

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (09 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربعة الآتية مع التعليل:

- (1) الكتابة العشرية للعدد 5^{2025} تتكون من
 - (أ) 1415 رقما
 - (ب) 1416 رقما
 - (ج) 1446 رقما
- (2) نعتبر المعادلة التفاضلية $(E): y' = y \ln(2) - \ln(8)$ ، عبارة الدالة f حل المعادلة (E) والتي تحقق $f(0) = 5$ هي:
 - (أ) $f(x) = 2^{x+2} + 1$
 - (ب) $f(x) = 2^x + 4$
 - (ج) $f(x) = 2^{x+1} + 3$
- (3) لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = x + \frac{3e^{x-1} + 5}{e^{x-1} + 1}$ ، من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:
 - (أ) $g(2-x) + g(x) = 8$
 - (ب) $g(2-x) + g(x) = 10$
 - (ج) $g(2-x) + g(x) = 12$
- (4) من أجل كل عدد حقيقي x لدينا المعادلة $e^{2x^2-2} + e^{x^2-1} - 2 = 0$ تقبل:
 - (أ) حل وحيد
 - (ب) حلين متمايزين
 - (ج) لا تقبل حلول في \mathbb{R}
5. إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(e^{-x+2} + 1)$ تساوي:
 - (أ) 1
 - (ب) 0
 - (ج) $+\infty$
6. إذا كانت f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} حيث $f(4) = 0$ و $f'(4) = 2$ فإن
 - (أ) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(\sqrt{x+12})}{x-4} = \frac{1}{4}$
 - (ب) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(\sqrt{x+12})}{x-4} = \frac{1}{2}$
 - (ج) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(\sqrt{x+12})}{x-4} = 2$

التمرين الثاني: (11 نقطة)

الجزء الأول:

- لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = x^3 + x - 2$
- (1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على \mathbb{R}
 - (2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني:

f الدالة المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x + \frac{1 - \ln x}{(\ln x)^2}$ و h دالة معرفة من أجل

كل $x > 0$ بـ: $h(x) = \ln x$

وليكن (C_f) و (C_h) تمثيليهما البيانيين في نفس المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) تحقق أن: $f(x) = \ln x + \frac{1}{(\ln x)^2} - \frac{1}{\ln x}$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة

الأخيرة هندسيا

• بين أن المنحنى (C_f) يقبل المستقيم $x = 1$ مستقيم مقارب له

(2) أثبت أنه من أجل كل $x \in]0;1[\cup]1;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(\ln x)}{x (\ln x)^3}$

• استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

• عين دون حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+h) - f(e)}{h}$ ثم فسر النتيجة بيانيا

• بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $0,2 < \alpha < 0,3$

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - h(x)]$ وفسر النتيجة هندسيا

• ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمنحنى (C_h)

(4) ارسم المنحنى (C_h) والمنحنى (C_f)

• عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) - 2e^m = -e$ حل وحيد

(5) نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}^* - \{-1;1\}$ بـ: $k(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2) + \frac{4 - 2 \ln(x^2)}{(\ln(x^2))^2}$ وليكن

(C_k) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

• بين أن حامل محور الترتيب محور تناظر للمنحنى (C_k)

• تحقق أنه من أجل $x \in \mathbb{R}^* - \{-1;1\}$ فإن: $k(x) = f(|x|)$

• ارسم المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) موضحا الطريقة المتبعة

بالتوفيق