الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الجزائر غرب — السنة الدراسية: 2025 / 2026

م / خ ليزيليت دراية — المستوى : الثالثة ع ت + 03 تر

الإختبار الأول في مادة الرياضيات — المـــدة : 02 سا

التمرين الأول : (**05 نقاط**):

- أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير :

1)- مجموعة حلول المتراجحة : $Ln\sqrt{8} \le Ln\left(\sqrt{x-1}\right)+\frac{1}{2}Ln\left(x-3\right)$ ذات المجهول x هي : $S=\left[-1,5\right]$

2)- نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E).....3y'=2y+1$ ، الحل الخاص للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق الشرط $f(0)=2$ هو:

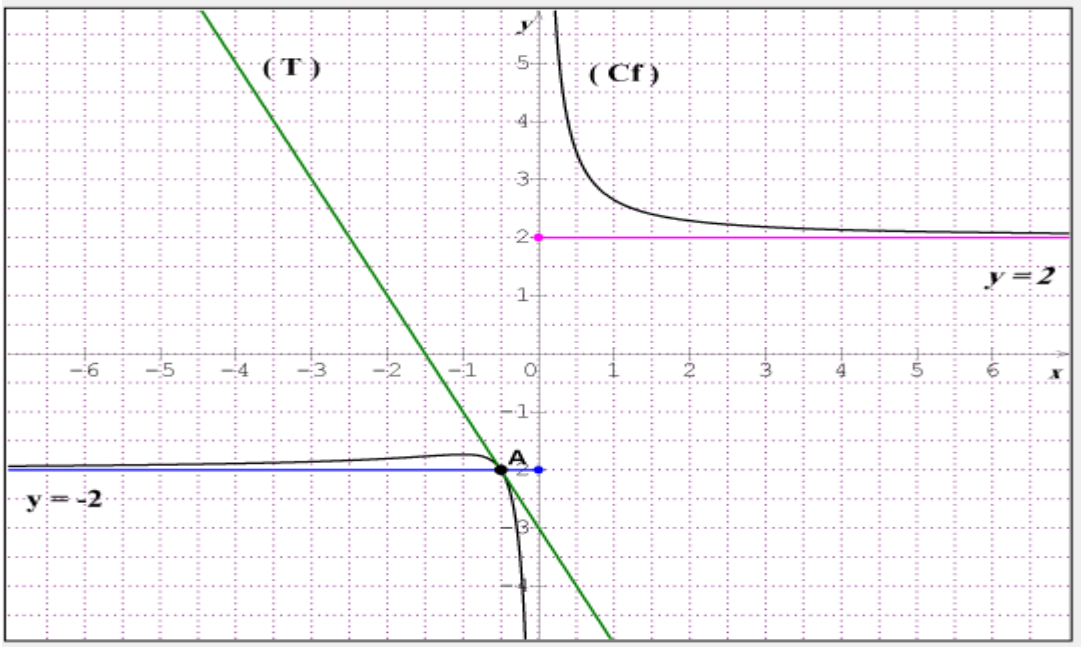
$$f(x)=\frac{5}{2}e^{\frac{2}{3}x}-\frac{1}{2}$$

3)- تبسيط العبارة A حيث : $A=\log\left(\sqrt{10^{2025}+10^{1447}}+\sqrt{10^{1447}}\right)+\log\left(\sqrt{10^{2025}+10^{1447}}-\sqrt{10^{1447}}\right)$ هو : $A=1447$

التمرين الثاني : (**07 نقاط**):

- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=\frac{\sqrt{4x^2+2x+1}}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في م م م م $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

(T) مماسا للمنحنى عند النقطة $A\left(\frac{-1}{2},-2\right)$.كما هو موضح في الشكل المقابل :



1)- بقراءة بيانية : أ)- عين : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$. فسر النتائج بيانيا .

بـــ)- عين : $f'\left(\frac{-1}{2}\right)$ ، ثم أكتب معادلة المماس (T) .

2)- أ)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $4x^2 \leq 4x^2 + 2x + 1 \leq (2x+1)^2$

بـــ)- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $2 \leq f(x) \leq \frac{2x+1}{x}$

جـ)- استنتج حساب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا .

التمرين الثالث:(08 نقاط)

I)- الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = e^{x-1} + ax + b$ ، حيث a و b عددان حقيقيان .

x	$-\infty$		$1+Ln2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$4-Ln4$	↗	$+\infty$

(C_g) تمثيلها البياني في م م م م $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1)- عين العددان الحقيقيان a و b علما أن (C_g) يقبل مماسا (T) معادلته : $y = -x + 4$ عند النقطة : $A(1,3)$

2)- باستعمال جدول تغيرات الدالة شكل g جدول إشارة $g(x)$.

II)- نضع في كل مايلي : $a = -2$ و $b = 4$.

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = (x-1)(1+2e^{-x+1})$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1)- أ)- أحسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

بـ)- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته : $y = x - 1$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

جـ)-أ درس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (D).

2)- أ)- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{-x+1} g(x)$

بـــ)- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

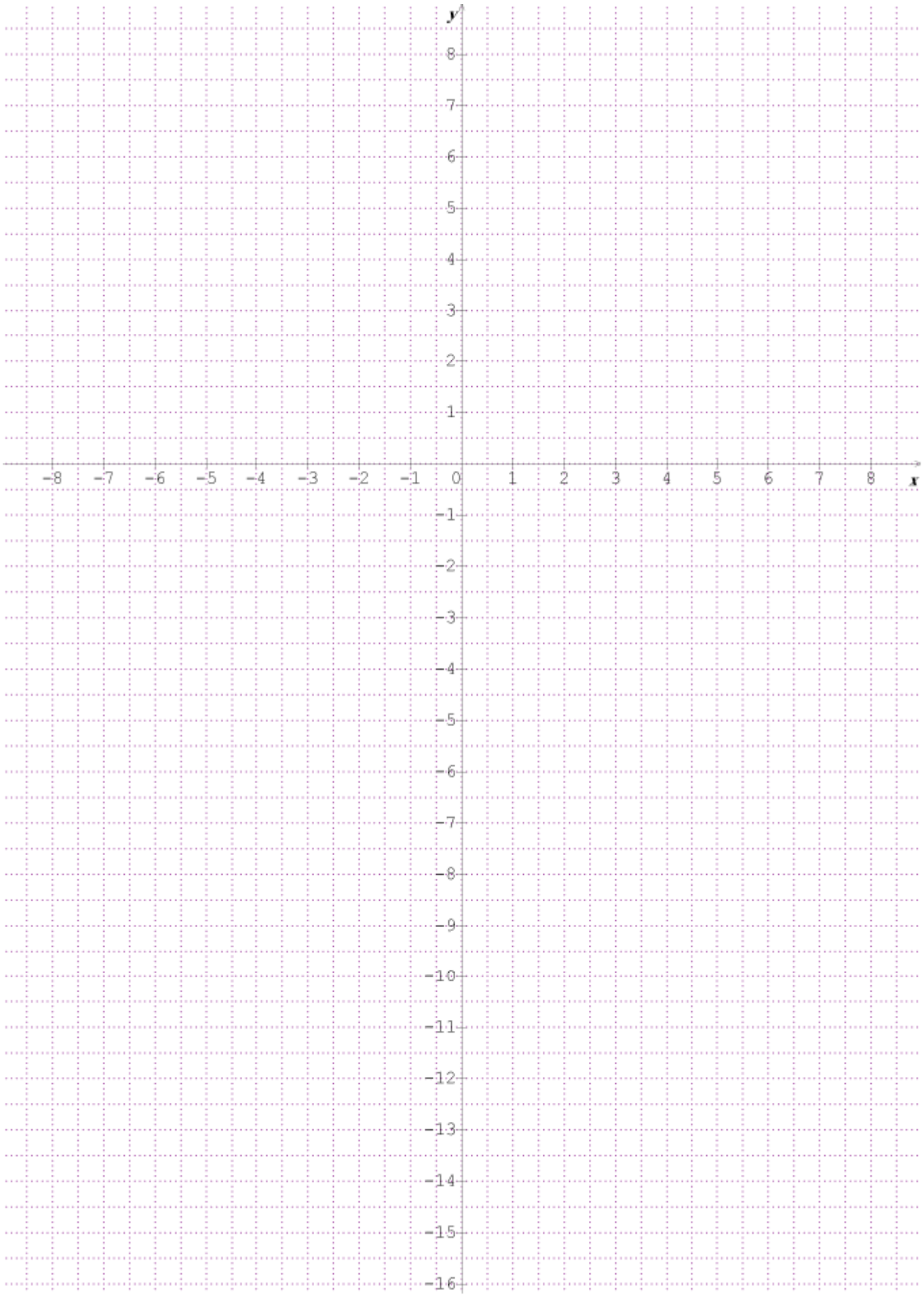
جـ)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف W يطلب تعيين إحداثياتها .

3)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T') يوازي المستقيم (D) ، ثم أكتب معادلته.

4)- أحسب $f(0)$ ، أنشئ : (D) ، (T') و (C_f) .

5)- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(x-1)(e^{x-1}+2) = (x+m)e^{x-1}$

الإسم واللقب : .....



الإجابـــة النموذجيـة + سلـــم التنقيط :

التمرين الأول :(05 نقاط)

1)- للمتراجحة معنى يكافئ : $x \succ 1$ و $x \succ 3$ و منه : $x \in]3,+\infty[$.

$Ln\left(\sqrt{(x-1)(x-3)}\right) \le Ln\sqrt{8}$ يكافئ $Ln\left(\sqrt{x-1}\right)+\frac{1}{2}Ln(x-3) \le Ln\sqrt{8}$ و $x \in]3,+\infty[$

$x \in]3,+\infty[$ و $x^2-4x-5 \le 0$. $x \in]3,+\infty[$ و $x^2-4x+3 \le 8$.

$x^2-4x-5=0$ ، $\Delta=36$ ، $x_1=-1$ ، $x_2=5$

$x \in]3,+\infty[$ و $x^2-4x-5 \le 0$ يكافئ : $x \in]3,+\infty[\cap[-1,5]$ و منه : $S=]3,5]$

و منه : الإجابة خاطئة ..... (ن01.5)

2)- $y'=\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}$ يكافئ : $y=ce^{\frac{2}{3}x}-\frac{1}{2}\ (c \in \mathbb{R})$ ، $f(0)=2$ يكافئ : $c-\frac{1}{2}=2$ ، $c=\frac{5}{2}$

و منه : $f(x)=\frac{5}{2}e^{\frac{2}{3}x}-\frac{1}{2}$ الإجابة صحيحة ..... (ن01.5)

3)-
$$A=\log\left(\sqrt{10^{2025}+10^{1447}}+\sqrt{10^{1447}}\right)+\log\left(\sqrt{10^{2025}+10^{1447}}-\sqrt{10^{1447}}\right)$$
$$A=\log\left(\sqrt{10^{2025}+10^{1447}}+\sqrt{10^{1447}}\right)\left(\sqrt{10^{2025}+10^{1447}}-\sqrt{10^{1447}}\right)$$
$$A=\log\left(\left(\sqrt{10^{2025}+10^{1447}}\right)^2-\left(\sqrt{10^{1447}}\right)^2\right)$$
$$A=\log\left(10^{2025}+10^{1447}-10^{1447}\right)=\log\left(10^{2025}\right)=2025\log 10$$

و منه : $(\log 10=1)$ $A=2025$ الإجابة خاطئة ..... (ن02)

التمرين الثاني :(07 نقاط)

1)- أ)- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{\prec}0} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)=+\infty$ . ..... (ن0.5)(ن0.5)(ن0.5)

- (C_f) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا معادلته : $y=-2$ بجوار $-\infty$ . ..... (ن0.5)

- (C_f) يقبل مستقيما مقارباعموديا معادلته : $x=0$ . ..... (ن0.5)

ب)- $A\left(\frac{-1}{2},-2\right)\in(T)$ ، $A'(0,-3)\in(T)$ ، $f'\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{-2-(-3)}{\frac{-1}{2}-0}=\frac{1}{\frac{-1}{2}}$

و منه : $f'\left(\frac{-1}{2}\right)=-2$ ..... (ن01)

- معادلة المماس (T) : $(T): y=f'\left(\frac{-1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{-1}{2}\right)=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)-2$

$(T): y=-2x-3$ ..... (ن01)

2)- أ)- $x \succ 0$: $2x+1 \leq 4x+1$ ، $4x^2+2x+1 \leq 4x^2+4x+1$ ومنه :

$4x^2+2x+1 \leq (2x+1)^2$ ..... (1)

$4x^2+2x+1 \geq 4x^2$: $x \succ 0$ ..... (2) . من (1) و (2) نستنتج أنه : من أجل كل عدد حقيقي x

موجب تماما: $4x^2 \leq 4x^2+2x+1 \leq (2x+1)^2$ ..... (0.5ن)

بـ)- من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما : $4x^2 \leq 4x^2+2x+1 \leq (2x+1)^2$

$\sqrt{4x^2} \leq \sqrt{4x^2+2x+1} \leq \sqrt{(2x+1)^2}$ ، $2x \leq \sqrt{4x^2+2x+1} \leq 2x+1$ ومنه :

$2 \leq f(x) \leq \dfrac{2x+1}{x}$ ..... (0.5ن)

جـ)- بما أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x+1}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} 2 = 2$ فإن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ . ..... (01ن)

(C_f) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا معادلته: $y = 2$ بجوار $+\infty$. ..... (0.5ن)

التمرين الثالث : (08 نقاط)

I)- 1)- g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$: $g'(x) = e^{x-1} + a$ ، (T) مماس للمنحنى (C_g) عند النقطة $A(1,3)$ معناه :

$g'(1) = -1$ ، $1+a = -1$ ومنه : $a = -2$ ..... (0.5ن)

$A(1,3) \in (C_g)$ معناه : $g(1) = 3$ ، $1+a+b = 3$ ، $a+b = 2$ ومنه : $b = 4$ ..... (0.5ن)

2)- $4 - Ln4$ قيمة حدية صغرى للدالة g ومنه : من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) \succ 0$ ..... (0.5ن)

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	$+$	

II)- 1)- أ)- $\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} = (1+2e^{-x+1}) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} (x-1) = -\infty \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ..... (0.5ن)

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} = (1+2e^{-x+1}) = 1 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} (x-1) = +\infty \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ..... (0.5ن)

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[(x-1)\left(1+2e^{-x+1}\right)-(x-1)\right]$$
$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[(x-1)\left(1+2e^{-x+1}-1\right)\right]$$
$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[(x-1)\times 2e^{-x+1}\right]$$
ومنه :
$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-y\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[2e\frac{x}{e^{x}}-\frac{2e}{e^{x}}\right]=0$$

بـــ)- (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) معادلته : $y=x-1$ بجوار $+\infty$ ..... (0.5ن)

جـ)- وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D) : $f(x)-y=(x-1)\times 2e^{-x+1}$ ..... (0.5ن)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-y$	-	0	+
الوضعية	(D) تحت (C_g)		(D) فوق (C_g)

$$(C_g)\cap(D)=\{B(1,0)\}$$

$$f'(x)=1+2e^{-x+1}-2e^{-x+1}(x-1)$$
$$f'(x)=1+2e^{-x+1}-2xe^{-x+1}+2e^{-x+1}$$
$$f'(x)=1+4e^{-x+1}-2xe^{-x+1}$$
$$f'(x)=e^{-x+1}\left(\frac{1}{e^{-x+1}}-2x+4\right)$$
$$f'(x)=e^{-x+1}\left(e^{x-1}-2x+4\right)$$

2)- بـــ)- f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$:

ومنه : $f'(x)=e^{-x+1}g(x)$ ..... (0.5ن)

من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\succ 0$ و $e^{-x+1}\succ 0$ ومنه : f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ..... (0.5ن)

جدول تغيرات الدالة f: ..... (01ن)

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

جـ)- f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$:

$$f''(x)=-e^{-x+1}g(x)+g'(x)e^{-x+1}$$
$$f''(x)=e^{-x+1}\left(g(x)+g'(x)\right)=e^{-x+1}(2x-6)$$

$f''(x)=0$ معناه : $x=3$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

ومنه : يقبل النقطة $W\left(3,f(3)\right)$ كنقطة إنعطاف حيث : $f(3)=2+\frac{4}{e^2}$ ..... (0.5ن)

3- $(T'): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

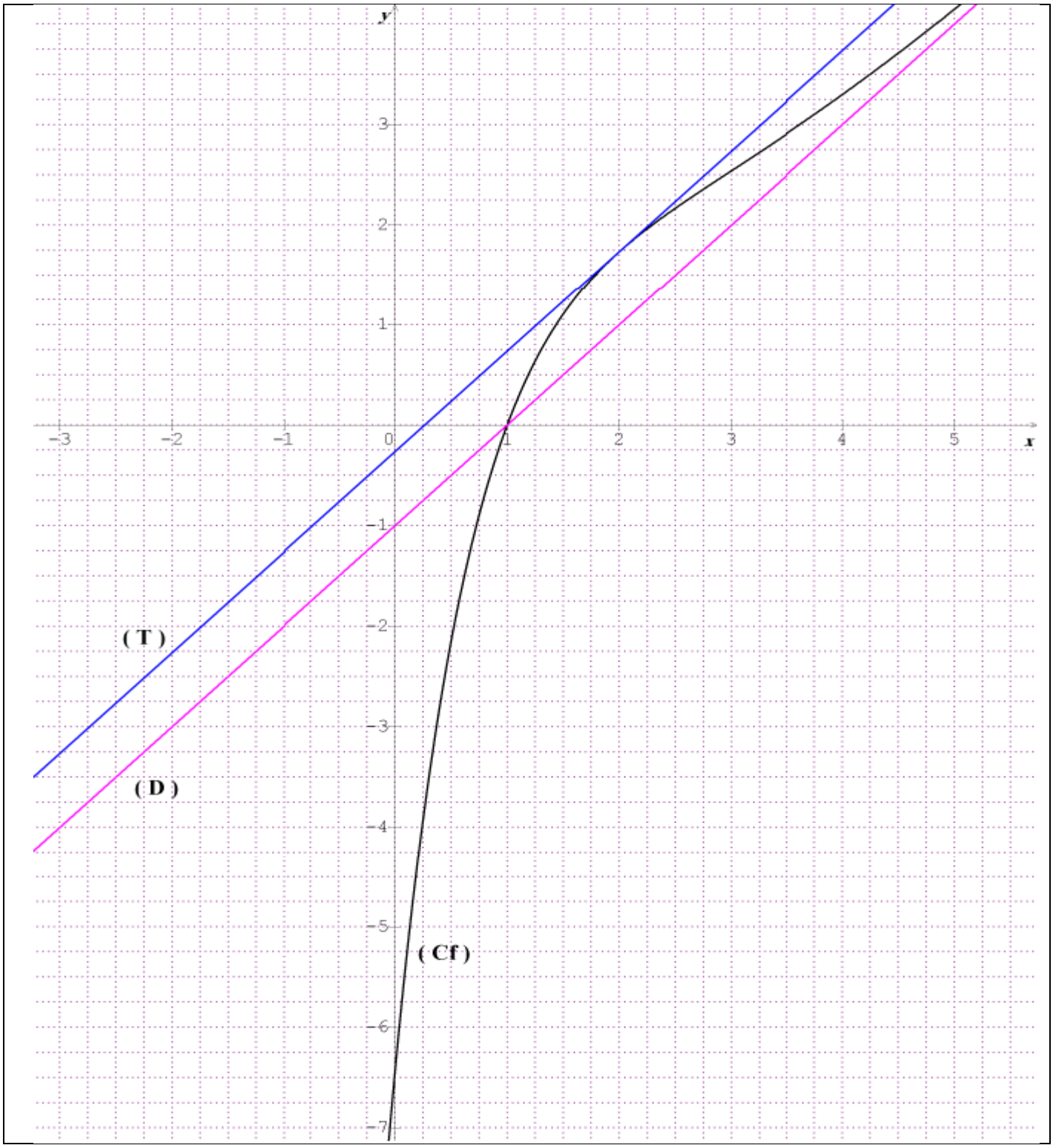
(T) و (T') متوازيان معناه : لهما نفس معامل التوجيه : $f'(x_0) = 1$

$e^{-x_0+1}\left(e^{x_0-1} - 2x_0 + 4\right) = 1$ ، $-2x_0 + 4 = 0$ ومنه : $x_0 = 2$

$(T'): y = x - 2 + f(2) = x - 2 + 1 + \frac{2}{e}$ ومنه : $(T'): y = x - 1 + \frac{2}{e}$ ..... (0.5ن)

4- $f(0) = -1 - 2e$ ، $f(0) \approx -6,44$

- إنشاء : (D) ، (T') و (C_f) : ..... (01ن)



5)- $\left(x-1\right)\left(e^{x-1}+2\right)=\left(x+m\right)e^{x-1}$ معناه : $\left(x-1\right)\left(e^{x}+2\right)e^{-x+1}=\left(x+m\right)e^{x-1}\times e^{-x+1}$

ومنه : $\left(x-1\right)\left(1+2e^{-x+1}\right)e^{-x+1}=x+m$ $f\left(x\right)=x+m$

– حلول المعادلة $f\left(x\right)=x+m$ هي فواصل نقاط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع المستقيم $\left(\Delta_m\right)$ الذي معادلته : $y=x+m$

$m\in\left]-\infty,f\left(0\right)\right[$ للمعادلة حل وحيد سالب

$m=f\left(0\right)$ للمعادلة حل وحيد معدوم

$m\in\left]f\left(0\right),-1\right]$ للمعادلة حل وحيد موجب

$m\in\left]-1,-1+\frac{2}{e}\right[$ للمعادلة حلين موجبين ..... (0.5ن)

$m=-1+\frac{2}{e}$ للمعادلة حل مضاعف موجب

$m\in\left]-1+\frac{2}{e},+\infty\right[$ لا يوجد حلول