الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

أكاديمية بهجة التعليمية — السنة الدراسية: 2026/2025

المستوى: ثالثة ثانوي — التاريخ: 2025/11/28

الشعب: رياضي/علوم تجريبية — التوقيت: 11:00 – 08:30

المادة: رياضيات — المدة: ساعتان ونصف

ـــ اختبار الثلاثي الأول ـــ

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{x+2}{x}\right)$ تساوي:

أ) 0 ب) 2 ج) $+\infty$

2) حلول المعادلة $\ln x-\dfrac{1}{\ln x}=\dfrac{15}{4}$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S=\left\{e^{\frac{1}{2}};e^{4}\right\}$ ب) $S=\left\{e^{-\frac{1}{4}};e^{4}\right\}$ ج) $S=\left\{e^{-4};e^{4}\right\}$

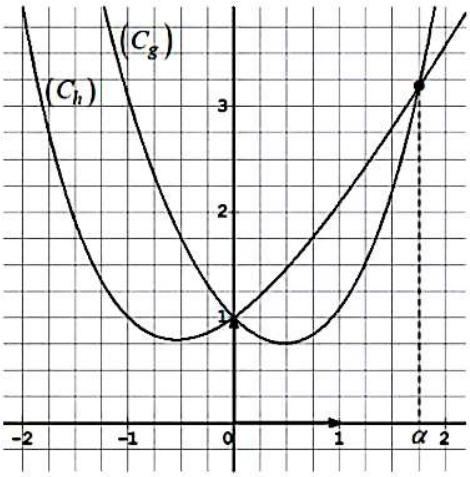
3) منحنى الدالة $f:x\mapsto e^{\frac{1}{x}}+\ln x$ المعرفة على $]0;+\infty[$ يقبل منحنى مقاربا بجوار $+\infty$ معادلته:

أ) $y=\ln x$ ب) $y=1+\ln x$ ج) $y=-1+\ln x$

4) حل المعادلة التفاضلية $y'+y\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$ الذي يحقق $f(0)=8$ هو الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

أ) $f(x)=2^{x+3}$ ب) $f(x)=8e^{-x\ln 2}$ ج) $f(x)=8\times 2^{-x\ln 2}$

التمرين الثاني: (09,5 نقطة)



I. g و h الدّالتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{x}+e^{-x}-x-1$

و: $h(x)=e^{-x}+(e-1)x$

(C_g) و (C_h) تمثيلاهما البيانيان يتقاطعان في النّقطتين اللّتين فاصلتاهما 0 و α حيث $1,7<\alpha<1,8$ (لاحظ الشّكل المقابل)

– بقراءة بيانية: حدّد الوضع النسبي للمنحنيين (C_g) و (C_h)

II. f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{x}-\dfrac{1}{2}ex^{2}-x-1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطّول $2cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)-h(x)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ: $f(\alpha)=-\dfrac{1}{2}\alpha\left[e\alpha-2(e-1)\right]$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا β في المجال $]\alpha;+\infty[$ ثم تحقّق أن $2,4<\beta<2,6$

5) أ) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها.

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النّقطة الّتي فاصلتها 1

6) أ) أنشئ (T) و (C_f) في المجال $[-1;3]$

نأخذ: $f(-1)\simeq -1$ ، $f(3)\simeq 3,85$ ، $f(1)\simeq -0,65$ و $f(\alpha)\simeq -1,15$

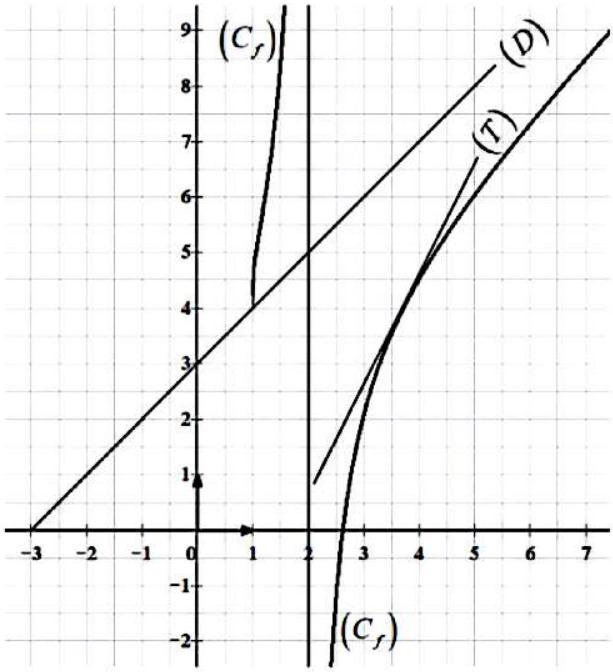
ب) عيّن بيانيا، قيم الوسيط الحقيقي m حتّى تقبل المعادلة $e^x-\frac{e}{2}x^2=e^m$ حلّا وحيدا أكبر أو يساوي 1

III. k الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $k(x)=f(\ln x)$

1) احسب $k'(x)$ (عبارة $k(x)$ غير مطلوبة).

2) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة k ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

التمرين الثالث: (06,5 نقاط)



f الدّالة العددية المعرّفة على $]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{\ln(x-1)}$$

حيث a، b و c أعداد حقيقية.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (T) مماس للمنحنى (C_f) في النّقطة الّتي فاصلتها $e+1$ ويشمل النّقطتين $(e-1;0)$ و $(e;2)$

(D) مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) كما هو مبيّن في الشّكل المقابل.

1) بقراءة بيانية:

أ) عيّن معادلة للمستقيم (D) ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$

ب) عيّن $f'(e+1)$

2) بيّن أنّ: $a=1$، $b=3$ و $c=-e$

3) m وسيط حقيقي غير معدوم، عيّن بيانيا قيم m حتى تقبل المعادلة: $f(x)=\frac{1}{m}$ حلّا وحيدا.

4) h الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*-\{1;2\}$ بـ : $h(x)=|x-1|+4-\frac{2e}{\ln(x-1)^2}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السّابق.

أ) بيّن أنّه من أجل كلّ $x\in\mathbb{R}^*-\{1;2\}$ فإن $2-x\in\mathbb{R}^*-\{1;2\}$

ب) بيّن أنّ: $h(2-x)=h(x)$ ثم فسّر النّتيجة بيانيا.

جـ) اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

د) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثمّ ارسمه.

انتهى الموضوع

تصحيح اختبار الثلاثي الأول

التمرين الأول: (04 ن)

1) الجواب: ب) 2 (0,25)

التبرير: (0,75)

لاحظ أن: $\dfrac{x+2}{x}=1+\dfrac{2}{x}$

بوضع: $1+\dfrac{2}{x}=t$ يكون: $x=\dfrac{2}{t-1}$

لما: $x\to+\infty$ فإن: $t\xrightarrow{>}1$

ومنه:

$$\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)=\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)=\lim_{t\xrightarrow{>}1} 2\times\frac{\ln t}{t-1}=2\times 1=2$$

2) الجواب: ب) $S=\left\{e^{-\frac{1}{4}};e^{4}\right\}$ (0,25)

التبرير: (0,75)

من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ لدينا:

المعادلة: $\ln x-\dfrac{1}{\ln x}=\dfrac{15}{4}$ تكافئ: $4(\ln x)^2-15(\ln x)-4=0$

بوضع: $\ln x=t$ يكون: $x=e^t$ حيث $t\in\mathbb{R}^*$

ومنه:

المعادلة: $4(\ln x)^2-15(\ln x)-4=0$ تكافئ: $4t^2-15t-4=0$

للمعادلة $4t^2-15t-4=0$ حلان متمايزان في $\mathbb{R}^*$ (لأن: $\Delta=17^2>0$)

هما: $t_1=-\dfrac{1}{4}$ و $t_2=4$

إذا كان: $t_1=-\dfrac{1}{4}$ فإن: $x_1=e^{-\frac{1}{4}}$ وإذا كان: $t_2=4$ فإن: $x_2=e^4$

ومنه: $S=\left\{e^{-\frac{1}{4}};e^{4}\right\}$

3) الجواب: ب) $y=1+\ln x$ (0,25)

التبرير: (0,75)

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{\frac{1}{x}}=1$ ومنه: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)=0$

ولدينا: $e^{\frac{1}{x}}-1=f(x)-1-\ln x=f(x)-(1+\ln x)$

ومنه: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)=0$ تكافئ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(1+\ln x)\right]=0$

معناه: منحنى الدالة f يقبل بجوار $+\infty$ منحنى مقاربا معادلته $y=1+\ln x$

4) الجواب: أ) $f(x)=2^{x+3}$ (0,25)

التبرير: (0,75)

المعادلة التفاضلية: $y'+y\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$ تكافئ: $y'=y(\ln 2)$

حلولها هي الدوال f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=c\times e^{x(\ln 2)}=c\times e^{\ln 2^x}=c\times 2^x$$

ولدينا: $f(0)=8$ معناه: $c\times 2^0=8$ نجد: $c=8$

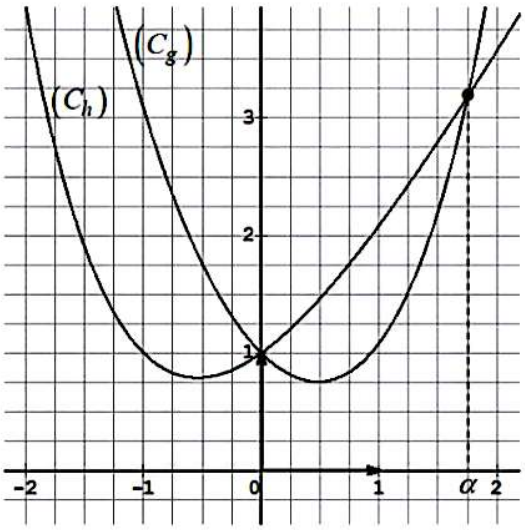
ومنه: $f(x)=8\times 2^x=2^3\times 2^x=2^{x+3}$

التمرين الثاني: (09,5 ن)

I- g و h الدّالتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ :

$$h(x)=e^{-x}+(e-1)x \text{ و } g(x)=e^{x}+e^{-x}-x-1$$

(C_g) و (C_h) تمثيلاهما البيانيان يتقاطعان في النّقطتين اللّتين فاصلتاهما 0 و α حيث $1,7<\alpha<1,8$ (لاحظ الشّكل)



- بقراءة بيانية، نحدد الوضع النسبي للمنحنيين (C_g) و (C_h): (0,50)

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
الوضع النسبي	(C_h) أعلى (C_g)	(C_h) أسفل (C_g)		(C_g) أعلى (C_h)

II. f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{x}-\dfrac{1}{2}ex^2-x-1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطّول $2cm$)

1) نحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[e^{x}-\frac{1}{2}ex^2-x-1\right]$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\left[e^{x}-x^2\left(\frac{1}{2}e+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)\right]$$
$$=-\infty \quad (0,25)$$

لأن:

$$\lim_{x\to-\infty} e^{x}=0 \text{ و } \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0 \text{ و } \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=0 \text{ و } \lim_{x\to-\infty} -x^2=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[e^{x}-\frac{1}{2}ex^2-x-1\right]$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\left[x^2\left(\frac{e^x}{x^2}-\frac{1}{2}e-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)\right]$$
$$=+\infty \quad (0,25)$$

لأن:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2}=+\infty \text{ و } \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0 \text{ و } \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}=0 \text{ و } \lim_{x\to+\infty} x^2=+\infty$$

2) أ) نبيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)-h(x)$:

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' حيث:

$$f'(x)=e^{x}-ex-1 \quad \ldots (1)$$

ولدينا:

$$g(x)-h(x)=e^x+e^{-x}-x-1-e^{-x}-(e-1)x$$

$$g(x)-h(x)=e^x-x-1-ex+x$$

$$g(x)-h(x)=e^x-ex-1 \ldots (2)$$

من (1) و (2) فإنه من أجل كل عدد حقيقي x،

$f'(x)=g(x)-h(x)$ 0,50

ب) استنتاج اتّجاه تغيّر الدّالة f :

من سؤال الوضع النسبي بين (C_g) و (C_h)، نستنتج أن:

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)=g(x)-h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

- الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[0;\alpha]$ و $]-\infty;0]$

0,50

- الدالة f متناقصة تماما على المجال $[0;\alpha]$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
0,50 $f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3) نبيّن أنّ $f(\alpha)=-\frac{1}{2}\alpha\left[e\alpha-2(e-1)\right]$:

لدينا: (C_g) و (C_h) يتقاطعان في نقطتين إحداهما فاصلتها α

أي: $g(\alpha)=h(\alpha)$ ومنه: $g(\alpha)-h(\alpha)=0$ أي: $f'(\alpha)=0$

ومنه: $e^\alpha-e\alpha-1=0$ فيكون: $e^\alpha=e\alpha+1 \ldots (1)$

ولدينا: $f(\alpha)=e^\alpha-\frac{1}{2}e\alpha^2-\alpha-1 \ldots (2)$

بتعويض (1) في (2) ينتج:

$$f(\alpha)=e\alpha+1-\frac{1}{2}e\alpha^2-\alpha-1$$

$$f(\alpha)=-\frac{1}{2}e\alpha^2+(e-1)\alpha$$

$$f(\alpha)=-\frac{1}{2}\alpha\left[e\alpha-2(e-1)\right]$$ 0,50

استنتاج حصرا لـ $f(\alpha)$:

لدينا:

$$1,7<\alpha<1,8$$

$$-0,9<-\frac{1}{2}\alpha<-0,85$$

$$0,85<\frac{1}{2}\alpha<0,9 \ldots (1)$$

ولدينا:

$$1,7<\alpha<1,8$$

$$1,7e<e\alpha<1,8e$$

$$1,7e-2(e-1)<e\alpha-2(e-1)<1,8e-2(e-1)$$

$$2-0,3e<e\alpha-2(e-1)<2-0,2e \ldots (2)$$

بضرب المتراجحتين (1) و (2) طرف في طرف ينتج:

$$0,85(2-0,3e)<\frac{1}{2}\left[e\alpha-2(e-1)\right]<0,9(2-0,2e)$$

$$1<-f(\alpha)<1,3$$

$$-1,3<f(\alpha)<-1$$ 0,50

4) نبيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا β في المجال $]\alpha;+\infty[$:

لدينا: الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

ولدينا: $f(\alpha)<0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ أي: $0\in\left]f(\alpha);+\infty\right[$

ومنه: حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β في المجال $]\alpha;+\infty[$ 0,75 يحقق $f(\beta)=0$

التحقّق أن $2,4<\beta<2,6$:

لدينا: $]2,4;2,6[\subset]\alpha;+\infty[$

ولدينا: $f(2,4)\approx-0,205$ و $f(2,6)\approx+0,676$

أي: $f(2,4)\times f(2,6)<0$ ومنه: $2,4<\beta<2,6$ 0,25

5) أ) نبيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها:

الدالة f قابلة للاشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة الثانية f'' حيث:

$$f''(x)=e^x-e$$

وإشارتها على $\mathbb{R}$ كما يلي:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

بما أن الدالة المشتقة الثانية انعدمت عند 1 وغيرت من إشارتها عند 1 فإن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف $\omega(1;f(1))$ أي $\omega\left(1;\frac{e}{2}-2\right)$ 0,50

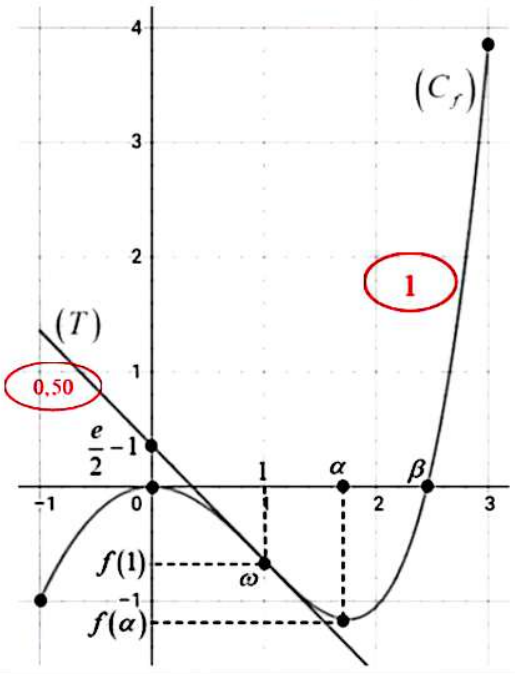
ب) نكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النّقطة الّتي فاصلتها 1

لدينا: $f'(1)=-1$ و $f(1)=\frac{1}{2}e-2$

ومنه:

$$(T):y=-x+\frac{e}{2}-1$$ 0,50

6) أ) إنشاء (T) و (C_f) على المجال $[-1;3]$:



ب) نعيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتّى تقبل المعادلة $e^x-\frac{e}{2}x^2=e^m$ حلّا وحيدا أكبر أو يساوي 1 :

المعادلة: $e^x-\frac{e}{2}x^2=e^m$ تكافئ: $f(x)=-x+e^m-1$

حلولها بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات (T_m) التي معادلاتها $y=-x+e^m-1$

ملاحظة: جميع المستقيمات (T_m) توازي المماس (T)

(لأن (T_m) و (T) لها نفس معامل التوجيه)

وحتى تقبل المعادلة $e^x-\frac{e}{2}x^2=e^m$ أي $f(x)=-x+e^m-1$ حلا وحيدا أكبر أو يساوي 1 يكفي أن يقطع المنحنى (C_f) المستقيم (T_m) في نقطة وحيدة فاصلتها أكبر أو تساوي 1 أي: $e^m-1\geq\frac{e}{2}-1$

ومنه:

$e^m\geq\frac{e}{2}$

$m\geq 1-\ln 2$

$m\in[1-\ln 2;+\infty[$ 0,50

III. k الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $k(x)=f(\ln x)$

1) حساب $k'(x)$:

الدالة k قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة k' حيث:

$k'(x)=\frac{1}{x}f'(\ln x)$ 0,50

2) استنتاج اتّجاه تغيّر الدّالة k ثمّ نشكّل جدول تغيّراتها:

إشارة $k'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ من إشارة $f'(\ln x)$

لأن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $\frac{1}{x}>0$

ومن إشارة $f'(x)$ نستنتج أن:

- $f'(\ln x)=0$ تكافئ: $\ln x=0$ أو $\ln x=\alpha$ أي: $x=1$ أو $x=e^\alpha$
- $f'(\ln x)<0$ تكافئ: $0<\ln x<\alpha$ أي: $1<x<e^\alpha$
- $f'(\ln x)>0$ تكافئ: $\ln x<0$ أو $\ln x>\alpha$

أي: $0<x<1$ أو $x>e^\alpha$

فيكون:

x	0		1		e^α		$+\infty$
$k'(x)$	‖	+	0	−	0	+	

ومنه:

- الدالة k متزايدة تماما على كل من المجالين $[0;1]$ و $[e^\alpha;+\infty[$
- الدالة k متناقصة تماما على المجال $[1;e^\alpha]$ 0,50

ولدينا:

$k(1)=f(\ln 1)=f(0)=0$

$k(e^\alpha)=f(\ln e^\alpha)=f(\alpha)$

$\lim\limits_{x\to 0}k(x)=\lim\limits_{x\to 0}f(\ln x)=\lim\limits_{t\to-\infty}f(t)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}k(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(\ln x)=\lim\limits_{t\to+\infty}f(t)=+\infty$ 0,50

جدول تغيرات الدالة k :

x	0		1		e^α		$+\infty$
$k'(x)$	‖	+	0	−	0	+	
0,50 $k(x)$	‖	↗	0	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$
	‖		$-\infty$				

التمرين الثالث: (06,5 ن)

f الدّالة العددية المعرّفة على $]1;2[\cup]2;+\infty[$ بـ :

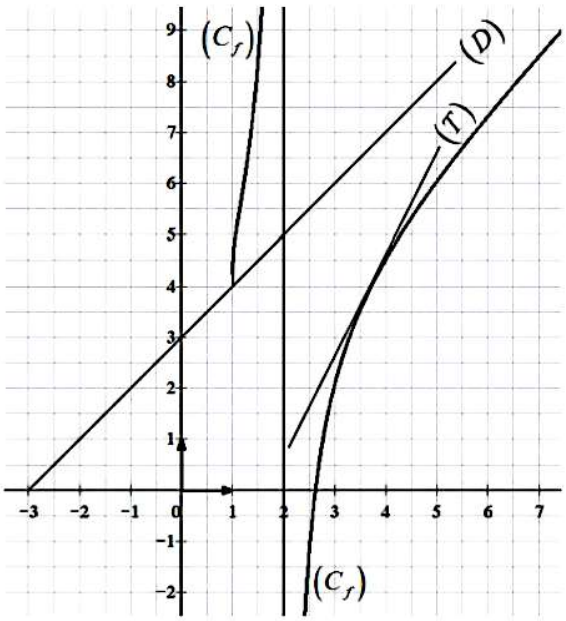
$f(x)=ax+b+\frac{c}{\ln(x-1)}$

حيث a ، b و c أعداد حقيقية.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(T) مماس للمنحنى (C_f) في النّقطة الّتي فاصلتها $e+1$ ويشمل النّقطتين $(e-1;0)$ و $(e;2)$

(D) مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) كما هو مبيّن في الشّكل.



1) بقراءة بيانية:

أ) تعيين معادلة للمستقيم (D) :

المستقيم (D) يشمل النقطتين $A(-3;0)$ و $B(0;3)$

تعطى معادلة المستقيم (D) على الشكل: $y=\alpha x+\beta$

حيث: α ميله و β ترتيبة نقطة تقاطعه مع حامل محور التراتيب.

$\alpha=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{3-0}{0-(-3)}=1$; $\beta=3$

ومنه:

$(D):y=x+3$ 0,50

استنتاج $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$:

بما أن $(D):y=x+3$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

فإن: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x-3]=0$ ومنه: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=3$ 0,50

ب) نعيّن $f'(e+1)$:

العدد $f'(e+1)$ هو معامل توجيه المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $e+1$ و (T) يشمل النقطتين $(e-1;0)$ و $(e;2)$

ومنه:

$$f'(e+1)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-2}{e-1-e}=\frac{-2}{-1}=2$$ 0,50

2) نبيّن أنّ $a=1$، $b=3$ و $c=-e$:

لدينا: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{\ln(x-1)}$

ولدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{c}{\ln(x-1)}=0$

ومنه: المستقيم الذي معادلته $y=ax+b$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ولدينا مما سبق: $(D):y=x+3$ هو المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ومنه: $a=1$ و $b=3$ 0,50

ولدينا:

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]1;2[\cup]2;+\infty[$ ودالتها المشتقة f' حيث:

$$f'(x)=a-\frac{c}{(x-1)\left[\ln(x-1)\right]^2}=1-\frac{c}{(x-1)\left[\ln(x-1)\right]^2}$$

ولدينا مما سبق: $f'(e+1)=2$

فينتج بالتعويض: $1-\dfrac{c}{e}=2$ فنجد: $c=-e$ 0,50

ومنه: $f(x)=x+3-\dfrac{e}{\ln(x-1)}$

3) m وسيط حقيقي غير معدوم

نعيّن بيانيا قيم m **حتى تقبل المعادلة** $f(x)=\dfrac{1}{m}$ **حلّا وحيدا:**

الحلول البيانية للمعادلة $f(x)=\dfrac{1}{m}$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f)

مع المستقيمات التي معادلاتها $y=\dfrac{1}{m}$

وحتى تقبل المعادلة $f(x)=\dfrac{1}{m}$ حلا وحيدا يكفي أن يقطع المنحنى (C_f)

المستقيم ذو المعادلة $y=\dfrac{1}{m}$ في نقطة وحيدة أي: $\dfrac{1}{m}<4$ و $m\neq 0$

$\dfrac{1}{m}<4$ تكافئ: $\dfrac{1}{m}-4<0$

تكافئ: $\dfrac{1-4m}{m}<0$

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
m		$-$	0	$+$		$+$	
$1-4m$		$+$		$+$	0	$-$	
$\frac{1-4m}{m}$		$-$		$+$	0	$-$	

فتكون قيم m هي:

$$m\in]-\infty;0[\cup\left]\frac{1}{4};+\infty\right[$$ 0,50

4) h الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*-\{1;2\}$ بـ:

$$h(x)=|x-1|+4-\frac{2e}{\ln(x-1)^2}$$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السّابق.

أ) نبيّن أنّه من أجل كلّ $x\in\mathbb{R}^*-\{1;2\}$ **فإن:** $2-x\in\mathbb{R}^*-\{1;2\}$

$x\in\mathbb{R}^*-\{1;2\}$ معناه: $x\neq 0$ و $x\neq 1$ و $x\neq 2$

ومنه: $-x\neq 0$ و $-x\neq -1$ و $-x\neq -2$

$2-x\neq 2$ و $2-x\neq 1$ و $2-x\neq 0$

$2-x\in\mathbb{R}^*-\{1;2\}$ 0,50

ب) نبيّن أنّ $h(2-x)=h(x)$:

من أجل $x\in\mathbb{R}^*-\{1;2\}$ ومن أجل $2-x\in\mathbb{R}^*-\{1;2\}$ لدينا:

$$h(2-x)=|2-x-1|+4-\frac{2e}{\ln(2-x-1)^2}$$

$$h(2-x)=|-x+1|+4-\frac{2e}{\ln(-x+1)^2}$$

$$h(2-x)=|-(x-1)|+4-\frac{2e}{\ln\left[-(x-1)\right]^2}$$

$$h(2-x)=|x-1|+4-\frac{2e}{\ln(x-1)^2}$$

$h(2-x)=h(x)$ 0,50

لأن: $|-(x-1)|=|x-1|$ و $\left[-(x-1)\right]^2=\left[(x-1)\right]^2$

تفسير النّتيجة بيانيا:

لاحظ أن: $2-x=2\times 1-x$ 0,50

ومن 4) أ) و 4) ب) فإن المنحنى (C_h) يقبل محور تناظر معادلته $x=1$

ج) كتابة $h(x)$ **دون رمز القيمة المطلقة:**

لدينا:

$$h(x)=|x-1|+4-\frac{2e}{\ln(x-1)^2}$$

$$h(x)=|x-1|+4-\frac{2e}{2\ln|x-1|}$$

$$h(x)=|x-1|+4-\frac{e}{\ln|x-1|}$$

ومنه:

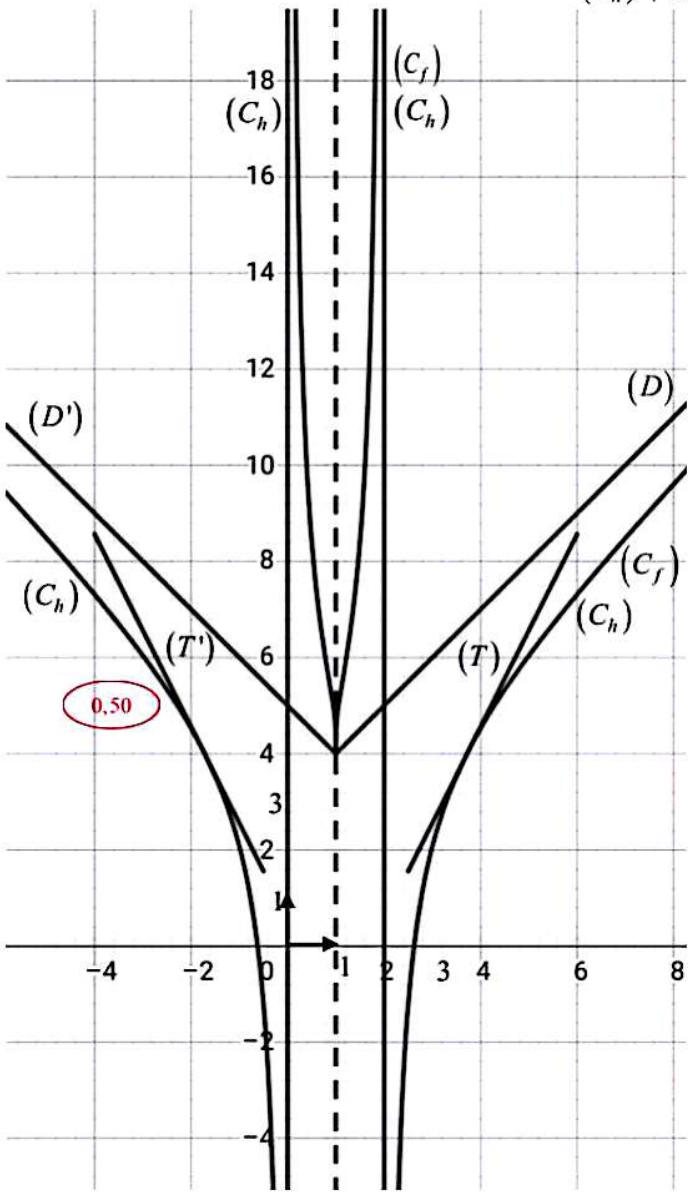
$$h(x)=\begin{cases}-(x-1)+4-\dfrac{e}{\ln\left[-(x-1)\right]} & ;\ x\in]-\infty;0[\cup]0;1[\\ x-1+4-\dfrac{e}{\ln(x-1)} & ;\ x\in]1;2[\cup]2;+\infty[\end{cases}$$

$$h(x)=\begin{cases}-x+5-\dfrac{e}{\ln(-x+1)} & ;\ x\in]-\infty;0[\cup]0;1[\\ x+3-\dfrac{e}{\ln(x-1)}=f(x) & ;\ x\in]1;2[\cup]2;+\infty[\end{cases}$$ 0,50

د) شرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f):

- من أجل $x \in]1;2[\cup]2;+\infty[$ لدينا: $h(x)=f(x)$ أي نرسم (C_h) منطبقا على (C_f) 0,50
- من أجل $x \in]-\infty;0[\cup]0;1[$ نكمل رسم (C_h) بالتناظر بالنسبة للمستقيم الذي معادلته $x=1$ لأنه محور تناظر للمنحنى (C_h) 0,50

رسم (C_h):



ملاحظة:

نظير المستقيم المقارب (D) بالنسبة إلى محور التناظر $x=1$ هو (D') حيث:

$$(D'): y=(2-x)+3=-x+5$$

نظير الماس (T) بالنسبة إلى محور التناظر $x=1$ هو (T') حيث:

$$(T'): y=2(2-x)+2(1-e)=-2x+2(3-e)$$

من إعداد وكتابة الأستاذ عبد الحميد بوقطوف

كل التوفيق لكم في بكالوريا جوان 2025