الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: المجاهد المتوفي علال العيشاوي **السنة الدراسية 2025-2026**

الشعبة: ثانية رياضيات **المدة: ساعتان**

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمـرين الاول :

◄ أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة:

1) الدالتان f و g المعرفتان بـ: $f(x)=\sqrt{x^2+2}-x$ و $g(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x^2+2}+x}$ متساويتان.

2) معادلة المماس (T) لمنحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\sin x$، عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي: $y=-x$

3) لتكن A و B حادثتان مستقلتان، اذا كان: $P(A)=\dfrac{1}{3}$ و $P(B)=\dfrac{1}{2}$ فإن: $P(\overline{A}\cup\overline{B})=\dfrac{1}{6}$

4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x، حيث $x^4+x^2-2=0$ مجموعة حلول المعادلة في $\mathbb{R}$ هي: $\left\{1;\sqrt{2}\right\}$

التمـرين الثاني :

I) كيس غير شفاف به 5 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها: ثلاث كريات سوداء مرقمة: 0 ، 1 ، 2 و كريتين حمراوين مرقمة بـ: 1 ، 2، نسحب عشوائيا من الكيس كريتين على التوالي دون ارجاع.

• نرمز للكريات السوداء بـ: N • نرمز للكريات الحمراء بـ: R

1) شكل جدول يمذج هذه التجربة واستنتج عدد عناصر مجموعة الامكانيات Ω

2) نعتبر الحوادث التالية:

◄ A: " سحب كريتين مجموع رقميهما زوجي". ◄ B: " سحب كريتين من نفس اللون"

◄ C: " سحب كريتين جداء رقميهما معدوم "

أ) أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$

ب) أحسب $P(C)$ ثم استنتج احتمال سحب كريتين جداء رقميهما غير معدوم.

II) نعتبر اللعبة التالية: يدفع اللاعب مبلغ α دينار حيث: (α عدد طبيعي غير معدوم)، يربح 100 دينار عند ظهور أي كرية سوداء ويخسر 50 دينار دينار عند ظهور أي كرية حمراء.

نعرف المتغير العشوائي X الذي يمثل مقدار الربح أو الخسارة.

1) برأن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{-100-\alpha;50-\alpha;200-\alpha\}$ ثم عرف قانون احتماله

2) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ بدلالة α

3) عين أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمـرين الثالث :

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3+3x-14$

1) أحسب $g(2)$، ماذا تستنتج؟

2) حلل $g(x)$ ثم استنتج حلول المعادلة $g(x)=0$ على $\mathbb{R}$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3+ax^2+b}{x^2+1}$ حيث: a و b عددان حقيقيان، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) عين قيمة العددين a و b اذا علمت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) عند النقطة $A(2;2)$ معادلته $y=2$

◄ نضع في مايلي: $a=-1$ و $b=6$

2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين حصرا لـ $f(x)$ على المجال $[0.2]$

5) أكتب معادلة المماس (T') للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

6) عين قيمة مقربة للعدد $f(1.0001)$

7) أرسم (T) ، (T') و (C_f).

8) ناقش بيانيا، وحسب قيم العدد الحقيقي m، عدد واشارة حلول المعادلة: $f(x)=2m-3$

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(-2x+4)$

1) أحسب $h'(x)$ (عبارة $h(x)$ لايطلب تعيينها)

2) شكل جدول تغيرات الدالة h

ثانوية علال المياشي — التصحيح النموذجي — 5 نقاط — قسم: 2 رياضي

التمرين 01:

[1] صحيح، 0,25 — التبرير: 1

$D_f = \mathbb{R}$ و $D_g = \mathbb{R}$ إذن $D_f = D_g$ ... ①

ولدينا من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) = \frac{(\sqrt{x^2+2} - x)(\sqrt{x^2+2} + x)}{\sqrt{x^2+2} + x} = \frac{2}{\sqrt{x^2+2}+x} = g(x)$

أي $f(x) = g(x)$ ... ②

من ① و ② : $f = g$

[2] خطأ، 0,25 — التبرير: 1

f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا $f'(x) = \cos x$

$(T): y = f'(0)x + f(0)$

$\boxed{(T): y = x}$

[3] خطأ، 0,25 — التبرير: 1

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = p(\overline{A \cap B}) = 1 - p(A \cap B)$

بما أن A و B مستقلتان فإن $P(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - p(A) \cdot p(B)$

إذن

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \boxed{\frac{5}{6}}$

أ ل

[4] خطأ، 0,25 — التبرير: 1

باستعمال تبديل المتغير $(X = x)$ نجد

$X^2 + X - 2 = 0$

أما: $\begin{cases} X = 1 \\ X = -2 \end{cases}$ و

$x^2 = 1$ ، $x = 1$ أو $x = -1$

$x^2 = -2$ ، X مرفوض لأنها من $\mathbb{R}$

و منه $S = \{-1, 1\}$

قاسم آسف

التمرين 02: 6 نقاط

(I ① (1

∩ \ ∪	N_0	N_1	N_2	R_1	R_2
N_0		N_0N_1	N_0N_2	N_0R_1	N_0R_2
N_1	N_1N_0		N_1N_2	N_1R_1	N_1R_2
N_2	N_2N_0	N_2N_1		N_2R_1	N_2R_2
R_1	R_1N_0	R_1N_1	R_1N_2		R_1R_2
R_2	R_2N_0	R_2N_1	R_2N_2	R_2R_1	

1

0,25 $card(\Omega) = 20$

$P(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ (0,5) (1) (2)

$P(B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ (0,5)

$P(A \cap B) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ (0,5)

(0,5) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

(0,25) $P(\bar{C}) = \frac{3}{5}$

0,25 $P(C) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ (ب)

(II ① $-100-a$ RR ، $50-a$: NR ، $200-a$: NN

(0,25) $X \in \{200-a, 50-a, -100-a\}$ ومنه

فانون احتمال المتغير العشوائي X :

x_i	$200-a$	$50-a$	$-100-a$	المجموع
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

(0,75)

(0,5) $E(X) = 80 - a$ ②

③ اللعبة في صالح اللاعب معناه: $E(X) > 0$: $80 > a$

(0,75) $a = 79$ DA أي

فاسرا سف

التمرين الثالث:

(I

$$g(x) = x^3 + 3x - 14$$

① حساب $g(2)$: (0,25)

$$g(2) = (2)^3 + 3(2) - 14 = 0$$

نستنتج أن 2 جذر وحيد لكثير الحدود g (0,25)

② تحليل $g(x)$: (0,5)

$$g(x) = (x-2)(x^2+2x+7)$$

حلول المعادلة $g(x) = 0$: $S = \{2\}$ (0,25)

③ إشارة $g(x)$: (0,5)

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	
x^2+2x+7		$+$		$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	

(II

$$f(x) = \frac{x^3 + ax^2 + b}{x^2+1}$$

① $f(2) = 2$ و $f'(2) = 0$

$$f'(x) = \frac{x^4 + 3x^2 + (2a-2b)x}{(x^2+1)^2}$$

f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا :

بالتعويض نجد

$a = -1$ (0,5) $b = 6$ (0,5)

② f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا

$$f'(x) = \frac{x^4 + 3x^2 - 14x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2+1)^2}$$ (0,5) ومنه

③ اتجاه تغير الدالة f: إشارة $f'(x)$ من إشارة $xg(x)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

(0,5)

الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ (0,25)

ومتناقصة تماما على المجال $]0;2[$.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	6	↘		↗	

0,5

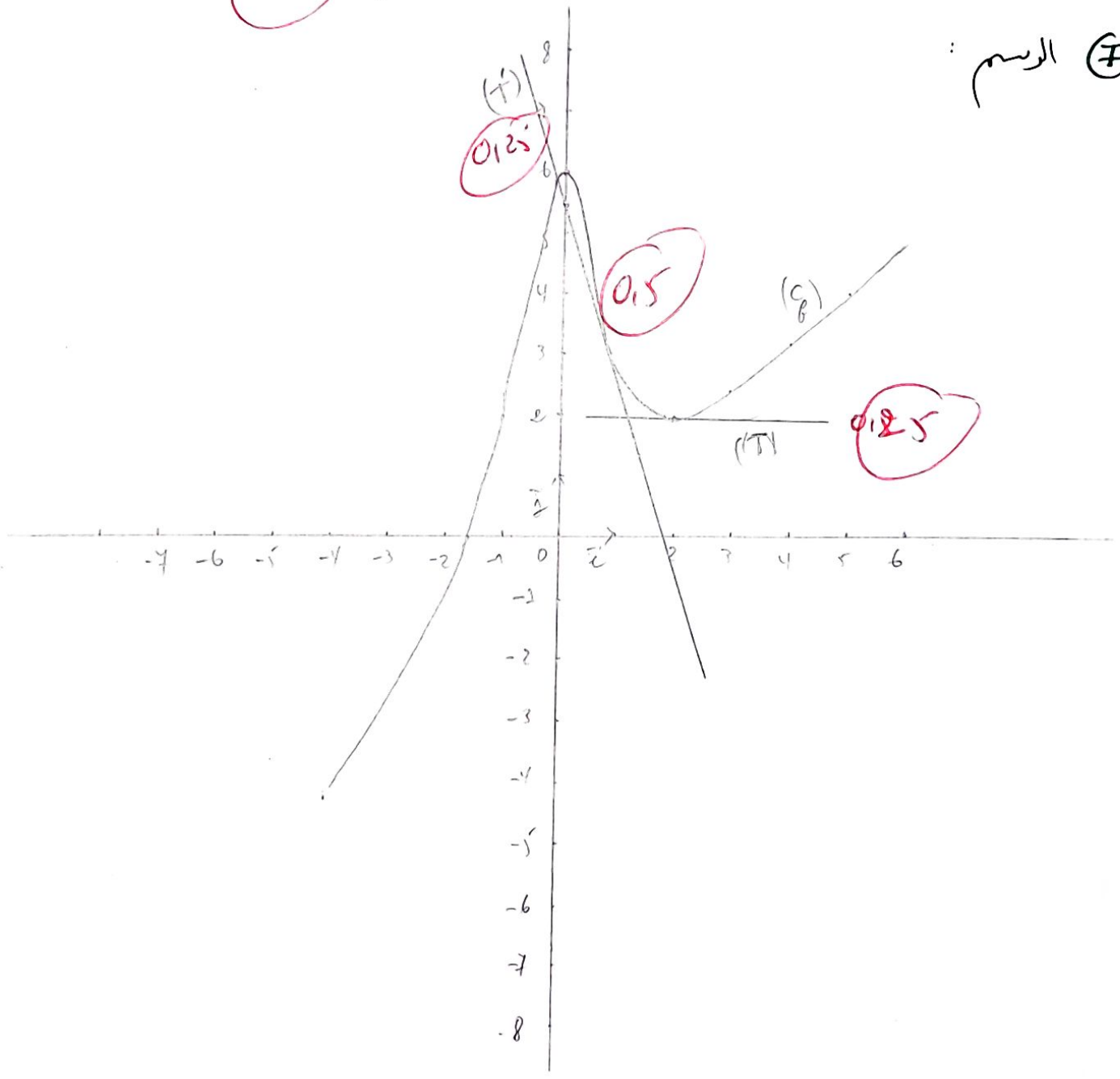
④ حصر $f(x)$ على المجال $[0,2]$: $2 \leq f(x) \leq 6$ 0,25

⑤ (T') : $y = -\frac{5}{2}x + \frac{11}{2}$ 0,5

⑥ $f(1,0001) \simeq -\frac{5}{2}(1,0001) + \frac{11}{2}$

ومنه : $f(1,0001) = 2,99975$ 0,25

⑦ الرسم :



0,25 0,5 0,25

$m \in \mathbb{R}$ $\quad f(x) = 2m - 3$ (1)

8) المناقشة البيانية

نوع المناقشة أفقية.

معرفة عدد فواصل نقط تقاطع للمنحنى (C_f) مع المستقيم الأفقي ذو المعادلة $y = m$

لما: $2m - 3 < 2$

أي $m < \frac{5}{2}$: حل وحيد سالب

لما: $2m - 3 = 2$

أي: $m = \frac{5}{2}$ حلين مختلفين في الإشارة.

لما: $2 < 2m - 3 < 6$

أي: $\frac{5}{2} < m < \frac{9}{2}$ كلا حلول (موجبين وحل سالب)

لما $2m - 3 = 6$

أي $m = \frac{9}{2}$ حلين (موجب والآخر معدوم)

لما $2m - 3 > 0$

أي $m > \frac{9}{2}$ حل وحيد موجب تماما.

III) (1) h تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا: $h'(x) = -2 f'(-2x+4)$ (0,5)

(2) جدول تغيرات الدالة h

x	$-\infty$		1		$\frac{9}{2}$		$+\infty$
$f'(-2x+4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$		$\searrow$	$h(1)$	$\nearrow$	$h(\frac{9}{2})$	$\searrow$	

(1)