتطابقات الشهيرة :

$$x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 : x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$$

$$2 - 9x^2 : 3 - x^2$$

$$\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{2}x + 1 : 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1$$

حل معادلات من الشكل  $x^2 = a$

29. حل كل معادلة من المعادلات التالية :

$$x^2 = 64 : x^2 = 289 : x^2 = 361 : x^2 = -9$$

30. حل كل معادلة من المعادلات التالية :

$$x^2 = 0 : x^2 = 100 : x^2 = -4$$

$$x^2 = \frac{9}{25} : x^2 = 0,01 : x^2 = 1$$

## مسائل

31. برمز لمعاكس العدد  $a$  بالرمز  $a$  -

• كيف برمز للأعداد التالية :

• معاكس مربع  $a$  .

• مربع معاكس  $a$  .

32. نعتبر العددين  $A$  و  $B$  حيث :

$$A = 3 - 2\sqrt{2} \text{ و } B = -1 + \sqrt{2}$$

1. احسب كلا من الأعداد التالية :

$$A \times B : A - B : A + B$$

• اكتب النتائج على الشكل  $a + b\sqrt{2}$

حيث  $a$  و  $b$  عدنان صحيحان.

2. احسب العدد  $\frac{A}{B}$  .

• اكتب النتيجة على الشكل  $x + y\sqrt{2}$

33. برهن أن :  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = 2 - \sqrt{2}$

34. اكتب العددين  $B$  و  $A$  على الشكل  $a\sqrt{2}$

حيث  $a$  عدد صحيح.

$$A = (3\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) + 2\sqrt{2} - 5$$

$$B = 5\sqrt{27} + \sqrt{75} \text{ (بين كل مراحل الحساب)}$$

35.  $C$  و  $D$  عدنان حيث :

$$D = 5\sqrt{12} + 6\sqrt{3} - \sqrt{300} : C = \sqrt{18} \times \sqrt{6}$$

• اكتب  $C$  و  $D$  على الشكل  $a\sqrt{3}$  حيث  $a$  عدد صحيح.

36.  $N$  عدد معروف كما يلي :  $N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$

• اكتب العدد  $N$  على الشكل  $a\sqrt{b}$

حيث  $a$  عدد صحيح و  $b$  عدد طبيعي أصغر ما يمكن.

37.  $A$  و  $B$  عدنان حيث :

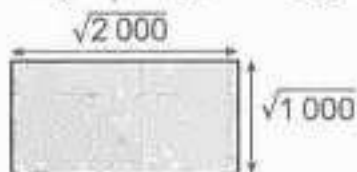
$$B = 3\sqrt{2} + 4 : A = 3\sqrt{2} - 4$$

• احسب القيم المضبوطة للأعداد التالية :

$$A \times B : A^2 : A - B : A + B$$

38. إليك مستطيلاً علم طوله وعرضه.

في هذا التمرين، لا نعمل بالقيم المقربة.



1. هل طول هذا المستطيل هو ضعف عرضه ؟ لماذا ؟

2. اكتب  $\sqrt{2000}$  على الشكل  $a\sqrt{5}$

ثم  $\sqrt{1000}$  على الشكل  $b\sqrt{10}$

حيث  $a$  و  $b$  عدنان طبيعيان.

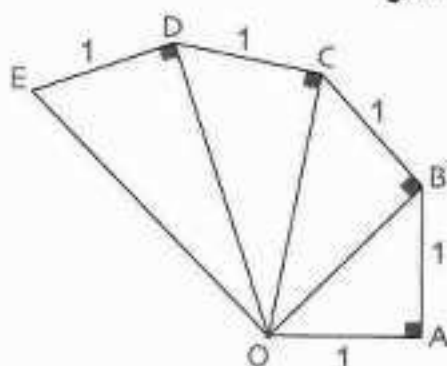
3. اكتب مساحة المستطيل على الشكل  $c\sqrt{2}$

حيث  $c$  عدد طبيعي.

4. بين أن محيط المستطيل يكتب على الشكل

$$20\sqrt{5}(2 + \sqrt{2})$$

39 لاحظ الشكل.

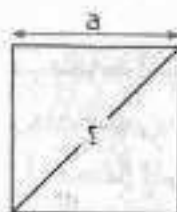


1. احسب الأطوال  $OE : OD : OC : OB$
2. انشئ القطعة ذات الطول  $\sqrt{7}$ .

- 40 المربع السحري هو مربع، تكون المجاميع في كل سطر، كل عمود و كل قطر متساوية.
- أكمل المربعين التاليين للحصول على مربعين سحريين.
- (أعط القيم المضبوطة على الشكل  $(\sqrt{N})$ ).

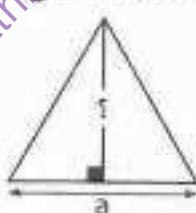
|            |             |  |
|------------|-------------|--|
| $\sqrt{8}$ | $\sqrt{98}$ |  |
|            | $\sqrt{50}$ |  |
|            | $\sqrt{18}$ |  |

|             |             |              |              |
|-------------|-------------|--------------|--------------|
| $\sqrt{3}$  |             |              | $\sqrt{147}$ |
| $\sqrt{48}$ |             | $\sqrt{243}$ | $\sqrt{108}$ |
|             | $\sqrt{12}$ |              | $\sqrt{363}$ |
|             |             | $\sqrt{27}$  | $\sqrt{300}$ |



- 41 نعتبر المربع الذي ضلعه  $a$ .
- عبّر عن القيمة المضبوطة لقطر هذا المربع بدلالة  $a$ .

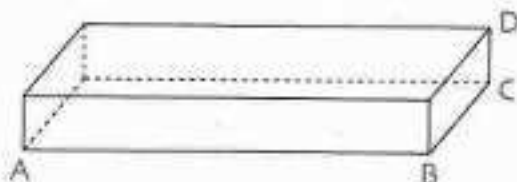
42 نعتبر المثلث المتقايس الأضلاع



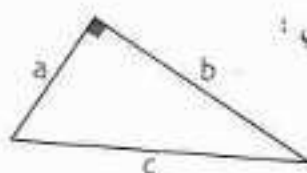
1. عبّر عن ارتفاعات المثلث المتقايس الأضلاع بدلالة  $a$ .
2. ماذا تستنتج ؟

43 إليك متوازي المستطيلات التالي :

$$CD = 1 : BC = 4 : AB = 8$$



- احسب  $AC$  و  $AD$ . (أعط القيم المضبوطة).



44 نعتبر المثلث القائم التالي :

حيث أضلاعه هي  $A, B, C$  و  $C$  هو وتره.

• يعطى ضلعان من هذا المثلث.

احسب في الحالتين التاليتين الضلع الثالث.

| a           | b | c           |
|-------------|---|-------------|
| $3\sqrt{5}$ | ? | $5\sqrt{2}$ |

2

| a           | b           | c |
|-------------|-------------|---|
| $2\sqrt{2}$ | $\sqrt{10}$ | ? |

1

45 ABC مثلث.

نضع  $AB = z : CA = y : BC = x$

| x          | y           | z          |
|------------|-------------|------------|
| $\sqrt{5}$ | $2\sqrt{3}$ | $\sqrt{7}$ |

2

| x | y | z            |
|---|---|--------------|
| 4 | 6 | $2\sqrt{13}$ |

1

- هل المثلث قائم ؟ إذا كانت الإجابة نعم، حدد رأس الزاوية القائمة.

صحيح أو خاطئ

1. العدد  $\frac{1}{3}$  هو حل للمعادلة  $3x = 1$ .

2. العدد  $\frac{1}{3}$  هو حل للمعادلة  $3x - 1 = 0$ .

3. العدد  $\frac{1}{3}$  هو حل للمعادلة  $-3x + 1 = 0$ .

4. من أجل  $x = -1$ ، العدد  $4x - 4$  موجب.

5. من أجل  $x = 0$ ، العدد  $x - 2$  سالب.

6. حلول المتراجحة  $x > 0$  هي الأعداد السالبة.

7. حلول المتراجحة  $x < 0$  هي الأعداد الموجبة.

8. حلول المتراجحة  $x - 2 \leq 0$  هي الأعداد  $x$  بحيث  $x \geq 2$ .

9. حلول المتراجحة  $2x - 4 > 0$  هي الأعداد  $x$  بحيث  $x = 2$ .

10. المعادلة  $(3x + 2)(x + 2) = 0$

تقبل حلا واحدا هو  $x = -2$ .

11. حل المعادلة  $(x - 1)(1 - x) = 0$  هو العدد 1.

تمارين

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

2. هل العدد 1 حل للمعادلة  $3x - 2 = x$  ؟

3. هل العدد  $\frac{2}{3}$  حل للمعادلة  $x - 2 = \frac{4}{3}$  ؟

4. هل العدد  $\frac{1}{4}$  حل للمعادلة  $3x - \frac{3}{2} = 1 - x$  ؟

5. حل كل معادلة من المعادلات التالية.

$$x + \frac{1}{2} = 1 \quad ; \quad x - 4 = -4 \quad ; \quad x + 4 = -5$$

$$x + 1,3 = 0,5 \quad ; \quad x - \frac{1}{3} = 2 \quad ; \quad x + 2 = \frac{3}{2}$$

$$-4,7 = -6,8 + x \quad ; \quad 3,1 = x - 2,7$$

6. اكتب ثلاثة معادلات من الشكل  $x + a = b$  تقبل العدد 4 حلا لها.

7. حل كل معادلة من المعادلات التالية.

$$2x = 3 \quad ; \quad -4x = -5 \quad ; \quad -4x = 2$$

$$3 = -7x \quad ; \quad \frac{1}{2}x = 5 \quad ; \quad 3 = \frac{2}{5}x$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{4}{3} \quad ; \quad -\frac{2}{3}x = -\frac{8}{15}$$

8. اكتب ثلاثة معادلات من الشكل  $ax = b$  تقبل العدد 1 حلا لها.

9. حل كل معادلة من المعادلات التالية.

$$2x + 3 = 5x - 1 \quad ; \quad 3x - 6 = 8x + 2$$

$$2 - 4x = x - 9 \quad ; \quad 1 + 5x = 10 - 13x$$

$$\frac{2}{9}x + 1 = 5 + \frac{1}{3}x \quad ; \quad -\frac{1}{2} + 3x = \frac{5}{3}x + 3$$

$$1 + \frac{3}{4}x = \frac{3}{8}x - \frac{1}{5} \quad ; \quad 1 - \frac{1}{3}x = \frac{7}{3} - \frac{5}{6}x$$

10. اكتب ثلاثة معادلات من الشكل  $ax + b = cx + d$  تقبل العدد 1 حلا لها.

المعادلات من الشكل  $(ax + b)(cx + d) = 0$

11. حل كل معادلة من المعادلات التالية.

$$4(x - 3) = 0 \quad ; \quad -5(x + 2) = 0$$

$$2x(3x + 1) = 0 \quad ; \quad (1 + x)(1 - x) = 0$$

$$(8x - 2)(2x + 8) = 0 \quad ; \quad (2x - 1)(x - 2) = 0$$

12. 1. حلل إلى جداء عاملين العبارة  $x^2 - 5x$ .

2. حل المعادلة  $x^2 - 5x = 0$ .

22. \* اكتب متراجحتين من الشكل  $x + a < b$

حلولها هي الأعداد الأصغر من أو تساوي 2

23. \* حل كلا من المتراجحات التالية :

$$45 \leq -5x \quad ; \quad -4x > 8 \quad ; \quad 3x < 12$$

$$-2 \leq \frac{2}{5}x \quad ; \quad \frac{1}{3}x > 3 \quad ; \quad -36 \geq 12x$$

$$-\frac{4}{5} \leq \frac{1}{3}x \quad ; \quad -\frac{2}{3}x > \frac{2}{3}$$

24. \* أكتب متراجحتين من الشكل  $ax < b$

حلولها هي الأعداد الأكبر من أو تساوي -2

25. \* حل كلا من المتراجحات التالية :

$$4x - 3 \leq 4 + 2x \quad ; \quad 3x + 2 < x - 2$$

$$3 + 4x \geq 13 - 16x \quad ; \quad 3 - 3x > -9 + 3x$$

$$2x - \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{5}{3}x \quad ; \quad \frac{2}{9}x + 2 > \frac{1}{3}x + 6$$

$$5 - \frac{1}{3}x < \frac{7}{3} + \frac{5}{6}x \quad ; \quad 2 + \frac{3}{4}x \leq \frac{3}{8}x - \frac{1}{5}$$

26. \* مثل على مستقيم مدرج حلول كل متراجحة من

المتراجحات التالية :

$$x \leq 4 \quad ; \quad x > 1 \quad ; \quad x \geq 2 \quad ; \quad x < 3$$

$$-2 \leq x \quad ; \quad -2 \geq x \quad ; \quad x \leq 0 \quad ; \quad x > 0$$

27. \* حل المتراجحتين التاليتين و مثل على مستقيم مدرج

حلول كل منها.

$$3(2x - 6) + 4(2x - 3) < 2x - 5(2x - 3)$$

$$6(1 - 2x) - 4(-2x - 5) < 3(x - 7) - 2(8 - 9x)$$

28. \* حل المتراجحتين التاليتين و مثل على مستقيم مدرج

حلول كل منها.

$$\frac{5x - 1}{2} + 4 < 1 + \frac{2x + 5}{2}$$

$$\frac{x + 5}{3} - x < \frac{x + 1}{6} + \frac{1}{3}$$

13. 1. حلل إلى جداء عاملين العبارة

$$(x + 2)^2 + (x + 2)(2x - 1)$$

2. حل المعادلة  $(x + 2)^2 + (x + 2)(2x - 1) = 0$

14. 1. حلل إلى جداء عاملين العبارة التالية  $x^2 - 16$

$$x^2 - 16 = 0$$

15. 1. حلل إلى جداء عاملين العبارة

$$(x - 3)(2 + x) + (x - 3)^2$$

2. حل المعادلة  $(x - 3)(2 + x) + (x - 3)^2 = 0$

16. 1. حلل إلى جداء عاملين العبارة  $(4x - 2)^2 - 4x^2$

$$(4x - 2)^2 - 4x^2 = 0$$

17. 1. حلل إلى جداء عاملين العبارة  $(5 - 2x)^2 - 36$

$$(5 - 2x)^2 - 36 = 0$$

18. 1. حلل إلى جداء عاملين العبارة

$$(4x - 1)^2 - (2x + 3)^2$$

2. حل المعادلة  $(4x - 1)^2 - (2x + 3)^2 = 0$

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

19. نعتبر المتراجحة  $3x - 2 \leq 2x - 3$

من بين الأعداد التالية، حدد الأعداد التي هي حلول لهذه

المتراجحة : -3 : -1 : 0 : 1 : 2

20. نعتبر المتراجحة  $2 + \frac{2}{3}x > 2 - \frac{1}{2}x$

من بين الأعداد التالية، حدد الأعداد التي هي حلول لهذه

المتراجحة : -1 : 0 : 2 : 4 : 5

21. \* حل كلا من المتراجحات التالية :

$$-6 \leq x + 7 \quad ; \quad x + 3 \geq -1 \quad ; \quad x - 3 < 1$$

$$-\frac{2}{3} + x \leq \frac{1}{6} \quad ; \quad x + \frac{1}{2} > 2 \quad ; \quad -9 > -8 + x$$

$$-\frac{7}{10} \geq \frac{6}{5} + x \quad ; \quad \frac{5}{12} > x - \frac{5}{4}$$

35 محيط حقل مستطيل هو 82 m.

الطول يتجاوز العرض بـ 9 m.

• احسب طول و عرض هذا الحقل ؟

36 • ما هو العدد الذي نضيفه إلى بسط و مقام

الكسر  $\frac{3}{7}$  للحصول على كسر يساوي  $\frac{9}{10}$  ؟

37 • محيط مستطيل أكبر من 25 cm

و عرضه يساوي 2,5 cm.

1. اكتب متراجحة تعبر عن طول هذا المستطيل.

2. حل المتراجحة المحصل عليها.

3. ماذا يمكن قوله عن طول المستطيل ؟

38 مجموع ثلاثة أعداد طبيعية متتالية أصغر من 744.

• ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة إلى العدد الأصغر من بين هذه الأعداد ؟

39 قطار يقطع مسافة 750 km/h بسرعة عظمى

مقدرة بـ 125 km/h.

إذا كان  $t$  هي المدة، بالساعات التي يقطع بها هذه المسافة

• بين أن  $125t \leq 750$ .

• حل هذه المتراجحة.

• استنتج المدة الأدنى لقطع المسافة.

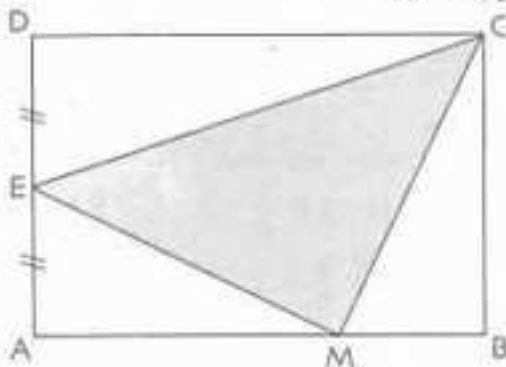
40 ABCD مستطيل حيث  $AB = 6$  cm و  $BC = 4$  cm

النقطة E هي منتصف الضلع [AD].

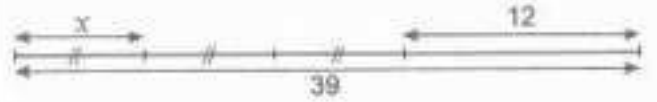
• أين يجب وضع النقطة M على الضلع [AB] حتى تكون

مساحة المثلث CEM أصغر من أو تساوي ثلث مساحة

المستطيل ABCD ؟

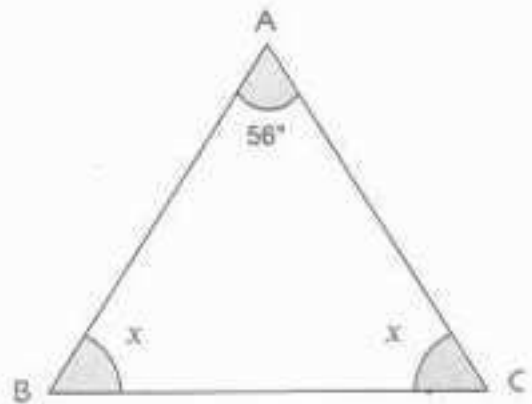


29 1. اكتب معادلة تسمح بحل المشكل المثل كما يلي.



2. حل المعادلة المحصل عليها. فسر النتيجة.

30 1. اكتب معادلة تعبر عن المشكل التالي :



2. حل المعادلة المحصل عليها. فسر النتيجة.

31 • عيّن ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها 573.

32 تسير سيارة بسرعة ثابتة قدرها 120 km/h

في طريق سريع.

• في أي مدة تقطع هذه السيارة مسافة 180 km ؟

33 تصرف عائلة خمسين في المئة من مداخيلها الشهرية

للكراء و ثلث هذه المداخيل لتكاليف التغذية.

يبقى لها 2000 ديناراً.

• احسب المداخيل الشهرية لهذه العائلة.

34 نضرب عدداً في 5 و نطرح من النتيجة 64 و أخيراً

نقسم على 3. فنجد العدد الذي انطلقنا منه.

• ما هو هذا العدد ؟

صحيح أو خاطئ

1. إذا كان  $x = 0$  و  $y = 2$  فإن  $x - 4y + 8 = 0$ .

2. إذا كان  $x = -1$  و  $y = -1$  فإن  $x + y + 1 = 0$ .

3. إذا كان  $x + y = 0$  فإن  $x = 0$  و  $y = 0$ .

4. إذا كان  $3x - y + 1 = 0$  فإن  $x = 1$  و  $y = 3$ .

5. إذا كان  $2x + 2y - 1 = 0$  فإن  $y = -x + \frac{1}{2}$ .

6. إذا كان  $4x + y - 4 = 0$  فإن  $x = 0$  و  $y = 2$ .

7. الثنائية (3 ; 3) تحقق الجملة  $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + y - 9 = 0 \end{cases}$

8. الثنائية (0 ; 0) تحقق الجملة  $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$

تمارين

حل معادلات من الدرجة الأولى بمجهولين

2. حل الثنائية (0 ; 1) للجملة التالية :

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 5x - 3y = 3 \end{cases} ; \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 6x + 7y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{1}{2}x - 2y = -2 \end{cases}$$

3. حل الثنائية (1 ; 2) للجملة التالية :

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x + 4y = 17 \end{cases} ; \begin{cases} x = 9 - 4y \\ 3y = 2x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2 = y \\ 5x - 3y = -1 \end{cases}$$

4. من بين الثنائيات التالية (2 ; 0) : (1 ; 1) :

(0 ; -2) عين الثنائية التي تحقق الجملة :

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

5. نفس السؤال 4 بالنسبة للجملة التالية :

$$\begin{cases} 3x + 5y = 6 \\ x - 4y = 2 \end{cases} ; \begin{cases} 5x - y = 2 \\ x + 11y = -22 \end{cases}$$

6. إذا علمت أن  $x = 2$  : عين قيمة  $y$  التي تحقق الجملة

$$\begin{cases} 5x + 2y = 16 \\ 5x + y = 13 \end{cases} \text{ التالية :}$$

7. حل الجمل التالية :

$$\begin{cases} x = y \\ x + 2y = 0 \end{cases} ; \begin{cases} y = 0 \\ 4x - 5y = 4 \end{cases} ; \begin{cases} x = 2 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

8. بين أن الجملة :  $\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases}$

تكتب على الشكل :  $\begin{cases} 8x + 6y = 10 \\ 15x + 6y = 3 \end{cases}$

9. حل الجمل التالية باستعمال طريقة التعويض :

$$\begin{cases} 5x - 10y = 35 \\ -9x - 6y = -15 \end{cases} ; \begin{cases} x + y = 10 \\ 6x + y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

10. حل الجمل التالية باستعمال طريقة الجس :

$$\begin{cases} 5u + t = 7 \\ 3u + 2t = 9 \end{cases} ; \begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5d = 13 \\ 3a + 4d = 10,4 \end{cases}$$

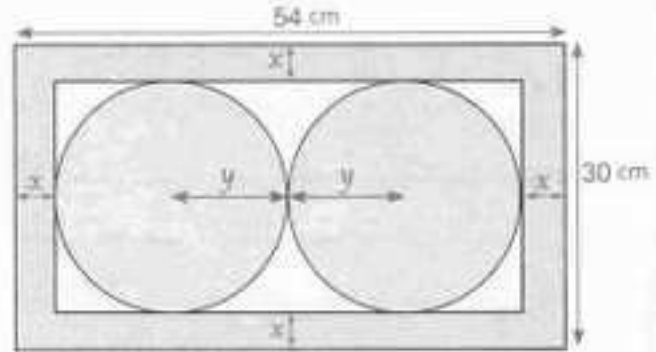
11. اختر الطريقة التي تفضلها لحل الجمل التالية :

$$\begin{cases} 3z + 1,2w = 0,9 \\ 6z - 4w = 7,8 \end{cases} ; \begin{cases} 0,4r + 2s = 4 \\ 0,6r + s = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v - 3w = -4 \\ 7v + 10w = 34 \end{cases}$$

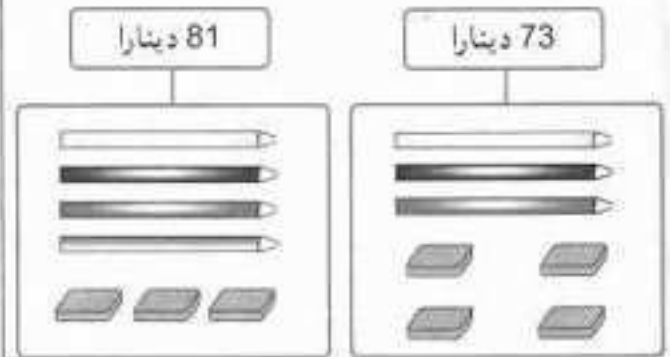
## مسائل

12 لاحظ الشكل التالي :

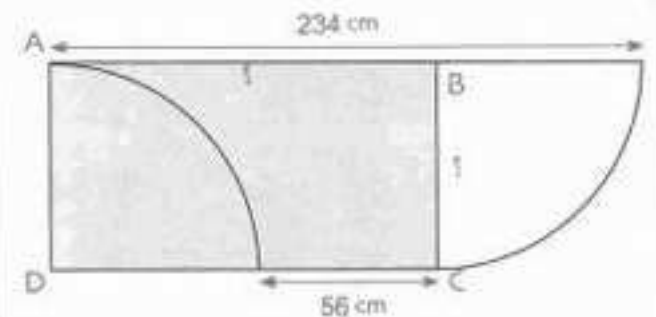


• اكتب جملة معادلتين مجهولين ثم عين نصف قطر كل من القرصين و عرض الإطار.

13 • اكتب جملة معادلتين مجهولين لإيجاد ثمن القلم الواحد و ثمن המחاة الواحدة.  
• حل هذه الجملة.



14 • اكتب جملة معادلتين مجهولين يسمح بإيجاد طول و عرض المستطيل.  
• حل هذه الجملة.



15 ثمن ثلاث حبات برتقال وحبتي موز هو 80 ديناراً.

ثمن ثلاث حبات موز وحبتي برتقال هو 95 ديناراً.

• ما هو ثمن كل من حبة موز وحبة البرتقال.

16 للدخول إلى حديقة التسلية وضع ثمنان للتذاكر :  
أطفال و كبار.

مجموعة من ثلاثة أطفال و شخص كبير يكلف 290 ديناراً

و مجموعة من خمسة أطفال و أربعة كبار يكلف 705 ديناراً.

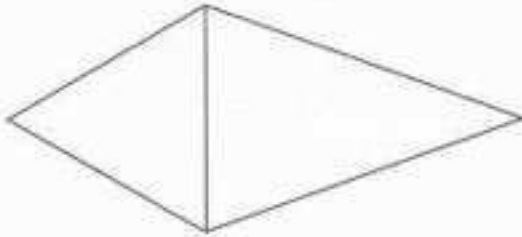
• ما هو ثمن تذكرة طفل و ثمن تذكرة شخص كبير.

17 الشكل التالي يتكون من مثلث متقايس الأضلاع و مثلث متساوي الساقين.

محيط المثلث المتقايس الأضلاع هو 42 cm و محيط المثلث

المتساوي الساقين هو 48 cm.

• احسب أطوال أضلاع المثلثين.



18 أفكر في عددين : مجموعهما هو 18. إذا طرحت 5

من الأول و 4 من الثاني فينقص جدا هما بـ 63.

• ما هما هذان العددان ؟

19 • أوجد عددين علما أن حاصل قسمتهما هو  $\frac{7}{9}$  و فرقهما هو 12.

20 • أوجد عددين علما أن حاصل قسمتهما هو  $\frac{7}{12}$  و مجموعهما هو 95.

21 • مجموع عددين طبيعيين هو 2003.

عند إجراء القسمة الإقليدية للعدد الأكبر على العدد الأصغر.

يكون حاصل القسمة هو 8 و باقي القسمة هو 77.

• أوجد هذين العددين.

• أوجد  $x$  و  $y$  بحيث يكون محيط المربع مساوياً لمحيط المستطيل و طول المستطيل هو ضعف عرضه.

26. عمر الأب هو ثلاثة أمثال عمر ابنه.

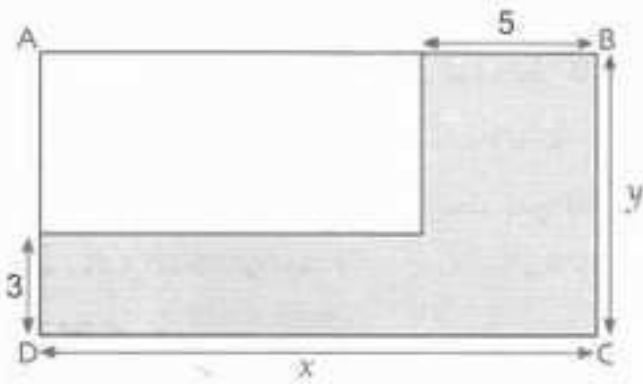
بعد 11 سنة يصبح عمر الأب ضعف عمر الابن.

• ما العمر الحالي لكل من الأب و الابن ؟

27. الشكل التالي يمثل قطعة أرضية ABCD مستطيلة

الشكل، محيطها 100m. مساحة الجزء الأخضر

هي  $164m^2$ .



• احسب بالأمتار، الطول  $x$  و العرض  $y$  لهذه القطعة.

28. 1. عين مجموعة قواسم العدد 24.

2. اوجد كل الثنائيات  $(x; y)$  من عددين طبيعيين

بحيث  $x^2 - y^2 = 24$

29. يقطع دراج مسلك متكون من جزئين  $d_1$  و  $d_2$ .

(الشكل)

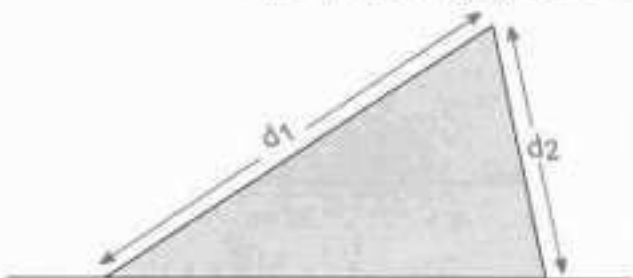
سرعة الدراج لقطع جزء  $d_1$  هي 20 km/h و سرعته لقطع

جزء  $d_2$  هي 50 km/h : بفرض أن طول المسلك هو 10 km

و أن مدة الصعود تفوق مدة الهبوط بربع ساعة.

$t_1$  و  $t_2$  مدتي قطع المسافتين  $d_1$  و  $d_2$  على الترتيب.

• احسب كل من  $t_1$  و  $t_2$  و  $d_1$  و  $d_2$ .



22. 1. حل الجملة التالية :  $\begin{cases} 5x + 3y = 180 \\ x + y = 40 \end{cases}$

2. يوجد عند صاحب مكتبة 40 كتابا و هي نوعان :

سمك البعض منهم هو 5cm و سمك البعض الآخر هو 3cm.

إذا وضعهم صاحب المكتبة مترابين في نفس الرف فتكون

هذه الكتب صفًا طوله 1,80m.

• ما هو عدد الكتب من كل نوع من النوعين ؟

23. يملك رضا و سمير طوابع بريدية. عند تجميع هذه

الطوابع، يكون عددها هو 144.

إذا أعطى رضا طابعين لسمير، فيصبح عند سمير ضعف

ما هو عند رضا.

• ما هو عدد الطوابع عند كل ولد ؟

24. محيط مستطيل هو 140cm، طوله  $x$  و عرضه  $y$ .

إذا ضاعفنا عرضه و أنقصنا 7cm من طوله، نتحصل

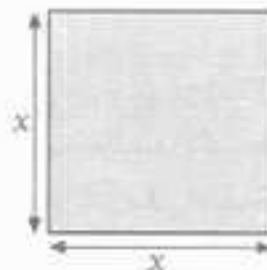
على مستطيل آخر محيطه يساوي 176cm.

• احسب طول و عرض المستطيل الأول.

25. الرسمان التاليان يمثلان حقلين : أحدهما مربع الشكل

و الآخر مستطيل الشكل.

$x$ ،  $y$  عددان موجبان.



صحيح أو خاطئ

1. الدالة  $f: x \mapsto \frac{1}{2}x$  هي دالة خطية .
2. الدالة  $f: x \mapsto \sqrt{2}x$  ليست دالة خطية .
3. الدالة  $f: x \mapsto x - x^2$  هي دالة خطية .
4. معامل الدالة الخطية  $f: x \mapsto -4x$  هو 4 .
5. زيادة مقدار بـ 10% يعني ضربه في 1,1 .
6. زيادة مقدار بـ 100% يعني ضربه في 2 .
7. ضرب مقدار في 3 يعني زيادته بمقدار 200% .
8. تخفيض مقدار بـ 10% يعني ضربه في 0,99 .
9. 50% من المقدار  $x$  هو  $\frac{1}{2}x$  .
10. 100% من المقدار  $x$  هو  $x$  .

تمارين

تعين صورة - تعين سابقة

2. من بين الدوال التالية، عين الدوال الخطية .

$$\begin{aligned} g: x &\mapsto x(x^2 + x) & f: x &\mapsto 3x - 12 \\ t: x &\mapsto x^2 & h: x &\mapsto 3x \\ i: x &\mapsto \sqrt{3}x & k: x &\mapsto -\frac{1}{8}x \end{aligned}$$

3. نعرف الدوال  $f, g, h, k$  بالمساويات التالية :

$$\begin{aligned} g(x) &= -8x & f(x) &= 15x \\ k(x) &= -\sqrt{2}x & h(x) &= 0,25x \end{aligned}$$

• تحقق أن الدوال  $f, g, h, k$  هي دوال خطية ثم عين معامل كل منها .

4. احسب صور الأعداد 15 :  $\frac{3}{2}$  : -8

بالدالة الخطية  $f$  حيث  $f: x \mapsto \frac{1}{20}x$

5.  $f$  هي دالة خطية معرفة كما يلي :  $f(x) = -2x$

• احسب  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$  :  $f(-5)$  :  $f\left(\frac{1}{4}\right)$

6.  $f$  هي دالة خطية معرفة كما يلي :  $f(x) = -8x$   
• ما هو العدد الذي صورته هي 24 بالدالة  $f$  .

7.  $f$  هي الدالة الخطية المعرفة بـ :  $f: x \mapsto 1,4x$   
1. احسب  $f(0)$  :  $f(1)$  :  $f(2)$  .  
2. ما هو العدد الذي صورته هي -7 بالدالة  $f$  .

تمثيل دالة خطية بيانيا

الستوي مرزود بمعلم متعامد و متجانس مبدأ النقطة O .

8. مثل بيانيا الدالة الخطية  $f$

$$f: x \mapsto \frac{2}{5}x$$

9. مثل بيانيا الدالة الخطية  $g$

$$g: x \mapsto -4x$$

10. مثل بيانيا الدالة الخطية  $f$  حيث :  $f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2$   
• ما هو معامل هذه الدالة ؟

11. مثل بيانيا كل دالة خطية  $f$  معينة بمعاملها  $a$   
معطى في كل حالة من الحالات التالية :  
 $a = 0,5$  :  $a = -5$  :  $a = -1$  :  $a = 2$

12. مثل بيانيا كل دالة من الدالتين  $f$  و  $g$  حيث

$$f: x \mapsto 2x \quad \text{و} \quad g: x \mapsto -\frac{1}{2}x$$

• ماذا تلاحظ بالنسبة للمستقيمين المرسومين ؟

تعين عبارة الدالة الخطية بمعرفة عدد و صورته

13. عين الدالة الخطية  $f$  حيث  $f(-3) = 5,4$

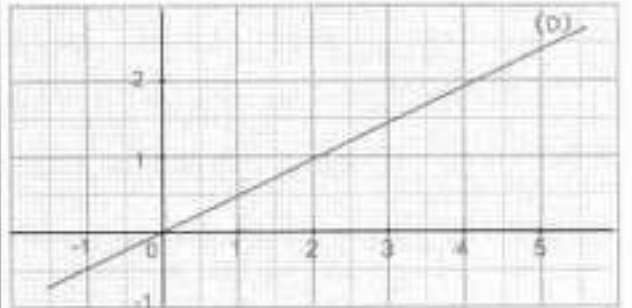
14. عين الدالة الخطية  $g$  حيث  $g(2,1) = 1,2$

15. عين الدالة الخطية  $h$  حيث  $h: 11 \mapsto -2$

## تمارين و مسائل

قراءة التمثيل البياني لدالة خطية

16 • (D) هو التمثيل البياني لدالة خطية  $f$ . (الشكل)

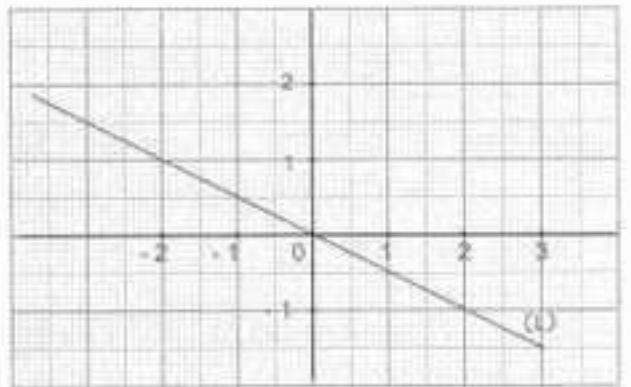


1. عيّن صورة كل من العددين 1 و -1.

2. ما هو العدد الذي صورته 1 ؟

3. عيّن الدالة الخطية  $f$  الممثلة بالمستقيم (D).

17 • (L) هو التمثيل البياني لدالة خطية  $g$ . (الشكل)



1. عيّن صورة كل من العددين 0 و -1.

2. عيّن العدد الذي صورته -1,5.

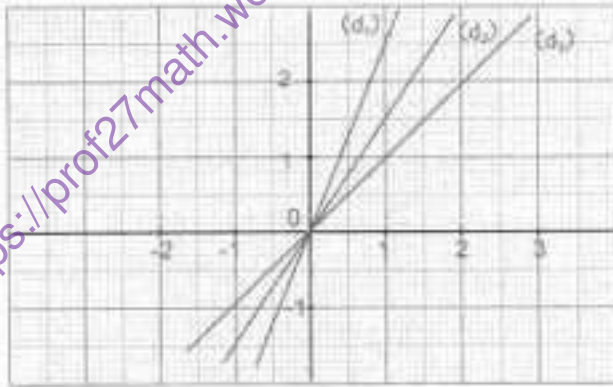
3. عيّن الدالة الخطية  $g$  الممثلة بالمستقيم (L).

18 • 1. ارفق كل مستقيم بالدالة الخطية التي يمثلها.

الدوال الخطية هي :  $f : x \mapsto \frac{3}{2}x$

$f_1 : x \mapsto x$  :  $g : x \mapsto \frac{5}{2}x$

2. ما هو معامل توجيه كل مستقيم ؟



19 • (d) هو المستقيم الممثل للدالة الخطية  $f$

حيث  $x \mapsto -\frac{2}{3}x$  في  $f$  في معلم مبدؤه O.

1. حل النقطتان A(-1,5 ; 1) و B(1 ; -0,6)

تنتميان إلى المستقيم (d) ؟

2. أرسم المستقيم (d).

التناسبية

20 • هل محيط مربع هو دالة خطية لطول ضلعه ؟

برر إجابتك.

21 • إليك الجدول التالي :

|   |      |    |     |     |    |
|---|------|----|-----|-----|----|
| x | 5    | -2 | 3   | -6  | 12 |
| y | 12,5 | -5 | 7,5 | -15 | 30 |

1. هل هو جدول تناسبية ؟ لماذا ؟

2. عبّر عن y بدلالة x.

3. مثل بيانيا الدالة التي ترفق x بالعدد y.

22 • تسير سيارة في طريق سريع. عند الإنطلاق. كان

خزان السيارة يحتوي على 56 لترا من البنزين.

نفرض أن الكمية المستهلكة من البنزين ثابتة

و تساوي 9 لترات في 100 km.

ليكن x المسافة بالكيلومترات. التي قطعتها السيارة منذ

الإنطلاق.

## مسائل

30. لتكن  $f$  الدالة الخطية المعرفة بـ :  $f(x) = \frac{4}{3}x$
1. احسب صورة العدد 3.
  2. احسب العدد الذي صورته 6 -.
  3. ما هو معامل الدالة الخطية  $f$  ؟
  4. في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس مبداء  $O$  ارسم المستقيم  $(d)$  المثل للدالة الخطية  $f$ .
  5. هل النقطة  $A\left(\frac{3}{4}; 1\right)$  تنتمي إلى  $(d)$  ؟
- هل النقطة  $B(1; -1)$  تنتمي إلى  $(d)$  ؟
31. نغرق ماء في كأس شكله أسطوانة دوران، ارتفاعه 12 cm وقطر قاعدته 8 cm.
- برهن أن الدالة التي ترفق بالارتفاع  $h$  (بالسنتيمترات) كمية الماء الموجودة في الكأس أي حجم الماء (بالسنتيمترات المكعبة) هي دالة خطية.
  - عيّن معامل هذه الدالة.
32. • عيّن الدالة الخطية  $g$  حيث تمثيلها البياني يشمل النقطة  $M\left(12; -\frac{1}{3}\right)$ .
33. على خريطة طريق، يمكن قراءة السلم :  $\frac{1}{200\,000}$
- هل المسافة على الخريطة هي دالة خطية للمسافة الحقيقية ؟
34. في فترة تخفيض أسعار، يمكن قراءة على واجهة دكان ما يلي : « 40% تخفيض على كل المواد »
- برهن أن الثمن بعد التخفيض هو دالة خطية للثمن قبل التخفيض.
35. ازداد ثمن الوقود بمحطة بنزين بنسبة قدرها 3%.
- برهن أن الثمن الجديد هو دالة خطية للثمن القديم.

1. • عبّر عن كمية البنزين  $f(x)$  المستهلكة بدلالة  $x$ .

هل الدالة  $f$  دالة خطية ؟

2. • عبّر عن كمية البنزين  $g(x)$  المتبقية في الخزان بدلالة  $x$ .

هل الدالة  $g$  دالة خطية ؟

النسب المئوية و الدالة الخطية

23. إذا إزداد (أو انخفض) مقدار  $x$  بنسبة معينة، نتحصل على الكمية  $f(x)$  حيث  $f(x) = kx$

- احسب قيم  $k$ ، حدّد إن تعلق الأمر بزيادة أو بتخفيض الكمية  $x$  وحدد النسبة المئوية في كل حالة من الحالات التالية :

$k = 1,82$  :  $k = 0,73$  :  $k = 2,7$  :  $k = 0,385$

24. يزداد مقدار  $x$  بنسبة 10% ثم ينخفض المقدار الناتج بنسبة 10%.

- هل النتيجة المحصل عليها تساوي  $x$  ؟
- إنشبه : للإجابة، يمكن التعبير عن كل نتيجة بدلالة  $x$ .

25. نريد أن يزداد طول  $k$  بنسبة 38%.

- في أي عدد يجب ضرب  $k$  ؟

26. نريد أن ينخفض حجم  $v$  بنسبة 64%.

- في أي عدد يجب ضرب  $v$  ؟

27. يزداد ارتفاع  $h$  عند ضربه في 1,132.

- عبّر عن زيادة الارتفاع  $h$  بنسبة مئوية.

28. تخفض كتلة  $m$  بضربها في 0,75.

- عبّر عن تخفيض  $m$  بنسبة مئوية.

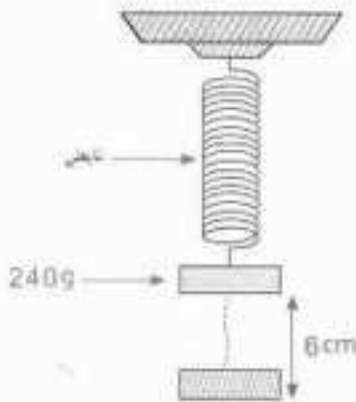
29. في فصل الشتاء كمية المياه المعدنية المستهلكة هي 0,97.

- هل يتعلق الأمر بزيادة أو بتخفيض ؟
- عبّر عن تغير هذه الأسعار بنسبة مئوية.



40. عرّف عن المحيط  $L$  لدائرة، بدلالة نصف قطرها  $r$ .  
• بين أن  $L$  هي دالة خطية للعدد  $r$ .  
• ما هو معامل هذه الدالة الخطية؟

41. يتمدد نابض بـ  $6\text{ cm}$  عندما تعلق بطرفه كتلة قدرها  $240\text{ g}$ . (أنظر الشكل).

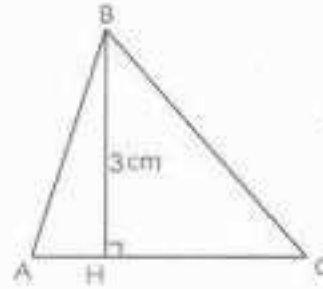


تقبل أن التمدد متناسب مع الكتلة المعلقة.

- ما هي الكتلة التي يجب تعليقها حتى يكون تمدد النابض هو  $5\text{ cm}$ ؟
- إذا كان طول النابض الحر (الم تعلق فيه كتلة) هو  $18\text{ cm}$ ، فما هي الكتلة التي يجب تعليقها حتى يكون تمدد النابض هو  $28\text{ cm}$ ؟

42. ارتفعت كمية المياه المخزنة في أحد السدود بنسبة قدرها  $12\%$ ، فأصبح فيه  $12000000\text{ m}^3$  من الماء في سنة 2004. وفي سنة 2005، انخفض المخزون بنسبة  $10\%$ .

- كم كان مخزون السد في سنة 2003؟
- ماهي كمية الماء المخزنة في سنة 2004؟



36. إليك الشكل المقابل.  
المثلث  $ABC$  حيث  $AC = x$ .  
• هل مساحة هذا المثلث هي دالة خطية للعدد  $x$ ؟  
• برّر إجابتك.

37. نعتبر المستطيل التالي :



- هل مساحة المستطيل هي دالة خطية للعدد  $x$ ؟  
• علّل إجابتك.  
• هل محيط هذا المستطيل هو دالة خطية للعدد  $x$ ؟  
• علّل إجابتك.

38. يقترح بائع التذاكر للدخول إلى ملعب كرة القدم الأثمان التالية :

| عدد المقابلات في السنة | 30   | 20   | 10  | 5   |
|------------------------|------|------|-----|-----|
| التمن بالدينار         | 2100 | 1400 | 700 | 350 |

- هل هذا الجدول هو جدول تناسبية؟  
• إذا كانت الإجابة «نعم»، عيّن الدالة الخطية التي ترقى عدد المقابلات بالتمن المقابل.

39. عند بيع مادة، يحقق تاجر ربحاً نسبته  $35\%$  من ثمن الشراء.

• احسب ثمن بيع هذه المادة علماً أن ثمن شرائها هو  $140$  دينار.

• احسب ثمن شرائها علماً أن ثمن بيعها هو  $202,50$  دينار.

صحيح أو خاطئ

1. الدالة  $f$  حيث  $f(x) = x$  دالة تألفية.

2. الدالة  $f$  حيث  $f(x) = -2$  ليست دالة تألفية.

3. الدالة  $f$  حيث  $f(x) = x^2 - x$  دالة تألفية.

4. صورة العدد 1 - بالدالة التألفية  $f$

حيث  $f(x) = -x + 1$  هي 0.

5. صورة العدد 2 بالدالة التألفية  $g$

حيث  $f(x) = \frac{3}{2}x - 2$  هي 0.

6. معاملا الدالة التألفية  $f$  حيث  $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

هما  $-\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{2}$ .

7. التمثيل البياني للدالة التألفية  $f$  حيث  $f(x) = -x + 2$

$f$  يشمل مبدأ المعلم.

8. التمثيل البياني للدالة التألفية  $g$

حيث  $g(x) = \sqrt{2}x + 1$  يشمل النقطة  $A(0; 1)$ .

9. العدد الذي صورته هي 1 - الدالة التألفية  $f$

حيث  $f(x) = x + 1$  هو العدد 2 -

10. العدد الذي صورته هي 0 بالدالة التألفية  $f$

حيث  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$  هو العدد 2 -

تمارين

التعرف على دالة قألفية

2. من بين الدوال التالية، عيّن الدوال التألفية.

$g: x \mapsto \frac{1}{2}x + 2$  :  $f: x \mapsto \frac{1}{2}x^2$

$k: x \mapsto 4x$  :  $h: x \mapsto -\sqrt{3}x + 1$

$p: x \mapsto 5$

3. من بين الدوال التالية، عيّن الدوال التألفية و حدد

معاملها كل دالة.

$g: x \mapsto 4x^2 + 8$  :  $f: x \mapsto -x - 2$

$k: x \mapsto 0.25$  :  $h: x \mapsto -12x$

تعيين صورة عدد معلوم أو عدد صورته معلومة

4. نعتبر الدالة التألفية  $f$  المعرفة كما يلي

$$f(x) = 3x - 4$$

• احسب  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

5.  $g$  هي الدالة التألفية المعرفة كما يلي :

$$g(x) = -4x + 6$$

• احسب  $g\left(\frac{1}{4}\right)$  و  $g\left(\frac{3}{2}\right)$

6. • عيّن صورة كل من الأعداد التالية 4،  $\frac{1}{2}$ ، -2، 4 -

بالدالة التألفية  $f$  حيث  $f: x \mapsto 5x + 2$

7. نعتبر الدالة التألفية  $g$  المعرفة كما يلي :

$$g(x) = 2x - 1$$

• ما هو العدد الذي صورته بالدالة  $g$  هي 5 - ؟

8. نعتبر الدالة التألفية  $h$  المعرفة كما يلي :

$$h(x) = \frac{4}{3}x + 2$$

• ما هو العدد الذي صورته بالدالة  $h$  هي 3 ؟

9. نعتبر الدالة التألفية  $t$  المعرفة كما يلي :

$$t(x) = -3x + \frac{1}{2}$$

• ما هو العدد الذي صورته بالدالة  $t$  هي 1 - ؟

تمثيل بيانيا دالة قألفية

في التمارين التالية، المستوى منسوب إلى معلم متعامد

و متجانس مبدأ النقطة O.

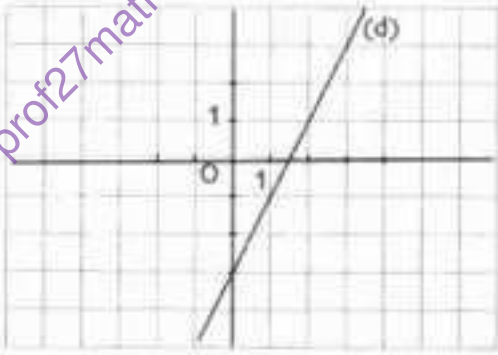
10. • مثل بيانيا الدالة التألفية  $f$  المعرفة بـ :

$$f(x) = -3x + 5$$

11. • مثل بيانيا الدالة التألفية  $g$  المعرفة بـ :

$$g(x) = -7x + \frac{2}{3}$$

20 • المستقيم (d) هو التمثيل البياني للدالة التآلفية  $g$ .



• ما هي صورة العدد 1 بالدالة  $g$  ؟

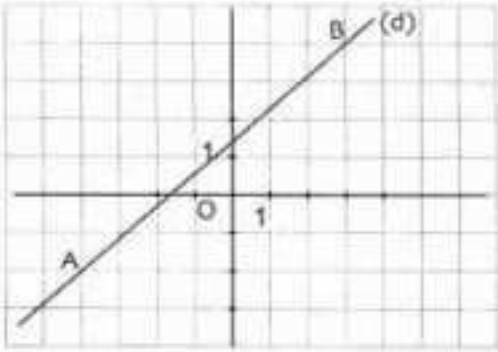
• ما هي صورة العدد 3 بالدالة  $g$  ؟

• ما هو العدد الذي صورته -3 بالدالة  $g$  ؟

• ما هو العدد الذي صورته 1 بالدالة  $g$  ؟

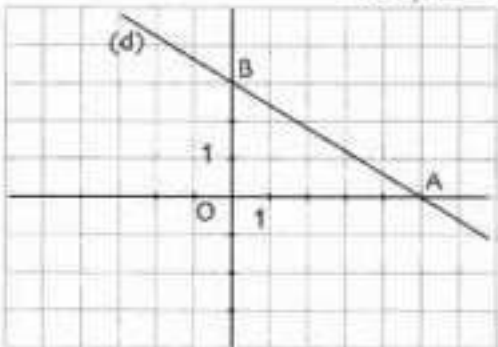
تعيين الدالة التآلفية المرفقة بمستقيم معلوم

21 • عيّن الدالة التآلفية  $f$  المثلة في الشكل التالي بالمستقيم (d).



22 • عيّن الدالة التآلفية  $g$  المثلة في الشكل

التالي بالمستقيم (d).



12 • مثل بيانيا الدالة التآلفية  $h$  المعرفة بـ :

$$h(x) = \frac{1}{7}x + 2$$

تعيين الدالة التآلفية انطلاقا من عددين و صورتيهما

13 • عيّن الدالة التآلفية  $f$  حيث :

$$f(2) = -1 \text{ و } f(9) = -\frac{19}{2}$$

14 • عيّن الدالة التآلفية  $g$  حيث :

$$g(2,5) = 1 \text{ و } g(-1) = -5,3$$

15 • عيّن الدالة التآلفية  $h$  حيث :

$$h(-3) = -7 \text{ و } h(3) = -3$$

16 • عيّن الدالة التآلفية  $t$  حيث :

$$t\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2} \text{ و } t\left(\frac{1}{6}\right) = -\frac{1}{3}$$

17 • عيّن الدالة التآلفية  $k$  حيث :

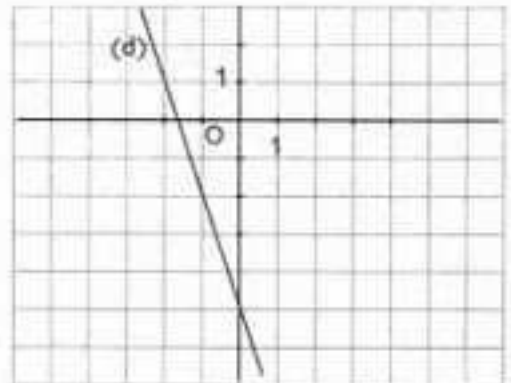
$$k : 2 \mapsto -1 \text{ و } k : 4 \mapsto 5$$

18 • عيّن الدالة التآلفية  $p$  حيث :

$$p : 1 \mapsto 8 \text{ و } p : 2,5 \mapsto -13$$

القراءة البيانية

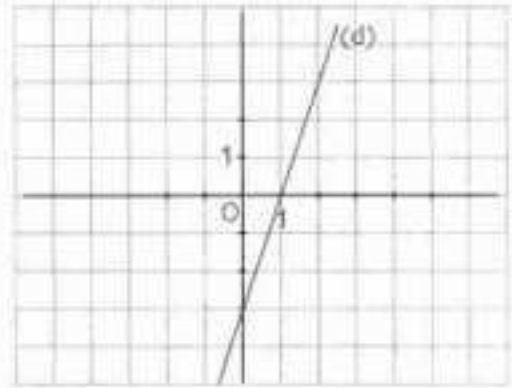
19 • المستقيم (d) هو التمثيل البياني للدالة التآلفية  $f$ .



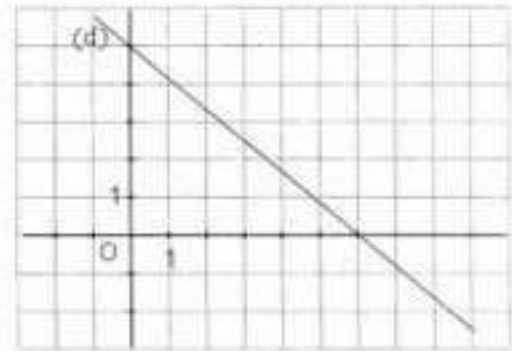
1 • ما هي صورة -2 بالدالة  $f$  ؟

2 • ما هو العدد الذي صورته بالدالة  $f$  هي -2 ؟

23. • عيّن المعاملين  $a$  و  $b$  للدالة التآلفية  $f$  انطلاقاً من تمثيلها البياني (d).



24. • عيّن المعاملين  $a$  و  $b$  للدالة التآلفية  $g$  انطلاقاً من تمثيلها البياني (d).



مسائل

25. نعتبر الدالتين  $f$  و  $g$  المعرفتين كما يلي :

$$f(x) = 2x - 11 \quad \text{و} \quad g(x) = -\frac{5}{2}x + 7$$

- ما هما معاملتا كل من الدالتين  $f$  و  $g$  ؟
- أ) احسب صورة العدد 0 بكل من الدالتين  $f$  و  $g$ .  
ب) احسب العدد الذي صورته بالدالتين  $f$  و  $g$  على الترتيب هي العدد 0.
- مثّل بيانياً في معلم متعامد ومتجانس مبداء  $O$  كل من الدالتين  $f$  و  $g$ .

26. الراتب الشهري الكلي لعامل في مؤسسة تجارية مكون من مبلغ ثابت قدرة 10 000 ديناراً ومجالات تتمثل في 10% من مبلغ المبيعات الشهرية المحققة.

1. احسب الراتب الشهري الكلي إذا علمت أن المبيعات قدرت بمبلغ 60 000 ديناراً.

2. ليكن  $y$  الراتب الشهري الكلي و  $x$  المبيعات الشهرية المحققة لهذا الشهر.

$$y = 0,1x + 10\,000 \quad \text{برهن أن}$$

3. مثّل بيانياً في معلم الدالة  $f$

$$\text{حيث } f: x \mapsto 0,1x + 10\,000$$

الوحدة : نأخذ 1cm لتمثيل 20 000 ديناراً على محور

الفواصل و 1cm لتمثيل 5 000 ديناراً على محور الترتيب.

• عيّن مبلغ المبيعات عندما يكون الراتب

يساوي 18 000 دينار.

• عيّن الراتب الشهري من أجل مبلغ المبيعات قدره

110 000 دينار.

27. عيّن الدالة التآلفية  $f$  بحيث  $f(5) = -\frac{11}{7}$

و تمثيلها البياني (d) يشمل النقطة  $A(7; -1)$ .

28.  $f$  و  $g$  دالتان تآلفتان معرفتان كما يلي :

$$f(x) = 2x + 2 \quad \text{و} \quad g(x) = -3x + 1$$

1. في معلم متعامد ومتجانس، ارسم التمثيلين

البيانيين (d) و (d') للدالتين  $f$  و  $g$  على الترتيب.

$$2x + 2 = -3x + 1 \quad \text{حل المعادلة}$$

• ماذا يمثل هذا الحل بالنسبة إلى المستقيمين

(d) و (d') ؟

صحيح أو خاطئ

1. التكرار الكلي لسلسلة إحصائية هو عدد قيم هذه السلسلة.
2. تكرار قيمة لسلسلة إحصائية هو عدد القيم الأصغر منها.
3. مجموع تكرارات قيم سلسلة إحصائية هو التكرار الكلي للسلسلة.
4. تواتر قيمة هو تكرار هذه القيمة.
5. مجموع تواترات قيم سلسلة إحصائية يساوي التكرار الكلي للسلسلة.
6. التكرار المجمع الصاعد لقيمة هو مجموع تكرار هذه القيمة و تكرارات القيم الأكبر منها.
7. التكرار المجمع النازل لقيمة هو مجموع تكرار هذه القيمة و تكرارات القيم الأصغر منها.
8. وسط السلسلة 3 : 4 : 5 : 6 : 7 هو 5.
9. وسط السلسلة 2 : 4 : 5 : 6 : 7 هو 5.
10. وسيط السلسلة 4 : 5 : 6 : 7 : 8 هو 6.
11. وسيط السلسلة 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 هو 5,5.

تمارين

التكرارات - التكرارات المجمعة

2. أنجزت عملية إحصاء حول العدد  $x$  للأطفال في عدد من العائلات. أسفرت العملية على النتائج التالية :

| التكرارات | قيمة $x$ |
|-----------|----------|
| 85        | 0        |
| 120       | 1        |
| 230       | 2        |
| 170       | 3        |
| 95        | 4        |
| 185       | 5        |
| 48        | 6        |
| 24        | 7        |
| 16        | 8        |

1. ما هو التكرار الكلي لهذه السلسلة ؟
2. احسب التكرارات المجمعة الصاعدة لهذه السلسلة.
3. كم عائلة لها أكثر من 5 أطفال ؟

3. الجدول التالي يتضمن توزيع نقط علامات التمرين من قسم السنة الرابعة متوسط في فرض الرياضيات. هذه العلامات موزعة في فئات متساوية المدى.

| التكرارات | الفئات    |
|-----------|-----------|
| 1         | [0 : 2[   |
| 1         | [2 : 4[   |
| 3         | [4 : 6[   |
| 2         | [6 : 8[   |
| 5         | [8 : 10[  |
| 7         | [10 : 12[ |
| 8         | [12 : 14[ |
| 4         | [14 : 16[ |
| 2         | [16 : 18[ |

- احسب التكرارات المجمعة الصاعدة.
- ارسم المدرج التكراري لهذه السلسلة.
- التواترات - التواترات المجمعة

4. طرح السؤال التالي على 20 تلميذا.

- « أعط عددا يتراوح من 1 إلى 10 ». فكانت الإجابات كما يلي :
- 2 : 2 : 2 : 3 : 4 : 4 : 5 : 5 : 7 : 7 : 8 : 9 : 9 : 9 : 10 : 10 : 10 : 10 :
- أكمل الجدول التالي :

| القيمة  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------|---|---|---|---|---|
| التكرار |   |   |   |   |   |

| القيمة  | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------|---|---|---|---|----|
| التكرار |   |   |   |   |    |

- احسب تواتر كل قيمة.
- احسب التواترات المجمعة الصاعدة لقيم هذه السلسلة.

5 رمى رضا زهر النرد 45 مرة.

(أوجه زهر النرد مرقمة من 1 إلى 6).

و سجل النتائج التالية :

2 : 3 : 3 : 4 : 4 : 5 : 5 : 1 : 2 : 3 : 1 : 1 : 1

4 : 3 : 3 : 4 : 2 : 6 : 1 : 1 : 6 : 6 : 6 : 4 : 4

2 : 2 : 5 : 5 : 6 : 5 : 4 : 4 : 6 : 6 : 6 : 1 : 5

6 : 6 : 2 : 4 : 3 : 3

• اكمل الجدول التالي :

| الرقم                       | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------------------------|---|---|---|---|---|---|
| التكرار                     |   |   |   |   |   |   |
| التكرار<br>المجمع<br>الصاعد |   |   |   |   |   |   |
| التواتر                     |   |   |   |   |   |   |
| التواتر<br>المجمع<br>الصاعد |   |   |   |   |   |   |

• أنجز المخطط بالأعمدة لهذه السلسلة.

6 الجدول التالي يبين توزيع 37 شخصا

حسب قاماتهم (بالأمتار).

| القائمة (بالأمتار) | التكرار |
|--------------------|---------|
| [1,50 ; 1,60[      | 6       |
| [1,60 ; 1,70[      | 4       |
| [1,70 ; 1,80[      | 18      |
| [1,80 ; 1,90[      | 7       |
| [1,90 ; 2,00[      | 2       |

• احسب تواتر كل فئة.

• احسب التواترات المجمعة الصاعدة.

• أنجز المدرج التكراري لهذه السلسلة.

وسط سلسلة إحصائية

7 هذه علامات تحصل عليها رضا خلال الفصل الثاني

في الرياضيات.

10 : 17 : 15 : 12 : 12 : 13 : 9 : 11

• احسب معدل رضا. أعط النتيجة بتقريب 0,1 بالزيادة.

8 سجلت ليلي علامات تلاميذ قسمها في فرض الفيزيا.

و الكيمياء و نظمتهما في الجدول التالي :

| العلامة<br>(على 20) | 6 | 8 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---------------------|---|---|----|----|----|----|----|
| التكرار             | 3 | 2 | 8  | 6  | 10 | 2  | 3  |

• احسب معدل القسم.

• إذا تحصلت ليلي على العلامة 11، ماهو موقعها بالنسبة

إلى معدل القسم ؟

9 الجدول التالي يعطي فئات علامات تلاميذ و تكراراتها

من قسم السنة الرابعة متوسط في فرض الرياضيات.

| فئات العلامات | التكرار |
|---------------|---------|
| [0 ; 3[       | 1       |
| [3 ; 6[       | 3       |
| [6 ; 9[       | 2       |
| [9 ; 12[      | 9       |
| [12 ; 15[     | 9       |
| [15 ; 18[     | 3       |

• احسب وسط العلامات.

10 إليك علامات رضا في فروض التاريخ.

بقي فرض واحد في نهاية الفصل.

15 : 13 : 11 : 14 : 9 : 7 : 12

• ماهي العلامة التي يجب على رضا الحصول عليها

في الفرض الأخير حتى يكون معدله هو 12 ؟

**11** رمى رضا 11 مرة زهر نرد و كانت النتائج كما يلي :

$$4 : 3 : 4 : 5 : 6 : 4 : 3 : 4 : 5 : 6 : 3 : 4 : 5 : 6 : 4 : 3 : 4$$

إن رضا متأكد أنه، مهما كانت نتيجة الرمية 12، سيكون معدل كل هذه الرميات هو 4.

هل هو على صواب ؟

**12** سجلت القامات (بالسنتيمترات) لتلاميذ قسم السنة الرابعة متوسط و كانت النتائج كما في الجدول التالي :

| التكرار | الفئات      |
|---------|-------------|
| 4       | [140 ; 145[ |
| 6       | [145 ; 150[ |
| 12      | [150 ; 155[ |
| 7       | [155 ; 160[ |
| 3       | [160 ; 165[ |
| 2       | [165 ; 170[ |

• احسب، بتقريب 1 cm، القامة المتوسطة لتلاميذ هذا القيم.

**13** اقترح أستاذ الرياضيات فرضا، في قسمين له، من السنة الرابعة متوسط.

في قسم السنة الرابعة A، الذي يشمل 24 تلميذا، كان معدل القسم 10,5 على 20 و في قسم السنة الرابعة B، الذي يشمل 28 تلميذا، كان معدل القسم 12,5.

• ما هو معدل تلاميذ القسمين ؟

وسيط سلسلة إحصائية

**14** عَيِّن وسيط السلسلة الإحصائية التالية :

$$110 : 106 : 109 : 107 : 111 : 115 : 108 : 112 : 117 :$$

**15** إليك السلسلة الإحصائية التالية :

$$52 : 53 : 55 : 60 : 64 : 68 : 69 : 72 : 75 :$$

• احسب و سيط هذه السلسلة.

• بإضافة قيمة إلى هذه السلسلة، هل يتغير وسيطها ؟

(حاول إضافة وسيط السلسلة ثم قيمة مختلفة عن الوسيط).

**16** • عَيِّن وسيط كل سلسلة من السلاسل الإحصائية التالية :

1.  $13,7 : 12 : 7,4 : 4,5 : 3,2$

2.  $14 : 7 : 19 : 7 : 13 : 7 : 15$

3.  $16 : 5 : 10 : 4 : 15 : 10$

4.  $18 : 23 : 27 : 12 : 41 : 17 : 53 : 21$

**17** الجدول التالي، يقدم عدد الوجبات التي يوقرها مطعم المدينة خلال 6 أيام من الأسبوع.

| عدد الوجبات | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|-------------|----|----|----|----|----|----|
| 16          | 45 | 62 | 48 | 36 | 41 | 16 |

• احسب وسط هذه السلسلة و وسيطها.

**18** هذه علامات تحصل عليها ثلاثة تلاميذ (رضا، سمير، عمر).

رضا :  $13 : 7 : 9 : 11 : 12$

سمير :  $14 : 14 : 8 : 8 : 10$

عمر :  $12 : 12 : 13 : 8 : 9$

• احسب معدل كل تلميذ.

• احسب وسيط كل تلميذ.

**19** في مسابقة القفز الطويل المنظم في مؤسسة مدرسية، سجل 12 تلميذا النتائج التالية : (الوحدة بالسنتيمتر).

$227 : 216 : 212 : 112 : 110 : 106 : 106 : 101$

$282 : 278 : 262 : 257$

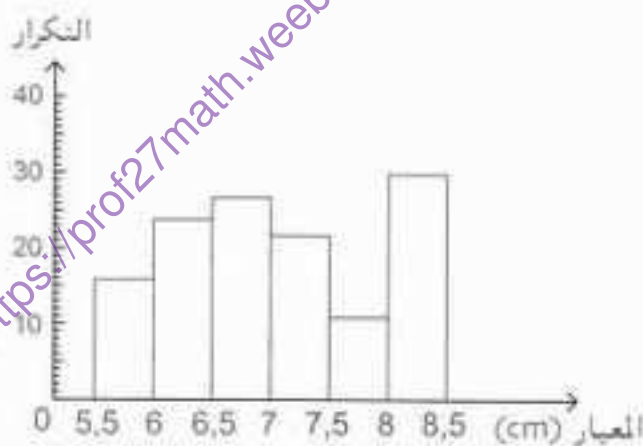
• احسب معدل هذه القفزات.

• احسب وسيط هذه القفزات.

### مسائل

**20** المخطط التالي يمثل سلسلة إحصائية بالأعمدة للتكرارات المجمعة الصاعدة.

• عَيِّن وسيط السلسلة.



1. انطلاقا من هذا المدرج التكراري أكمل الجدول التالي :

| التكرار | المعيار (cm) | التكرار | المعيار (cm) |
|---------|--------------|---------|--------------|
|         | [ ; [        | 16      | [5,5 ; 6[    |
|         | [ ; [        |         | [ ; [        |
|         | [ ; [        |         | [ ; [        |

2. ما هو عدد حبات التفاح ذات معيار 7cm على الأقل؟

3. احسب النسبة المئوية d لحبات التفاح التي قطرها محصور بين 7cm و 8cm (أي  $7 \leq d < 8$ ).

4. نريد تمثيل السلسلة الإحصائية بواسطة مخطط دائري.

أكمل الجدول التالي علما أن القيمة الأولى للزاوية تحسب

$$\frac{16 \times 360}{130} = 44,30^\circ \text{ كما يلي :}$$

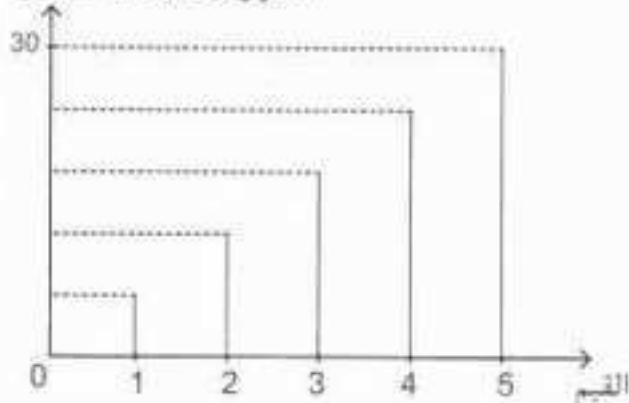
| الزاوية (°) | التكرار | المعيار (cm) |
|-------------|---------|--------------|
| 44,30       | 16      | [5,5 ; 6[    |
|             |         | [ ; [        |
|             |         | [ ; [        |
|             |         | [ ; [        |
|             |         | [ ; [        |
| 360         | 130     | المجموع      |

• ارسم المخطط الدائري بأخذ 5 cm كقطر القرص.

• احسب وسط هذه السلسلة.

• إلى أي فئة ينتمي هذا الوسط ؟

التكرارات المجمعة الصاعدة



21. طلب من أساتذة الرياضيات، إقتراح تلميذ من السنة

الرابعة متوسط للمشاركة في مسابقة في الرياضيات.

بعد دراسة نتائج التلاميذ، إتفق الأساتذة على الإحتفاظ بثلاثة تلاميذ حيث كانت علاماتهم كالاتي :

|      |    |    |      |      |      |    |
|------|----|----|------|------|------|----|
| رضا  | 13 | 19 | 13,5 | 14,5 | 18   | 14 |
| سمير | 14 | 17 | 15   | 15,5 | 16,5 | 18 |
| ليلى | 13 | 20 | 19   | 18   | 10   | 15 |

1. احسب وسط علامات كل تلميذ.

2. احسب الفرق بين أكبر علامة و أصغر علامة لكل تلميذ.

3. لقد اختار الأساتذة ليلى لتمثيل الإكسالية. كيف يبرر الأساتذة إختيارهم ؟

22. في سنة 2000، تم تسجيل عدد الأولاد الذين عمرهم

لا يتعدى 15 سنة في عائلات مدينة معينة.

أسفرت العملية على النتائج التالية :

| عدد الأولاد  | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| عدد العائلات | 140 | 345 | 120 | 250 | 400 | 135 |

1. احسب العدد المتوسط للأولاد في هذه العائلات.

2. ما هي النسبة المئوية للعائلات ذات ثلاثة أولاد أو أكثر ؟

3. أنجز المخطط بالأعمدة لتمثيل هذه السلسلة الإحصائية ؟

23. قبل بيع تفاح، تقوم شركة بانتقاء الحبات حسب قطرها.

المدرج التكراري التالي يبين توزيع كمية 130 حبة تفاح

حسب معيارها :

المسألة الأولى

1. في الشكل حيث

(EF) // (BC)

بيِّن أن :  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$



2. في الشكل حيث

(EF) // (BC)

BC = 5



3. في الشكل حيث

(EF) // (BC)

BC = 5



4. في الشكل بيِّن أن :

(AB) // (ED)



5. في الشكل بيِّن أن :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$



6. في الشكل



7. في الشكل بيِّن أن :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

المسألة الثانية

1. في الشكل حيث (EF) // (BC)

2. في الشكل بيِّن أن : (AB) // (ED)

3. في الشكل بيِّن أن : (AB) // (ED)



4. في الشكل بيِّن أن : (AB) // (ED)



5. في الشكل بيِّن أن : (AB) // (ED)



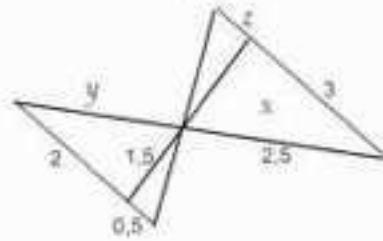
6. في الشكل بيِّن أن : (AB) // (ED)



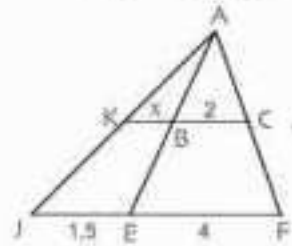
7. في الشكل بيِّن أن : (AB) // (ED)



7 • نفس السؤال للتمرين رقم 2.

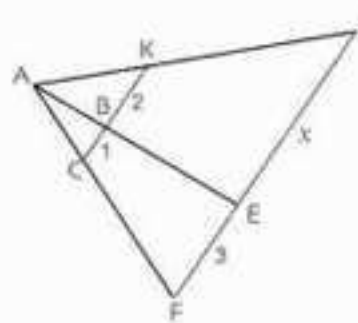


8 • في الشكل القطع الملونة متوازية.

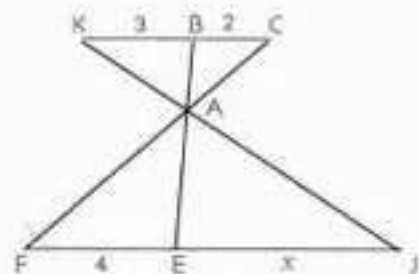


1. اكتب كل النسب المساوية للنسبة  $\frac{BC}{EF}$ .
2. استنتج  $x$ .

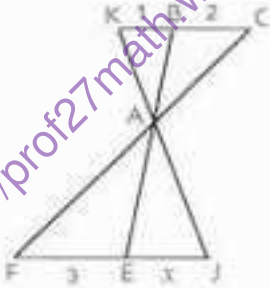
9 • نفس السؤالين للتمرين 8.



10 • نفس السؤالين للتمرين 8.

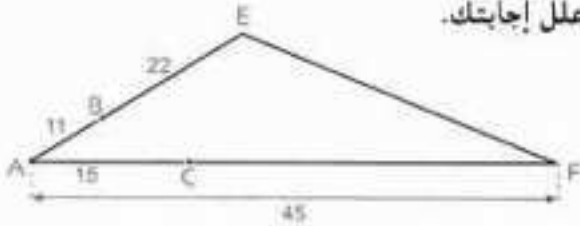


11 • نفس السؤالين للتمرين 8.



استعمال النظرية العكسية لنظرية لطالس

12 • هل المستقيمان (BC) و (EF) متوازيان ؟  
• علل إجابتك.

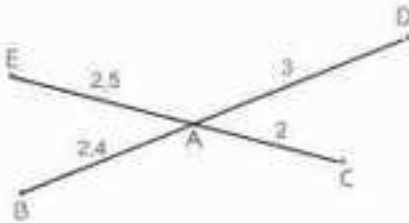


13 • نفس السؤال للتمرين رقم 12.

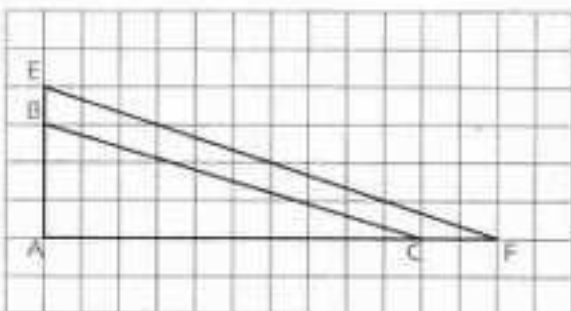
$AB = 3$  :  $AE = 4,5$  :  $AC = 3,9$  :  $AF = 2,6$



14 • هل المستقيمان (BC) و (ED) متوازيان ؟  
• علل إجابتك.



15 • هل المستقيمان (BC) و (EF) متوازيان ؟



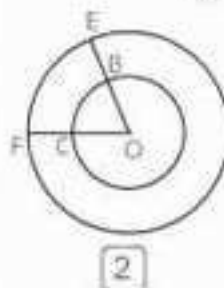
(Δ) المدرج.

(Δ)

0 1  
A B

اللتان فاصلاتهما

$-\frac{2}{3}$



1. احسب النسبتين  $\frac{AC}{AF}$  و  $\frac{AB}{AE}$

The diagram shows two triangles,  $\triangle ABC$  and  $\triangle EFC$ , positioned such that they share a common vertex  $C$ . The vertices are labeled  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $E$ , and  $F$ . Dashed lines are drawn from each vertex perpendicular to a horizontal baseline at the bottom of the grid. From point  $A$ , a dashed vertical line goes down to the baseline. From point  $B$ , a dashed vertical line goes down to the baseline. From point  $E$ , a dashed vertical line goes down to the baseline. From point  $C$ , a dashed vertical line goes down to the baseline. From point  $F$ , a dashed vertical line goes down to the baseline. This construction illustrates how the heights of the triangles relative to the baseline are related.

18 [AB] قطعہ مستقیم حیث  $AB = 6$

بحیث  $\frac{NA}{NB} = \frac{7}{5}$

$$\frac{NA}{NB} = \frac{7}{5} \text{ بحیث } [AB]$$

**19** • نفس سؤال التحرين 18 مع  $AB = 7$

(Δ)



A horizontal line with two points marked. The point on the left is labeled 'A' and has the number '0' written above it. The point on the right is labeled 'B' and has the number '1' written above it.

• ضع النقطتين C و D اللتان فاصلتاها على الترتيب  $\frac{2}{3}$  و  $-\frac{2}{3}$ .

21 ABC مثلث. M منتصف [BC].

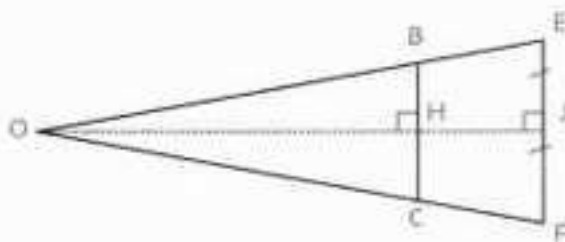
أ و ج السقطان العموديان للنقطتين B و C على الترتيب على المستقيم (AM).

1. برهن أن (BI) يوازي (CJ).

2. برهنه أن  $|C| = |B|$ .

3. برهن أن الرباعي BIC متوازي أضلاع.

22 لاحظ الشكل.

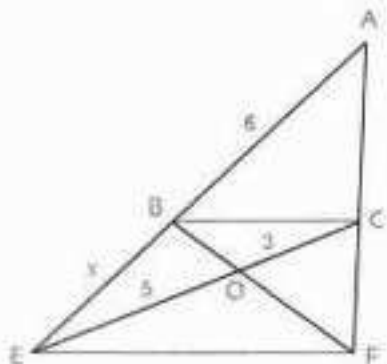


احسب (O) EF = 8 : BC = 3 : OH = 5

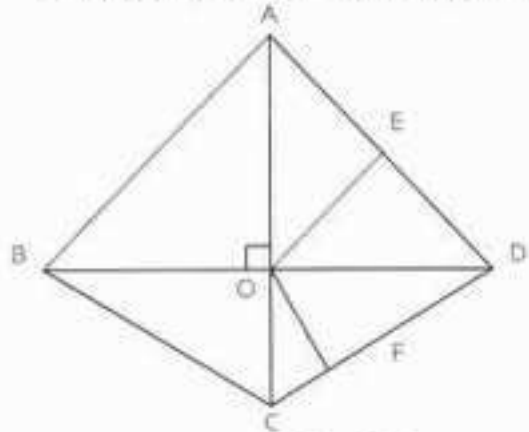
**23** في الشكل التالي، القطع الملونة متوازية.

1. قارن النسبتين  $\frac{AB}{AE}$  و  $\frac{OC}{OE}$

2. استنتاج الطول  $x$ .



24 في الشكل الموالي المستقيم (OE) يوازي (AB) و (OF) يوازي (BC) و (AC) عمودي على (BD).



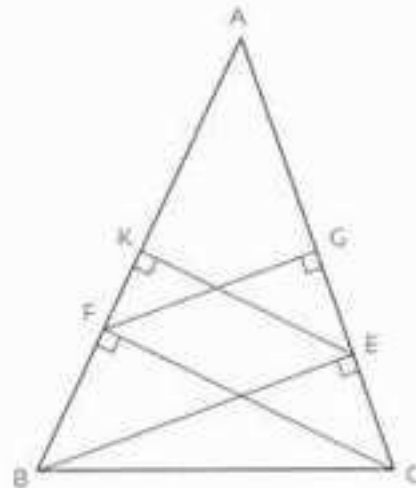
1. قارن النسبتين  $\frac{DE}{DA}$  و  $\frac{DF}{DC}$ .

2. استنتج أن (EF) عمودي على (BD).

25 مثلث زواياه حادة،

• (FG) و (BE) عموديان على (AC).

• (EK) و (CF) عموديان على (AB).



• برهن أن  $AE \times AF = AB \times AG = AC \times AK$ .

26 ABCD معين طول ضلعه 6 cm . E نقطة من [AB]

و F نقطة من [CD] بحيث  $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$  و  $\frac{CF}{CD} = \frac{1}{3}$

المستقيم (EF) يقطع (AD) في I و (BC) في J.

1. برهن أن  $EI = EF = FJ$ .

2. برهن أن المثلث DBI قائم في B.

27 لتكن ثلاث قطع مستقيمة أطوالها

$$c = 5,4 \text{ cm} ; b = 2,8 \text{ cm} ; a = 2,4 \text{ cm}$$

• أنشئ، دون إجراء حساب، قطعة مستقيمة طولها x

$$ax = bc$$

• تحقق بالحساب و بالقياس.

28 ABC مثلث،

• أنشئ مستقيما يشمل C و يقطع الضلع [AB] بحيث

تبعد A و B عن هذا المستقيم بمسافتين نسبتها  $\frac{5}{3}$ .

29 تبلغ قامة رضا 170cm.

ينتظر حافلة في محطة عند عمود يذل على مكان موقوف

الحافلات، على الساعة الواحدة زوالاً. (الشكل)

في هذه اللحظة، قدر طول

ظل رضا بـ 150cm و طول

ظل العمود بـ 180cm.

• فما هو طول العمود؟



30 ABC مثلث و G مركز ثقله حيث

• B' منتصف [AC]،

• A' منتصف [BC]،

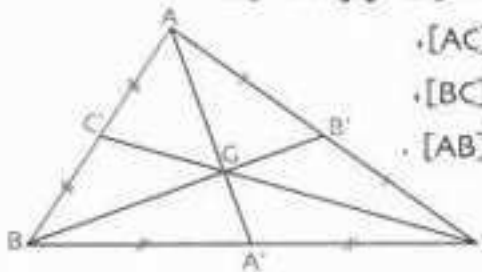
• و C' منتصف [AB].

(الشكل)

• برهن أن :

$$AA' = 3GA'$$

$$BB' = 3GB' \text{ و } CC' = 3GC'$$



صحيح أو خاطئ

1. EFG مثلث قائم في G. إذن  $\sin \hat{E} = \frac{GE}{EF}$ .

2. IJK مثلث قائم في J. إذن  $\tan \hat{K} = \frac{IJ}{KJ}$ .

3. من الشكل  
ينتج  $AC = 3 \times \sin 60^\circ$

4. من الشكل  
ينتج  $BC = \frac{3}{\sin 60^\circ}$

5. من الشكل  
ينتج  $AC = AB \times \tan 60^\circ$

6.  $\sin \hat{A} = 0,70$ . إذن مدور  $\hat{A}$  إلى الدرجة هو  $30^\circ$ .

7. من الشكل نستنتج أن:  
مدور  $\hat{B}$  إلى  $\frac{1}{10}$  من الدرجة هو  $62,5^\circ$ .

8. من أجل كل زاوية قياسها  $x$ ،  
 $\sin x = \tan x \times \cos x$

تمارين

النسب المثلثية - استعمال حاسبة

2. لاحظ الشكل المقابل.

برهن أن :

$$\frac{AB}{OA} = \frac{EF}{OF} \text{ و } \frac{AB}{OB} = \frac{EF}{OE}$$

3. لاحظ الشكل المقابل.

1. برهن أن  $\widehat{AOB} = \widehat{EOF}$

2. برهن أن  $\frac{AB}{OA} = \frac{EF}{OF}$  و  $\frac{AB}{OB} = \frac{EF}{OE}$

4. ABC مثلث حيث  $AC = 5\text{cm}$  :  $BC = 4\text{cm}$

$AB = 3\text{cm}$

1. برهن أن المثلث ABC قائم في B.

2. احسب  $\sin \hat{A}$  :  $\cos \hat{A}$  :  $\sin \hat{C}$  :  $\cos \hat{C}$

5. نفس الأسئلة بالنسبة إلى المثلث ABC حيث :

$$AB = 10,5\text{cm} : BC = 14\text{cm} : AC = 17,5\text{cm}$$

6. ABC مثلث حيث  $AC = 13\text{cm}$  :  $BC = 10,4\text{cm}$

$$AB = 7,8\text{cm}$$

1. برهن أن المثلث ABC قائم في B.

2. احسب  $\tan \hat{A}$  :  $\tan \hat{C}$

7. 1. أرسم مثلثا قائما، حيث قياس زاويتي

الحادتين هو  $38^\circ$ .

2. احسب  $\tan 38^\circ$  بتقريب  $\frac{1}{100}$ .

3. باستعمال الحاسبة أعط المدور إلى  $\frac{1}{100}$  للعدد  $\tan 38^\circ$ .

8. 1. استعمل الحاسبة لتعيين

المدور إلى  $\frac{1}{100}$  لـ  $\tan 55^\circ$ .

2. تحقق برسم مثلث قائم و بحساب  $\tan 55^\circ$ .

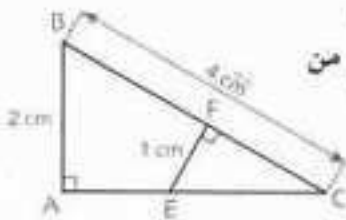
9. إليك الشكل المقابل.

1. عبّر عن  $\sin \hat{C}$  في كل من

المثلث القائم ACB

و المثلث القائم EFC.

2. احسب EC.



10. استعمل الحاسبة ملئ الجدول التالي :

|                 | المدور إلى<br>$\frac{1}{10}$ | المدور إلى<br>$\frac{1}{100}$ | المدور إلى<br>$\frac{1}{1000}$ |
|-----------------|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| $\sin 56^\circ$ |                              |                               |                                |
| $\cos 56^\circ$ |                              |                               |                                |
| $\tan 56^\circ$ |                              |                               |                                |

11. استعمل الحاسبة لتعيين قيمة تقريبية للزاوية  $x$  في كل

من الحالات التالية :

|                 | قيمة $x$ مدورة إلى<br>$\frac{1}{10}$ | قيمة $x$ مدورة إلى<br>$\frac{1}{100}$ |
|-----------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| $\sin x = 0,52$ |                                      |                                       |
| $\cos x = 0,25$ |                                      |                                       |
| $\tan x = 1,37$ |                                      |                                       |

**12** استعمال الحاسبة لتعيين المدور إلى  $\frac{1}{100}$  للزاوية  $x$  في كل من الحالات التالية :

$$\tan x = 1 + \sqrt{2}$$

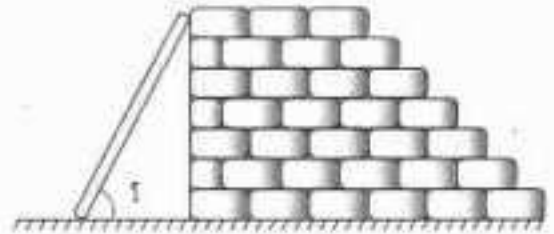
$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan x = 2(\sqrt{2} - 1)$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

حساب زوايا

**13** طول سلم هو 2 m. وضع هذا السلم على أرضية أفقية متكئا على حائط عمودي على الأرضية بحيث يبعد عن أسفل الحائط بمسافة قدرها 1,3 m. احسب الزاوية التي يكونها السلم مع سطح الأرضية.



**14** ارسم دائرة مركزها O و نصف قطرها 2,5 cm. ارسم [AB] قطرا لها.

ضع نقطة C على الدائرة بحيث تبعد عن النقطة A بمسافة 3 cm.

1. ما نوع المثلث ABC ؟ علل إجابتك.

2. احسب زوايا المثلث ABC.

**15** لاحظ إشارة المرور التالية :

الكتابة 10% تدل على أن الطريق ارتفع بـ 10 m لكل 100 m أفقية. 10% هو ميل الطريق (الشكل). أي هو ظل الزاوية التي يكونها هذا الطريق مع السطح الأفقي.



طول طريق هو 1000 m و ميله 10%.

بكم ارتفع بالنسبة إلى السطح الأفقي ؟

**16** ميل طريق هو 8%.

• ما هي الزاوية التي يكونها الطريق مع السطح الأفقي ؟

**17** تنتقل ناقلة على جبل طوله 500 m من محطة ترتفع

عن سطح البحر بـ 40m إلى محطة ترتفع عن سطح البحر بـ 350m.

• ما هي الزاوية التي يكونها جبل الناقلة مع السطح الأفقي ؟

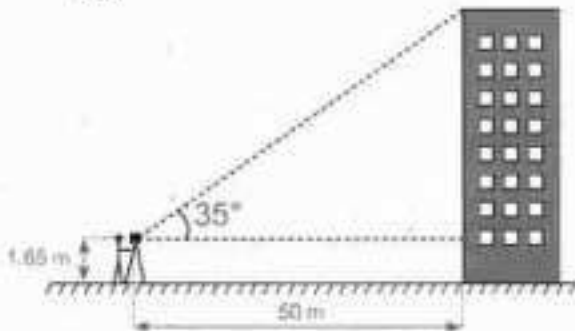
حساب أطوال

**18** يريد طوبوغرافي قياس ارتفاع عمارة. فيضع آلة

قياس الزوايا على ارتفاع 1,65 m بحيث تبعد عن أسفل

العمارة بمسافة 50 m (أنظر الشكل).

• احسب ارتفاع العمارة (تدور النتيجة إلى  $\frac{1}{100}$ ).



**19** بوضع سلم طوله 3,5 m متكئا على حائط مكونا

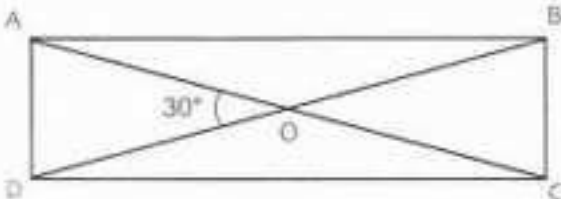
زاوية 80° مع الأرضية الأفقية.

• إلى أي علو يصل السلم ؟ دَوِّر النتيجة إلى  $\frac{1}{100}$ .

**20** ABCD مستطيل طول قطره 10 cm.

يتقاطع القطران في النقطة O فيكونان زاوية حادة

قيسها 30°. (الشكل)

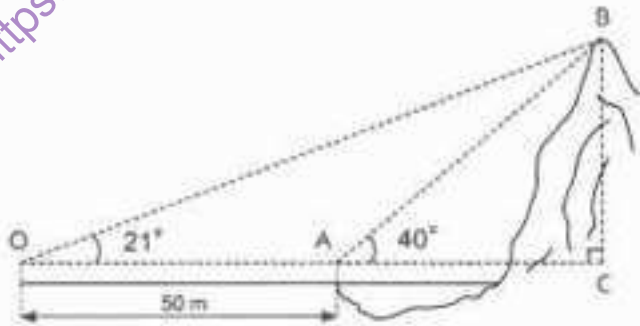


1. احسب  $\widehat{OAB}$ .

2. احسب طول و عرض المستطيل.

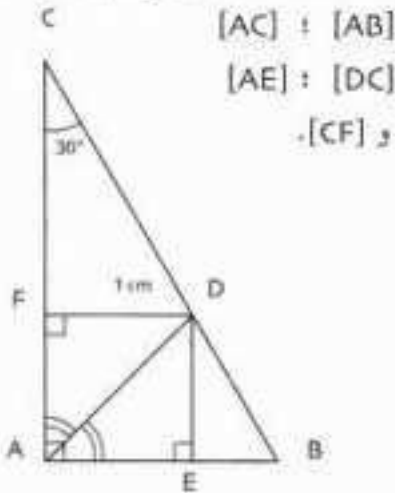
## مسائل

29 لحساب ارتفاع صخر يقوم الطبوغرافي بقياس زاويتين كما بينه الشكل الموالي.



يقيس الزاوية  $\hat{A}$  و هي  $40^\circ$  ثم يبتعد عن النقطة A بمسافة 50m حتى النقطة O، فيقيس الزاوية  $\hat{O}$  و هي  $21^\circ$ .  
• احسب الارتفاع BC للصخر.

30 لاحظ الشكل التالي ثم احسب أطوال القطع

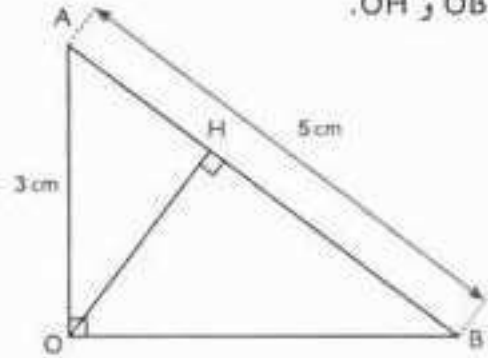


31 ABC مثلث قائم في A. [AH] هو ارتفاع.

1. احسب بكيفيتين  $\cos \hat{B}$ .
2. استنتج أن  $BA^2 = BH \times BC$ .
3. أوجد علاقة مماثلة بالنسبة للمعد  $CA^2$ .
4. برهن أن  $HA^2 = HB \times HC$ .

21 إليك الشكل المقابل.

• احسب OB و OH.



22 ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A

حيث  $\hat{A} = 50^\circ$  و ارتفاعه  $AH = 8\text{ cm}$ .  
• احسب طول كل ضلع من المثلث.

إنشاءات هندسية

23 • أنشئ، دون استعمال منقلة، زوايا

حجها  $\frac{3}{5} : \frac{1}{3}$  و 0,82 على الترتيب.

24 • نفس سؤال 23 حيث الأعداد هي جيب تمام الزاوية.

25 • أنشئ، دون استعمال منقلة، زوايا ظلها :

3 : 2 : 0,7 : 0,5 على الترتيب.

العلاقات بين النسب المثلثية

26 x هو قيس زاوية حادة بحيث  $\sin x = 0,8$ .

• احسب، دون استعمال حاسبة، القيمة المضبوطة للمعد  $\cos x$ .

27 x هو قيس زاوية حادة بحيث  $\cos x = 0,25$ .

• دون حساب x، احسب المدور إلى  $\frac{1}{100}$  للمعد  $\sin x$ .

• استنتج المدور إلى  $\frac{1}{100}$  للمعد  $\tan x$ .

28 ABC مثلث قائم في C.

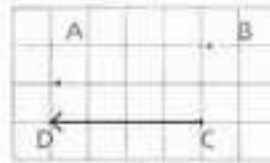
• أثبت أن  $1 + \tan \hat{A} = \frac{1}{\cos^2 \hat{A}}$ .

صحيح أو خاطئ

1. B هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{CD}$ .

إذن  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

2. في الشكل التالي :



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

3. النقطة O منتصف [AB]. إذن  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$ .

4.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  إذن متوازي أضلاع.

5.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  إذن  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ .

6.  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF}$  يساوي  $\overrightarrow{FA}$ .

7. ABCD متوازي أضلاع إذن  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$ .

8. في الشكل الموالي :



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$

تعاريف

تساوي شعاعين

2. أكمل الجدول التالي :

| التعبير بشعاع                                | التعبير بمتوازي أضلاع     | التعبير بالانسحاب       |
|----------------------------------------------|---------------------------|-------------------------|
| $\overrightarrow{A} = \overrightarrow{E}$    | الرابعي BA متوازي أضلاع   | A صورة B و F صورة E     |
| $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KL}$  | الرابعي IJ متوازي أضلاع   | I صورة ... و L صورة ... |
| $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{...}$ | الرابعي EFGH متوازي أضلاع | E صورة ... و F صورة ... |

3. ABC مثلث.

• أنشئ النقطة D بحيث  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

• أذكر متوازي الأضلاع الناتج ؟

4. ABCD متوازي أضلاع.



أكمل :

• صورة A بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{BC}$  هي النقطة ....

• C هي صورة D بالانسحاب الذي شعاعه ....

• صورة النقطة C هي B بالانسحاب الذي شعاعه ....

5. EFG مثلث.

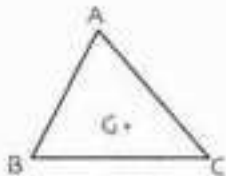
• عيّن النقط A, J, K بحيث :

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FK}$  و  $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{GJ}$  ،  $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{GI}$

6. ABC مثلث و G نقطة.

• أنشئ النقطتين I, J بحيث :

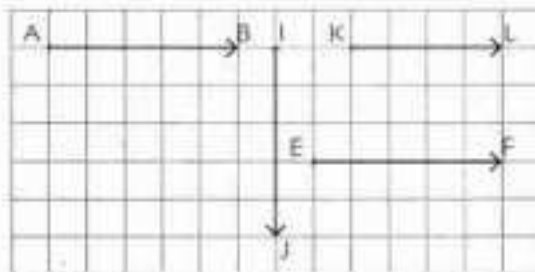
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{JG}$  و  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IG}$



7. لاحظ الشكل التالي :

• عيّن الأشعة غير المساوية للشعاع  $\overrightarrow{AB}$ .

علل إجابتك مستعملا المنحى، أو الاتجاه أو الطول.



8. I هي منتصف القطعة [AB]. أكمل :

• صورة A بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{IB}$  هي ....

• B هي صورة النقطة ... بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{AI}$ .



9. لاحظ الشكل التالي :

• أنشئ النقطة G بحيث  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FG}$

و النقطة K صورة F بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{GF}$ .



10 ABC مثلث.

• أنشئ صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{AB}$  و صورته بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{BC}$ .

مجموع شعاعين و علاقة شال

11 • أنشئ المثلث الذي مبدؤه C

لشعاع  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$  الذي مبدؤه C.

12 • أنشئ المثلث الذي مبدؤه C

لشعاع  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ .

13 • أنشئ المثلث الذي نهايته B

لشعاع  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ .

14 • أنشئ المثلث الذي نهايته B

لشعاع  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ .

15 • أنشئ المثلث الذي مبدؤه A

لشعاع  $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ .

16 • أنشئ المثلث

الذي مبدؤه A

لشعاع  $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ .

17 • أنشئ المثلث

الذي نهايته A

لشعاع  $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ .

18 • أنشئ المثلث

الذي مبدؤه O للشعاع  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

19 • أنشئ المثلث الذي نهايته

لشعاع  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

### مسائل

20 ABC مثلث، [AH] عمود و I منتصف [HC].

• برهن أن صورة المستقيم (AH)

بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{HI}$

تشمل منتصف [AC].

21 ABC مثلث، I و J منتصف [AB] و [AC] على الترتيب.

1 • أنشئ المثلث FEG صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{IJ}$  حيث E، F، G صور A، B، C على الترتيب بهذا الانسحاب.

2 • برهن أن  $BF = FC = CG$ .

22 ABC مثلث.

• أنشئ المثلث AD الذي مبدؤه A للشعاع  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

• أكمل :  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} = \dots$

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \dots$

علل إجابتك.

23 ABC مثلث.

• أنشئ النقطتين I و J بحيث  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC}$  و  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{JA}$ .

• ماذا تلاحظ ؟ علل إجابتك.

24 ABC مثلث.

• E نقطة بحيث  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$ .

• أنشئ ED ممثلاً للشعاع  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$ .

• برهن أن  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

25 ABC مثلث.

• أنشئ النقطة E بحيث  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$ .

• أنشئ BD ممثلاً للشعاع  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

• برهن أن  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{ED}$ .

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس مبداء O.

صحيح أو خاطئ

1.  $\vec{AB}(1; 1)$  إذن  $B(1; 0)$  و  $A(0; 1)$ .

2. الشعاعان  $\vec{AB}(-1; 0)$  و  $\vec{BC}(0; -1)$  متساويان.

3.  $A(-1; -1)$  :  $B(-1; 0)$  و  $C(0; -1)$

إذن  $(\vec{AB} + \vec{BC})(1; 0)$

4.  $\vec{AB}(-3; 5)$  إذن  $\vec{BA}(-3; -5)$

5.  $A(-3; 0)$  :  $B(5; 0)$  و  $C(1; 0)$

إذن : C منتصف [AB].

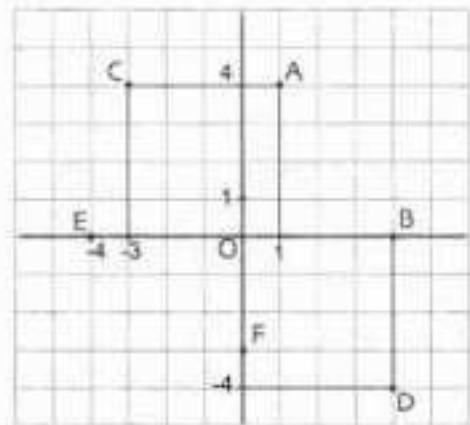
6. فاصلة نظيرة  $A(-3; 2)$  بالنسبة إلى المبدأ O هي 3.

7. ترتيب نظيرة  $E(5; 3)$  بالنسبة إلى المبدأ O هي 3.

قراءة إحداثيي شعاع

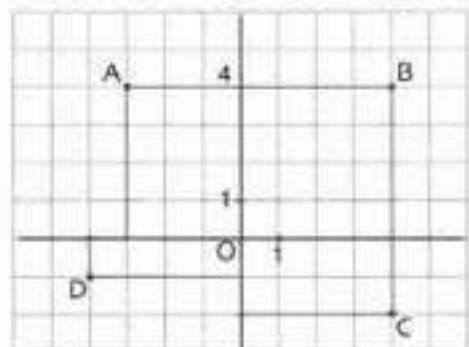
2. إقرأ إحداثيي كل من الأشعة

$\vec{OF} : \vec{OE} : \vec{OB} : \vec{OD} : \vec{OC} : \vec{OA}$



3. إقرأ إحداثيي كل من الأشعة

$\vec{DB} + \vec{BC} : \vec{CO} + \vec{OA} : \vec{AB} + \vec{BC}$



4. إقرأ إحداثيي كل شعاع

من الأشعة الآتية :

$\vec{OB} + \vec{OC} : \vec{AB} + \vec{AC}$

$\vec{BA} + \vec{BO}$

تمثيل شعاع

5. ارسم ممثلاً مبداء O للشعاع  $\vec{u}(-3; 2)$

و ممثلاً له مبداء  $A(1; 1)$  و ممثلاً مبداء  $B(-1; -1)$ .

6. ارسم ممثلاً نهايته O للشعاع  $\vec{v}(2; -3)$

و ممثلاً نهايته  $E(-1; -1)$  و ممثلاً نهايته  $F(2; -2)$ .

7. ارسم ممثلاً مبداء O لمعاكس الشعاع  $\vec{w}(-3; 1)$ .

8.  $B(-3; +2)$  و  $A(-1; -2)$

ارسم ممثلاً للشعاع  $\vec{OA} + \vec{OB}$  مبداء O.

حساب إحداثيي شعاع

9.  $A(-3; -1)$  :  $B(2; -3)$  و  $C(-1; 0)$

1. مثل النقط  $C : B : A$ .

إقرأ إحداثيي كل من الأشعة  $\vec{CA}$  و  $\vec{BC} : \vec{AB}$

2. تحقق بحساب إحداثيي كل من الأشعة الثلاثة.

10.  $\vec{u}(-3; +2)$  شعاع.  $A(0; \frac{3}{2})$  نقطة.

احسب إحداثيي النقطة  $B(x_0; y_0)$  حتى

يكون  $\vec{u} = \vec{AB}$ .

11.  $\vec{v}(-\frac{3}{2}; 2)$  شعاع و  $M(\frac{5}{2}; 0)$  نقطة.

احسب إحداثيي النقطة N حتى يكون  $\vec{v} = \vec{NM}$ .

12.  $A(0; -3)$  :  $B(-\frac{5}{2}; 1)$  و  $C(-2; 7)$  ثلاث نقط.

هل  $\vec{AB} = \vec{OC}$  ؟

13.  $A(-\frac{2}{3}; +\frac{2}{3})$  :  $B(0; -\frac{3}{5})$  و  $C(-\frac{2}{3}; \frac{19}{15})$

هل  $\vec{BA} = \vec{OC}$  ؟

منتصف قطعة

14. احسب إحداثيي النقطة I منتصف القطعة [AB]

علماً أن  $A(-\frac{3}{2}; 0)$  و  $B(8; \frac{3}{2})$ .

25.  $A(1; \frac{3}{2})$  ;  $B(\frac{5}{2}; 0)$  ;  $C(-2; -\frac{3}{2})$  ثلاث نقط.

1. مثل هذه النقط ( وحدة الطول هي 1cm ).
2. أثبت حسابيا أن المثلث ABC قائم. ما هو وتره ؟
3. احسب إحداثيي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.

26.  $A(2; 2)$  ;  $B(-1; -1)$  ;  $C(-2; -2)$

$D(1; 1)$  أربع نقط.

1. أثبت أن مبدأ المعلم هو منتصف القطعتين [AC] و [BD].
2. أثبت أن المستقيمين (AC) و (BD) متوازيان.
3. ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقط A, B, C, D ؟

27.  $M(x; y)$  هي نقطة من المستوي.

1. أثبت أن  $OM^2 = x^2 + y^2$ .

2.  $A(-3; 2)$  ;  $B(0; -5)$  ;  $C(1; 0)$  ثلاث نقط

من المستوي. احسب كلا من OA, OB, OC.

3. هل O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ؟

28.  $(\mathcal{C})$  هي دائرة مركزها O و نصف قطر 2cm.

(وحدة الطول هي 1cm).

$A(-2; 2)$  ;  $B(0; -2)$  ;  $C(3; 2)$  ثلاث نقط.

1. عيّن النقط التي تشملها الدائرة  $(\mathcal{C})$ .
2. لتكن  $M(x; 1)$  نقطة من الدائرة حيث  $x > 0$ .
- احسب القيمة المضبوطة للفاصلة x.

29.  $(\mathcal{C})$  هي دائرة مركزها O و نصف قطرها 2cm.

(وحدة الطول هي 1cm)

$A(0; -2)$  و  $B(0; 2)$  نقطتان من  $(\mathcal{C})$ .

1. برهن أن [AB] هو قطر.
2.  $M(-1; \sqrt{3})$  نقطة من المستوي.
- برهن أن المثلث AMB قائم في M.

30.  $A(-2; 0)$  و  $B(0; -2)$  نقطتان.

1. عيّن إحداثيي مركز الدائرة ذات القطر [AB].
2. برهن أن هذه الدائرة تشمل O مبدأ المعلم.

15.  $A(5; 2)$  و  $B(\frac{20}{3}; 5)$  نقطتان.

هل مبدأ المعلم منتصف القطعة [AB] ؟ علل حسابيا.

16.  $A(-\frac{21}{5}; 2)$  نقطة. عيّن إحداثيي النقطة B

بحيث النقطة O, مبدأ المعلم, تكون منتصف [AB].

17.  $A(0; \frac{5}{2})$  ;  $B(0; -7,5)$  ;  $C(-2,5; 0)$

$D(2,5; -5)$  أربع نقط.

بيّن بالحساب أن للقطعتين [AB] و [CD] نفس المنتصف.

18. ABCD متوازي أضلاع حيث  $A(\frac{7}{2}; \frac{7}{2})$

و  $C(-1; -4)$ .

احسب إحداثيي مركز هذا متوازي الأضلاع.

19.  $A(-5; 3)$  و  $B(2; -7)$  طرفا قطر دائرة.

احسب إحداثيي مركزها.

20.  $A(0; 4)$  ;  $B(-3; 0)$  ;  $C(0; 3)$  ثلاث نقط.

M منتصف [AB] و N منتصف [AC].

احسب إحداثيي الشعاع  $\overrightarrow{MN}$ .

المسافة بين نقطتين

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس مبدأ O.

21. احسب المسافة بين النقطتين  $A(1; 5)$  و  $B(2; -7)$ .

22.  $A(1; 2)$  و  $B(-1; 3)$  نقطتان.

احسب أطوال أضلاع المثلث OAB. هل OAB مثلث قائم ؟

23.  $A(1; 1)$  ;  $B(-1; 0)$  ;  $C(2; -1)$  ثلاث نقط.

هل المثلث ABC متساوي الساقين ؟ هل هو قائم ؟

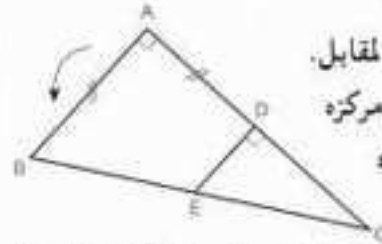
## مسائل

24. لتكن النقط  $A(1; 0)$  ;  $B(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$  ;  $C(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2})$ .

1. أثبت أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.
2. أثبت أن مركز الدائرة المحيطة به هو مبدأ المعلم.

صحيح أو خاطئ

1. لاحظ الشكل المقابل.

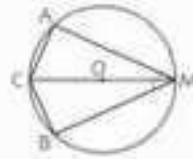


صورة A بالدوران الذي مركزه A و زاوية  $90^\circ$  في اتجاه السهم هي C.

2. في الشكل السابق، صورة D بالدوران الذي مركزه A وزاويته  $90^\circ$  في الاتجاه المعاكس للسهم هي B.

3. صورة E بالدوران المعروف سابقا (السؤال 2) هي B.

4. صورة القطعة [AD] بالدوران المعروف سابقا (السؤال 2) هي [AB].



5. في الشكل المقابل

$$\widehat{AOC} = \widehat{AMB}$$

6. الشكل المقابل يمثل خماسي منتظم.

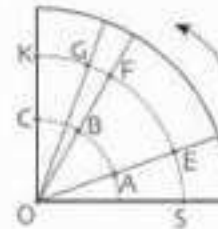
7. المعين هو رباعي منتظم.

8. قياس زاوية خماسي منتظم هي  $108^\circ$ .

تمارين

صورة نقطة بدوران

2. إليك الشكل المقابل.



لاحظ أن صورة E هي F بالدوران الذي مركزه O، زاويته  $40^\circ$  وفي اتجاه السهم.

عين زاوية و اتجاه كل دوران في الحالات التالية:

• صورة E هي G بالدوران الذي مركزه O و زاويته

• صورة B هي A بالدوران الذي مركزه O و زاويته

• صورة F هي S بالدوران الذي مركزه O و زاويته

3. استعمل الشكل السابق لإتمام الجمل التالية :

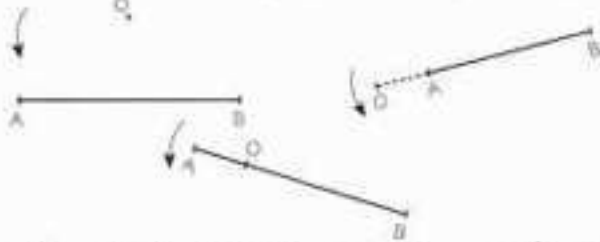
صورة A هي ..... بالدوران الذي مركزه O وزاويته  $70^\circ$

• صورة G هي ..... بالدوران الذي مركزه O و زاويته  $20^\circ$

• صورة K هي ..... بالدوران الذي مركزه O وزاويته  $90^\circ$

صور أشكال بدوران

4. أنشئ صورة القطعة [AB] بالدوران الذي مركزه O وزاويته  $50^\circ$  في اتجاه السهم في الحالات التالية.



5. أنشئ صورة المستقيم (d) بالدوران الذي مركزه O وزاويته  $60^\circ$  في اتجاه السهم في كل من الحالتين التاليتين :

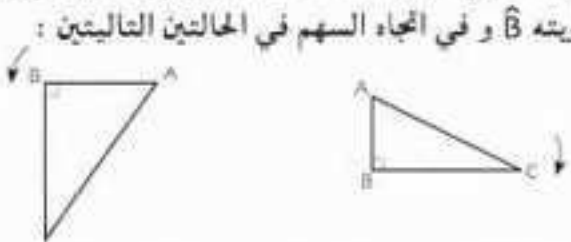


6. أنشئ صورة نصف المستقيم (AX) بالدوران الذي

مركزه O وزاويته  $50^\circ$  في اتجاه السهم في كل حالة من الحالات التالية :

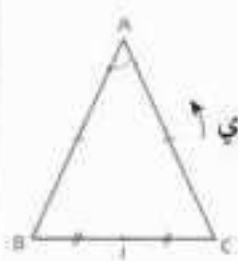


7. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه B وزاويته  $60^\circ$  وفي اتجاه السهم في الحالتين التاليتين :

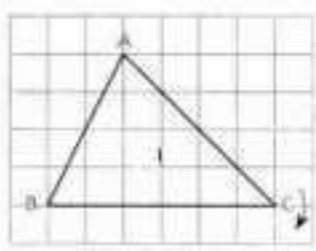


8. ABCD مربع، يتقاطع قطراه في النقطة O.

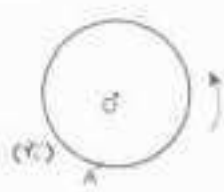
• أنشئ صورة ABCD بالدوران الذي مركزه O وزاويته  $90^\circ$  في اتجاه عقارب الساعة.



9 ABC مثلث متساوي الساقين.  
• أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه A وزاويته  $\hat{A}$  في اتجاه السهم.  
• عين صورة A منتصف [BC].



10 • أنشئ على ورق مرصوف صورة ABC بالدوران الذي مركزه A وزاويته  $90^\circ$  في اتجاه السهم.



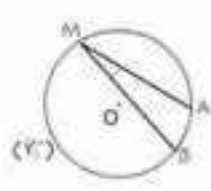
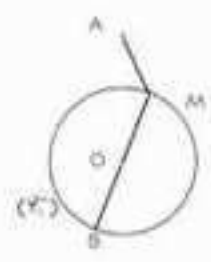
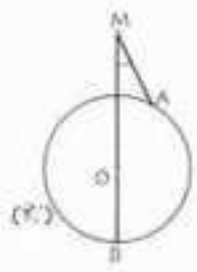
11 • أنشئ صورة الدائرة (C) بالدوران الذي مركزه A وزاويته  $90^\circ$  في اتجاه السهم.



12 • أنشئ صورة الدائرة (C) بالدوران الذي مركزه A وزاويته  $90^\circ$  و في اتجاه عقارب الساعة.

الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية

13 • لاحظ الأشكال في كل حالة من الحالات التالية : هل الزاوية  $\widehat{AMB}$  زاوية محيطية ؟ علل.

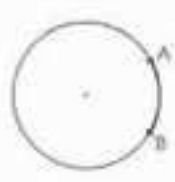


14 (C) دائرة مركزها O (لاحظ الشكل)



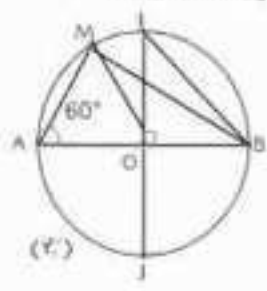
• ارسم زاوية محيطية  $\widehat{AMB}$  بحيث أحد أضلاعها يشمل مركز الدائرة. و زاوية غير محيطية  $\widehat{ANB}$  أحد أضلاعها يشمل مركز الدائرة.

15 • لاحظ الشكل. أرسم زاويتين محيطيتين تحصران القوس  $\widehat{AB}$ .



16 (C) دائرة مركزها O (لاحظ الأشكال)

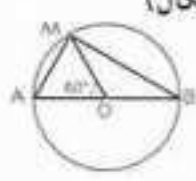
• احسب قياس كل من الزوايا التالية :



- $\widehat{AMB}$
- $\widehat{MBA}$
- $\widehat{MOB}$
- $\widehat{OMB}$
- $\widehat{BIJ}$

17 (C) دائرة مركزها O (لاحظ الأشكال)

$OA = 3 \text{ cm}$



• احسب MA و MB بتقريب 1mm.

18 (C) دائرة مركزها O و نصف قطرها 2 cm (لاحظ الشكل)

• M نقطة من الدائرة (C).

• [AB] و تر لها ، طوله 2 cm.

• احسب قياس الزاوية  $\widehat{AMB}$ .

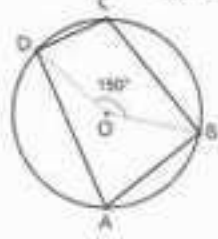


19 (C) دائرة مركزها O و نصف قطرها 2 cm (لاحظ الشكل)

• احسب طول القطعة [AB].



20.  $A, B, C, D$  أربع نقط من الدائرة  $(\gamma)$  التي مركزها  $O$  (الشكل).  
احسب قيس  $\widehat{BAD}$ .



المضلعات المنتظمة

21. 1. ارسم دائرة  $(\gamma)$  مركزها  $O$ .

• ارسم قطرين متعامدين منها.

2. برهن أن نقط تقاطع الدائرة و القطرين هي رؤوس مربع.

3. محاور أضلاع المربع تقطع الدائرة في أربع نقط.

• برهن أن النقط الثمانية هي رؤوس ثنائي منتظم.

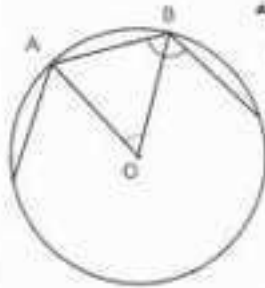
22.  $A, B, C$  هي رؤوس متتالية

من مضلع منتظم.  $O$  مركز الدائرة

المحيطة بهذا المضلع. (الشكل).

• برهن أن

$$\widehat{ABC} + \widehat{AOB} = 180^\circ$$



23. • ارسم مثلثا متقايس الأضلاع ثم مربعاً خارج

المثلث على كل ضلع من المثلث. طول ضلعه هو طول

ضلع المثلث.

• هل المضلع المحصل عليه مضلع منتظم ؟ علل.

مسائل

24. • ارسم مربعاً مركزه  $O$ .

• ارسم مربعاً مركزه  $O$  يطابق المربع السابق بحيث قطراه

يكونان مع قطري المربع الأول زاوية  $45^\circ$ .

(يمكن رسم الدائرة المحيطة بالمربع الأول).

تتقاطع أضلاع المربعين في ثمان نقط.

• هل الثماني الذي رؤوسه هذه النقط هو ثنائي منتظم ؟

25. لاحظ الشكل.

1. أنشئ  $(d')$  صورة  $(d)$

بالدوران الذي مركزه  $O$

و زاويته  $90^\circ$  في اتجاه السهم.

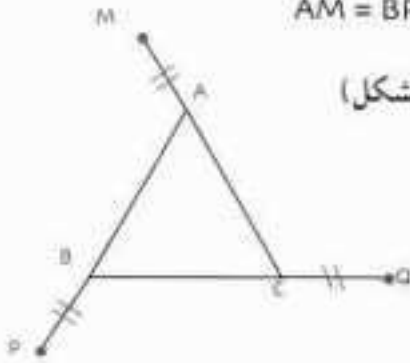
2. برهن أن  $(d)$  و  $(d')$  متعامدان.



26.  $ABC$  مثلث متقايس الأضلاع

حيث  $AM = BP = CQ$

(الشكل)

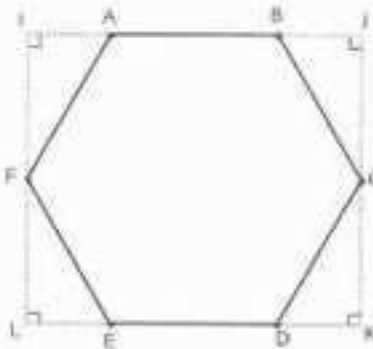


1. برهن أن المثلث  $MPQ$  متقايس الأضلاع.

2. برهن أن مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $MPQ$  هو مركز

الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$ .

27.  $ABCDEF$  سداسي منتظم (لاحظ الشكل).



1. برهن أن الرباعي  $IJKL$  ليس مربعاً.

2. ليكن  $x$  طول ضلع السداسي.

• عبّر عن  $IJ$  و  $JK$  بدلالة  $x$ .

3. احسب  $IJ$  و  $JK$  بتقريب 1mm من أجل  $x = 60\text{cm}$ .

صحيح أو خاطئ

1. كل مستقيم يقطع كرة هو محور لها.
2. مركز كرة هو مركز الدوائر الكبرى.
3. مقطع كل مستو لجلة وفق قرص مركزه مركز الجلة.
4. خطوط الطول كلها متقايسة و لها نفس المركز.
5. دوائر العرض كلها متقايسة.
6. حجم جلة صغيرة هو  $1 \text{ cm}^3$ . إذا ضربنا نصف قطرها في 5 نتحصل على جلة حجمها يمثل 25 مرات حجم الجلة الصغيرة.
7. مقطع مستو لمكعب هو دائما مربع.
8. مقطع مستو لجلة هو دائرة.

تمارين

الكرة و الجلة : تعريف وتمثيل

2. لكرة نصف قطر طولها  $1,5 \text{ cm}$

و O هو مركزها. (الشكل)

نعتبر مستقيما يقطع الكرة في نقطتين A و B.

هل يمكن أن يكون :

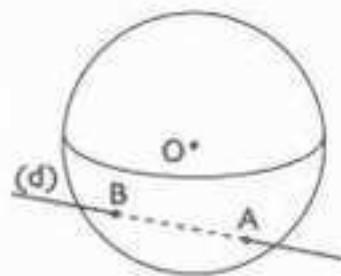
$$AB = 1 \text{ cm}$$

$$AB = 1,5 \text{ cm}$$

$$AB = 3 \text{ cm}$$

$$AB = 4 \text{ cm}$$

• علل إجابتك في كل حالة.



3. يقطع مستقيم (d) كرة مركزها O و نصف قطرها

$2 \text{ cm}$  في نقطتين A و B بحيث  $AB = 2 \text{ cm}$ .

1. برهن أن  $\widehat{AOB} = 60^\circ$

2. ا هو منتصف [AB]. احس OI.

4. A و B نقطتان من كرة مركزها النقطة O منتصف [AB]

و نصف قطرها  $2 \text{ cm}$ .

M و N نقطتان بحيث :

$$\widehat{AMB} = 90^\circ \text{ و } MA = MB$$

• برهن أن M نقطة من الكرة.

5. مثل كرة مركزها O و [AB] قطرها لها، M و N نقطتين

منها بحيث  $\widehat{MON} = 90^\circ$ .

6. مثل جلة مركزها O و قطرها  $3 \text{ cm}$

M و N نقطتين منها بحيث :

$$OM = ON = 1 \text{ cm} \text{ و } \widehat{MON} = 90^\circ$$

7. مثل كرة مركزها O و نصف قطرها  $1,5 \text{ cm}$

و نقطة A منها تبعد بمسافة  $0,5 \text{ cm}$  عن أحد محاورها.

8. 1. مثل كرة أرضية مبيّنا قطبيها (الشمالي و الجنوبي)

خط الإستواء، خط طول غرينتش و إحدى دوائر العرض.

2. إذا كان  $6400 \text{ km}$  هو نصف قطر الأرض، احسب

المسافة التي تفصل القطب الشمالي و إحدى نقط خط

الاستواء. (يقصد بالمسافة أقصر مسافة التي يجب قطعها

على سطح الأرض بإتباع أحد خطوط الطول)

مساحة كرة - حجم جلة

9. A هي مساحة كرة نصف قطرها R و V هو الحجم.

$$1. \text{ برهن أن } V = \frac{A \times R}{3}$$

2. احسب مساحة كرة نصف قطرها  $12 \text{ cm}$ .

استنتج حجم الجلة.

تعطى النتائج بتقريب  $1 \text{ cm}^2$  بالنسبة إلى المساحة و بتقريب

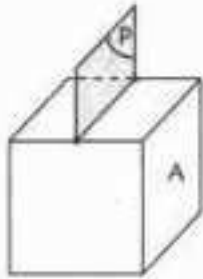
$1 \text{ cm}^3$  بالنسبة إلى الحجم.

المقاطع المستوية لجسمات مألوفة

15 • ارسم بالقياسات الحقيقية مع التعليل المقاطع

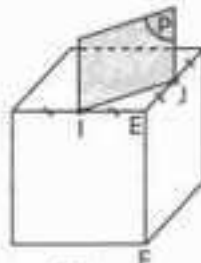
التالية للمستوي (P) مع المكعب في كل من

الحالتين 1 و 2.



3 cm

(2)



3 cm

(1)

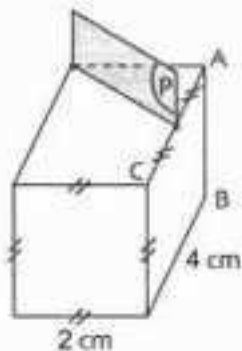
• (P) يوازي الوجه A.

• (P) يشمل منتصفى حرفين

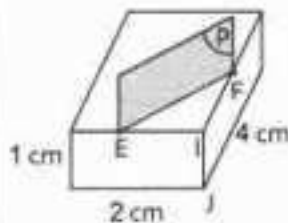
و يوازي الحرف [EF].

16 • ارسم بالقياسات الحقيقية مع التعليل مقاطع المستوي

(P) لتوازي المستطيلات التالي في كل من الحالتين 1 و 2.



(2)



(1)

• (P) يوازي الحرف [AB]

ويشمل منتصف [AC].

• EF = 2 cm

• (P) يوازي الحرف [IJ].

17 • ارسم بالقياسات الحقيقية مع التعليل مقاطع المستوي

(P) للأسطوانة في كل الحالتين 1 و 2.

10 • احسب نصف قطر كرة مساحتها  $12,56 \text{ cm}^2$

بتقريب 1 mm.

• احسب حجم الكرة بتقريب  $1 \text{ mm}^3$ .

11 • احسب مساحة كرة نصف قطرها 1,5 cm

بوضع  $\pi = 3,14$ .

• احسب حجم الكرة الناتجة.

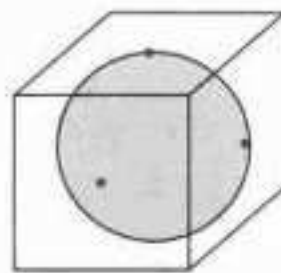
12 • نضع كرة داخل مكعب ضلعه R بحيث تمس الكرة

كل وجه من المكعب.

• احسب نصف قطر

الكرة علماً أن حجم

المكعب هو  $8 \text{ cm}^3$ .



13 • يمثل الشكل المقابل مبنى مكون من مكعب

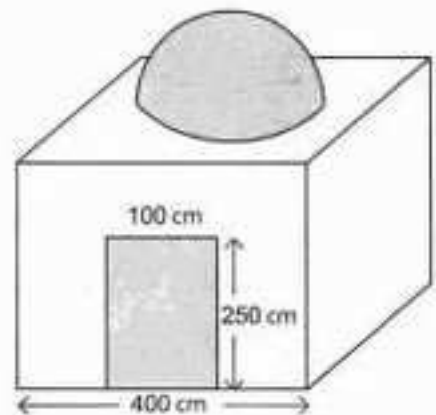
و نصف كرة قطرها 300 cm.

في هذا المبنى خصص باب كما هو مبين في الشكل.

• ما هي كتلة الجير اللازمة لطلاء المبنى علماً أن 1 kg

من الجير يغطي  $4 \text{ m}^2$  ؟

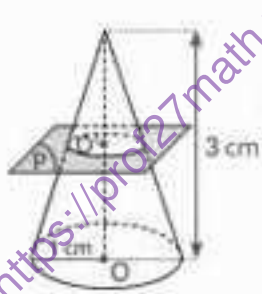
(تعطى الكتلة بتقريب 1 kg)



14 • جلة من حديد مفرغة قطرها الخارجي 12 cm

و سمكها 2 cm.

• ما هو حجم الحديد المكونة منه ؟



22 • ارسم بالقياسات الحقيقية

مقطع المستوي (P) لمخروط الدوران

الممثل في الشكل التالي :

علما أن  $OO' = 1.5 \text{ cm}$

23 • ارسم بالقياسات الحقيقية

مقطع المستوي (P) للهرم المنتظم

الممثل في الشكل التالي :

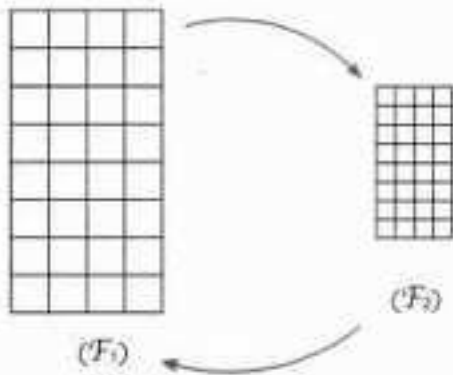
بحيث المستوي

بوازي القاعدة

و  $OO' = 2 \text{ cm}$

التكبير و التصغير

24 • لاحظ أبعاد المصوفتين  $(F_1)$  و  $(F_2)$



ثم أكمل :

نسبة تكبير أبعاد  $(F_2)$  هي .....

نسبة تصغير أبعاد  $(F_1)$  هي .....

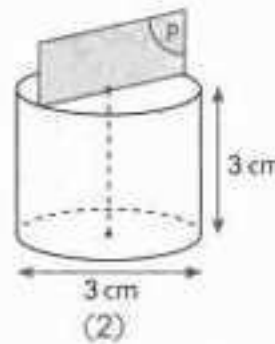
تضرب أبعاد  $(F_1)$  في ..... للحصول على  $(F_2)$ .

تضرب أبعاد  $(F_2)$  في ..... للحصول على  $(F_1)$ .

25 • استعمل مصصفتي التمرين 24 لإتمام الجمل التالية :

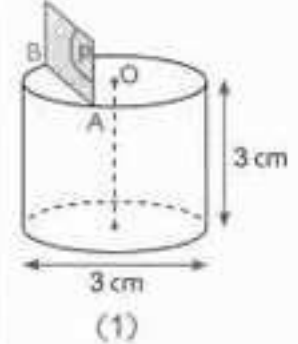
تمثل مساحة  $(F_2)$  % ..... من مساحة  $(F_1)$ .

تمثل مساحة  $(F_1)$  % ..... من مساحة  $(F_2)$ .



• (P) يشمل محور

الأسطوانة.



• (P) بوازي محور

الأسطوانة و  $AB = 2 \text{ cm}$

18 • لاحظ الشكل ثم أرسم بالقياسات الحقيقية مقطع

المستوي (P) للأنبوب الممثل علما أن (P) بوازي قاعدة

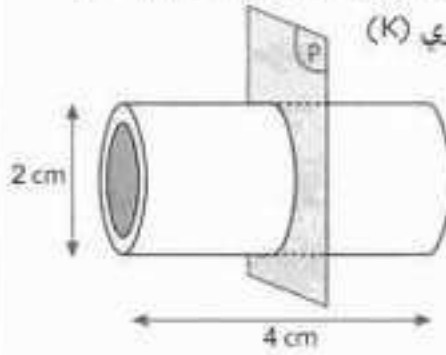
الأنبوب الأسطواني و أن سمك الأنبوب هو 2 mm.

• ارسم مقطع لمستوي (K)

للأنبوب علما

أن (K) يشمل

محور الأنبوب.



19 • ارسم بالقياسات الحقيقية مع التعليل مقطع

المستوي (P) للكرة التي نصف قطرها 1.5 cm

علما أن مركز المقطع يبعد عن مركز الكرة بمسافة 1 cm.

20 • جلة خشبية نصف قطرها 2 cm تطفو على سطح مائي

و تغمر داخل الماء بعمق 1 cm.

• ارسم بالقياسات الحقيقية مقطع المستوي المائي للكرة.

21 • ارسم بالقياسات الحقيقية مقطع المستوي (P)

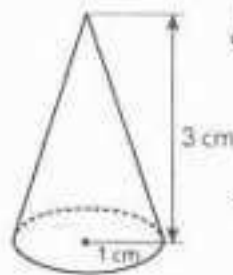
لمخروط الدوران الممثل في الشكل

التالي :

المستوي (P) يشمل محور

المخروط الدوراني الذي نصف قطر

قاعدته 1 cm و ارتفاعه 3 cm.



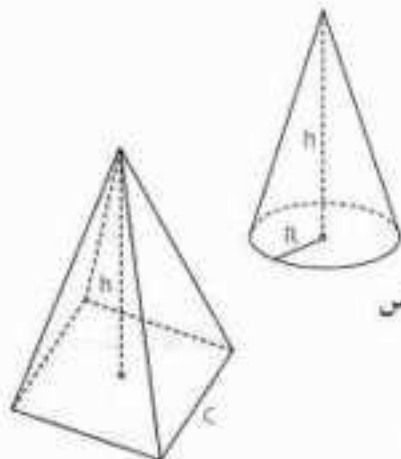
الجزء العلوي هو جزئ من مخروط الدوران. الشكل 2 يمثل مقطع الجزء العلوي بشمل (OI) محور المخروط. يعطى  $AB = 3\text{ m}$  و  $OI = 5\text{ m}$  و  $OI = 10\text{ m}$ . احسب سعة الخزان.

31 هرم منتظم إرتفاعه  $8\text{ cm}$  وقاعدته على شكل مربع طول ضلعه  $8\text{ cm}$  يوضع داخل مكعب طول حرفه  $8\text{ cm}$ .  
1. احسب حجم كل من المكعب و الهرم.  
ما هي نسبة حجم الهرم على حجم المكعب ؟  
2. نفس الأسئلة إذا عوضنا الهرم بمخروط الدوران قطر قاعدته  $8\text{ cm}$  وإرتفاعه  $8\text{ cm}$ .  
قارن النسبتين.

32 تقع مدينتان A و B على خط الإستواء. خط طول A هو  $10^\circ\text{E}$  و خط طول B هو  $25^\circ\text{E}$ . احسب المسافة التي تفصل A و B علما أن طول خط الاستواء هو  $40000\text{ km}$  تقريبا. على أي خط طول تقع نقطة مقابلة للمدينة A على خط الاستواء ؟

33 هرم منتظم قاعدته مربع و ضلعه C. مخروط الدوران نصف قطره R. للهرم و المخروط نفس الإرتفاع و الحجم. احسب النسبة  $\frac{C}{R}$ .

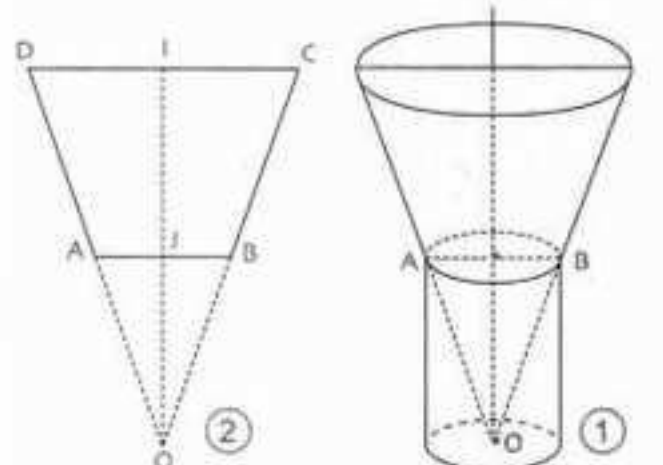
34 لمخروط الدوران نصف قطر R و لهرم منتظم مربع القاعدة نفس الإرتفاع h. و ضلع الهرم يساوي قطر المخروط. احسب نسبة حجم المخروط على حجم الهرم.



26 يكبر نصف قطر كرة بنسبة 25%.  
1. بأي نسبة مئوية تكبر مساحتها ؟  
2. بأي نسبة مئوية يكبر حجم الكرة ؟  
27 مثلث ABC مثلث.  
M و N منتصفا الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب (BN) و (CM) يتقاطعان في I.  
1. برهن أن المثلث IMN هو تصغير للمثلث BIC.  
ما هي نسبة التصغير ؟  
2. بأي نسبة يتم تصغير مساحة المثلث BIC ؟  
28 ننجز تكبير لأبعاد مخروط دوران بنسبة 30%.  
بأي نسبة يكبر حجمه ؟

### مسائل

29 إرتفاع مخروط الدوران هو  $8\text{ cm}$  وقطره  $12\text{ cm}$  يقطع هذا المخروط بستو مواز للقاعدة عن بعد  $5\text{ cm}$  من الرأس.  
1. ما هو قطر المخروط المحصل عليه ؟  
2. ما هي نسبة حجم هذا المخروط من حجم المخروط الأصلي ؟  
30 يمثل الشكل 1 خزان ماء. (الجزء السفلي هو حامل الخزان).



## 1 - الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

1 الجمل الصحيحة هي  $6 : 4 : 2 : 1$ .

2 مجموعة قواسم 27 هي  $\{1; 3; 9; 27\}$

مجموعة قواسم 45 هي  $\{1; 3; 5; 9; 15; 45\}$

مجموعة قواسم 84 هي  $\{1; 2; 3; 4; 6; 7; 12; 14; 21; 28; 42; 84\}$

3 مجموعة قواسم 288 هي

$\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 32; 36; 48; 72; 96; 144; 288\}$

مجموعة قواسم 169 هي  $\{1; 13; 169\}$

مجموعة قواسم 225 هي  $\{1; 3; 5; 9; 15; 25; 45; 75; 225\}$

4 مجموعة القواسم المشتركة للعددين 56 و 42 هي  $\{1; 2; 7; 14\}$

مجموعة القواسم المشتركة للعددين 48 و 76 هي  $\{1; 2; 4\}$

مجموعة القواسم المشتركة للعددين 136 و 320 هي  $\{1; 2; 4; 8\}$

5 مجموعة القواسم المشتركة للعددين 73 و 75 هي  $\{1\}$

مجموعة القواسم المشتركة للعددين 44 و 66 هي  $\{1; 2; 11; 22\}$

مجموعة القواسم المشتركة للعددين 29 و 58 هي  $\{1; 29\}$

6 حاصل القسمة هو 4 : باقي القسمة هو 192.

$$1284 = 273 \times 4 + 192$$

7 أ) حاصل القسمة هو 2 : باقي القسمة هو 612.

$$2184 = 783 \times 2 + 618$$

ب) حاصل القسمة هو 4 : باقي القسمة هو 839.

$$6951 = 1528 \times 4 + 839$$

ج) حاصل القسمة هو 22 : باقي القسمة هو 335.

$$8585 = 375 \times 22 + 335$$

8 أ) مجموعة القواسم المشتركة هي  $\{1; 2; 3; 6\}$

$$\text{pgcd}(18; 30) = 6$$

ب) مجموعة القواسم المشتركة هي  $\{1; 7\}$

$$\text{pgcd}(14; 35) = 7$$

ج) مجموعة القواسم المشتركة هي  $\{1; 5; 25\}$

$$\text{pgcd}(75; 125) = 25$$

د) مجموعة القواسم المشتركة هي  $\{1; 3; 9; 27\}$

$$\text{pgcd}(135; 108) = 27$$

$$30 - 10 = 20$$

$$20 - 10 = 10$$

$$10 - 10 = 0$$

$$90 - 50 = 40 \quad \text{9 أ)}$$

$$50 - 40 = 10$$

$$40 - 10 = 30$$

إذن  $\text{pgcd}(90; 50) = 10$

ب)  $\text{pgcd}(299; 235) = 1$

ج)  $\text{pgcd}(851; 667) = 23$

د)  $\text{pgcd}(13\,305; 7\,983) = 2\,661$

10  $\text{pgcd}(22\,675; 14\,512) = 907$

$$14 = 11 \times 1 + 3$$

$$11 = 3 \times 3 + 2$$

$$3 = 2 \times 1 + 1$$

$$2 = 1 \times 2 + 0$$

$$103 = 39 \times 2 + 25 \quad \text{11 أ)}$$

$$39 = 25 \times 1 + 14$$

$$25 = 14 \times 1 + 11$$

إذن  $\text{pgcd}(103; 39) = 1$

ب)  $\text{pgcd}(749; 115) = 1$

ج)  $\text{pgcd}(7\,695; 3\,725) = 5$

د)  $\text{pgcd}(224\,512; 71\,037) = 877$

12  $222\,453 = 38\,520 \times 5 + 29\,853$

$$38\,520 = 29\,853 \times 1 + 8\,767$$

$$29\,853 = 8\,767 \times 3 + 3\,552$$

$$8\,767 = 3\,552 \times 2 + 1\,663$$

$$3\,552 = 1\,663 \times 2 + 226$$

$$1\,663 = 226 \times 7 + 81$$

$$226 = 81 \times 2 + 64$$

$$81 = 64 \times 1 + 17$$

$$64 = 17 \times 3 + 13$$

$$17 = 13 \times 1 + 4$$

$$13 = 4 \times 3 + 1$$

$$4 = 1 \times 4 + 0$$

إذن  $\text{pgcd}(222\,453; 38\,520) = 1$

13  $\text{pgcd}(201; 192) = 3$

$$\frac{192}{3} = 64; \quad \frac{201}{3} = 67$$

14 مجموعة القواسم المشتركة للعددين 54 و 79 هي  $\{1\}$

العددان 54 و 79 أوليان فيما بينهما.

15  $\text{pgcd}(125; 38) = 1$

إذن العددين 125 و 38 أوليان فيما بينهما.

16  $\text{pgcd}(259; 69) = 1$

إذن العددين 259 و 69 أوليان فيما بينهما.

28. 1. العددين 682 و 496 ليس أوليان فيما بينهما لأنهما عددين زوجيان.

2.  $\text{pgcd}(496; 682) = 2$

3.  $\frac{682}{496} = \frac{341}{248}$

29. 1.  $\text{pgcd}(65; 42) = 1$  إذن العددين 65 و 42 أوليان فيما بينهما.

2.  $\text{pgcd}(520; 336) = 8$

$\frac{520}{336} = \frac{65}{42}$  إذن  $520 = 8 \times 65$  و  $336 = 8 \times 42$

30. إذا وجد A فإنه يقبل القسمة على 24.

يوجد عدد واحد مضاعف 24 و محصور بين 195 و 235 و هو العدد 216.

$\text{pgcd}(216; 288) = 24$  بحيث

العدد A هو 216.

31. أ) 5 و 7 أوليان فيما بينهما.

9 و 11 أوليان فيما بينهما.

13 و 15 أوليان فيما بينهما.

17 و 19 أوليان فيما بينهما.

25 و 27 أوليان فيما بينهما.

يمكن القول أن عددين طبيعيين فرديان و متتابعان هما عددين

أوليان فيما بينهما.

ب) 1. d يقسم a و b إذن  $a = kd$  و  $b = ld$

وبالتالي:  $a - b = (k - l)d$

إذن d يقسم  $a - b$ .

2. لدينا:  $2n + 3 = (2n + 1) \times 1 + 2$

$2n + 1 = 2 \times n + 1$

إذن  $\text{pgcd}(2n + 3; 2n + 1) = 1$

و بالتالي العددين الطبيعيين  $2n + 3$  و  $2n + 1$  الفرديان هما عددين

أوليان فيما بينهما.

32. 1.  $A = \frac{17}{2}; n = 9$

$A = \frac{34}{19}; n = 25$

$A = \frac{11}{8}; n = 46$

2.  $A = 1 + \frac{15}{n-6}$  إذن  $A = \frac{n+9}{n-6} = \frac{n-6+15}{n-6}$

3. A عدد طبيعي إذا كان  $n-6$  يقسم 15 أي  $n-6$

ساوي 1 أو 3 أو 5 أو 15.

وبالتالي  $n = 7$  أو  $n = 9$  أو  $n = 11$  أو  $n = 21$ .

33. 1.  $\text{pgcd}(110; 88) = 22$

2. ضلع كل مربع هو 22cm.

عدد المربعات التي يمكن تقطيعها هو 4.

17.  $\text{pgcd}(135; 108) = 27$  و  $27 \neq 1$

إذن العددين 135 و 108 ليس أوليان فيما بينهما.

18. 1.  $\text{pgcd}(1080; 345) = 15$

2.  $\frac{1080}{15} = 72$  و  $\frac{345}{15} = 23$

3.  $\text{pgcd}(72; 23) = 1$

إذن العددين 72 و 23 أوليان فيما بينهما.

19. 1.  $\text{pgcd}(18440; 1384) = 8$

2.  $\frac{1384}{8} = 173$  و  $\frac{18440}{8} = 2305$

3.  $\text{pgcd}(2305; 173) = 1$

إذن العددين 2305 و 173 أوليان فيما بينهما.

20. أ) مجموعة قواسم 54 هي  $\{1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54\}$

مجموعة قواسم 36 هي  $\{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$

ب) مجموعة القواسم المشتركة للعددين 54 و 36 هي

$\{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$

ج)  $\text{pgcd}(54; 36) = 18$

د) قواسم 18 هي  $18; 9; 6; 3; 2; 1$

مجموعة القواسم المشتركة للعددين 54 و 36 هي مجموعة قواسم 18.

21. 1. 182 و 216 ليس أوليان فيما بينهما لأنهما عددين زوجيان.

2. 39 و 15 ليس أوليان فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 3.

3. 310 و 715 ليس أوليان فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

22. قواسم العدد 65 هي  $65; 13; 5; 1$ .

قواسم العدد 84 هي:

$84; 42; 28; 21; 14; 12; 7; 6; 4; 3; 2; 1$

القاسم المشترك الأكبر للعددين 65 و 84 هو 1.

العددين 65 و 84 أوليان فيما بينهما.

23.  $\frac{165}{390} = \frac{33}{78}$  و  $\frac{200}{450} = \frac{4}{9}$  و  $\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$  و  $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

24.  $5 + \frac{1}{14} = \frac{71}{14}$  و  $3 + \frac{4}{7} = \frac{25}{7}$  و  $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

$-4 + \frac{48}{15} = -\frac{4}{5}$  و  $\frac{3}{15} - 3 = -\frac{14}{5}$  و  $2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

25.  $\frac{4242}{2844} = \frac{707}{474}$

26.  $\frac{4198}{512} = \frac{2099}{256}$  و  $\frac{10316}{20194} = \frac{5158}{10097}$

$\frac{373020}{13184} = \frac{93255}{3296}$

27.  $\frac{4920}{6835} = \frac{984}{1367}$

$$B = (y - 3)(-2y - 2) \quad ; \quad A = (x - 2)(x + 3) \quad \text{9}$$

$$C = (2m - 3)(m + 5)$$

$$C = 6(x + 4) \quad ; \quad B = 2(x - 2)(x + 2) \quad ; \quad A = 3x(x + 4) \quad \text{10}$$

$$E = x(-x + 1) \quad ; \quad D = x(x - 7)$$

$$D = 7x(x + 4) \quad ; \quad F = 21(a + 3) \quad ; \quad E = 50(40 - x) \quad \text{11}$$

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16 \quad \text{12}$$

$$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$(5 + x)^2 = 25 + 10x + x^2$$

$$(3y + 7)^2 = 9y^2 + 42y + 49$$

$$(20x + 4)^2 = 400x^2 + 160x + 16$$

$$(10a + 0.1)^2 = 100a^2 + 2a + 0.01$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad ; \quad \text{13}$$

$$2 \times \frac{2}{3} \times 5 = \frac{20}{3}$$

$$\left(\frac{2}{3}x + 5\right)^2 = 4x^2 + \frac{20}{3}x + 25$$

$$\left(\frac{5}{4}x + 3\right)^2 = \frac{25}{16}x^2 + \frac{15}{2}x + 9 \quad ; \quad \text{2}$$

$$\left(\frac{1}{7}x + 2\right)^2 = \frac{1}{49}x^2 + \frac{4}{7}x + 4$$

$$(101)^2 = (100 + 1)^2 = 10201 \quad \text{14}$$

$$1001^2 = 1002001$$

$$72^2 = (70 + 2)^2 = 5184$$

$$B = -3x^2 - 28x - 60 \quad ; \quad A = 9x^2 - 5x + 7 \quad \text{15}$$

$$D = 2x^2 + 3x - 1 \quad ; \quad C = 2x^2 - 14x - 16$$

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 \quad \text{16}$$

$$(2x - 4)^2 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$$

$$\left(5 - \frac{1}{2}x\right)^2 = 25 - 5x + \frac{1}{4}x^2$$

$$\frac{1}{3}(4 - 3x)^2 = 3x^2 - 8x + \frac{16}{3}$$

$$(2 - 0.4x)^2 = 4 - 1.6x + 0.16x^2$$

$$78^2 = 6084 \quad ; \quad 69^2 = (70 - 1)^2 = 4671 \quad \text{17}$$

$$999^2 = 998001 \quad ; \quad 99^2 = 9801$$

$$B = -17x^2 - 4x + 14 \quad ; \quad A = 10x^2 - 26x + 17 \quad \text{18}$$

$$C = 13x^2 - 14x + 1$$

$$(4x - 1)(4x - 1) = 16x^2 - 1 \quad \text{19}$$

$$(1 + 2x)(1 - 2x) = 1 - 4x^2$$

$$\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right) = \frac{1}{4}x^2 - 1$$

$$(7 + 3x)(7 - 3x) = 49 - 9x^2$$

$$\text{pgcd}(135; 108) = 27 \quad ; \quad \text{1}$$

2. يمكن تشكيل 9 أكياس.

يوجد 4 أكياس يشمل كل واحد منها 27 كرية سوداء.

و 5 أكياس يشمل كل واحد منها 4 كريات حمراء.

$$\text{pgcd}(540; 300) = 60 \quad ; \quad \text{1}$$

2. ضلع البلاطة هو 60 cm.

عدد البلاطات هو 5.

$$\text{pgcd}(182; 78) = 26 \quad ; \quad \text{1}$$

2. عدد الباقات من نفس النوع هو 10.

يمكن تشكيل 3 باقات من أزهار الأقحوان و 7 باقات من أزهار الينسج

بكل واحدة 26 زهرة.

## 2 - الحساب الجبري - المتطابقات الشهيرة

$$\text{1} \quad \text{الجملة الصحيحة هي } 7 + 3$$

$$B = -4 + 16x \quad ; \quad A = 10x + 30 \quad \text{2}$$

$$D = 144x + 288 \quad ; \quad C = 3y + 9$$

$$B = -4a + a^2 \quad ; \quad A = 6x^2 + 15x \quad \text{3}$$

$$D = \frac{3}{2}m + \frac{3}{4}m^2 \quad ; \quad C = 2x^2 - 12x$$

$$B = 3y^2 - 10y + 3 \quad ; \quad A = 2x^2 + 3x + 6 \quad \text{4}$$

$$D = -3z^2 - 8z + 3 \quad ; \quad C = 8t^2 + 32t + 14$$

$$E = 6x^2 - 5x - 6 \quad ; \quad \text{1}$$

$$E = -5 \quad ; \quad x = 1 \quad \text{من أجل}$$

$$E = -6 \quad ; \quad x = 0 \quad \text{من أجل}$$

$$A = 2x^2 + 3x - 2 \quad \text{6}$$

$$B = -0.8y^2 + 12.4y - 6$$

$$C = -6z^2 + 3z + \frac{2}{3}$$

$$A = -4x^2 + 4x + 6 \quad \text{7}$$

$$B = 2x^2 - 24$$

$$C = 4y^2 - 2y - 2$$

$$E = \left(x + \frac{1}{3}\right)(2x - 6) = 2x^2 - \frac{16}{3}x - 2 \quad ; \quad \text{1}$$

$$E = \left(2x + \frac{2}{3}\right)(x - 3) = 2x^2 - \frac{16}{3}x - 2 \quad ; \quad \text{2}$$

$$(x - 3)\left(x + \frac{2}{3}\right) \quad \text{3. طريقة ثانية : نشر الجداء}$$

لم ضرب النتيجة في 2.

$$E = 14x^2 - 9x - 18 \quad 1 \quad 33$$

$$6x - 9 = 3(2x - 3) \quad 2$$

$$E = (2x - 3)(4x + 5)$$

$$1 \quad 34 \quad \text{الشكل الذي مساحته } (x + 3) - 25 \text{ هو الشكل 3}$$

$$E = -x^2 - 6x + 16 \quad 2$$

$$E = (2 - x)(8 + x)$$

$$E = 0 \quad x = 2 \text{ من أجل}$$

### 3 - الجذور التربيعية

$$1 \quad \text{الجميل الصحيحة هي } 1 : 2 : 5 : 7 : 11$$

$$\sqrt{0.01} = 0.1 \quad \sqrt{400} = 20 \quad \sqrt{25} = 5 \quad 2$$

$$\sqrt{0.0001} = 0.01 \quad \sqrt{1.44} = 1.2 \quad \sqrt{2500} = 50$$

$$\sqrt{16900} = 130 \quad \sqrt{900} = 30 \quad \sqrt{1} = 1 \quad \sqrt{0} = 0 \quad 3$$

$$\sqrt{2.89} = 1.7 \quad \sqrt{2.25} = 1.5 \quad \sqrt{0.49} = 0.7 \quad \sqrt{1.21} = 1.1 \quad 4$$

$$\sqrt{10^2} = 10^1 \quad \sqrt{10^4} = 10^2 \quad \sqrt{10^6} = 10^3 \quad 5$$

$$\sqrt{10^8} = 10^4 \quad \sqrt{10^{10}} = 10^5 \quad \sqrt{10^{12}} = 10^6$$

$$(4\sqrt{3})^2 = 48 \quad (5\sqrt{10})^2 = 250 \quad \sqrt{0.001^2} = 0.001 \quad 6$$

$$\sqrt{11^2} = 11 \quad \sqrt{204^2} = 204 \quad (2\sqrt{2})^2 = 8$$

$$\left(\sqrt{\frac{7}{4}}\right)^2 = \frac{7}{4} \quad \left(\sqrt{\frac{200}{3}}\right)^2 = \frac{200}{3} \quad \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{3} \quad 7$$

$$(-\sqrt{5})^2 = 5 \quad (-\sqrt{17})^2 = 17 \quad \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = \sqrt{2} - 1 \quad \sqrt{(-5)^2} = 5 \quad \sqrt{13^2} = 13 \quad 8$$

$$\sqrt{(3 + \pi)^2} = 3 + \pi \quad \sqrt{(\pi - 3)^2} = \pi - 3 \quad \sqrt{\pi^2} = \pi$$

$$\sqrt{(6 - \sqrt{6})^2} = 6 - \sqrt{6} \quad \sqrt{(\pi - 5)^2} = 5 - \pi$$

$$\sqrt{44} = 2\sqrt{11} \quad \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad 9$$

$$\sqrt{242} = 11\sqrt{2} \quad \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \quad \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{108} = 6\sqrt{3} \quad \sqrt{500} = 10\sqrt{5} \quad \sqrt{128} = 8\sqrt{2} \quad 10$$

$$\sqrt{99} = 3\sqrt{11} \quad \sqrt{405} = 9\sqrt{5} \quad \sqrt{245} = 7\sqrt{5}$$

$$\sqrt{605} = 11\sqrt{5}$$

$$3\sqrt{3} = \sqrt{27} \quad 2\sqrt{3} = \sqrt{12} \quad 3\sqrt{2} = \sqrt{18} \quad 11$$

$$4\sqrt{13} = \sqrt{208} \quad 6\sqrt{11} = \sqrt{396} \quad 5\sqrt{7} = \sqrt{175}$$

$$\sqrt{25 \times 81} = 45 \quad \sqrt{100 \times 9} = 30 \quad \sqrt{4 \times 16} = 8 \quad 12$$

$$\sqrt{10^3 \times 10^{-2}} = 10 \quad \sqrt{121 \times 49} = 77$$

$$102 \times 98 = 9996 \quad 31 \times 29 = (30 - 1)(30 + 1) = 899 \quad 20$$

$$612 \times 588 = (600 + 12)(600 - 12) = 359856$$

$$B = 4x^2 + x + \frac{1}{16} \quad A = 9x^2 - 24x + 16 \quad 21$$

$$E = -7x^2 + 4x + 3 \quad D = 9x^2 - 12x + 16 \quad C = 1$$

$$G = \frac{1}{2}x^2 \quad F = 3x^2 + 20x - 7$$

$$B = (2x + 1)^2 \quad A = (x + 6)^2 \quad 22$$

$$D = (8x + 2)^2 \quad C = (4x + 3)^2$$

$$B = (5y - 1)^2 \quad A = (3x - 1)^2 \quad 23$$

$$D = (10x + 2)^2 \quad C = (3x + 3)^2$$

$$B = 4x^2 + 4x + 1 \quad A = x^2 - 4x + 4 \quad 24$$

$$D = 49x^2 - 14x + 1 \quad C = 16 + 8x + x^2$$

$$109^2 - 91^2 = (100 + 9)^2 - (100 - 9)^2 = 3600 \quad 25$$

$$502^2 - 498^2 = 4000$$

$$G = (2x - 6)(2x) \quad F = (11x + 2)^2 \quad E = (9x + 5)^2 \quad 26$$

$$F = \left(\frac{4}{3}x - \frac{1}{2}\right)^2 \quad A = \left(4x - \frac{3}{2}\right)(4x + 1) \quad 27$$

$$D = 12(x - 1) \quad C = (2x - 7)(4x - 3)$$

$$(b + c)^2 + (b - c)^2 = 2(b + c)^2 \quad (A) \quad 28$$

$$AB = 6 \text{ cm} \quad AC = 8 \text{ cm} \quad (B)$$

$$BC = 10 \text{ cm} \quad \text{باستعمال نظرية فيثاغورث يتبع أن}$$

$$n^2 - n = n(n^2 - 1) = n(n - 1)(n + 1) \quad 29$$

$$\text{الأعداد } n + 1 : n : n - 1 \text{ هي أعداد طبيعية فردية متتالية}$$

$$30 \quad (A) \text{ مساحة المربع هي } x^2$$

$$\text{مساحة ربع الدائرة هي } \frac{\pi}{4} \times x^2$$

$$\text{إذن مساحة الجزء الملون هي } \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)x^2$$

$$(B) \text{ في المربع الذي ضلعه } \frac{a}{4} \text{ ، مساحة الجزء الواحد غير الملون}$$

$$\text{هو } \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)\frac{a^2}{16}$$

$$\text{مساحة الجزء الملون في هذا المربع هو } \frac{a^2}{16} - \frac{a^2}{8} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{في المربع الذي ضلعه } a \text{ ، مساحة الجزء الملون هي } \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{أي } a^2 \left(-\frac{1}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$B = (-2x + 1)(-2x + 5) \quad A = (3 - 2x)^2 \quad 1 \quad 31$$

$$C = (-2x + 1)(-2x + 5) \quad 2$$

$$3 \quad \text{من أجل } x = \frac{3}{2} : C = -4 \quad \text{من أجل } x = \frac{3}{2} \text{ عند صحيح}$$

$$A = 6x^2 + 3x - 108 \quad 1 \quad 32$$

$$4x^2 - 81 = (2x - 3)(2x + 3) \quad 2$$

$$A = (2x + 3)(3x - 6)$$

# حلول التمارين والمسائل

$$\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})=2-\sqrt{6} \quad ; \quad \sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})=2+\sqrt{6} \quad \boxed{24}$$

$$3\sqrt{10}(\sqrt{6}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-3$$

$$3\sqrt{10}(\sqrt{20}+2\sqrt{15})=50\sqrt{2}+50\sqrt{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{4}-6)=1-2\sqrt{3} \quad ; \quad \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{3}{2} \quad \boxed{25}$$

$$4\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)=12 \quad ; \quad \sqrt{3}\left(\sqrt{6}-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=3\sqrt{2}-1$$

$$(1+\sqrt{2})^2=3+2\sqrt{2} \quad ; \quad (5+\sqrt{3})^2=28+10\sqrt{3} \quad \boxed{26}$$

$$(5-\sqrt{3})(5+\sqrt{3})=22 \quad ; \quad (\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=5-2\sqrt{6}$$

$$(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2=30+12\sqrt{6} \quad ; \quad (\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})=2$$

$$(\sqrt{5}-2\sqrt{3})^2=17-4\sqrt{15} \quad ; \quad \left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{5}{6}+\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sqrt{6}+\sqrt{3}=\sqrt{3}(\sqrt{2}+1) \quad ; \quad \sqrt{2}+\sqrt{10}=\sqrt{2}(1+\sqrt{5}) \quad \boxed{27}$$

$$3\sqrt{10}-\sqrt{15}=\sqrt{5}(3\sqrt{2}-\sqrt{3}) \quad ; \quad 3+\sqrt{3}=\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)$$

$$x^2-2\sqrt{3}x+3=(x-\sqrt{3})^2 \quad ; \quad x^2+2\sqrt{2}x+2=(x+\sqrt{2})^2 \quad \boxed{28}$$

$$2-9x^2=(\sqrt{2}-3x)(\sqrt{2}+3x) \quad ; \quad 3-x^2=(\sqrt{3}-x)(\sqrt{3}+x)$$

$$\frac{1}{2}x^2+\sqrt{2}x+1=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}x+1\right)^2$$

$$\boxed{29} \text{ حلا المعادلة } x^2=64 \text{ هما } 8 \text{ و } -8.$$

$$\boxed{30} \text{ حلا المعادلة } x^2=289 \text{ هما } 17 \text{ و } -17.$$

$$\boxed{31} \text{ حلا المعادلة } x^2=361 \text{ هما } 19 \text{ و } -19.$$

$$\boxed{32} \text{ المعادلة } x^2=-9 \text{ لا تقبل حل.}$$

$$\boxed{33} \text{ المعادلة } x^2=-4 \text{ لا تقبل حل.}$$

$$\boxed{34} \text{ حلا المعادلة } x^2=100 \text{ هما } 10 \text{ و } -10.$$

$$\boxed{35} \text{ حلا المعادلة } x^2=0 \text{ هو } 0.$$

$$\boxed{36} \text{ حلا المعادلة } x^2=1 \text{ هما } 1 \text{ و } -1.$$

$$\boxed{37} \text{ حلا المعادلة } x^2=0.01 \text{ هما } 0.1 \text{ و } -0.1.$$

$$\boxed{38} \text{ حلا المعادلة } x^2=\frac{9}{25} \text{ هما } \frac{3}{5} \text{ و } -\frac{3}{5}.$$

$$\boxed{39} \text{ معاكس مربع } a \text{ هو } -a^2 \quad ; \quad \text{مربع معاكس } a \text{ هو } (-a)^2$$

$$\boxed{40} \text{ ضعف مربع } a \text{ هو } 2a^2 \quad ; \quad \text{مربع ضعف } a \text{ هو } (2a)^2$$

$$\boxed{41} \text{ 1. } A+B=4-3\sqrt{2} \quad ; \quad A+B=2-\sqrt{2}$$

$$\frac{A}{B}=1-\sqrt{2} \quad ; \quad A \times B=-7+5\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=2-\sqrt{2} \quad \boxed{42}$$

$$\boxed{43} \text{ 34. } B=20\sqrt{3} \quad ; \quad A=4\sqrt{2}$$

$$\boxed{44} \text{ 35. } D=6\sqrt{3} \quad ; \quad C=6\sqrt{3}$$

$$\boxed{45} \text{ 36. } C=-8\sqrt{5}$$

$$\boxed{46} \text{ 37. } A-B=-8 \quad ; \quad A+B=6\sqrt{2}$$

$$\boxed{47} \text{ 38. } A \times B=2 \quad ; \quad A^2=34-24\sqrt{2}$$

$$\sqrt{64 \times 0.0001}=0.08 \quad ; \quad \sqrt{0.01 \times 4}=0.2 \quad \boxed{13}$$

$$\sqrt{0.49 \times 1.21}=0.77 \quad ; \quad \sqrt{0.25 \times 0.36}=0.3$$

$$\sqrt{12.5 \times 8}=10 \quad ; \quad \sqrt{245 \times 0.2}=7$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{27}=9 \quad ; \quad \sqrt{8} \times \sqrt{2}=4 \quad ; \quad \sqrt{5} \times \sqrt{20}=10 \quad \boxed{14}$$

$$\sqrt{0.1} \times \sqrt{360}=6 \quad ; \quad \sqrt{8} \times \sqrt{0.5}=2 \quad ; \quad \sqrt{3} \times \sqrt{12}=6$$

$$\frac{\sqrt{242}}{\sqrt{2}}=\frac{11\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=11 \quad \boxed{15}$$

$$\frac{\sqrt{224}}{\sqrt{2}}=11 \quad ; \quad \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}=4 \quad ; \quad \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=3 \quad \boxed{16}$$

$$\frac{\sqrt{637}}{\sqrt{13}}=7 \quad ; \quad \frac{\sqrt{448}}{\sqrt{7}}=8 \quad ; \quad \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}=5$$

$$\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{121}}=\frac{12}{11} \quad ; \quad \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}}=\frac{6}{7} \quad ; \quad \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}=\frac{5}{2} \quad \boxed{17}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2500}}=\frac{1}{50} \quad ; \quad \sqrt{\frac{400}{900}}=\frac{2}{3} \quad ; \quad \sqrt{\frac{1}{324}}=\frac{1}{18}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3} \quad ; \quad \frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \boxed{18}$$

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{18}-\sqrt{12}}{6} \quad ; \quad \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{8}+4}{8}$$

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{18}+\sqrt{12}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\frac{3-\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1 \quad \boxed{19}$$

$$\sqrt{2}+1=2-\sqrt{2} \quad ; \quad \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{12}+\sqrt{27}}{1-\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}+15}{-2}$$

$$\boxed{20} \text{ a. العدد } a \text{ هو عدد طبيعي.}$$

$$\sqrt{3 \times 10^3} \times \frac{\sqrt{6 \times 10^2}}{\sqrt{7.5}}=\frac{\sqrt{6}}{5} \quad ; \quad \sqrt{0.4 \times 10^{-2}} \times \sqrt{16 \times 10^8}=80 \quad \boxed{21}$$

$$\frac{\sqrt{15 \times 10^3} \times \sqrt{3 \times 10^3}}{\sqrt{5 \times 10^3}}=\frac{3\sqrt{10}}{100} \quad ; \quad \frac{\sqrt{2.5 \times 10^3}}{\sqrt{9 \times 10^1}}=\frac{5}{3}$$

$$4\sqrt{3}+2\sqrt{12}=8\sqrt{3} \quad ; \quad 3\sqrt{2}+5\sqrt{8}=13\sqrt{2} \quad \boxed{22}$$

$$7\sqrt{45}-\sqrt{20}=19\sqrt{5} \quad ; \quad \sqrt{8}+3\sqrt{18}=11\sqrt{2}$$

$$\sqrt{19}-5\sqrt{76}=-9\sqrt{19} \quad ; \quad 8\sqrt{50}-\sqrt{98}=33\sqrt{2}$$

$$\boxed{23} \text{ من أجل } x=2+2\sqrt{2} \quad ; \quad A=2+2\sqrt{2}$$

$$\text{من أجل } x=3\sqrt{2} \quad ; \quad A=18+4\sqrt{2}$$

$$\text{من أجل } x=-2\sqrt{2} \quad ; \quad A=8-\sqrt{2}$$

$$\text{من أجل } x=\frac{1}{\sqrt{2}} \quad ; \quad A=\frac{1}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{من أجل } x=2-\sqrt{2} \quad ; \quad A=8-4\sqrt{2}$$

$$\text{من أجل } x=1+\sqrt{2} \quad ; \quad A=6+3\sqrt{2}$$

6 المعادلات هي :  $x-3=1$  :  $x+4=8$  :  $x-4=0$

7 حل للمعادلة  $2x=3$  :  $\frac{3}{2}$  : حل للمعادلة  $-4x=-5$  :  $-\frac{5}{4}$

8 حل للمعادلة  $-2=-4x$  :  $\frac{1}{2}$  : حل للمعادلة  $3=\frac{2}{5}x$  :  $\frac{15}{2}$

9 حل للمعادلة  $\frac{1}{2}x=5$  :  $\frac{1}{2}$  : حل للمعادلة  $\frac{8}{15}=-\frac{2}{3}x$  :  $-\frac{4}{5}$

10 حل للمعادلة  $\frac{3}{2}x=\frac{4}{3}$  :  $\frac{8}{9}$  : حل للمعادلة  $-\frac{8}{15}$  :  $-\frac{2}{3}x$

11 المعادلات هي :  $-x=1$  :  $2x=-2$  :  $-4x=4$

12 حل للمعادلة  $2x+3=5x-1$  :  $\frac{4}{3}$

13 حل للمعادلة  $3x-6=8x+2$  :  $-\frac{8}{5}$

14 حل للمعادلة  $2-4x=x-8$  :  $\frac{11}{5}$

15 حل للمعادلة  $1+5x=10-13x$  :  $\frac{1}{2}$

16 حل للمعادلة  $\frac{2}{9}x+1=5+\frac{1}{3}x$  :  $-36$

17 حل للمعادلة  $-\frac{1}{2}+3x=\frac{5}{3}x+3$  :  $\frac{21}{8}$

18 حل للمعادلة  $1+\frac{3}{4}x=\frac{3}{8}x-\frac{1}{5}$  :  $-\frac{48}{15}$

19 حل للمعادلة  $1-\frac{1}{3}x=\frac{7}{3}-\frac{5}{6}x$  :  $\frac{8}{3}$

20 المعادلات هي :

21 حل للمعادلة  $\frac{1}{2}x+5=\frac{3}{2}x+4$  :  $-x+2=x$  :  $2x-1=-x+2$

22 حل للمعادلة  $4(x-3)=0$  :  $3$

23 حل للمعادلة  $-5(x+2)=0$  :  $-2$

24 حل للمعادلة  $2x(3x+1)=0$  :  $-\frac{1}{3}$  و  $0$

25 حل للمعادلة  $(1+x)(1-x)=0$  :  $-1$  و  $1$

26 حل للمعادلة  $(8x-2)(8x+2)=0$  :  $-\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{4}$

27 حل للمعادلة  $(2x-1)(x-2)=0$  :  $\frac{1}{2}$  و  $2$

28 حل للمعادلة  $x^2-5x=x(x-5)$  :  $1$

29 حل للمعادلة  $x^2-5x=0$  :  $0$  و  $5$

30 حل للمعادلة  $(x+2)^2+(x+2)(2x-1)=(x+2)(3x+1)$  :  $1$

31 حل للمعادلة  $-\frac{1}{3}$  و  $-2$  :  $-\frac{1}{3}$

32 حل للمعادلة  $x^2-16=(x-4)(x+4)$  :  $1$

33 حل للمعادلة  $4$  و  $-4$  :  $4$

34 حل للمعادلة  $(x-3)(x+2)+(x-3)^2=(x-3)(2x-1)$  :  $1$

35 حل للمعادلة  $\frac{1}{2}$  و  $3$  :  $\frac{1}{2}$

36 حل للمعادلة  $(4x-2)^2-4x^2=(2x-2)(6x-2)$  :  $1$

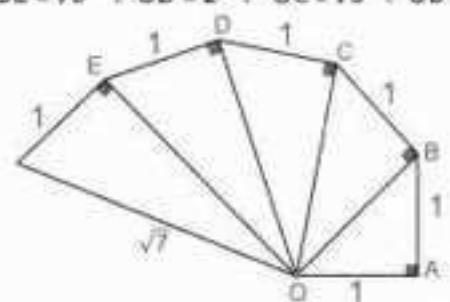
37 حل للمعادلة  $-\frac{1}{3}$  و  $1$  :  $-\frac{1}{3}$

38  $\sqrt{2000}=\sqrt{2} \times \sqrt{1000}$  :  $1$  :  $\sqrt{2000}=10\sqrt{20}$  :  $2$

39  $\sqrt{2000} \times \sqrt{1000}=1000\sqrt{2}$  :  $3$

40  $2(\sqrt{2000}+\sqrt{1000})=20\sqrt{5}(2+\sqrt{2})$  :  $4$

41  $OE=\sqrt{5}$  :  $OD=2$  :  $OC=\sqrt{3}$  :  $OB=\sqrt{2}$  :  $39$



|              |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $\sqrt{3}$   | $\sqrt{432}$ | $\sqrt{588}$ | $\sqrt{147}$ |
| $\sqrt{47}$  | $\sqrt{675}$ | $\sqrt{243}$ | $\sqrt{108}$ |
| $\sqrt{507}$ | $\sqrt{12}$  | $\sqrt{192}$ | $\sqrt{363}$ |
| $\sqrt{768}$ | $\sqrt{75}$  | $\sqrt{27}$  | $\sqrt{300}$ |

|              |             |              |
|--------------|-------------|--------------|
| $\sqrt{8}$   | $\sqrt{98}$ | $\sqrt{72}$  |
| $\sqrt{162}$ | $\sqrt{50}$ | $\sqrt{2}$   |
| $\sqrt{50}$  | $\sqrt{18}$ | $\sqrt{162}$ |

42  $x$  هو قطر المربع :  $x=a\sqrt{2}$  :  $41$

43  $h=a\frac{\sqrt{3}}{2}$  :  $1$  :  $h$  هو ارتفاع :  $42$

44 الإرتفاعات الثلاثة متقاسة :  $2$

45  $AD=9$  :  $AD^2=AC^2+DC^2=80+1$  :  $AC=4\sqrt{5}$  :  $43$

46  $b=\sqrt{5}$  :  $2$  :  $C=3\sqrt{2}$  :  $1$  :  $44$

47 في الحالة 1 :  $x^2+y^2=z^2$  :  $1$  :  $AD=9$  :  $AD^2=AC^2+DC^2=80+1$  :  $AC=4\sqrt{5}$  :  $43$

48 في الحالة 2 :  $x^2+z^2=y^2$  :  $2$  :  $AD=9$  :  $AD^2=AC^2+DC^2=80+1$  :  $AC=4\sqrt{5}$  :  $43$

## 4 - المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1 الجمل الصحيحة هي  $11:7:5:5:3:2:1$  :  $1$

2 العدد 1 حل للمعادلة  $3x-2=x$  :  $2$

3 ليس حل للمعادلة  $x-2=\frac{4}{3}$  :  $3$

4 هو حل للمعادلة  $1-x=\frac{3}{2}-3x$  :  $4$

5  $-9$  حل للمعادلة  $x+4=-5$  :  $5$

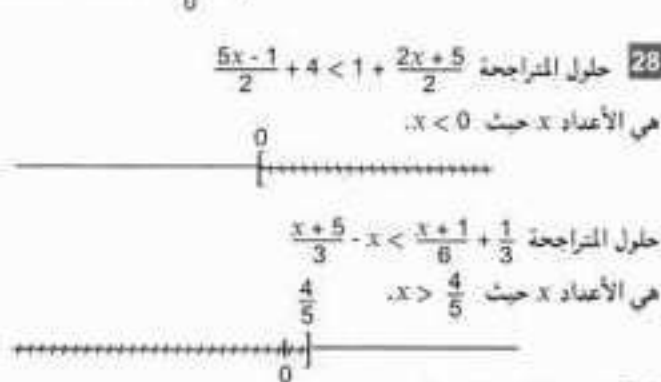
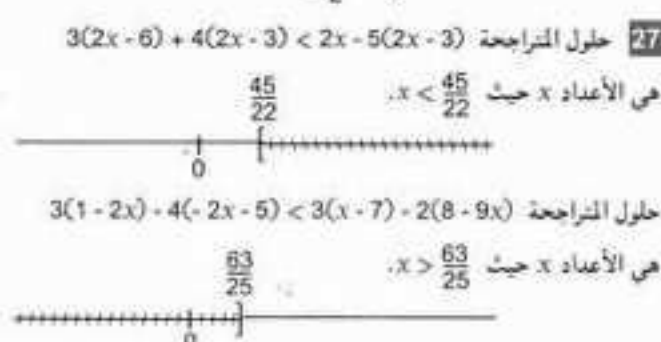
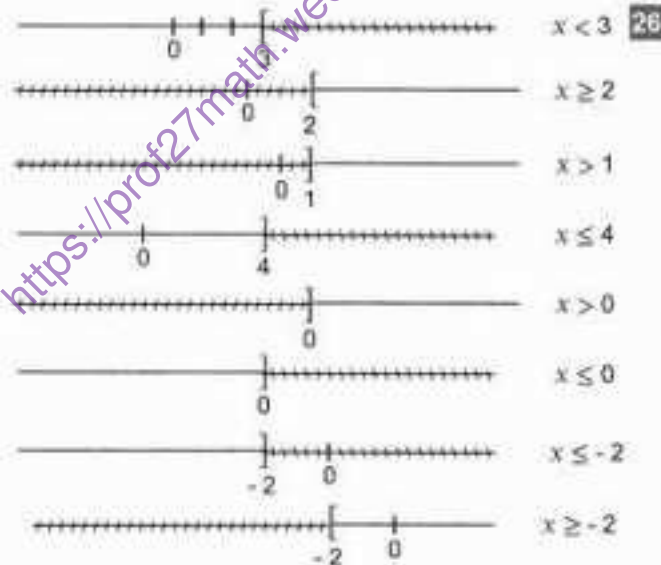
6 حل للمعادلة  $x+4=-4$  :  $\frac{1}{2}$  حل للمعادلة  $x+\frac{1}{2}=1$  :  $0$

7 حل للمعادلة  $x+2=\frac{3}{2}$  :  $\frac{7}{3}$  حل للمعادلة  $x-\frac{1}{3}=2$  :  $-\frac{1}{2}$

8 حل للمعادلة  $x+1.3=0.5$  :  $0.8$

9 حل للمعادلة  $3.1=x-2.7$  :  $5.8$

10 حل للمعادلة  $-4.7=-6.8+x$  :  $2.1$



29.  $3x + 12 = 39$  + 1  
 حل المعادلة هو  $x = 9$   
 طول القطعة الواحدة هو 9 (من بين القطع الثلاث المتقاسة).

30.  $2x + 56 = 180$  + 1  
 حل المعادلة هو 62.  
 قيس زاويتا القاعدة هو  $62^\circ$ .

31. الأعداد تحقق  $n + (n + 1) + (n + 2) = 573$   
 أي  $3n = 570$   
 إذن  $n = 190$   
 الأعداد هي 190 ، 191 ، 192.

17.  $(5 - 2x)^2 - 36 = (-1 - 2x)(11 - 2x) + 1$   
 2. حلا المعادلة هما  $-\frac{1}{2}$  و  $\frac{11}{2}$

18.  $(4x - 1)^2 - (2x + 3)^2 = (6x + 2)(2x - 4) + 1$   
 2. حلا المعادلة هما  $-\frac{1}{3}$  و 2.

19. 1. حلول المتراجحة هي -3 و -1.

20. 1. حلول المتراجحة هي 2 ، 4 ، 5.

21. حلول المتراجحة  $x - 3 < 1$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x < 4$ .  
 حلول المتراجحة  $x + 3 \geq -1$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \geq -4$ .  
 حلول المتراجحة  $-6 \leq x + 7$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \geq -13$ .  
 حلول المتراجحة  $-9 > -8 + x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \leq -1$ .  
 حلول المتراجحة  $x + \frac{1}{2} > 2$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x > \frac{3}{2}$ .  
 حلول المتراجحة  $-\frac{2}{3} + x \leq \frac{1}{6}$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \leq \frac{5}{6}$ .  
 حلول المتراجحة  $\frac{5}{12} > x - \frac{5}{4}$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x < \frac{5}{3}$ .  
 حلول المتراجحة  $-\frac{7}{10} \geq \frac{6}{5} + x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \leq -\frac{19}{10}$ .

22. 1. المتراجحتان هما  $x - 3 \leq 0$  :  $x + 5 \leq 8$

23. حلول المتراجحة  $3x < 12$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \leq 4$ .  
 حلول المتراجحة  $-4x > 8$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x < -2$ .  
 حلول المتراجحة  $25 \leq -5x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \leq -5$ .  
 حلول المتراجحة  $-36 \geq 12x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \geq -3$ .  
 حلول المتراجحة  $\frac{1}{3}x > 3$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x > 9$ .  
 حلول المتراجحة  $-2 \leq \frac{2}{5}x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \geq -5$ .  
 حلول المتراجحة  $-\frac{2}{3}x > \frac{2}{3}$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x < -1$ .  
 حلول المتراجحة  $-\frac{4}{5} \leq \frac{1}{3}x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \geq -\frac{12}{5}$ .

24. المتراجحتان هما  $-3x < 6$  :  $-4x < 8$

25. حلول المتراجحة  $3x + 2 < x - 2$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x < -2$ .  
 حلول المتراجحة  $4x - 3 \leq 4 + 2x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \leq \frac{7}{2}$ .  
 حلول المتراجحة  $3 - 3x > -9 + 3x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x < 2$ .  
 حلول المتراجحة  $3 + 4x \geq 13 - 16x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \geq \frac{1}{2}$ .  
 حلول المتراجحة  $\frac{2}{9}x + 2 > \frac{1}{3}x + 6$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x < -36$ .  
 حلول المتراجحة  $2x - \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{5}{3}x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \geq \frac{9}{2}$ .  
 حلول المتراجحة  $2 + \frac{3}{4}x \leq \frac{3}{8}x - \frac{1}{5}$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x \leq -\frac{88}{15}$ .  
 حلول المتراجحة  $5 - \frac{1}{3}x < \frac{7}{3} + \frac{5}{6}x$  هي الأعداد  $x$  حيث  $x > \frac{16}{7}$ .

3 الثانية (2 : 1) حل للمجموعة

$$\begin{cases} x \geq 9 - 4y \\ 3y = 2x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2 = y \\ 5x - 3y = -1 \end{cases}$$

4 الثانية (1 : 1) حل للمجموعة

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

5 الثانية (0 : -2) حل للمجموعة

$$\begin{cases} 5x - y = 2 \\ x + 11y = -22 \end{cases}$$

الثانية (2 : 0) حل للمجموعة

$$\begin{cases} 3x + 5y = 6 \\ x - 4y = 2 \end{cases}$$

6 قيمة y هي 3.

7 حل المجموعة

$$\begin{cases} x = 2 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

حل المجموعة

$$\begin{cases} y = 0 \\ 4x - 5y = 4 \end{cases}$$

حل المجموعة

$$\begin{cases} x = y \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

8 ضرب طرفي المعادلة  $4x + 3y = 5$  في 2

و طرفي المعادلة  $5x + 2y = 1$  في 3

نحصل على المجموعة

$$\begin{cases} 8x + 6y = 10 \\ 15x + 6y = 3 \end{cases}$$

9 حل المجموعة

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 6x + y = 19 \end{cases}$$

حل المجموعة

$$\begin{cases} 5x - 10y = 35 \\ -9x - 6y = -15 \end{cases}$$

حل المجموعة

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

10 حل المجموعة

$$\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

حل المجموعة

$$\begin{cases} 5u + t = 5 \\ 3u + 2t = 9 \end{cases}$$

حل المجموعة

$$\begin{cases} a + 5d = 13 \\ 3a + 4d = 10,4 \end{cases}$$

11 حل المجموعة

$$\begin{cases} 0,4r + 2s = 4 \\ 0,6r + s = 4 \end{cases}$$

حل المجموعة

$$\begin{cases} 3z + 1,2w = 0,9 \\ 6z - 4w = 7,8 \end{cases}$$

حل المجموعة

$$\begin{cases} v - 3w = -4 \\ 7v + 10w = 34 \end{cases}$$

32 العلاقة بين  $x, y, t$  هي  $x = v \times t$

$t = 1,5h$  إذن  $v = 120 \text{ km/h}$  .  $x = 180 \text{ km}$

أي مدة قطع المسافة  $180 \text{ km}$  هي  $30 \text{ min}$ .

33  $x$  هو المداخل الشهرية.

حل المعادلة  $x - 50\%x - \frac{1}{3}x = 2000$

ينتج أن  $x = 12000$

المداخل الشهرية هي  $12000$  ديناراً.

34 العدد  $x$  هو حل المعادلة  $\frac{5x-64}{3} = x$  و هو 32.

35  $x$  عرض و  $y$  طول المستطيل.

لدينا  $2(x+y) = 82$  أي  $2x + y = 41$

إذن  $x = 16$  و  $y = 25$ .

36  $x$  حل المعادلة  $\frac{3+x}{7+x} = \frac{9}{10}$  ينتج أن  $x = 33$ .

37  $x + 1$  عرض المستطيل و  $y$  طوله.

لدينا  $2(x+y) > 25$  أي  $2(y+2,5) > 25$

2. حل المتراجحة هي الأعداد  $y$  حيث  $y > 10$ .

3. طول المستطيل أكبر تماماً من  $10 \text{ cm}$ .

38  $3n < 744$  أي  $n < 248$  و  $n - 1 < 247$

العدد الأصغر من بين هذه الأعداد أصغر من 247.

39  $v \leq 125$  و  $vt \leq 125t$  إذن  $v \leq 125$ .

$vt = 750 \text{ km}$  إذن  $vt \leq 125t$

• حل المتراجحة هي الأعداد  $t$  حيث  $t \geq 6$ .

• المدة الأدنى لقطع المسافة  $750 \text{ km}$  هي  $6h$ .

40 نضع  $BM = x$  :  $AE = ED = 2$  : لدينا  $AM = 6 - x$

• مساحة  $ABDC$  هي  $24 \text{ cm}^2$ .

• مساحة  $EAM$  هي  $(6 - x)$  : مساحة  $MBC$  هي  $(2x)$

• مساحة  $EDC$  هي  $6 \text{ cm}^2$ .

إذن مساحة المثلث  $CEM$  هي  $24 - (6 - x) - 2x - 6$

$\frac{1}{3}(24) \leq 24 - (6 - x) - 2x - 6$  أي  $x \leq 4$ .

يجب إختيار  $x$  حيث  $BM \leq 4$ .

## 5 - جمل معادلتين من الدرجة الأولى

بمجهولين

1 الجمل الصحيحة هي  $1 : 5 : 7 : 8$ .

2 الثانية (1 : 0) تحقق الجمل الثلاث.

إذن (0 : 1) حل لهذه الجمل.

# حلول التمارين و المسائل

21 الجملة هي  $\begin{cases} a + b = 2003 \\ a = 8b + 77 \end{cases}$

حل الجملة هو (1789 ; 214)

22 1. حل الجملة  $\begin{cases} 5x + 3y = 180 \\ x + y = 40 \end{cases}$  حل هذه الجملة هو (30 ; 10)

2.  $x$  هو النوع الأول و  $y$  هو النوع الثاني نتحصل على الجملة التالية  
حل هذه الجملة هو (30 ; 10)  
 $\begin{cases} x + y = 40 \\ 5x + 3y = 180 \end{cases}$

عدد الكتب ذات السبك 5 cm هو 30.

عدد الكتب ذات السبك 3 cm هو 10.

23  $x$  هو عدد طوابيع رضا و  $y$  هو عدد طوابيع سمير.  
نتحصل على الجملة التالية  
 $\begin{cases} x + y = 144 \\ y + 2 = 2(x - 2) \end{cases}$

حل هذه الجملة هو (50 ; 94)

24 نحل الجملة  $\begin{cases} 2(x + y) = 140 \\ 2(x - 7 + 2y) = 176 \end{cases}$  أي  $\begin{cases} x + y = 70 \\ 2x + 4y = 190 \end{cases}$

حل هذه الجملة هو (45 ; 25)

25 نتحصل على الجملة التالية :

حل هذه الجملة هو (15 ; 10)  
 $\begin{cases} 4x = 2(x + y + 5) \\ x + 5 = 2y \end{cases}$

26  $a$  هو عمر الأب و  $b$  هو عمر الإبن.

نتحصل على الجملة  $\begin{cases} a = 3b \\ a + 11 = 2(b + 11) \end{cases}$  حل الجملة هو (33 ; 11)

عمر الأب هو 33 سنة . عمر الإبن هو 11 سنة.

27 بترجمة المعطيات نتحصل على الجملة التالية

$\begin{cases} 2(x + y) = 100 \\ 3x + 5(y - 3) = 164 \end{cases}$   
نتحصل أيضا على الجملة  
 $\begin{cases} 2(x + y) = 50 \\ 3(x - 5) + 5y = 164 \end{cases}$

حل هذه الجملة هو  $(\frac{71}{2} ; \frac{29}{2})$  إذن  $x = 35,5$  m و  $y = 14,5$  m.

28 1. مجموعة قواسم 24 هي (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24)

2. التناثبات ( $x ; y$ ) من عددين طبيعيين بحيث  $x^2 - y^2 = 24$  هي التناثبات التي تحقق  $(x + y)(x - y) = 24$  أي  $x + y$  و  $x - y$  قاسمان مرفقان للعدد 24.

هذه التناثبات هي (5 ; 1) و (7 ; 5).

12 الجملة هي  $\begin{cases} 2x + 2y = 30 \\ 2x + 4y = 54 \end{cases}$

نصف قطر القرصين هو  $y$  حيث  $y = 12$  cm

عرض الإطار هو  $x$  حيث  $2x + 2y = 30$  و بالتالي  $x = 3$  cm.

13 الجملة هي  $\begin{cases} 3x + 4y = 73 \\ 4x + 3y = 81 \end{cases}$

حيث  $x$  ثمن القلم الواحد و  $y$  ثمن المحاة.

حل الجملة هو (15 ; 7).

و بالتالي ثمن القلم الواحد هو 15 دينار و ثمن المحاة الواحدة هو 7 دنانير.

14  $x$  عرض المستطيل و  $y$  طوله.

الجملة هي  $\begin{cases} x + y = 234 \\ x - y = -56 \end{cases}$  حل الجملة هو (89 ; 145)

أي طول المستطيل هو 145 cm و عرضه هو 89 cm.

15  $x$  ثمن حبة البرتقال و  $y$  ثمن حبة الموز.

الجملة هي  $\begin{cases} 3x + 2y = 40 \\ 2x + 3y = 35 \end{cases}$  حل الجملة هو (10 ; 25)

أي ثمن حبة البرتقال هو 10 دنانير و ثمن حبة الموز هو 25 دينار.

16  $x$  ثمن تذكرة الأطفال و  $y$  ثمن تذكرة الكبار.

الجملة هي  $\begin{cases} 3x + y = 290 \\ 5x + 4y = 705 \end{cases}$  حل الجملة هو (65 ; 95)

أي ثمن تذكرة الأطفال هو 65 دينار و ثمن تذكرة الكبار هو 95 دينار.

17  $x$  ضلع المثلث المتقايس الأضلاع.  $y$  ضلع المثلث المتساوي الساقين.

الجملة هي  $\begin{cases} 3x = 42 \\ x + 2y = 48 \end{cases}$  حل الجملة هو (14 ; 17)

طول ضلع المثلث المتقايس الأضلاع هو 14 cm.

طول ضلع المثلث المتساوي الساقين هو 17 cm.

18  $a$  و  $b$  هما العددان.

الجملة هي  $\begin{cases} a + b = 18 \\ (a - 5)(b - 4) = ab - 63 \end{cases}$

هذه الجملة تبسط كما يلي :  $\begin{cases} a + b = 18 \\ 4a + 5b = 83 \end{cases}$  حل الجملة هو (7 ; 11)

19  $a$  و  $b$  عددان يحققان الجملة :

حل الجملة هو (42 ; 54) أي  $\begin{cases} 9a - 7b = 0 \\ a - b = -12 \end{cases}$  أي  $\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{7}{9} \\ b - a = 12 \end{cases}$

20  $a$  و  $b$  عددان يحققان الجملة :

حل الجملة هو (35 ; 60) أي  $\begin{cases} 12a - 7b = 0 \\ a + b = 95 \end{cases}$  أي  $\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{7}{12} \\ a + b = 95 \end{cases}$



10 التمثيل البياني (d)

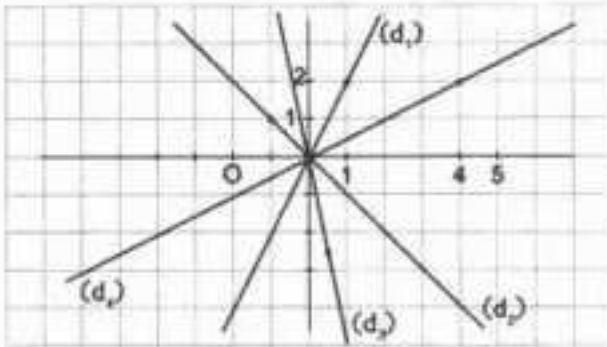
للدالة  $f$  يشمل المبدأ  $O$   
و النقطة  $A(-\frac{1}{3}; 2)$   
معامل  $f$  هو -6

11  $f$  هي الدالة ذات المعامل 2 وتمثلها (d<sub>1</sub>)

$g$  هي الدالة ذات المعامل -1 وتمثلها (d<sub>2</sub>)

$h$  هي الدالة ذات المعامل -5 وتمثلها (d<sub>3</sub>)

$k$  هي الدالة ذات المعامل 0.5 وتمثلها (d<sub>4</sub>)



12 (d) هو التمثيل البياني

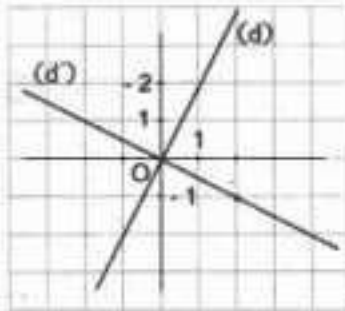
للدالة  $f$  وهو التمثيل للدالة  $g$

(d) يشمل  $A(1; 2)$

(d') يشمل  $B(2; -1)$

(d) و (d') متقاطعان

في المبدأ  $O$



13  $f$  معرفة كما يلي :  $f(x) = -1.8x$

14  $g$  معرفة كما يلي :  $g(x) = \frac{4}{7}x$

15  $h$  معرفة كما يلي :  $h(x) = -\frac{2}{11}x$

16 1. صورة العدد 0 هي 0 : صورة العدد -1 هي  $-\frac{2}{2}$

2. العدد الذي صورته هي 1 هو 2

3. الدالة الخطية  $f$  معرفة كما يلي :  $f(x) = \frac{1}{2}x$

17 1. صورة العدد 0 هي 0 : صورة العدد 1 هي  $-\frac{1}{2}$

2. العدد الذي صورته هي 1.5 هو 3

3. الدالة الخطية  $g$  هي الدالة المعرفة كما يلي :  $g(x) = -\frac{1}{2}x$

29 • نضع  $d_1 = 20 t_1$  و  $d_2 = 50 t_2$

و  $d_1 + d_2 = 10$  و  $t_1 = t_2 + \frac{1}{4}$

• نحصل على الجملة  $20 t_1 + 50 t_2 = 10$   
 $t_1 - t_2 = \frac{1}{4}$

• حل هذه الجملة هو  $(\frac{9}{28}; \frac{5}{70})$  بالتقريب  $t_1 = 19 \text{ min } 12 \text{ s}$

و  $t_2 = 4 \text{ min } 12 \text{ s}$  ينتج أن  $d_1 = \frac{90}{14} \text{ km}$  و  $d_2 = \frac{25}{7} \text{ km}$

بالتقريب  $d_1 = 36.428 \text{ km}$  و  $d_2 = 3.571 \text{ km}$

## 6 - الدوال الخطية - التناسبية

1 الجمل الصحيحة هي  $10 : 9 : 8 : 7 : 6 : 5 : 1$

2 الدوال الخطية هي  $f : k : l$

3 الدوال  $f : g : h : k$  معرفة بعبارة الشكل ax  
معامل  $f$  هو 15 : معامل  $g$  هو -8 : معامل  $h$  هو 0.25 : معامل  $k$  هو  $\sqrt{2}$

4  $f(-8) = -\frac{2}{5}$  :  $f(\frac{3}{2}) = \frac{3}{40}$  :  $f(15) = \frac{3}{4}$

5  $f(-\frac{1}{2}) = 1$  :  $f(-5) = 10$  :  $f(\frac{1}{4}) = -\frac{1}{2}$

6 العدد الذي صورته هي 24 بالدالة  $f$  هو -3

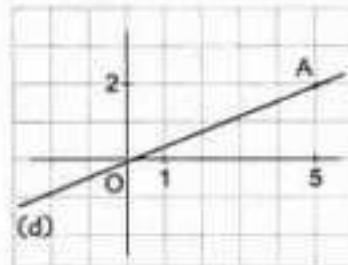
7 1.  $f(2) = 2.8$  :  $f(1) = 1.4$  :  $f(0) = 0$

2. العدد الذي صورته بالدالة  $f$  هي -7 هو -5

8 التمثيل البياني (d)

للدالة  $f$  يشمل المبدأ  $O$

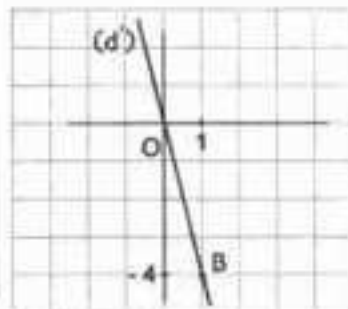
و النقطة  $A(5; 2)$

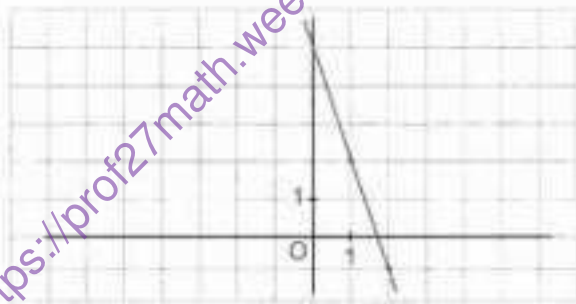


9 التمثيل البياني (d')

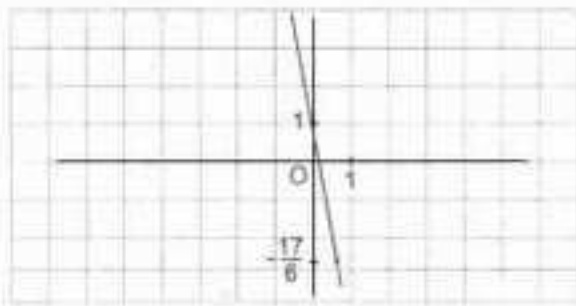
للدالة  $g$  يشمل المبدأ  $O$

و النقطة  $B(1; -4)$

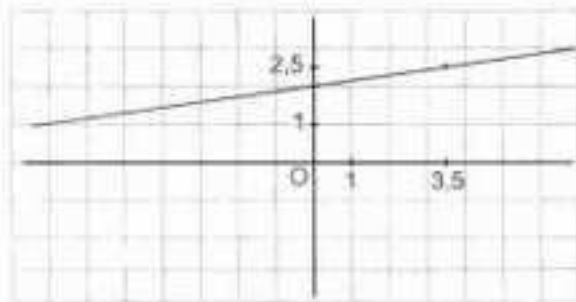




10



11



12

13 الدالة  $f$  معرفة كما يلي :  $f(x) = \frac{3}{2}x - 4$

14 الدالة  $g$  معرفة كما يلي :  $g(x) = \frac{13}{10}x - 4$

15 الدالة  $h$  معرفة كما يلي :  $h(x) = \frac{2}{3}x - 5$

16 الدالة  $t$  معرفة كما يلي :  $t(x) = -x - \frac{1}{6}$

17 الدالة  $k$  معرفة كما يلي :  $k(x) = 3x - 7$

18 الدالة  $p$  معرفة كما يلي :  $p(x) = -14x + 22$

19 1 صورة العدد 2 هي 1.

20 العدد الذي صورته بالدالة  $f$  هي 2 هو -1.

21 صورة العدد 1 هي -1 : صورة العدد 3 هي 3.

22 العدد الذي صورته 3 بالدالة  $f$  هو 0.

23 العدد الذي صورته 1 بالدالة  $f$  هو 2.

24 الدالة  $f$  معرفة كما يلي :  $f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{7}{5}$

25 الدالة  $g$  معرفة كما يلي :  $g(x) = -\frac{3}{5}x + 3$

26  $a = 3$  و  $b = -3$

27  $a = -\frac{5}{6}$  و  $b = 5$

38 الجدول هو جدول تناسبية معامل التناسب هو  $\frac{1}{70}$ .

الدالة الخطية هي الدالة  $f$  المعرفة كما يلي :  $f(x) = \frac{1}{70}x$

39 ثمن بيع المادة هو  $140 + \frac{35}{100} \times 140$

أي 189 دينار.

ثمن الشراء هو 131,625 دينار.

40 محيط الدائرة هو  $L = 2\pi r$ .

$L$  هي دالة خطية معاملها  $2\pi$  لنصف القطر  $r$  معاملها  $2\pi$ .

41 نضع  $x$  هي الكتلة التي تعطي تمدا قدره 5cm

$\frac{x}{5} = 40$  أي  $\frac{x}{5} = \frac{240}{6}$

وبالتالي  $x = 200$  g

2. نضع  $y$  هي الكتلة التي يكون من أجلها طول النابض

هو 28 cm.

$\frac{y}{28-18} = \frac{240}{6}$  أي  $y = 400$  g

42  $x + 1$  هو مخزون سنة 2003.

$12000000 = (1 + 0.12)x$  أي  $x = \frac{12000000}{1.12}$

$x \approx 10714285$  بتقريب  $1 \text{ m}^3$ .

2.  $y$  هو مخزون سنة 2005.

$y = 12000000 \times (1 - 0.1)$  أي  $y = 10800000 \text{ m}^3$

## 7 - الدوال التافضية

1 الجمل الصحيحة هي  $1 : 2 : 4 : 6 : 8 : 9 : 10$ .

2 الدوال التافضية هي  $g : f : k$ .

3 الدوال التافضية هي  $f : f : k$ .

معاملات  $f$  هما 1 و -2 : معامل  $h$  هما 12 و 0 : معامل  $k$  هما 0 و 0.25

4  $f(-\frac{1}{2}) = -\frac{11}{2}$

5  $g(\frac{3}{2}) = 0$  :  $g(\frac{1}{4}) = 5$

6  $f(-2,4) = -8$  :  $f(\frac{1}{2}) = \frac{9}{2}$  :  $f(4) = 22$

7 العدد الذي صورته 5 بالدالة  $g$  هو -2.

8 العدد الذي صورته 3 بالدالة  $h$  هو  $\frac{3}{4}$ .

9 العدد الذي صورته 1 بالدالة  $t$  هو  $-\frac{1}{2}$ .

# حلول التمارين و المسائل

## 8 - الإحصاء

1. الجمل الصحيحة هي  $11 : 10 : 8 : 3 : 1$

2. التكرار الكلي هو : 973.

2. التكرارات المجمعة الصاعدة

| القيم     | 0  | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   |
|-----------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| التكرارات |    |     |     |     |     |     |     |     |     |
| المجمعة   | 85 | 205 | 435 | 605 | 700 | 885 | 933 | 957 | 973 |
| الصاعدة   |    |     |     |     |     |     |     |     |     |

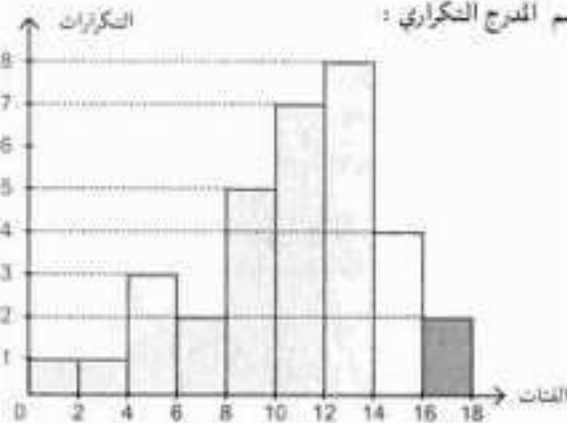
3. عدد العائلات التي لها 6 ، 7 أو 8 أطفال هو 88.

(لأن  $973 - 885 = 88$  أو  $48 + 24 + 16 = 88$ )

3. التكرارات المجمعة الصاعدة للقيم :

| الفئات      | التكرارات | التكرارات المجمعة الصاعدة |
|-------------|-----------|---------------------------|
| $[0 ; 2[$   | 1         | 1                         |
| $[2 ; 4[$   | 1         | 2                         |
| $[4 ; 6[$   | 3         | 5                         |
| $[6 ; 8[$   | 2         | 7                         |
| $[8 ; 10[$  | 5         | 12                        |
| $[10 ; 12[$ | 7         | 19                        |
| $[12 ; 14[$ | 8         | 27                        |
| $[14 ; 16[$ | 4         | 31                        |
| $[16 ; 18[$ | 2         | 33                        |

• رسم المدرج التكراري :



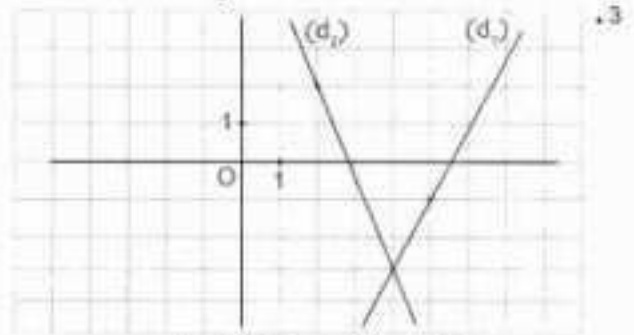
| المجموع | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | القيمة |
|---------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--------|
| التكرار | 3  | 4 | 1 | 3 | 0 | 2 | 3 | 1 | 3 | 0 |        |

26. 1. معاملا  $f$  هما 2 و -11 : معاملا  $g$  هما  $\frac{5}{2}$  و -7.

2. أ)  $f(0) = -11$  :  $g(0) = 7$

ب) العدد الذي صورته بالدالة  $f$  هي 0 هو  $-\frac{11}{2}$ .

العدد الذي صورته بالدالة  $g$  هي 0 هو  $-\frac{14}{5}$ .

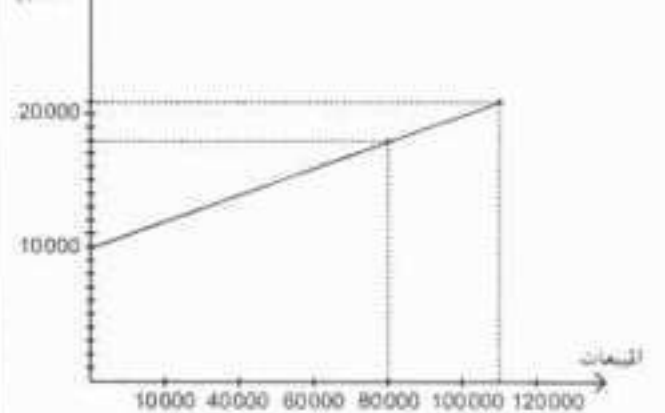


$(d)$  تمثل  $f$  :  $(d')$  تمثل  $g$

26. 1. الراتب الشهري هو  $10000 + \frac{10 \times 60000}{100}$  أي 16000 دينار.

2.  $y$  هو الراتب الشهري :  $x$  المبيعات المحققة.

3.  $y = 0.1x + 10000$  أي  $y = 10\%x + 10000$



4. حساب مبلغ المبيعات إذا كان الراتب هو 18000 دينار.

نحل المعادلة  $0.1x + 10000 = 18000$

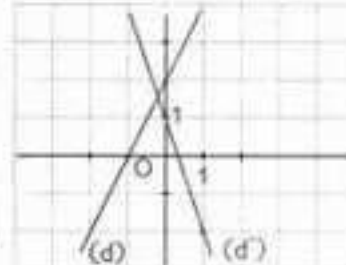
فيكون 80000 دينار هو مبلغ المبيعات.

الراتب الشهري من أجل مبلغ المبيعات 110000 ديناراً

هو  $0.1 \times 110000 + 10000$  أي 21000 ديناراً.

27. تعيين  $a$  و  $b$  حيث  $f(5) = -\frac{11}{7}$  و  $f(7) = -1$ .

$f$  معرفة كما يلي :  $f(x) = \frac{2}{7}x - 3$

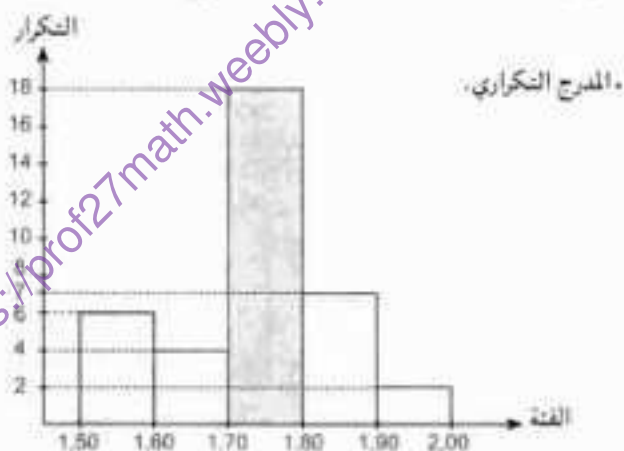


28. 1. الشكل.

2. حل المعادلة هو  $-\frac{1}{5}$ .

هذا الحل هو فاصلة نقطة

لتقاطع  $(d)$  و  $(d')$ .



7. معدل رضا هو  $\frac{99}{8}$  أي 12,4 يتقرب  $\frac{1}{10}$  بالزيادة.

8. معدل القسم هو  $\frac{368}{34}$  أي 10,8 يتقرب 0,1 بالنقصان.

تحصلت ليلي على علامة أكبر من معدل القسم.

9. مراكز الفئات هي : 1,5 , 4,5 , 7,5 , 10,5 , 13,5 , 16,5 على الترتيب.

وسط السلسلة هو  $\bar{x}$  حيث  $\bar{x} = \frac{295,5}{27} = 10,94$

(يتقرب إلى  $\frac{1}{100}$  بالنقصان).

10. العلامة الأخيرة هي m حيث :

$$m = 13 \text{ أي } \frac{12 + 7 + 9 + 14 + 11 + 13 + 15 + m}{8} = 12$$

11. معدل الرميات هو  $\frac{48+m}{12}$  حيث m هي الرمية 12.

لدينا m يتغير من 1 إلى 6 إذن  $48 + m > 48$  أي  $\frac{48+m}{12} > 4$

إذن معدل الرميات أكبر من 4 وبالتالي : رضا ليس على صواب.

12. مراكز الفئات هي : 142,5 , 147,5 , 152,5 , 157,5 , 162,5 , 167,5 على الترتيب.

القائمة المتوسطة هي  $\bar{h}$  حيث  $\bar{h} = \frac{5210}{34}$

$\bar{h} \approx 153,23$  يتقرب 1 cm

13. معدل تلاميذ القسم هو  $\bar{x}$  حيث :

$$\bar{x} = \frac{10,5 \times 20 + 12,5 \times 28}{48} = \frac{560}{48}$$

إذن  $\bar{x} \approx 11,66$  يتقرب  $\frac{1}{100}$  بالنقصان.

14. وسط السلسلة هو 110 (بعد ترتيب قيمة السلسلة تصاعدياً).

15. وسيط السلسلة هو 64.

إذا أضفنا قيمة إلى هذه السلسلة فإن وسيطها يتغير بحيث يكون

يساوي وسط القيمتين المركزيتين.

بإضافة الوسيط : الوسيط الجديد هو 64.

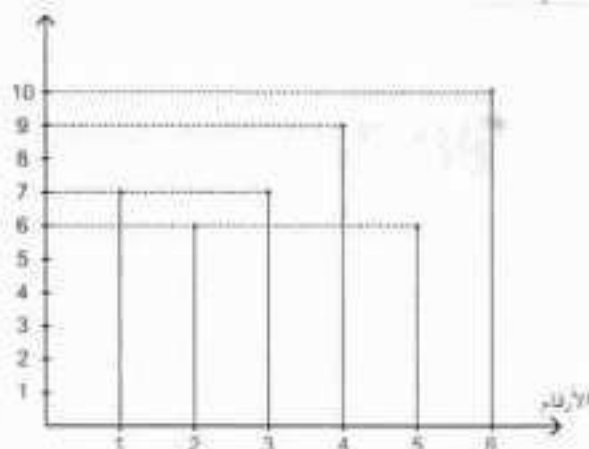
بإضافة القيمة 65 مثلاً يكون الوسيط الجديد هو 64,5.

• حساب تواتر كل قيمة والتواترات المجمعة الصاعدة :

| القيمة                 | 1 | 2              | 3              | 4              | 5              | 6              | 7               | 8               | 9               | 10              | المجموع |
|------------------------|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------|
| التواتر                | 0 | $\frac{3}{20}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{3}{20}$ | $\frac{2}{20}$ | 0              | $\frac{3}{20}$  | $\frac{1}{20}$  | $\frac{4}{20}$  | $\frac{3}{20}$  | 1       |
| التواتر المجموع الصاعد | 0 | $\frac{3}{20}$ | $\frac{4}{20}$ | $\frac{7}{20}$ | $\frac{9}{20}$ | $\frac{9}{20}$ | $\frac{12}{20}$ | $\frac{13}{20}$ | $\frac{17}{20}$ | $\frac{20}{20}$ | 1       |

| الرقم                  | 1              | 2               | 3               | 4               | 5               | 6               | المجموع |
|------------------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------|
| التكرار                | 7              | 6               | 7               | 9               | 6               | 10              | 45      |
| التكرار المجموع الصاعد | 7              | 13              | 20              | 29              | 35              | 45              |         |
| التواتر                | $\frac{7}{45}$ | $\frac{6}{45}$  | $\frac{7}{45}$  | $\frac{9}{45}$  | $\frac{6}{45}$  | $\frac{10}{45}$ | 1       |
| التواتر المجموع الصاعد | $\frac{7}{45}$ | $\frac{13}{45}$ | $\frac{20}{45}$ | $\frac{29}{45}$ | $\frac{35}{45}$ | $\frac{45}{45}$ | 1       |

المخطط بالأعمدة.



6. حساب تواتر كل فئة و التواترات المجمعة الصاعدة.

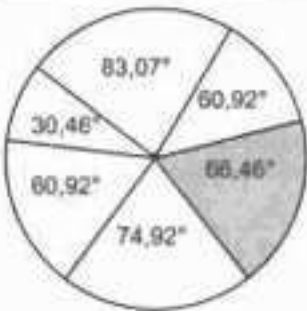
| الفئة                  | $[1,50 ; 1,60[$ | $[1,60 ; 1,70[$ | $[1,70 ; 1,80[$ | $[1,80 ; 1,90[$ | $[1,90 ; 2,00[$ |
|------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| التكرار                | 6               | 4               | 18              | 7               | 2               |
| التواتر                | $\frac{6}{37}$  | $\frac{4}{37}$  | $\frac{18}{37}$ | $\frac{7}{37}$  | $\frac{2}{37}$  |
| التواتر المجموع الصاعد | $\frac{6}{37}$  | $\frac{10}{37}$ | $\frac{28}{37}$ | $\frac{35}{37}$ | $\frac{37}{37}$ |

2. عدد حبات التفاح ذات معيار 7cm هي الأقل هو 63.

3. النسبة المئوية هي : 25,38%

4.

| المعيار (cm) | التكرار | الزاوية |
|--------------|---------|---------|
| [5,5 ; 6[    | 16      | 44,30   |
| [6 ; 6,5[    | 24      | 66,46   |
| [6,5 ; 7[    | 27      | 74,76   |
| [7 ; 7,5[    | 22      | 60,92   |
| [7,5 ; 8[    | 11      | 30,46   |
| [8 ; 8,5[    | 30      | 83,07   |
| المجموع      | 130     | 360     |



المخطط الدائري :

• وسط السلسلة هو : 7,05 cm

• ينتمي هذا الوسط

إلى الفئة [7 ; 7,5[

## 9 - خاصية طالس

1. الجمل الصحيحة هي 2 : 3 : 5 : 6.

2. الوضعية 1 : يمكن تطبيق نظرية طالس :  $\frac{6}{8} = \frac{x}{10} = \frac{y}{y+3}$

وبالتالي :  $x = \frac{60}{8}$  أي  $x = 7,5$

$6(y+3) = 8y$  ومنه  $x = 9$

الوضعية 2 : بتطبيق نظرية طالس :

لدينا :  $\frac{15}{25} = \frac{14}{x} = \frac{30-y}{30}$  وبالتالي :  $x = \frac{25 \times 14}{15}$  أي  $x = \frac{70}{3}$

$y = 12$  وبالتالي  $25(30-y) = 30 \times 15$

3. الوضعية 1 : حسب نظرية طالس

لدينا  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{4}{2}$  وبالتالي :  $x = 6$  و  $y = 4$

الوضعية 2 : حسب نظرية طالس

$\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{2}{5}$  وبالتالي :  $x = \frac{8}{3}$  و  $y = \frac{10}{3}$

4. الوضعية 1 : حسب نظرية طالس

لدينا  $\frac{x}{1} = \frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{3}$

وبالتالي :  $2x = x+2$  إذن  $x = 2$

و  $6 = y+3$  إذن  $y = 3$

10. 1. وسط السلسلة 1 هو 7,4 : 3. وسط السلسلة 3 هو 10.

2. وسط السلسلة 2 هو 13 : 4. وسط السلسلة 4 هو 22.

17. وسط السلسلة هو 41,33 بتدوير إلى  $\frac{1}{100}$

وسط السلسلة هو 43.

18. معدل رضا هو 10,4 : وسط علامات رضا هو 11.

معدل سحر هو 10,8 : وسط علامات سحر هو 10.

معدل عمر هو 10,8 : وسط علامات عمر هو 12.

19. معدل القفزات هو  $\frac{2269}{12}$  أي 189,08cm بتقريب  $\frac{1}{100}$

وسط القفزات هو 214 cm

20. وسط السلسلة هو 6 لأن كل القيم لها نفس التكرار و هو 6.

21. 1. وسط علامات رضا هو 15,33 بتدوير إلى  $\frac{1}{100}$

وسط علامات سحر هو 16.

وسط علامات ليلي هو 15,83 بتدوير إلى  $\frac{1}{100}$

2. الفرق بين أكبر علامة و أصغر علامة لكل تلميذ :

رضا : الفرق هو 6 : سحر : الفرق هو 4 : ليلي : الفرق هو 10.

3. وسط علامات رضا هو : 14,25

وسط علامات سحر هو : 16

وسط علامات ليلي هو : 16,5

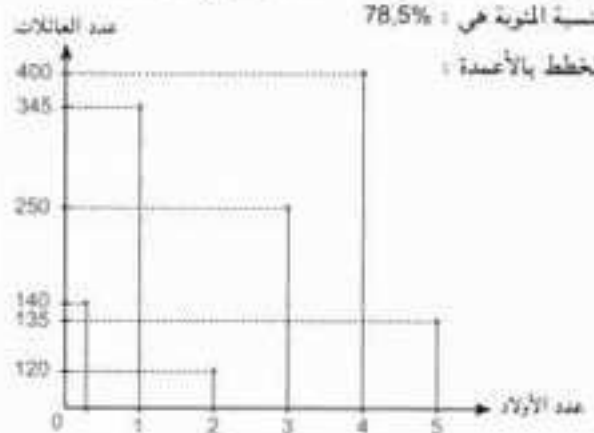
• إختيار ليلي لتمثيل الإمكانية يعود إلى أن لديها أكبر وسط.

22. 1. العدد المتوسط للأولاد هو  $\frac{3610}{1390}$  أي 2,59 بتدوير إلى  $\frac{1}{100}$

وهو ما يمثل 3 أولاد في كل عائلة. (بتقريب  $\frac{1}{100}$  بالزيادة)

2. النسبة المئوية هي : 78,5%

3. المخطط بالأعمدة :



23. 1.

| المعيار (cm) | التكرارات | المعيار (cm) | التكرارات |
|--------------|-----------|--------------|-----------|
| [5,5 ; 6[    | 16        | [7,5 ; 8[    | 11        |
| [6 ; 6,5[    | 24        | [8 ; 8,5[    | 30        |
| [6,5 ; 7[    | 27        |              |           |

$$\frac{AC}{AE} = \frac{2}{2.5} = 0.8 \quad ; \quad \frac{BA}{AD} = \frac{2.4}{3} = 0.8 \quad \boxed{14}$$

إذن  $\frac{BA}{AD} = \frac{CA}{AE}$  ولدينا أيضا النقط  $A, B$  على استقامة واحدة.

النقط  $E, A, C$  على استقامة واحدة و بنفس ترتيب  $D, A, B$  إذن المستقيمان  $(BC)$  و  $(ED)$  متوازيان.

$$\frac{AB}{AE} = \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad ; \quad \frac{AC}{AF} = \frac{10}{12} \quad \boxed{15}$$

إذن  $\frac{AC}{AF} \neq \frac{AB}{AE}$  وبالتالي  $(BC)$  لا يوازي  $(EF)$ .

$$\frac{OB}{OE} = \frac{OC}{OF} = \frac{R}{R} \quad \text{في كل من الشكلين لدينا} \quad \boxed{16}$$

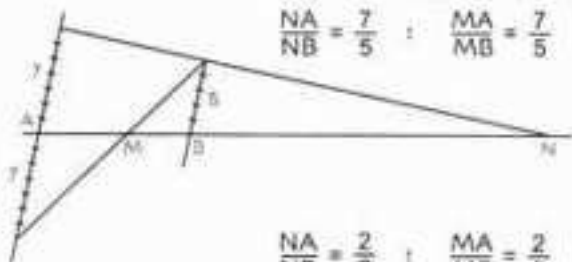
لدينا أيضا النقط  $E, O, B$  على استقامة واحدة.

$F, O, C$  على استقامة واحدة و بنفس ترتيب النقط  $E, O, B$  إذن المستقيمان  $(BC)$  و  $(EF)$  متوازيان.

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} \quad \text{لدينا} \quad \frac{AC}{AF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad ; \quad \frac{AB}{AE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad \boxed{17}$$

ولدينا أيضا  $F, C, A$  على استقامة واحدة و بنفس الترتيب  $E, B, A$  حسب نظرية طاليس فإن  $(BC)$  يوازي  $(EF)$ .

$$\frac{NA}{NB} = \frac{7}{5} \quad ; \quad \frac{MA}{MB} = \frac{7}{5} \quad \boxed{18}$$



$$\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3} \quad ; \quad \frac{MA}{MB} = \frac{2}{3} \quad \boxed{19}$$

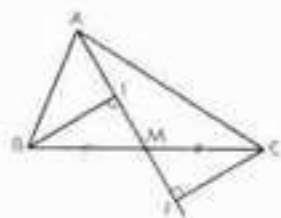


**20** النقطتان  $M$  و  $N$  تحققان ما يلي :

$$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{3} \quad \text{مع أن } N \text{ خارج } [AB].$$



**21** الشكل :



1.  $(BI)$  و  $(CJ)$

عموديان على نفس المستقيم  $(AM)$

إذن  $(BI)$  يوازي  $(CJ)$ .

2. حسب نظرية طاليس فإن :

$$BI = CJ \quad \text{إذن} \quad \frac{MA}{MC} = \frac{BI}{CJ} = 1$$

3.  $[BC]$  و  $[IJ]$  هما قطرا الرباعي  $BICJ$ . للقطرين  $[BC]$  و  $[IJ]$  نفس المنتصف  $M$  إذن الرباعي  $BICJ$  متوازي أضلاع.

الوضعية 2 : حسب نظرية طاليس لدينا :

$$2(x+4) = 4 \times 3 \quad \text{وبالتالي} \quad \frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\text{أي } x = 2 \quad \text{و} \quad 2(y+3) = 3 \times 3 \quad \text{أي } y = 1.5$$

**5** الوضعية 1 : حسب نظرية طاليس

$$\text{لدينا} \quad \frac{x}{8} = \frac{2}{y} = \frac{2}{6} \quad \text{وبالتالي} \quad x = \frac{8}{3} \quad \text{و} \quad y = 6$$

الوضعية 2 : حسب نظرية طاليس لدينا :

$$\frac{x}{y} = \frac{x}{4} = \frac{2}{5} \quad \text{نجد} \quad x = \frac{8}{5} \quad \text{أي } x = 1.6 \quad \text{و} \quad y = 4$$

$$\text{حسب نظرية طاليس لدينا} \quad \frac{x}{4} = \frac{2}{3} = \frac{z}{6} = \frac{y}{6}$$

$$\text{وبالتالي} \quad x = \frac{8}{3} \quad ; \quad y = 4 \quad ; \quad z = 4$$

$$\text{حسب نظرية طاليس لدينا} \quad \frac{x}{1.5} = \frac{z}{0.5} = \frac{2.5}{y} = \frac{3}{2}$$

$$\text{وبالتالي} \quad x = 2.25 \quad ; \quad y = \frac{5}{3} \quad ; \quad z = 0.75$$

**8** 1. حسب نظرية طاليس لدينا :

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AB}{AE} = \frac{KB}{JE} = \frac{AK}{AJ} = \frac{AC}{AF} = \frac{KC}{JF}$$

$$x = 0.75 \quad \text{أي} \quad \frac{x}{1.5} = \frac{2}{4}$$

$$\text{1. حسب نظرية طاليس لدينا} \quad \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{AF} = \frac{AB}{AE} = \frac{BK}{EJ} = \frac{AK}{AJ}$$

$$x = 6 \quad \text{أي} \quad \frac{2}{x} = \frac{1}{3}$$

**10** 1. حسب نظرية طاليس لدينا :

$$\frac{BC}{EF} = \frac{CA}{AF} = \frac{BA}{AE} = \frac{KA}{AJ} = \frac{BK}{EJ} = \frac{KC}{FJ}$$

$$x = 6 \quad \text{أي} \quad \frac{3}{x} = \frac{2}{4}$$

**11** 1. حسب نظرية طاليس لدينا :

$$\frac{BC}{EF} = \frac{CA}{AF} = \frac{BA}{AE} = \frac{BK}{EJ} = \frac{KA}{AJ} = \frac{KC}{FJ}$$

$$x = 1.5 \quad \text{أي} \quad \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} \quad \text{إذن} \quad \frac{AC}{AF} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad \frac{AB}{AE} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3} \quad \boxed{12}$$

لدينا أيضا النقط  $F, C, A$  على استقامة واحدة و بنفس ترتيب  $E, B, A$

إذن حسب النظرية العكسية لنظرية طاليس فإن المستقيمان  $(BC)$

و  $(EF)$  متوازيين.

$$\frac{AC}{AE} = \frac{3.9}{4.5} \quad ; \quad \frac{AB}{AF} = \frac{3}{26} \quad \boxed{13}$$

$$2.6 \times 3.9 = 10.14 \quad ; \quad 3 \times 4.5 = 13.5$$

$$\text{إذن} \quad \frac{AB}{AF} \neq \frac{AC}{AE} \quad \text{وبالتالي فإن} \quad (BC) \text{ لا يوازي} \quad (EF).$$

# حلول التمارين و المسائل

22 (BI) و (CJ) متوازيان.

(BC) يوازي (EF). حسب نظرية طاليس فإن  $\frac{BH}{EJ} = \frac{OH}{OJ}$

$$\frac{3}{8} OJ = 5 \text{ إذن } OJ = \frac{40}{3} \text{ أي } OJ \approx 13,3 \text{ بتقريب } \frac{1}{10}$$

23 حسب نظرية طاليس فإن :  $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF} = \frac{OC}{OE}$

$$\frac{6}{x+6} = \frac{3}{5} \quad 3(x+6) = 30 \quad \text{و بالتالي } x = 4$$

24  $\frac{DE}{DA} = \frac{DF}{DC}$  و بالتالي :  $\frac{DO}{DB} = \frac{DF}{DC}$  و  $\frac{DE}{DA} = \frac{DO}{DB}$

A, E, D على إستقامة واحدة. C, F, D على إستقامة واحدة و بنفس ترتيب A, E, D.

حسب النظرية العكسية لنظرية طاليس فإن (EF) يوازي (AC).

(AC) عمودي على (BD) و (AC) يوازي (EF)

إذن (EF) عمودي على (BD).

25 (FG) يوازي (BE) و (EK) يوازي (CF)

حسب نظرية طاليس فإن :  $\frac{AE}{AG} = \frac{AB}{AF}$  ①

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AK}{AF} \quad ②$$

من ① نستنتج :  $AE \times AF = AG \times AB$

من ② نستنتج :  $AE \times AF = AC \times AK$

إذن  $AE \times AF = AG \times AB = AC \times AK$

26 الشكل.

1. حسب نظرية طاليس فإن :

$$\frac{JF}{JE} = \frac{1}{2} \text{ و } \frac{EI}{IF} = \frac{1}{2} \text{ إذن E منتصف [IF]}$$

و F منتصف [JE] أي  $IE = EF = FJ$

$$\frac{IA}{ID} = \frac{IE}{IF} = \frac{1}{2} \text{ إذن A منتصف [ID]}$$

طول المتوسط [BA] في المثلث DBI هو 6

أي طول [AD] أي نصف طول الضلع [ID]

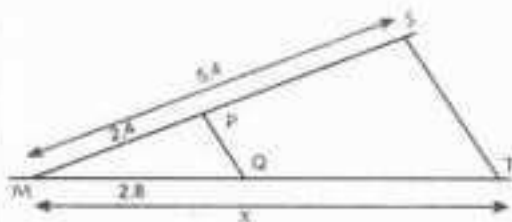
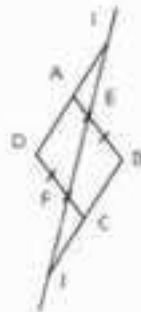
و بالتالي المثلث DBI قائم في B.

27 (ST) يوازي (PQ).

$$\frac{x}{b} = \frac{c}{a}$$

$$\frac{x}{2,8} = \frac{5,4}{2,4}$$

نقرأ :  $x = 6,4$



28  $\frac{AH}{BK} = \frac{OA}{OB}$  يمكن إنشاء النقطة O

من القطعة [AB] بحيث  $\frac{OA}{OB} = \frac{5}{3}$

يمكن تقسيم [AB] إلى 8 قطع

متساوية ثم تعيين النقطة O

و رسم المستقيم (CO).

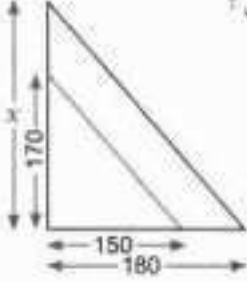


29 نقل الوثبة بالشكل التالي :

يوجد مثلثان في وضعية تناسب.

$$\frac{x}{170} = \frac{180}{150}$$

إذن  $x = 204 \text{ cm}$



30 - نرمس المستقيم (A'B') و هو مستقيم متتلفي الضلعين

[AC] و [BC]

إذن (A'B') // (AB)

يتطبيق نظرية طاليس في المثلثين AGB و A'GB'

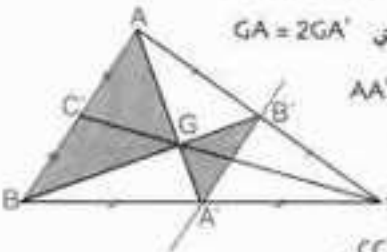
$$\text{نجد : } \frac{GA'}{GA} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2} \text{ أي } GA' = \frac{1}{2} GA$$

$$\text{إذن : } AA' = GA + GA' = 2GA' + GA' = 3GA'$$

$$BB' = 3GB' \text{ و } CC' = 3GC'$$

بنفس الطريقة، نبرهن أن

$$BB' = 3GB' \text{ و } CC' = 3GC'$$



## 10 - حساب المثلثات في المثلث القائم

1 الجمل الصحيحة هي 1 و 2 و 5 و 8.

$$2 \sin \hat{O} = \frac{AB}{OB} = \frac{EF}{OE} \quad ; \quad \tan \hat{O} = \frac{AB}{OA} = \frac{EF}{OF}$$

$$3 \widehat{OBA} = \widehat{EOF} \text{ إذن } \widehat{AOB} = \widehat{EOF}$$

$$\frac{AB}{OB} = \frac{EF}{OE} \text{ إذن } \cos \widehat{OBA} = \cos \widehat{EOF}$$

$$\frac{AB}{OA} = \frac{EF}{OF} \text{ إذن } \tan \widehat{AOB} = \tan \widehat{EOF}$$

$$4 AC^2 = 25 : BC^2 = 16 : AB^2 = 9$$

$$\text{إذن } AC^2 = BC^2 + AB^2$$

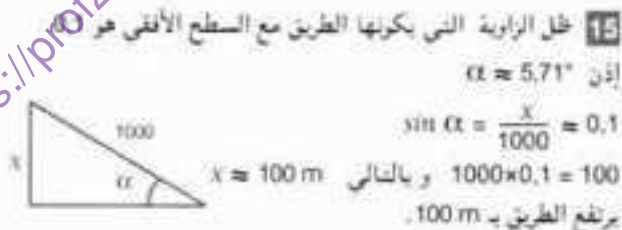
حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث فإن المثلث ABC قائم في B.

$$\sin \hat{C} = \cos \hat{A} : \cos \hat{C} = \sin \hat{A} : \sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} : \cos \hat{A} = \frac{AB}{AC}$$

$$AB = 5 \text{ و } AC = 3,2$$

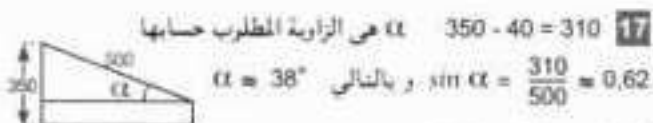
$$\frac{1}{100} \approx \frac{1}{100} \text{ بتقريب } \hat{A} = 53,13^\circ \text{ و } \cos \hat{A} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\hat{B} = 90^\circ - \hat{A} \text{ أي } \hat{B} = 36,87 \text{ بتقريب } \frac{1}{100}$$



16  $x$  هي الزاوية المطلوب حسابها.

$x \approx 4,75^\circ$  إذن  $\tan x \approx 0,08$

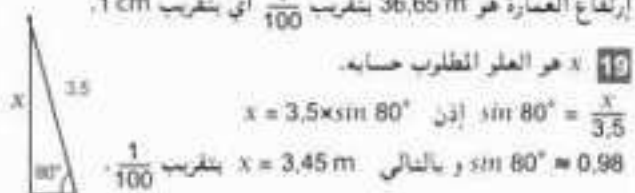


18  $x$  هو ارتفاع العمارة.

$x = 50 \times \tan 35^\circ + 1,65$  إذن  $\tan 35^\circ = \frac{x - 1,65}{50}$

$x = 36,65$  إذن  $x = 50 \times 0,7 + 1,65 = 36,65$  :  $\tan 35^\circ = 0,7$

ارتفاع العمارة هو 36,65 m بتقريب  $\frac{1}{100}$  أي بتقريب 1 cm.



20 1. المثلث OAB متساوي الساقين حيث OA = OB.

زاوية خارجية إذن  $\widehat{AOD} = 2\widehat{OAB}$  وبالتالي  $\widehat{OAB} = 15^\circ$ .

2. المثلث ABC قائم في B.

$AC = 10$  :  $\cos \widehat{OAB} = \frac{AB}{AC}$  و  $\sin \widehat{OAB} = \frac{BC}{AC}$

$AB = AC \times \cos \widehat{OAB}$  و  $BC = AC \times \sin \widehat{OAB}$

$\cos 15^\circ \approx 0,96$  و  $\sin 15^\circ \approx 0,26$

بعد التعويض نجد  $AB \approx 9,6$  cm و هو الطول.

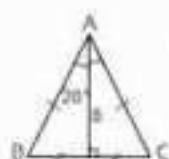
$AB \approx 2,6$  cm و هو العرض.

21  $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2}$  أي  $OB = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

$OB = 4$  cm

$\sin \hat{B} = \frac{OH}{OB} = \frac{OA}{AB} = \frac{3}{5}$

$OH = 2,6$  cm إذن  $OH = 4 \times \frac{3}{5} = 2,4$



22 في المثلث ABC المتساوي الساقين.

حيث  $AB = AC$ .

الارتفاع (AH) هو منتصف  $\widehat{BAC}$ .

$\cos 26^\circ = \frac{B}{AC}$

5  $BC^2 = 110,25$  :  $AB^2 = 196$  :  $AC^2 = 306,25$

إذن  $AC^2 = BC^2 + AB^2$

حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث فإن المثلث ABC قائم في B.

6 1.  $AB^2 = 60,84$  :  $BC^2 = 108,16$  :  $AC^2 = 169$

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

إذن المثلث ABC قائم في B.

$\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB}$  و  $\tan \hat{C} = \frac{AB}{BC}$

$\tan \hat{A} = \frac{10,4}{7,8}$  و  $\tan \hat{C} = \frac{7,8}{10,4}$

أي  $\tan \hat{A} \approx 1,33$  و  $\tan \hat{C} \approx 0,75$

7  $\tan 38^\circ \approx 0,67$  بتقريب  $\frac{1}{100}$

8  $\tan 55^\circ \approx 1,17$

9 1. في المثلث ACB لدينا :  $\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{4} = 0,5$

في المثلث EFC القائم في F لدينا :  $\sin \hat{C} = \frac{EF}{EC}$

2.  $EC = 2$  cm إذن  $EC = \frac{EF}{\sin \hat{C}} = \frac{1}{0,5} = 2$

|                 | المدور إلى $\frac{1}{10}$ | المدور إلى $\frac{1}{100}$ | المدور إلى $\frac{1}{1000}$ |
|-----------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| $\sin 56^\circ$ | 0,8                       | 0,77                       | 0,770                       |
| $\cos 56^\circ$ | 0,6                       | 0,64                       | 0,637                       |
| $\tan 56^\circ$ | 1,2                       | 1,21                       | 1,209                       |

|                 | قيمة $x$ مدورة إلى $\frac{1}{10}$ | قيمة $x$ مدورة إلى $\frac{1}{100}$ |
|-----------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| $\sin x = 0,52$ | $31,3^\circ$                      | $31,33^\circ$                      |
| $\cos x = 0,25$ | $75,5^\circ$                      | $75,52^\circ$                      |
| $\tan x = 1,37$ | $53,9^\circ$                      | $53,87^\circ$                      |

12 • إذا كان  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  فإن  $x = 60^\circ$  و هي قيمة مضبوطة.

• إذا كان  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  فإن  $x = 45^\circ$  و هي قيمة مضبوطة.

• إذا كان  $\tan x = 2 + \sqrt{2}$  فإن  $x = 67,5^\circ$  و هي قيمة مضبوطة.

• إذا كان  $\tan x = 2(\sqrt{2} + 2)$  فإن  $x = 81,67^\circ$  و هي مقربة إلى  $\frac{1}{100}$ .

13 لتكن  $x$  قيس الزاوية المطلوبة.

$\cos x = \frac{1,3}{2} = 0,65$  وبالتالي  $x = 49,46^\circ$

و هي قيمة مدورة إلى  $\frac{1}{100}$ .

14 1. الضلع [AB] من المثلث ABC هو قطر الدائرة المحيطة به.

إذن ABC قائم في C. [AB] هو وتره.

$$BC = AC \times \tan 40^\circ$$

$$AC \times \tan 40^\circ = 50 \times \tan 21^\circ + AC \tan 21^\circ$$

$$AC (\tan 40^\circ - \tan 21^\circ) = 50 \tan 21^\circ$$

$$AC = \frac{50 \tan 21^\circ}{\tan 40^\circ - \tan 21^\circ} = \frac{50 \times 0.38}{0.84 - 0.38} = \frac{19}{0.46}$$

$$AC \approx 41.30$$

$$BC \approx 34.69$$

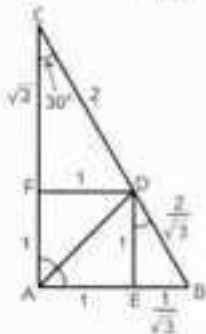
$$1 \text{ acm يتقريب } BC = 34.7 \text{ m}$$

30 المثلث FDC نصف مثلث متقايس

الأضلاع وكذا المثلث DEB.

وكذلك المثلث CAB.

لاحظ الأطوال على الشكل.



$$\cos \hat{B} = \frac{BH}{AB} = \frac{AB}{BC} \quad 31$$

$$AB^2 = BH \times BC \quad 2. \text{ وبالتالي}$$

$$AC^2 = CH \times BC \quad 3. \text{ و}$$

$$\widehat{CAH} = \hat{B} \quad 4.$$

$$\tan \hat{B} = \tan \widehat{CAH}$$

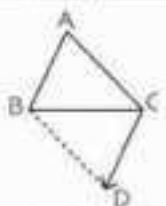
$$\frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH}$$

$$AH^2 = BH \times CH \quad \text{وبالتالي}$$

## 11 - الأشعة والإنسحاب

1 الجمل الصحيحة هي 1 : 4 : 5 : 7.

| التعبير بالإنسحاب    | التعبير متوازي أضلاع         | التعبير بشعاع                               |
|----------------------|------------------------------|---------------------------------------------|
| B صورة A<br>E صورة F | الرابعي BAFE<br>متوازي أضلاع | $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EF}$ |
| I صورة J<br>K صورة L | الرابعي IJLK<br>متوازي أضلاع | $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KL}$ |
| E صورة H<br>F صورة G | الرابعي EFGH<br>متوازي أضلاع | $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$ |



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \quad 3$$

ABDC متوازي الأضلاع.

4 صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{CD}$  هي النقطة D.

C هي صورة D بالإنسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{AB}$ .

صورة C هي B بالإنسحاب الذي شعاعه  $\overrightarrow{DA}$ .

$$AB = AC = \frac{8}{0.65} \text{ أي } AB = AC = \frac{8}{\cos 26^\circ}$$

$$AB = AC \approx 12.3 \text{ cm} : AB = AC = \frac{8}{0.65} \approx 12.3$$

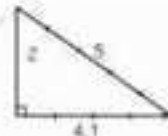
$$BC = 2 \times 8 \times \tan 26^\circ \text{ أي } BC = 2 \times HC : \tan 26^\circ = \frac{HC}{8}$$

$$BC \approx 16 \times 0.49$$

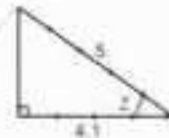
$$1 \text{ mm يتقريب } BC \approx 7.8 \text{ cm}$$

$$0.82 = \frac{82}{100} = \frac{8.2}{10} = \frac{4.1}{5}$$

$$\sin z = 0.82$$



$$\cos z = 0.82$$



$$\sin y = \frac{1}{3}$$



$$\cos y = \frac{1}{3}$$



$$\sin x = \frac{3}{5} \quad 24$$



$$\cos x = \frac{3}{5} \quad 24$$



$$\tan u = 0.5 = \frac{5}{10}$$



$$\tan z = 0.7 = \frac{7}{10}$$



$$\tan y = 2 \quad \tan x = 3$$



$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad 26$$

$$(0.8)^2 + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = 1 - 0.64 = 0.36$$

$$\cos x = 0.6$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x \quad 27$$

$$= 1 - 0.0625$$

$$= 0.937$$

$$\sin^2 x \approx 0.97$$

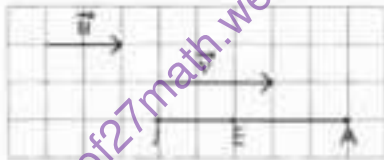
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{0.97}{0.25} \approx 3.80$$

$$1 + \tan^2 A = 1 + \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{\cos^2 A + \sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{1}{\cos^2 A} \quad 28$$

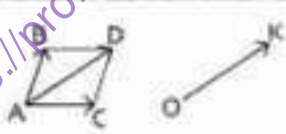
$$\tan 21^\circ = \frac{BC}{OC} = \frac{BC}{50 + AC} \quad 29$$

$$BC = (50 + AC) \times \tan 21^\circ$$

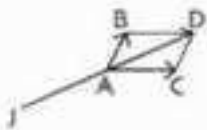
$$\tan 40^\circ = \frac{BC}{AC}$$



$$\begin{aligned}\vec{JA} &= \vec{u} + \vec{v} \\ \vec{JE} &= \vec{u} \\ \vec{EA} &= \vec{v}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\vec{AB} + \vec{AC} &= \vec{AD} \\ \text{حيث } ABDC \text{ متوازي أضلاع.} \\ \vec{OK} &= \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}\end{aligned}$$



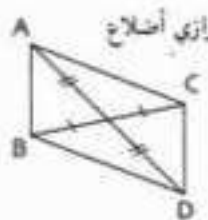
$$\begin{aligned}\vec{JA} &= \vec{AB} + \vec{AC} \\ \text{حيث } ABDC \text{ متوازي أضلاع.} \\ \vec{JA} &= \vec{AD} \\ \text{لـ هي نظيرة D بالنسبة إلى A.}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{20 صورة المستقيم (AH) بالانسحاب} \\ \text{الذي شعاعه } \vec{HI} \text{ يشمل } \vec{AC} \text{ منتصف [HC]} \\ \text{و يوازي (AH) إذن صورة (AH) هو مستقيم المنتصفات في المثلث ACH} \\ \text{وبالتالي فإنه يشمل منتصف [AC].}\end{aligned}$$



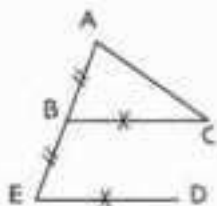
$$\begin{aligned}\text{21 صورة EFG بالانسحاب} \\ \text{الذي شعاعه } \vec{IJ} \text{ و ينتج إذن} \\ \vec{AE} = \vec{IJ} = \vec{BF} = \vec{CG} \\ \text{متوازي أضلاع IJFB} \\ \text{إذن (F) يوازي (IB) أي يوازي (AB) وبما أن I منتصف [AC]} \\ \text{فإن F منتصف [BC]. ينتج أن } \vec{BF} = \vec{FC} = \vec{CG}.\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{22 إذن } \vec{AB} + \vec{AC} &= \vec{AD} \\ \vec{CA} + \vec{CD} &= \vec{CB} \\ \vec{BA} + \vec{BD} &= \vec{BC} \\ \text{لأن } ABDC \text{ متوازي أضلاع.}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{23 } \vec{CB} = \vec{JA} \text{ و } \vec{AB} = \vec{IC} \\ \text{نلاحظ أن التقاطعين أو المتطابقين.} \\ \text{من } \vec{AB} = \vec{IC} \text{ ينتج } \vec{BC} = \vec{AI} \\ \text{من } \vec{CB} = \vec{JA} \text{ ينتج } \vec{CB} = \vec{AJ} \\ \text{وبالتالي } \vec{AI} = \vec{AJ} \text{ إذن أو المتطابقين.}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\text{24 } \vec{AB} &= \vec{BE} \\ \vec{BA} + \vec{AC} &= \vec{BC} \\ \text{من } \vec{BE} = \vec{CD} \text{ ينتج } \vec{BC} = \vec{ED} \\ \text{وبما أن } \vec{AB} = \vec{BE} \text{ فإن } \vec{AB} = \vec{BE}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{5 } \vec{EG} = \vec{GI} \text{ إذن I هي نظيرة E بالنسبة إلى G.} \\ \vec{FG} = \vec{GI} \\ \text{لـ هي نظيرة F بالنسبة إلى G.} \\ \vec{EF} = \vec{FK} \\ \text{إذن K هي نظيرة E بالنسبة إلى F.}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\vec{AB} &= \vec{IG} \\ \vec{AC} &= \vec{JG}\end{aligned}$$

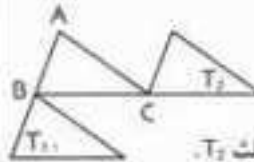
$$\begin{aligned}\text{7 } \vec{IJ} \text{ لا يساوي } \vec{AB} \text{ لأن منحني } \vec{IJ} \text{ يختلف عن منحني } \vec{AB} \\ \text{أي (IJ) لا يوازي (AB).} \\ \vec{KL} \text{ لا يساوي } \vec{AB} \text{ لأن طول } \vec{KL} \text{ لا يساوي طول } \vec{AB}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{8 صورة A بالانسحاب الذي شعاعه } \vec{IB} \text{ هي النقطة I.} \\ \text{صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه } \vec{AI} \text{ هي النقطة B.}\end{aligned}$$



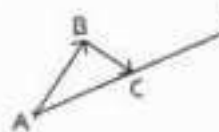
$$\vec{EF} = \vec{FG}$$

$$\begin{aligned}\text{9 G هي نظيرة E بالنسبة إلى F.} \\ \vec{FK} = \vec{GF} \text{ إذن النقطة K منطبقة على النقطة E.}\end{aligned}$$



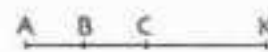
$$\begin{aligned}\text{10 صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه } \vec{AB} \\ \text{هو المثلث } T_1.\end{aligned}$$

$$\text{صورته بالانسحاب الذي شعاعه } \vec{BC} \text{ هو المثلث } T_2.$$



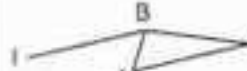
$$\begin{aligned}\vec{AB} + \vec{BC} &= \vec{CK} \\ \vec{AC} &= \vec{CK}\end{aligned}$$

$$\text{K هي نظيرة A بالنسبة إلى C.}$$



$$\begin{aligned}\vec{CK} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \\ \vec{AC} = \vec{CK}\end{aligned}$$

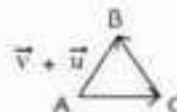
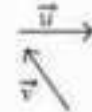
$$\text{K هي نظيرة A بالنسبة إلى C.}$$



$$\vec{IB} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$



$$\vec{JB} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

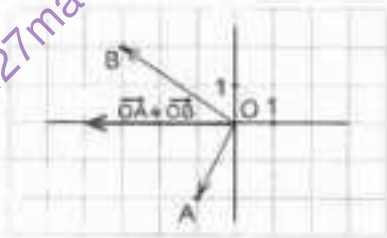


$$\begin{aligned}\vec{AC} &= \vec{u} \\ \vec{CB} &= \vec{v} \\ \vec{u} + \vec{v} &= \vec{AB}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\vec{AK} &= \vec{u} + \vec{v} \\ \vec{AE} &= \vec{u} \\ \vec{EK} &= \vec{v}\end{aligned}$$

$(\vec{OA} + \vec{OB}) \cdot (-4; 0) = \vec{OB} \cdot (-3; 2) = \vec{OA} \cdot (-1; -2)$  **8**

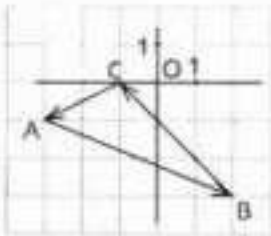


$B(2; -3) : A(-3; -1) \cdot 1$  **9**

$C(-1; -0)$

$\vec{BC}(-3; 3) : \vec{AB}(5; -2)$

$\vec{CA}(-2; -1)$



$\begin{cases} x_A - x_C = -2 \\ y_A - y_C = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_C - x_B = -3 \\ y_C - y_B = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_B - x_A = 5 \\ y_B - y_A = -2 \end{cases}$

$\vec{u} = \vec{AB} : A(0; \frac{3}{2}) : \vec{u}(-3; 2)$  **10**

$y_B = \frac{7}{2}$  و  $x_B = -3$  إذن  $\begin{cases} x_B + x_A = -3 = x_A - 0 \\ y_B - y_A = 2 = y_A - \frac{3}{2} \end{cases}$

$B(-3; \frac{7}{2})$  أي

$\vec{v} = \vec{NM} : M(\frac{5}{2}; 0) : \vec{v}(-\frac{3}{2}; 2)$  **11**

$y_N = -2$  و  $x_N = 4$  إذن  $\begin{cases} x_N - x_M = \frac{5}{2} = x_M - (-\frac{3}{2}) \\ y_N - y_M = 0 = y_M - 2 \end{cases}$

$N(4; -2)$  أي

$\vec{AB} \neq \vec{OC}$  إذن  $\vec{OC}(-2; 7) : \vec{AB}(-\frac{5}{2}; 4)$  **12**

$C(-\frac{2}{3}; \frac{19}{15}) : B(0; -\frac{3}{5}) : A(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3})$  **13**

$\vec{CO}(\frac{2}{3}; -\frac{19}{15})$  أي  $\vec{OC}(-\frac{2}{3}; \frac{19}{15}) : \vec{BA}(-\frac{2}{3}; \frac{19}{15})$

$\vec{BA} \neq \vec{CO}$  إذن

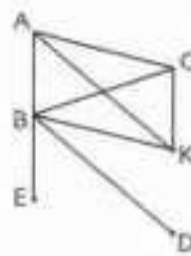
$B(8; \frac{3}{2}) : A(-\frac{3}{2}; 0)$  **14**

$y_1 = \frac{y_A + y_B}{2}$  و  $x_1 = \frac{x_A + x_B}{2}$

إذن  $y_1 = \frac{3}{4}$  و  $x_1 = \frac{13}{4}$

$O(0; 0) : B(\frac{13}{4}; \frac{3}{4}) : A(2; 5)$  **15**

$\frac{x_A + x_B}{2} \neq 0$  إذن النقطة O مبدأ المعلم ليست منتصف [AB]



$\vec{AB} = \vec{BE}$  **25**

$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AK}$

متوازي أضلاع ACKB

لدينا  $\vec{AC} = \vec{BK}$  و بما أن  $\vec{AB} = \vec{BE}$

فإن  $\vec{BD} = \vec{BK} + \vec{BE}$

متوازي أضلاع BKDE

من  $\vec{BK} = \vec{ED}$  و  $\vec{AC} = \vec{BK}$

نتج أن  $\vec{AC} = \vec{ED}$

## 12 - المعالم

1 الجمل الصحيحة هي 3 : 5 : 6

2  $\vec{OB}(4; 0) : \vec{OD}(4; -4) : \vec{OC}(-3; 4) : \vec{OA}(1; 4)$

$\vec{OF}(0; -3) : \vec{OE}(-4; 0)$

3  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$  لأن  $\vec{AB} + \vec{BC}(7; -6)$

$\vec{CO} + \vec{OA} = \vec{CA}$  لأن  $\vec{CO} + \vec{OA}(-7; 8)$

$\vec{DB} + \vec{BC} = \vec{DC}$  لأن  $\vec{DB} + \vec{BC}(8; -1)$

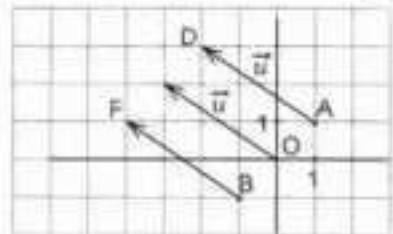
4  $\vec{AB} + \vec{AC}(3; -3) : \vec{AD}(0; -4) : \vec{AB}(3; 1)$

$\vec{BA} + \vec{BO}(-4; -4) : \vec{OB} + \vec{OC}(-1; 1)$

5  $\vec{u}(-3; 2)$

$\vec{AD} = \vec{u}$

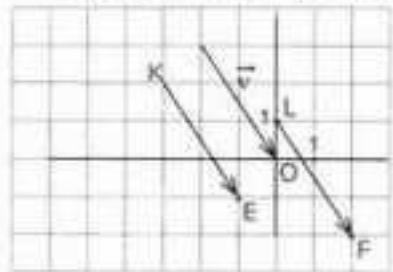
$\vec{BF} = \vec{u}$



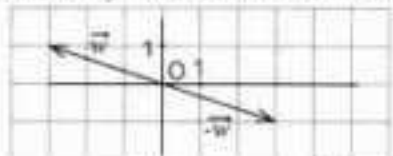
6  $F(2; -2) : E(-1; -1) : \vec{v}(2; -3)$

$\vec{KE} = \vec{v}$

$\vec{LF} = \vec{v}$



7  $-\vec{w} : \vec{w}(-3; 1)$  أي  $-\vec{w}(3; -1)$



$$C(2; -1) \quad B(1; 0) \quad A(1; 1) \quad 23$$

$$AB^2 = (-1-1)^2 + (0-1)^2 = 4+1=5$$

$$AC^2 = (2-1)^2 + (-1-1)^2 = 1+4=5$$

$$BC^2 = (2-(-1))^2 + (-1-0)^2 = 10$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

إذاً ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين.

$$B\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad B\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \quad A(1; 0) \quad 24$$

$$AB^2 = \left(-\frac{1}{2}-1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}-0\right)^2$$

$$= \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$AC^2 = \left(-\frac{1}{2}-1\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}-0\right)^2 = \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = 3$$

$$BC^2 = \left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0 + (\sqrt{3})^2 = 3$$

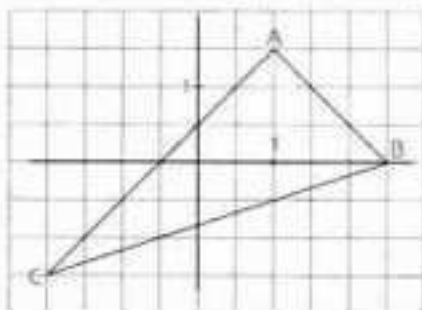
إذاً المثلث ABC متساوي الأضلاع.  $AB = AC = BC$

$$OC^2 = 1 \quad OB^2 = 1 \quad OA^2 = 1$$

$OA = OB = OC$  مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هو مبدأ المعلم.

$$C\left(-2; -\frac{3}{2}\right) \quad B\left(\frac{5}{2}; 0\right) \quad A\left(1; \frac{3}{2}\right) \quad 25$$

1. التمثيل. حسب التمثيل المثلث ABC قائم في A.



$$BC^2 = \frac{90}{4} \quad 2.$$

$$AC^2 = \frac{72}{4}$$

$$AB^2 = \frac{18}{4}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

المثلث ABC قائم في A.

وتره [BC].

3. مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم ABC هو منتصف وتره أي منتصف

[BC]. فاصلة المركز K هي  $x_K = \frac{1}{4}$  ترتيب المركز K هو  $y_K = -\frac{3}{4}$ .

$$D(1; 1) \quad C(-2; -2) \quad B(-1; -1) \quad A(2; 2) \quad 26$$

1. نلاحظ أن للنقطتين A و C إحداثيين متعاكسين إذاً O منتصف [AC].

نلاحظ أن للنقطتين B و D إحداثيين متعاكسين إذاً O هو منتصف [BD].

2. ليكون المستقيمان (AC) و (BD).

3. النقطة A، B، C، D على استقامة واحدة.

$$O(0; 0) \quad A\left(-\frac{21}{5}; 2\right) \quad 16$$

$$O = \frac{y_A + y_D}{2} \quad O = \frac{x_A + x_D}{2}$$

$$x_D = \frac{21}{5} \quad \text{أي} \quad O = -\frac{21}{5} + x_D$$

$$y_D = -2 \quad \text{أي} \quad O = 2 + y_D$$

$B\left(\frac{21}{5}; -2\right)$  يمكن البرهان كما يلي: B هي نظيرة A بالنسبة إلى O

$$\text{إذاً} \quad x_A = -x_D \quad \text{و} \quad y_A = -y_D$$

$$D(2.5; -5) \quad C(-2.5; 0) \quad B(0; -7.5) \quad A(0; \frac{5}{2}) \quad 17$$

ليكن I منتصف [AB].

$$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -5 \quad \text{و} \quad x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 0$$

ليكن J منتصف [CD].

$$y_J = \frac{y_C + y_D}{2} = -5 \quad \text{و} \quad x_J = \frac{x_C + x_D}{2} = 0$$

أ و I متطابقتان. أي للقطعتين [AB] و [CD] نفس المنتصف.

يمكن البرهان أن  $\overline{CA} = \overline{BD}$  أي أن الرباعي CADB متوازي أضلاع.

18 [AC] هو قطر متوازي الأضلاع ABCD. مركز ABCD هو منتصف

القطر [AC].

ليكن K منتصف [AC].

$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{1}{4} \quad \text{و} \quad x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{5}{4}$$

19 مركز الدائرة هو منتصف القطر [AB]. ليكن D المركز.

$$y_D = -2 \quad \text{و} \quad x_D = -\frac{3}{2}$$

$$C(0; 3) \quad B(-3; 0) \quad A(0; 4) \quad 20$$

$$y_M = \frac{7}{2} \quad x_M = 0 \quad \text{و} \quad y_N = -2 \quad x_N = -\frac{3}{2}$$

$$y_M - y_N = \frac{3}{2} \quad x_M - x_N = \frac{3}{2}$$

$$\overline{MN}\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$$B(2; -7) \quad A(1; 5) \quad 21$$

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-7-5)^2} = \sqrt{1+144} = \sqrt{145}$$

$$AB \approx 12.04$$

$$B(-1; 3) \quad A(1; 2) \quad 22$$

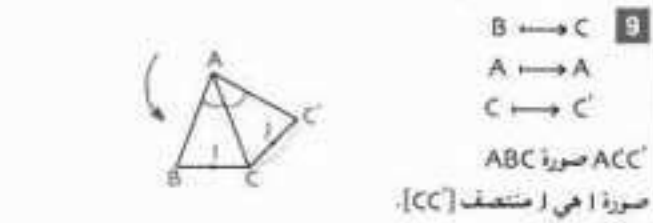
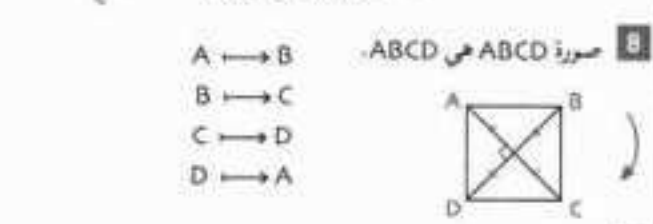
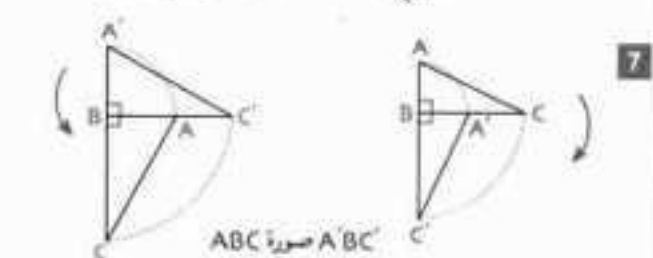
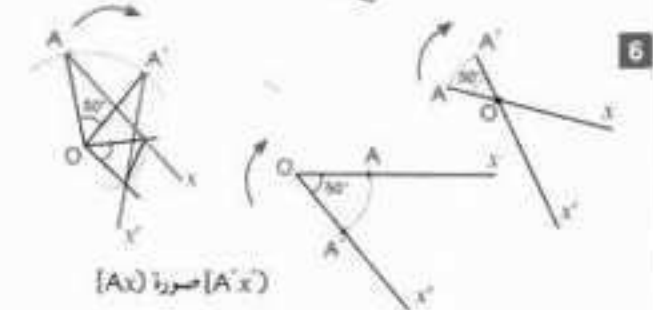
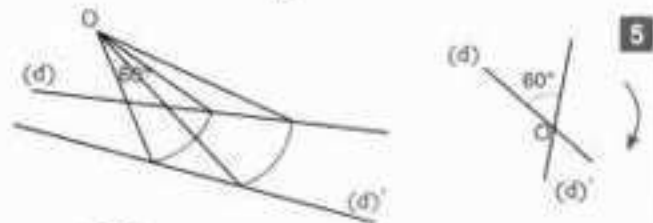
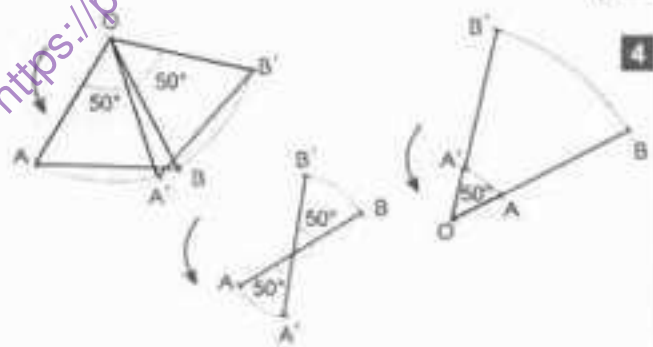
$$OB = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10} \quad OA = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$AB = \sqrt{(-1-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$AB^2 = 5 \quad OA^2 = 5 \quad OB^2 = 10$$

إذاً  $OB^2 = OA^2 + AB^2$  المثلث AOB قائم في O و هو متساوي الساقين.

3. صورة A هي C بالدوران الذي مركزه O و زاويته  $70^\circ$  في اتجاه السهم.  
 صورة G هي K بالدوران الذي مركزه O و زاويته  $20^\circ$  في اتجاه السهم.  
 صورة K هي S بالدوران الذي مركزه O و زاويته  $90^\circ$  في الاتجاه المعاكس للسهم.



A → B  
 B → C  
 C → D  
 D → A

8. صورة ABCD هي ABCD



9. B → C  
 A → A  
 C → C'

صورة ABC هي ACC'

صورة A هي A منتصف [CC']

27.  $M(x; y) + 1$

$$OM^2 = (x_M - x_O)^2 + (y_M - y_O)^2 \\ = (x - 0)^2 + (y - 0)^2 \\ = x^2 + y^2$$

2.  $OA = \sqrt{13}$  إذن  $OA^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$

$OB = 5$  إذن  $OB^2 = 0^2 + (-5)^2 = 25$

$OC = 1$  إذن  $OC^2 = 1^2 + 0^2 = 1$

3. A, B, C لا تبعد بنفس المسافة عن O إذن O ليست مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

28.  $C(3; 2) + B(0; -2) + A(-2; 2) + 1$

$OC^2 = 13$  :  $OB^2 = 4$  :  $OA^2 = 8$

4.  $OB^2 = 4$  : B هي النقطة الوحيدة التي تبعد عن مركز الدائرة بمسافة تساوي نصف قطر الدائرة.

B هي النقطة الوحيدة التي تشملها الدائرة (C).

2.  $M(x; 1) + 2$  مع نقطة M من الدائرة (C).

$OM^2 = x^2 + 1 = 4$

إذن  $x^2 = 3$  إذن  $x = \sqrt{3}$

29.  $B(0; 2) + A(0; -2)$

OA = OB = 2 إذن A و B نقطتان من الدائرة (C).

$AB = 4$  إذن  $AB^2 = 0^2 + 4^2 = 16$

نصف القطر هو 2 و القطر هو 4 إذن [AB] قطر في الدائرة (C).

2.  $M(1; \sqrt{3}) + 2$  و  $OM^2 = 4$  إذن OM = 2

إذن M نقطة من الدائرة و بما أن [AB] قطر فإن AMB قائم في M.

30.  $B(0; -2) + A(-2; 0)$

$x_1 = -1$  إذن  $y_1 = -1$  إذن I(-1; -1)

$\frac{AB}{2} = \sqrt{2}$  و  $AB^2 = 4 + 4 = 8$  :  $OI = \sqrt{2}$  إذن  $OI^2 = 2$

إذن O نقطة من الدائرة التي قطرها [AB].

## 13 - الدوران - الزوايا والمضلعات المنتظمة

1. الجمل الصحيحة هي 2 : 4 : 5 : 8

2. صورة E هي G بالدوران الذي مركزه O و زاويته  $50^\circ$  في اتجاه السهم.

صورة B هي A بالدوران الذي مركزه O و زاويته  $40^\circ$  في الاتجاه المعاكس للسهم.

صورة F هي S بالدوران الذي مركزه O و زاويته  $60^\circ$  في الاتجاه المعاكس للسهم.



19 زاوية مركزية تحصر القوس  $\widehat{AB}$

الزاوية  $\widehat{AMB}$  زاوية محيطية تحصر القوس  $\widehat{AB}$   
 $\widehat{AOB} = 2 \widehat{AMB} = 60^\circ$   
 إذن المثلث AOB متساوي الأضلاع  
 وبالتالي  $AB = OA = 2 \text{ cm}$

20 زاوية محيطية تحصر القوس  $\widehat{BD}$

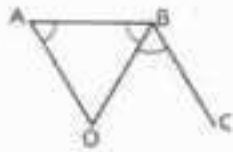
زاوية مركزية تحصر القوس  $\widehat{BD}$   
 $\widehat{BAD} = \frac{1}{2} \widehat{BOD} = 75^\circ$



21 الشكل.

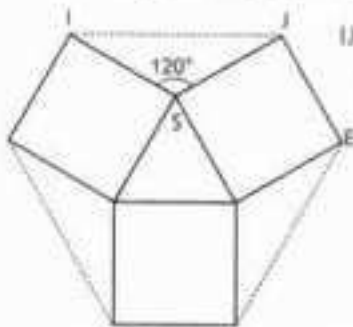
2. قطعاً ABCD متناصفان.

متساويان و متعامدان إذن ABCD مربع.  
 3. معاور الأضلاع هي منصفات الزوايا  
 المركزية. كل زاوية مركزية تساوي  $45^\circ$ .  
 و الرؤوس تقع على دائرة إذن الثماني منتظم.

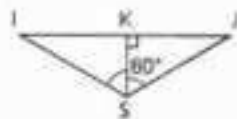


$$\begin{aligned} \widehat{AOB} + 2 \widehat{ABO} &= 180^\circ \\ \widehat{ABC} &= 2 \widehat{ABO} \\ \widehat{ABC} + \widehat{AOB} &= 180^\circ \end{aligned}$$

23 السداسي المحصل عليه غير منتظم لأن أضلاعه غير متقايسة.



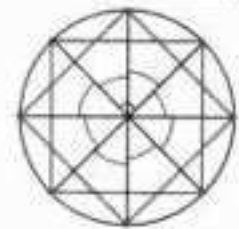
$$\begin{aligned} IJ &= 2 KJ = 25J \frac{\sqrt{3}}{2} = 5J \sqrt{3} \\ \text{و بما أن } SJ &= JE \text{ فإن } IJ > JE \end{aligned}$$



24 الرؤوس الثمانية تقع على دائرة

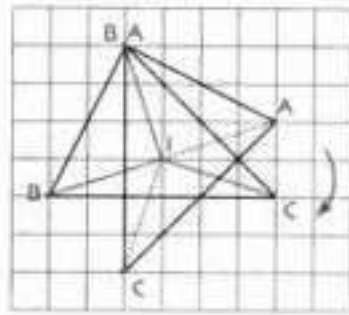
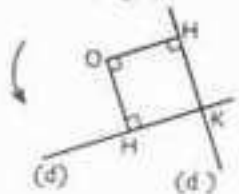
و الزوايا المركزية متقايسة.

إن الثماني المحصل عليه ثنائي منتظم.

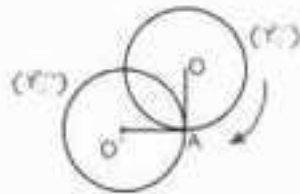


25 OHKH مربع.

إذن المستقيمان (d) و (d') متعامدان.



10 صورة ABC و هو A'B'C'

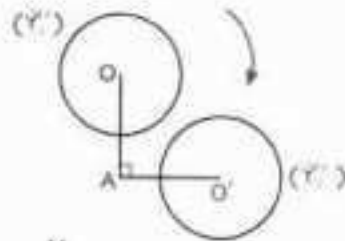


11 (O') صورة (O).

O صورة O

OA = O'A

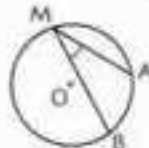
للدائرتين نفس نصف القطر.



12 (O') صورة (O).

O صورة O

للدائرتين نفس نصف القطر.



13 زاوية محيطية لأن رأسها نقطة من الدائرة و ضلعاها وتران.



14 توجد وضعيات أخرى

للنقطتين M و N.



15  $\widehat{ADB}$  و  $\widehat{ACB}$

زاويتان محيطيتان تحصران القوس  $\widehat{AB}$ .

$$\begin{aligned} \widehat{MOB} &= 120^\circ & \widehat{MBA} &= 30^\circ & \widehat{AMB} &= 90^\circ \\ \widehat{BIO} &= 45^\circ & \widehat{OMB} &= 30^\circ \end{aligned}$$

17  $\widehat{MOA} = 60^\circ$  المثلث MOA متساوي الأضلاع

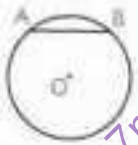
إذن  $MA = OA = 3$

18  $\widehat{AMB}$  قائم في M.  $MB^2 = AB^2 - AM^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

$MO = 5,2$  و  $MB \approx 5,2$

18 زاوية مركزية قيسها  $60^\circ$  تحصر القوس  $\widehat{AB}$

$\widehat{AMB}$  زاوية محيطية تحصر القوس  $\widehat{AB}$ . إذن  $\widehat{AMB} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = 30^\circ$



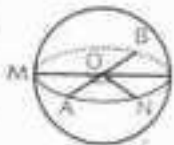
2. A و B نقطتان من الكرة أي [AB] وتر من دائرة كبرى لا يمكن أن يتجاوز الطول  $2 \times 1,5$  أي طول قطر.



3. المثلث AOB متساوي الأضلاع  
إذن  $\widehat{AOB} = \widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 60^\circ$   
 $OI = OA \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$



4.  $MA = MB$   
M تختلف عن A و B. المستوي الذي يشمل A و B و M يقطع الكرة وفق دائرة كبرى قطرها [AB]. بما أن  $\widehat{AMB} = 90^\circ$  فإن M نقطة من هذه الدائرة. وبالتالي M نقطة من الكرة.



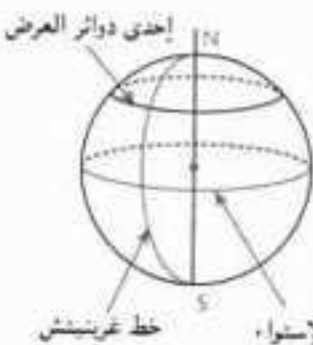
5.  $OA = OB$   
 $\widehat{MON} = 90^\circ$   
فتل الزاوية القائمة.  
في الشكل  $\widehat{MON}$  يبدو أكبر من  $90^\circ$ .



6.  $OA = 1,5 \text{ cm}$   
 $OM = ON = 1 \text{ cm}$   
 $\widehat{MON} = 90^\circ$   
في الشكل  $\widehat{MON}$  يبدو أكبر من  $90^\circ$  و ON يبدو أصغر من OM.



7. (d) محور للكرة.  
تبعد A عن 0.5 cm عن (d).  
يوجد كل من المحور و النقطة A في مستوى الورقة.

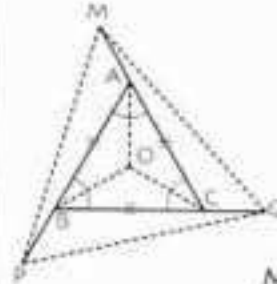


8. 1. الشكل.  
2. المسافة المطلوبة هي نصف طول أحد خطوط الطول أي ربع دائرة كبرى.

المسافة هي  $\frac{2\pi \times 6400}{4} \text{ km}$   
أي 10053 km بتقريب 1 km.

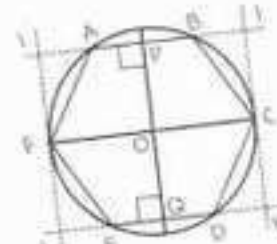
9. 1.  $v = \frac{4}{3} \pi R^3 = 4\pi R^2 \times \frac{R}{3} = \frac{A \times R}{3}$

2.  $\widehat{A} = 4\pi R^2 = 4\pi \times (1,5)^2$   
 $\widehat{A} = 28,26 \text{ cm}^2$   
 $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times (1,5)^3$   
 $V = 14,13 \text{ cm}^3$



26. 1. لدينا :  $\widehat{PAM} = 120^\circ$   
 $\widehat{QBP} = 120^\circ$  و  $\widehat{MCQ} = 120^\circ$   
ولدينا أيضا :  $PA = BQ = MC$   
و  $AM = BP = CQ$  ينتج أن المثلثات  $QBP$  ،  $MCQ$  ،  $PAM$  متشابهة  
متشابهة و بالتالي :  $MP = PQ = QM$   
إذن المثلث  $MPQ$  متساوي الأضلاع.

2. نعتبر الدوران الذي مركزه هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.  
صورة نصف المستقيم [CA] هي نصف المستقيم [AB].  
[CM] تقايس [AP] إذن صورة M هي P.  
نبين بنفس الطريقة أن صورة P هي Q و صورة Q هي M.  
ينتج أن صورة المثلث  $MPQ$  هي  $MPQ$  نفسه.  
نعلم أن مركز كل دوران يحول مضلعا منتظما إلى نفسه هو مركز الدائرة المحيطة بهذا المضلع.  
إذن النقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المضلع أي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $MPQ$ .



27.  $PQ = IC$  و  $IJ = FC$   
 $PQ < FC$   
إذن  $IJ > JK$  ليس مربعا.

$IJ = x + 2IA$  و  $AB = AF + 2IA = \frac{x}{2}$   
 $IJ = x + \frac{2x}{2} = 2x$   
 $IJ = 2x$



$JK = 2OP$   
 $OP = OB \frac{\sqrt{3}}{2} = x \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $JK = x\sqrt{3}$

3.  $IJ = 120 \text{ cm}$  و  $x = 60 \text{ cm}$   
 $JK = 104 \text{ cm}$  (بتقريب 1 mm)

## 14 - الهندسة في الفضاء الكرة الجلة - المقاطع المستوية

1. الجمل الصحيحة هي 2 و 4.

$$2\sqrt{2} \approx 2.82 \text{ cm}$$

$$2.82 \text{ cm}$$



16

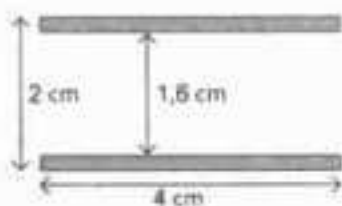
$$3 \text{ cm}$$



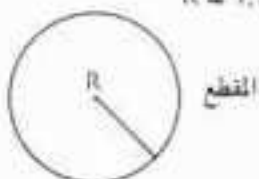
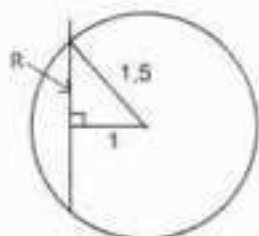
$$2 \text{ cm}$$



17



18

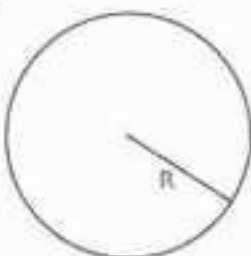
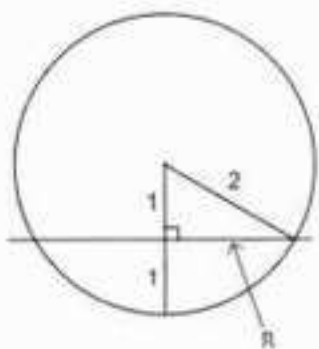


19 هو نصف قطر المقطع

$$R^2 = (1.5)^2 - 1^2 \approx 1.25$$

$$R \approx 1.12 \text{ cm}$$

المقطع



20 هو نصف قطر المقطع

$$R^2 = 2^2 - 1^2$$

$$R = \sqrt{3}$$

$$R \approx 1.73$$

المقطع

10 نصف قطر كرة مساحتها  $12.56 \text{ cm}^2$

$$A = 4\pi R^2 = 12.56$$

$$R^2 = \frac{12.56}{4\pi} \approx 1$$

$$1 \text{ mm} \text{ بتقريب } R \approx 1 \text{ cm}$$

حجم الكرة :  $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R \approx 4.19 \text{ mm}^3$  بتقريب  $1 \text{ mm}^3$

11 مساحة كرة نصف قطرها  $1.5 \text{ cm}$

$$A = 2\pi(1.5)^2 \approx 28.27$$

$$A \approx 28.27 \text{ cm}^2$$

حجم الكرة :  $V = \frac{4}{3} \pi (1.5)^3 = \frac{28.27 \times 1.5}{3}$

$$V \approx 14.13 \text{ cm}^3$$

12 طول قطر الكرة هو طول ضلع المكعب  $8 \text{ cm}$

إذن قطر الكرة هو  $2 \text{ cm}$  و نصف قطرها  $1 \text{ cm}$

13 المساحة الجانبية للمكعب هي مجموع مساحات 4 أوجه ناقصا

$$2.5 \times 1 = 2.5 : 4(4 \times 4) = 64$$

المساحة الجانبية هي  $61.5 \text{ m}^2$

مساحة السقف عبارة عن مساحة مربع ناقصا مساحة قرص قطره هو

$$300 \text{ cm} = 3 \text{ m} \text{ قطر الكرة زاندا مساحة نصف كرة.}$$

$$4 \times 4 - \pi \frac{3^2}{4} + \frac{4\pi}{2} \times 1.5^2 = 16 - 2.25\pi + 4.5\pi$$

$$= 16 + 2.25\pi \approx 23.1$$

المساحة الكلية القابلة للتطلي بالجير هي مجموع المساحتين

$$\text{أي } 84.6 \text{ m}^2 \text{ بتقريب } 1 \text{ m}^2$$

كتلة الجير اللازمة هي  $22 \text{ kg}$  بتقريب  $1 \text{ kg}$

14 حجم الحديد المكون للجلطة المفرغة هو فرق حجمي حلقتين الأولى

خارجية قطرها  $12 \text{ cm}$  و الثانية داخلية قطرها  $(12 - 4) \text{ cm}$

أي  $8 \text{ cm}$

انصاف الأقطار هما  $6$  و  $4$  على الترتيب

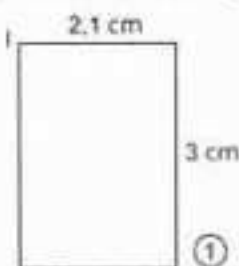
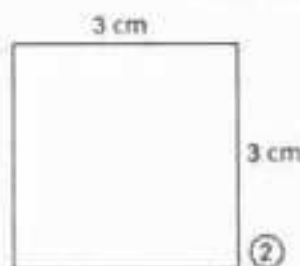
$$\text{حجم الجلطة هو } \frac{4}{3} \pi (6^3 - 4^3)$$

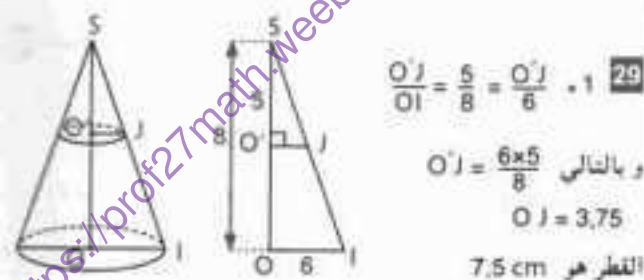
$$\frac{4}{3} \pi (216 - 64) \approx 636.7$$

حجم الجلطة هو  $636.7 \text{ cm}^3$  بتقريب  $1 \text{ cm}^3$

$$1.5\sqrt{2} \approx 2.1 \text{ cm} \text{ إذن } 2.1 \text{ cm}$$

15





$$\frac{OJ}{OI} = \frac{5}{8} = \frac{OJ}{6} \quad 29$$

$$OJ = \frac{6 \times 5}{8}$$

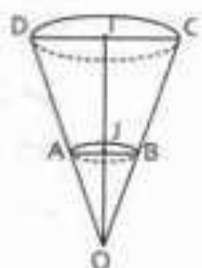
$$OJ = 3,75$$

القطر هو 7,5 cm

2. الحجم الأصلي  $V$  حجم المخروط العلوي

$$\text{نسبة } V' \text{ على الحجم } V \text{ هي } \left(\frac{5}{8}\right)^3 \text{ أي } 0,24 \text{ بتقريب } \frac{1}{100}$$

يمثل  $V'$  24% من  $V$



30. سعة الخزان هي فرق سعتي

مخروطين أحدهما تصغير لآخر

$V$  هي سعة الخزان

$$V = \frac{\pi IC^2 \times OI}{3} - \frac{\pi JB^2 \times OJ}{3}$$

$$= \frac{\pi}{3} (IC^2 \times 10 - 1,5^2 \times 5)$$

$$\frac{JB}{IC} = \frac{OJ}{OI}$$

$$IC = 1,5 \times \frac{10}{5} = 3$$

بعد التعويض والحساب نجد  $V \approx 82,5 \text{ m}^3$

$$31. \text{ حجم المكعب } V_1 = 8^3 \text{ إذن } V_1 = 512 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم الهرم } V_2 = \frac{8 \times 8 \times 8}{3} \text{ إذن } V_2 = 170,7 \text{ cm}^3$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{3} \text{ نسبة حجم الهرم على حجم المكعب هي } \frac{1}{3}$$

$$2. \text{ حجم المخروط } V_2 = \frac{\pi}{3} \frac{B^2}{4} \times 8$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi}{12} \text{ لدينا } \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{3} \times \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{V_2}{V_1} < \frac{V_2}{V_1} \text{ ينتج أن } \frac{\pi}{12} < \frac{1}{3} \text{ وبالتالي } \frac{\pi}{4} < 1 \text{ إذن } \pi < 4$$

32. قياس الزاوية المركزية هي  $10^\circ - 25^\circ$  أي  $15^\circ$

المسافة بين المدينتين هي طول القوس  $\widehat{AB}$  من الدائرة التي طولها 40000 km

$$\text{لدينا: } \frac{40000}{360} = \frac{\widehat{AB}}{15} \text{ المسافة هي } 1687 \text{ km بتقريب } 1 \text{ km}$$

$$33. \text{ لدينا } \frac{C^2 \times h}{3} = \frac{\pi R^2 \times h}{3}$$

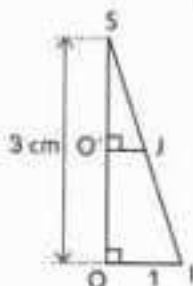
$$\frac{C}{R} = \sqrt{\pi} \text{ ومنه } \frac{C^2}{R^2} = \pi$$

$$34. \text{ حجم المخروط } V_1 = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{4} \text{ : } V_2 = \frac{(2R)^2 h}{3} \text{ حجم الهرم}$$



21. المثلث



22. O منتصف [SO]

$$SO = \frac{1}{2} OI = 0,5$$

R هو نصف قطر المثلث

$$R = 0,5 \text{ cm}$$

23. القاعدة هي مثلث متساوي الأضلاع

$$\frac{SO}{SO} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3} \text{ إذن طول ضلع قاعدة المثلث هو } \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3} \times 2\right) \text{ أي } 0,7 \text{ cm بتقريب } 1 \text{ mm}$$

24. نسبة تكبير أبعاد  $(F_2)$  هي 2.

نسبة تصغير أبعاد  $(F_1)$  هي  $\frac{1}{2}$ .

لتضرب أبعاد  $(F_1)$  في  $\frac{1}{2}$  للحصول على  $(F_2)$ .

لتضرب أبعاد  $(F_2)$  في 2 للحصول على  $(F_1)$ .

25. تمثل مساحة  $(F_2)$  25% من مساحة  $(F_1)$ .

تمثل مساحة  $(F_1)$  400% من مساحة  $(F_2)$ .

26. يكبر نصف القطر بنسبة 25% يعني يتضرب في 1,25 و تضرب

مساحتها في  $(1,25)^2$  أي تضرب في 1,56 إذن تكبر المساحة بنسبة

56% يتضرب الحجم في  $(1,25)^3$  أي في 1,95 يكبر الحجم بنسبة 95%.

27. المثلثان IMN و BIC في وضعية طالس

$$\text{إذن } \frac{IM}{IC} = \frac{IN}{IB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$

IMN تصغير للمثلث BIC بنسبة  $\frac{1}{2}$ .

نسبة تصغير المساحة هي  $\frac{1}{4}$ .

يقدر التصغير بـ % (100 - 25) أي 75%.

28. تضرب أبعاد المخروط في (1,3) و يتضرب حجمه في  $(1,3)^3$

أي في 2,2 إذن يكبر الحجم بـ 220%.