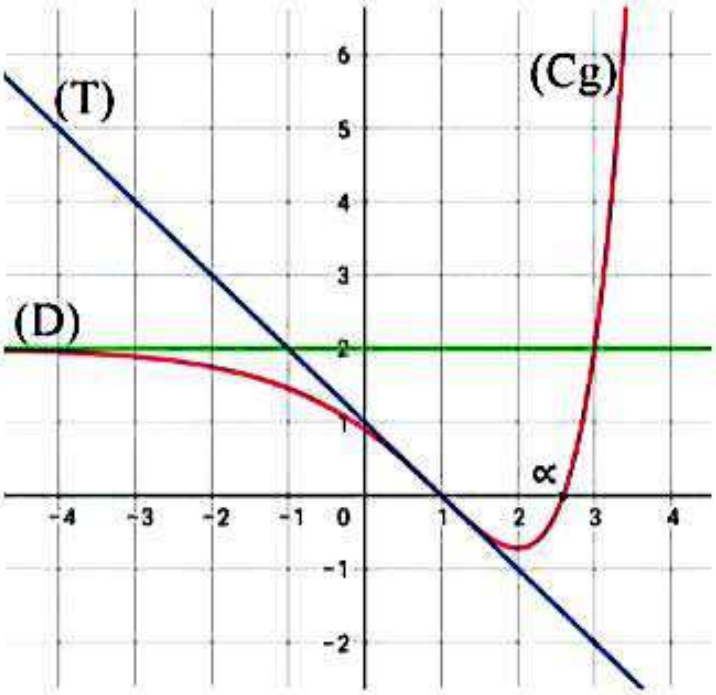
ثانوية بلخلفة صالح – جيجل | السنة الدراسية : 2026/2025

المستوى : 3 علوم تجريبية | المدة : 2 ساعات

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين 1:(12ن)

I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x) = (x-3)\,e^{x-1} + 2$ ، وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (T) مماس للمنحنى (C_g) عند الفاصلة 1 و (D) هو المستقيم المقارب لـ (C_g) عند $-\infty$ (انظر الشكل) .



1- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث :

$2.5 < \alpha < 2.6$

2- بقراءة بيانية :

أ- عين $g(1)$ ، $g'(2)$ و $g'(1)$

ب- عين معادلة المماس (T).

ج- شكل جدول تغيرات الدالة g

د- استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

3- ناقش بيانيا و حسب قيم m عدد حلول المعادلة :

$g(x) = m(x-1)$

II -لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$f(x) = (x-4)\,e^{x-1} + 2x - 1$

1- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف و فسر النتائج هندسيا

2- أ- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = 2x - 1$ ، مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

ب- استنتج الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f)

3- أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فان : $f'(x) = g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) يوازي المستقيم (Δ) ثم اكتب معادلته .

5- بين ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث : $3.5 < \beta < 3.6$.

6- بين أن: $f(\alpha) = 2\alpha - 3 + \frac{2}{\alpha - 3}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

7- انشئ (Δ) ، (T) و (C_f)

التمرين 2:(8ن)

I-لتكن g دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1-احسب نهايات الدالة g عند اطراف مجموعة التعريف

2-ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3- احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

II – لتكن f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)= x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف

2- أ- بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ - بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=x-1$ ، مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- استنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

4- بين ان المعادلة $f(x)=2$ تقبل حل وحيد $\propto$ ينتمي للمجال $]3.4;3.3[$

5- انشئ (Δ) و (C_f)

6- h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=-|f(x)|$

(C_h) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

أ - اكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

ب- اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

التمرين 1:

I- 1- g مستمرة ورتيبة على $[2,5; 2,6]$

و $g(2,5) \times g(2,6) < 0$

إذن حسب نظرية القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد $2,5 < \alpha < 2,6$

2- أ- $g(1) = 0$

$g'(2) = 0$ (قيمة حدية صغرى عند $x=2$)

$g'(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = a$ (C_g) يقبل عند $x=1$ مماس

$= \frac{0-1}{1-0} = -1$

يشمل النقطتين: $A(0;1); B(1;0)$

إذن: $g'(1) = -1$

ب- معادلة المماس (T):

$(T): y = ax + b$

حيث: a معامل توجيهه

b: تقطع تقاطع (T) مع التراتيب

إذن: $(T): y = -x + 1$.

ج- تغيرات الدالة g:

g متناقصة تماما على $]-\infty; 2]$

g متزايدة تماما على $[2; +\infty[$

د- جدول التغيرات

x	$-\infty$		2		$+\infty$
g(x)	$+\infty$	↘	$g(2)$	↗	$+\infty$

د- إشارة الدالة g:

x	$-\infty$		1		α		$+\infty$
g(x)		+	0	−	0	+	

3- مناقشة حلول المعادلة:

$g(x) = m(x-1)$.

حلول المعادلة بيانيا هي فواصل تقاطع (C_g) مع المستقيم (Δ_m) الذي يحقق المعادلة: $y = m(x-1)$ الذي معامل توجيهه m.

ولدينا: $m(x-1) - y = 0$

معناه: $x - 1 = 0$ و $y = 0$

أي $x = 1$

إذن المستقيم (Δ_m) يشمل نقطة ثابتة ذات الإحداثيات $(1;0)$ مهما كانت قيمة m.

- إذن نستنتج مناسبة أنها مناقشة دوما بيانيا مركزها $w(1;0)$

من أجل: $m \in]-\infty; -1[$: المعادلة تقبل حل وحيد

من أجل: $m = -1$: المعادلة تقبل حل وحيد.

من أجل: $m \in]-1; 0[$: المعادلة تقبل 3 حلول

من أجل: $m \in [0; +\infty[$: المعادلة تقبل حلين

II- $f(x) = (x-4)e^{x-1} + 2x - 1$

1- النهايات

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (x-4)e^{x-1} + 2x - 1$.

$= \lim_{x \to -\infty} (xe^{x-1} - 4e^{x-1} + 2x - 1)$

$= \lim_{x \to -\infty} (x e^x e^{-1} - 4e^{x-1} + 2x - 1)$

$= -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left((x-4)e^{x-1} + 2x - 1\right)$

$= +\infty$.

التفسير الهندسي: إحتمال وجود مستقيم مقارب مائل لـ (C_f).

ج- P-

$\lim_{x\to-\infty} [f(x) - y] = \lim_{x\to-\infty} [(x-4)e^{x-1} + 2x - 1 - (2x-1)]$

$= \lim_{x\to-\infty} (x-4)e^{x-1}$

$= \lim_{x\to-\infty} xe^{x-1} - 4e^{x-1}$

$= \lim_{x\to-\infty} \underbrace{xe^x}_{=0} \times e^{-1} - \underbrace{4e^{x-1}}_{=0} = 0$

إذن: $(\Delta): y = 2x-1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

ب- الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f)

متعلق بإشارة الفرق: $f(x) - y$

لدينا: $f(x) - y = (x-4)e^{x-1}$

إشارة الفرق من إشارة $x-4$ و $e^{x-1} > 0$.

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$x-4$		$-$	0	$+$	
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)		تقاطع	(C_f) فوق (Δ)	

ج-3- إثبات أن: $f'(x) = g(x)$.

$= e^{x-1} + (x-4)e^{x-1} + 2$

$= e^{x-1} + xe^{x-1} - 4e^{x-1} + 2$

$= xe^{x-1} - 3e^{x-1} + 2$

$= e^{x-1}(x-3) + 2 = g(x)$

إذن: إشارة f' من إشارة g.

ب- إتمام جدول تغيرات f:

x	$-\infty$		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذن: f متزايدة تماما على $]-\infty, 1]$ و $[\alpha; +\infty[$

و f متناقصة تماما على $[1; \alpha]$

- جدول التغيرات

x	$-\infty$		1		α		β		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

4- إثبات أن (C_f) يقبل مماس (T) موازي لـ (Δ)

أي لهما نفس معامل التوجيه: $a = 2$

نحل المعادلة: $f'(x) = a$ أي: $f'(x) = 2$

أي: $g(x) = 2$

أي: $(x-3)e^{x-1} + 2 = 2$

أي: $(x-3)e^{x-1} = 0$

معناه: $x - 3 = 0$ ($e^{x-1} \neq 0$ لأن)

إذن: $x = 3$

إذن: (C_f) يقبل مماس (T) موازي لـ (Δ) عند الفاصلة 3.

- معادلة المماس (T):

$(T): y = f'(3)(x-3) + f(3)$

$(T): y = 2(x-3) + (-e^2 - 5)$.

$(T): y = 2x - 6 + 5 - e^2$.

$(T): y = 2x - e^2 - 1$.

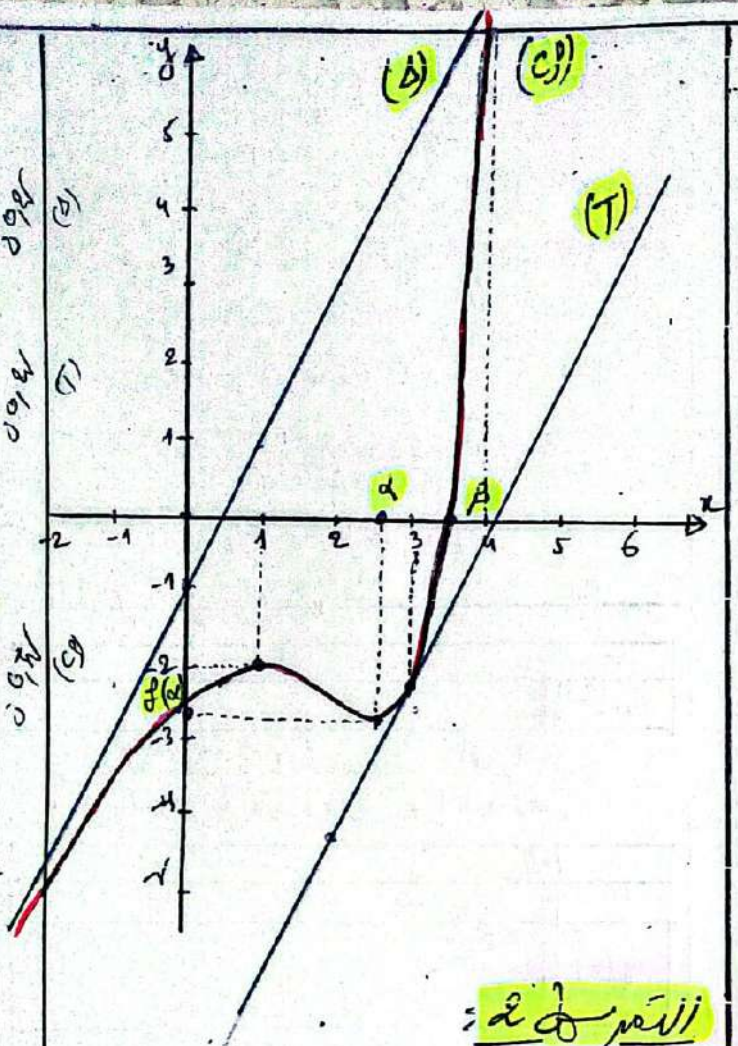
5- إثبات أن (C_f) يقطع المحور الفواصل في نقطة وحيدة β حيث $3,5 < \beta < 3,6$

لدينا f مستمرة وتتغير (متزايدة) على $[3,5; 3,6]$

ولدينا: $f(3,5) \times f(3,6) < 0$

إذن حسب نظرية القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد β في $[3,5; 3,6]$

أي (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة β.



الجزء الأول:

$g(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$. -I

-1

$\lim_{x \to -1} g(x) = \lim_{x \to -1} \left(x^2 + 2x + \ln(x+1)\right) = -\infty$ ($x^2 \to 1$, $2x \to -2$, $\ln(x+1) \to -\infty$)

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(x^2 + 2x + \ln(x+1)\right) = +\infty$ ($x^2 \to +\infty$, $2x \to +\infty$, $\ln(x+1) \to +\infty$)

-2

$g'(x) = 2x + 2 + \frac{1}{x+1} = \frac{2x^2+4x+3}{x+1}$

$x+1 > 0$ يكافئ $x > -1$ إذن إشارة g' من إشارة $2x^2+4x+3$

$\Delta = 16 - 24 = -8 < 0$ و $a = 2 > 0$ إذن $g'(x) > 0$ على $]-1; +\infty[$

إذن g متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$

x	-1		0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

-3

$g(0) = 0$

إذن $g(x) = 0$ لما $x = 0$

إشارة $g(x)$:

x	-1		0		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

-II

$f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

$f(\alpha) = 2\alpha - 3 + \frac{2}{\alpha - 3}$ تكتب على الشكل

$g(\alpha) = 0$ يعني $g(x) = 0$ لما $x = \alpha$ حيث

$(\alpha - 3)e^{\alpha - 1} + 2 = 0$

$e^{\alpha - 1} = \frac{-2}{\alpha - 3}$ ومنه

$f(\alpha) = (\alpha - 4)\left(\frac{-2}{\alpha - 3}\right) + 2\alpha - 1$ إذن

$= -2\left(\frac{\alpha - 4}{\alpha - 3}\right) + 2\alpha - 1$

$= -2\left(\frac{\alpha - 3}{\alpha - 3} - \frac{1}{\alpha - 3}\right) + 2\alpha - 1$

$= -2\left(1 - \frac{1}{\alpha - 3}\right) + 2\alpha - 1$

$= \frac{2}{\alpha - 3} - 2 + 2\alpha - 1$

$f(\alpha) = \frac{2}{\alpha - 3} + 2\alpha - 3$. ومنه

$f(\alpha) =$ ...

$2,5 < \alpha < 2,6$ يعني

$5 < 2\alpha < 5,2$ أي

$2 < 2\alpha - 3 < 2,2$ ---(1)

$2,5 < \alpha < 2,6$ يعني

$-0,5 < \alpha - 3 < -0,4$ أي

$\frac{-1}{0,4} < \frac{1}{\alpha - 3} < \frac{-1}{0,5}$ إذن

$\frac{-2}{0,4} < \frac{2}{\alpha - 3} < \frac{-2}{0,5}$ ومنه

$-5 < \frac{2}{\alpha - 3} < -4$ ---(2) إذن

بجمع (1) و (2) نجد:

$-3 < f(\alpha) < -1,8$.

-7 لما $x = 1$:

$(\Delta): y = 2x - 1$

x	0	1
y	-1	1

$(T): y = 2x - e^2 - 1$

x	2	3
y	$-4,38$	$-2,38$

1- $\lim_{x \to -1} f(x) = \lim_{x \to -1} \left(x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1} \right) = +\infty$ ($x+1 \to 0^+$, $\ln(x+1) \to -\infty$)

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1} \right) = +\infty$

2- $f'(x) = 1 - \frac{\frac{1}{x+1}(x+1) - 1(\ln(x+1))}{(x+1)^2}$

$= \frac{(x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)}{(x+1)^2}$

$= \frac{x^2 + 2x + \ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب- إشارة f' من إشارة g لأن $(x+1)^2 > 0$

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

- f متناقصة تماما على $]-1;0]$.
- f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$ ‖	↘	-1	↗	$+\infty$

3- $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \to +\infty} \left[x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1} - (x-1) \right]$

$= \lim_{x \to +\infty} \left[-\frac{\ln(x+1)}{x+1} \right] = 0$

إذن: $(\Delta): y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $+\infty$.

ب- لدراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)، نحقق دراسة إشارة $-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ و $x+1 > 0$

$-\ln(x+1) \geq 0$ معناه $\ln(x+1) \leq 0$

إذن: $e^{\ln(x+1)} \leq e^0$ أي $x+1 \leq 1$

إذن: $x \leq 0$.

x	-1		0		$+\infty$
$f(x)-y$	‖	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) تحت (Δ)	

4- إثبات أن $f(x) = 2$ يقبل حل وحيد α

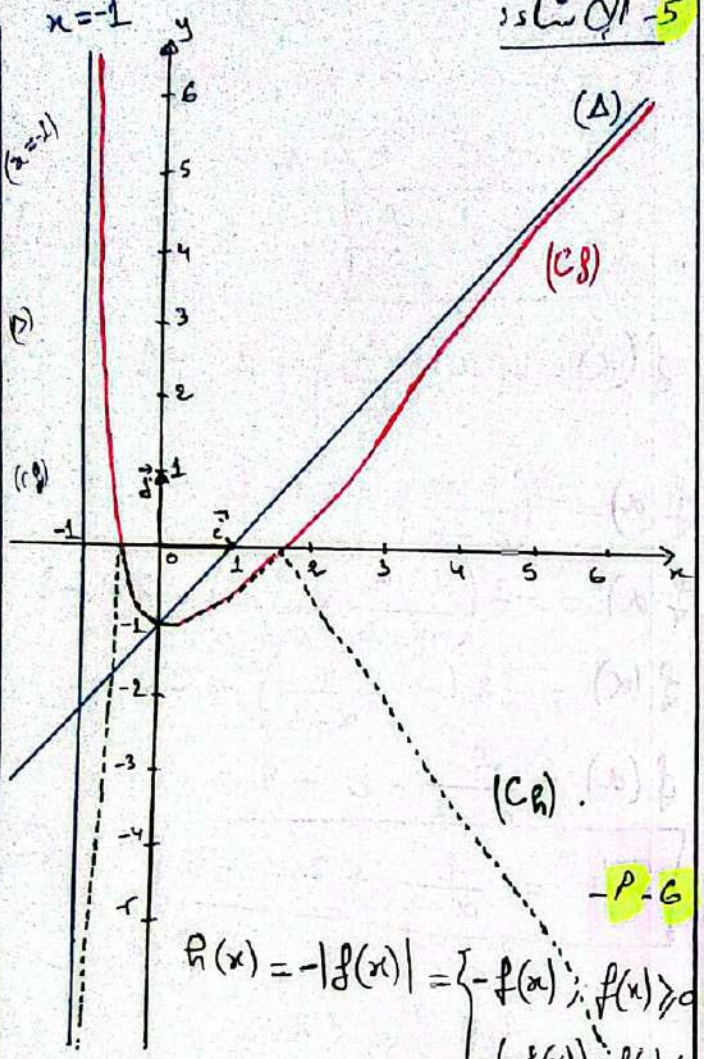
- f مستمرة ورتيبة تماما على: $[3,3;3,4]$

$f(3,3) \simeq 1,96$; $f(3,4) \simeq 2,06$

و $f(3,3) < 2 < f(3,4)$

أي حسب نظرية القيم المتوسطة والمتابعة: $f(x) = 2$ يقبل حل وحيد α في المجال $]3,3;3,4[$

5- الإنشاء:



6- $h(x) = -|f(x)| = \begin{cases} -f(x) ; f(x) \geq 0 \\ -(-f(x)) ; f(x) < 0 \end{cases}$

إذن: $h(x) = \begin{cases} -f(x) ; f(x) \geq 0 \\ f(x) ; f(x) < 0 \end{cases}$

ب- (C_h) منطبق على (C_f) من أجل $f(x) \leq 0$

و (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل من أجل $f(x) \geq 0$

- الإنشاء: على نفس الأحكام السابقة.

إعداد الأستاذ:

بوريدان عبد النور-