الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية : المجاهد زوبير بلقاسم – كناستال – وهران – الموسم الدراسي : 2026/2025

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى : ❸ علوم تجريبية ⏰ المدة: $-\frac{1}{6}\log\left(\frac{1}{10^{12}}\right)$ ساعة

التمرين الأول : 3 نقاط

❑ لكل سؤال إجابة واحدة فقط صحيحة ،عيّنها مع التبرير .

① مجموعة حلول المُتراجحة $\ln(x^2-2x) \leq \ln(12-x)$ ذات المجهول الحقيقي x في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S=[-3;0[\cup]2;4]$	ب) $S=[12;+\infty[$	جـ) $S=]0;2[$.

② الحل الخاص للمُعادلة التفاضلية: $(\ln 3)y - y' - \ln\sqrt{3} = 0$ الذي يُحقّق: $y(0)=1$ هو:

أ) $y=\frac{3}{2}e^{(\ln 3)x}+\frac{1}{2}$	ب) $y=\frac{3}{2}e^{3x}-\frac{1}{2}$	جـ) $y=\frac{1}{2}3^x+\frac{1}{2}$

③ f الدّالة المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\begin{cases} f(x)=\frac{x^3}{e^x-1}; x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ ، ندرس قابلية إشتقاق الدّالة f عند : $x_0=0$.

أ) f غير قابلة للإشتقاق عند $x=0$ و (C_f) يقبل نصف مماس عمودي معادلته: $x=0$

ب) f غير قابلة للإشتقاق عند $x=0$ و (C_f) يقبل نقطة زاوية $O(0;0)$.

جـ) f قابلة للإشتقاق عند $x=0$ و (C_f) يقبل مماسا معادلته: $y=0$.

التمرين الثاني: 6 نقاط

✍ g الدّالة العددية المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\ln(1+e^{-x})-\frac{1}{1+e^x}$

① أُحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

② أُحسب $g'(x)$ ، ثم أُدرس إشارتها .

③ إستنتج إتّجاه تغير الدّالة g على $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

④ أُدرس إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

✍ f الدّالة المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x\ln(1+e^{-x})$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المُستوي المنسوب إلى المعلم المُتعامد و المُتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Scanné avec CamScanner

❶ برهن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ ، مفسّرا النتيجة هندسيا . (يُمكن وضع: $X = e^{-x}$)

❷ بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإنّ: $f(x) = -xe^x + e^x \ln(e^x + 1)$ ، ثمّ أُحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، مفسّرا النتيجة هندسيا .

❸ بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^x \cdot g(x)$.

❹ أدرس إتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

❺ أنشئ (C_f) .

التمرين الثالث: 11 نقطة

✍ نعتبر الدالة g المُعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x - x\ln x$.

① أُحسب: $\lim\limits_{x\to0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

② أحسب $g'(x)$ ، ثم إستنتج إتّجاه تغيّر الدّالة g على $]0;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

③ بيّن أنّه يوجد عدد حقيقي وحيد α في المجال $]3.5;3.6[$ يُحقّق: $g(x) + 1 = 0$

④ إستنتج إشارة: $g(x) + 1$ في المجال $]0;+\infty[$.

✍ لتكن الدّالة f المُعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{\ln(x) + x + 1}{x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المُستوي المنسوب إلى المعلم المُتعامد و المُتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. ($\|\vec{i}\| = 2$ و $\|\vec{j}\| = 4$)

❶ أُحسب: $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ،ثمّ فسّر النتائج هندسيا .

❷ بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإنّ: $f'(x) = \dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

❸ إستنتج إتّجاه تغيّر الدّالة f على $]0;+\infty[$ ،ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

❹ بيّن أنّ: $f(\alpha) = 1 + \dfrac{1}{\alpha}$ ، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

❺ أُكتب مُعادلة للماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

❻ أنشئ (C_f) ،ثمّ عيّن قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماما حتّى تقبل المُعادلة: $f(x) = \log(m)$ حلّين مُتمايزين. [نرمز بـ log إلى دالة اللوغاريتم العشري]

✍ h الدالة العددية المُعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = -\dfrac{\ln(x)}{x+1} + 3$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

① تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x فإنّ: $h(x) = -f(x) + 4$

② بيّن أنّ h هي مُركّب دالتين، يُطلب تعيينهما .

③ إستنتج أنّ (C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى المُستقيم (d) حيث $y = 2$ مُعادلة له. [لا يُطلب إنشاء (C_h)]

Scanne avec CamScanner

تصحيح الاختبار الأول - ثالثة ثانوي - ع ت + ت ر -

حل التمرين الأول:

1/ مجموعة حلول المتراجحة
$\ln(x^2-2x) \leq \ln(12-x)$
هي:

ج/ $S=[-3;0[\cup]2;4]$

لأن: لدينا مجموعة التعريف:

$D_1=]-\infty;0[\cup]2;+\infty[\Leftarrow x^2-2x>0$

$D_2=]-\infty;12[\Leftarrow 12-x>0$

$D_f=D_1\cap D_2=]-\infty;0[\cup]2;12[$

ثانيا: لدينا من أجل:
$\ln(x^2-2x)=\ln(12-x)$
$x^2-2x=12-x$
$x^2-x-12=0$

$S=\{-3;4\}$

x	$-\infty$	-3	0	2	4	12	$+\infty$
x^2+x-12		$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$\ln(x^2-2x)-\ln(12-x)$		$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	

$S=[-3;0[\cup]2;4]$

2/ الحل الخاص للمعادلة التفاضلية هو

$\Rightarrow / y=\frac{1}{2}3^x+\frac{1}{2}$

لأنه لدينا:
$\ln(3)y-y'-\ln\sqrt{3}=0$

يعني:
$y'=(\ln 3)y-\ln(\sqrt{3})$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى

حلولها هي مجموعة الدوال

$y=Ce^{\ln(3)x}-\frac{-\ln(\sqrt{3})}{\ln(3)}$

$=Ce^{\ln 3^x}+\frac{\ln(3^{\frac{1}{2}})}{\ln(3)}$

$=C\cdot 3^x+\frac{\frac{1}{2}\ln(3)}{\ln(3)}$

$=C3^x+\frac{1}{2}$

$y(0)=1$ لدينا من أجل

$C3^0+\frac{1}{2}=1$

$C=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

إذن الحل الخاص هو

$y=\frac{1}{2}3^x+\frac{1}{2}$

Scanne avec CamScanner

صفحة 02

3/ الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ
$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1} & /x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

$x=0$ عند (C_f) قابلة للاشتقاق

$y=0$: (C_f) يقبل مماسا معادلته

لدينا

$$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\left[\frac{x^3}{e^x-1}-0\right]\times\frac{1}{x}$$

$$=\lim\frac{x^2}{e^x-1}$$

$$=\lim\frac{1}{\frac{e^x-1}{x}\times\frac{1}{x}}$$

$$=0\in\mathbb{R}$$

إذن f قابلة للاشتقاق عند $x=0$

(C_f) يقبل مماسا معادلته

$$y=f'(0)(x-0)+f(0)$$
$$=0(x-0)+0$$
$$=0$$

حل التمرين الثاني

I/ $g(x)=\ln(1+e^{-x})-\dfrac{1}{1+e^x}$

$D_g=\mathbb{R}$

1/ نهايات الدالة g :

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[\ln(1+e^{-x})-\frac{1}{1+e^x}\right]=+\infty$$

لأن

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}e^{-x}=+\infty\\ \lim\limits_{X\to+\infty}\ln(X)=+\infty\end{cases}$$

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[\ln(1+e^{-x})-\frac{1}{1+e^x}\right]=0$$

$$\lim_{x\to+\infty}e^{-x}=0$$ لأن:

2/ حساب $g'(x)$:

g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ والدالة المشتقة:

$$g'(x)=\frac{(-e^{-x})\times e^x}{(1+e^{-x})e^x}-\frac{-e^x}{(1+e^x)^2}$$

$$=\frac{-1}{1+e^x}+\frac{e^x}{(1+e^x)^2}$$

$$=\frac{-(1+e^x)+e^x}{(1+e^x)^2}$$

$$=\frac{-1}{(1+e^x)^2}<0$$

3/ g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$

جدول تغيرات g

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0

Scanne avec CamScanner

دراسة g

I/ إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	

(C_g) يقع فوق (xx')

II/ $f(x)=e^x\ln(1+e^{-x})$

1/ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\left[e^x\ln(1+e^{-x})\right]$

نضع $X=e^{-x}$

يكافئ $\ln(X)=-x$

يكافئ $x=-\ln(X)$

و لما $x\to+\infty$

فإن $X\to 0$

ومنه $\lim\limits_{X\to\infty} f(X)=\lim\limits_{X\to 0}\left[\frac{1}{X}\ln(1+X)\right]$

$=\lim\limits_{X\to 0}\frac{\ln(1+X)}{X}=1$

(C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته $y=1$ في جوار $+\infty$

2/ عبارة $f(x)$:

لدينا

$f(x)=e^x\ln(1+e^{-x})$

$=e^x\ln\left(1+\frac{1}{e^x}\right)$

$=e^x\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x}\right)$

$=e^x\left[\ln(e^x+1)-\ln(e^x)\right]$

$=e^x\ln(e^x+1)-xe^x$

حساب:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\left[e^x\ln(e^x+1)-xe^x\right]$

$=0$

لأن

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0\end{cases}$

(C_f) يقبل مستقيم مقارب افقيا معادلته $y=0$ في جوار $-\infty$.

3/ حساب $f'(x)$:

f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة:

$f'(x)=e^x\ln(1+e^{-x})+\frac{-e^{-x}}{1+e^{-x}}\times e^x$

$=e^x\ln(1+e^{-x})-\frac{(1)\times e^x}{(1+e^{-x})\times e^x}$

Scanne avec CamScanner

صفحة 4

حل التمرين الثالث:

I/ $g(x)=x-x\ln(x)$ / $D_g=]0;+\infty[$

1/ حساب نهايات g:

$\lim\limits_{x\to 0} g(x)=\lim[x-x\ln(x)]$

$=0$

$\lim\limits_{x\to 0} x\ln(x)=0$ إذن:

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}[x-x\ln x]$

$=\lim\limits_{x\to+\infty} x[1-\ln x]$ ($x\to+\infty$, $1-\ln x\to-\infty$)

$=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$ لأن:

2/ حساب $g'(x)$:

g قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$

ودالتها المشتقة:

$g'(x)=1-[(1)\ln(x)+\frac{1}{x}\times x]$

$=1-\ln x-1$

$=-\ln x$.

إشارة $g'(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$-\ln x$	‖ +	0	−

اتجاه تغير الدالة g.

g متزايدة تماما على $]0;1]$

g متناقصة تماما على $[1;+\infty[$

$f'(x)=e^x\ln(1+e^{-x})-\frac{e^x}{1+e^x}$

$=e^x\left[\ln(1+e^{-x})-\frac{1}{1+e^x}\right]$

$=e^x.g(x)>0$

4/ اتجاه تغير الدالة f

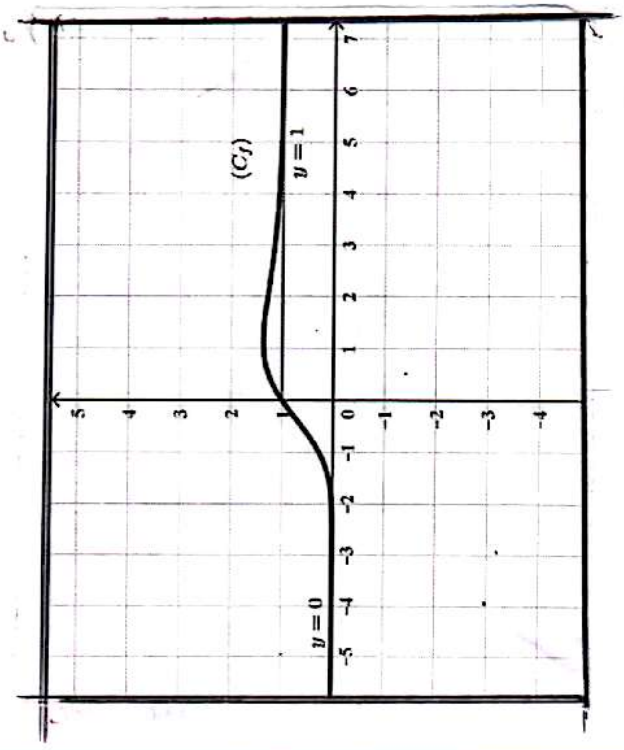
إشارة $f'(x)$: لدينا $f'(x)>0$

ومنه f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	0 ↗	1

5/ إنشاء (C_f)



Scanne avec CamScanner

صفحة 05

جدول تغيرات الدالة g

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	−
$g(x)$	$-\infty$ ↗	1	↘ $-\infty$

$g(1) = 1 - 0 = 1$

3/ نبين أن المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $\alpha \in]3,5;3,6[$

لدينا g مستمرة ورتيبة تماماً على $[3,5;3,6]$ (متناقصة تماماً)

لدينا $g(3,5) \simeq -0,88$

$g(3,6) \simeq -1,01$

بكاتج $g(3,6) < -1 < g(3,5)$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = -1$ أي $g(x)+1 = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $3,5 < \alpha < 3,6$

4/ إشارة $g(x)+1$

x	0	α	$+\infty$
$g(x)+1$	+	0	−

II/ $f(x) = \dfrac{\ln(x)+x+1}{x+1}$ / $D_f =]0;+\infty[$

1/ حساب النهايات:

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\left[\frac{\ln(x)+x+1}{x+1}\right]$$

$= -\infty$

لأن $\lim_{x\to 0} \ln(x) = -\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{\ln(x)+x+1}{x+1}\right]$$

$$= \lim\left(\frac{\ln(x)}{x+1} + \frac{x+1}{x+1}\right)$$

$$= \lim\left[\frac{\ln(x)}{x} \times \frac{x}{x+1} + 1\right]$$

$= 1$

(C_f) تقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = 0$

(C_f) تقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 1$ في جوار $+\infty$

2/ حساب $f'(x)$: f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و دالتها المشتقة

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{x}+1\right)(x+1) - (1)(\ln x + x + 1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{1 + x + \frac{1}{x} + 1 - \ln x - x - 1}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{\frac{x - x\ln x + 1}{x}}{(x+1)^2}$$

Scanne avec CamScanner

صفحة 6

$$f'(x)=\frac{x-x\ln x+1}{x(x+1)^2}$$

$$=\frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$$

3/ إتجاه تغير الدالة f

إشارة $f'(x)$

x	0		α		$+\infty$
$g(x)+1$	‖	$+$	0	$-$	
x	0	$+$		$+$	
$(x+1)^2$		$+$		$+$	
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

f متناقصة تماما على $]0;\alpha]$

f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات f

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	↗	$f(\alpha)$	↘	1
	$-\infty$				

4/ عبارة $f(\alpha)$:

لدينا $g(\alpha)+1=0$

يكافئ: $\alpha-\alpha\ln\alpha=-1$

يكافئ: $\ln\alpha=\frac{\alpha+1}{\alpha}$

من صفحة أخرى لدينا

$$f(\alpha)=\frac{\ln(\alpha)+\alpha+1}{\alpha+1}$$

$$=\frac{\frac{\alpha+1}{\alpha}+\alpha+1}{\alpha+1}$$

$$=\frac{\alpha+1+\alpha^2+\alpha}{\alpha}\times\frac{1}{\alpha+1}$$

$$=\frac{\alpha^2+2\alpha+1}{\alpha}\times\frac{1}{\alpha+1}$$

$$=\frac{(\alpha+1)^2}{\alpha(\alpha+1)}=\frac{\alpha+1}{\alpha}=1+\frac{1}{\alpha}$$

حصر $f(\alpha)$

لدينا $3,5<\alpha<3,6$

يكافئ: $\frac{1}{3,6}<\frac{1}{\alpha}<\frac{1}{3,5}$

يكافئ: $1+\frac{1}{3,6}<1+\frac{1}{\alpha}<1+\frac{1}{3,5}$

$$1,27<f(\alpha)<1,28$$

5/ معادلة المماس (T) عند $x=1$

$(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

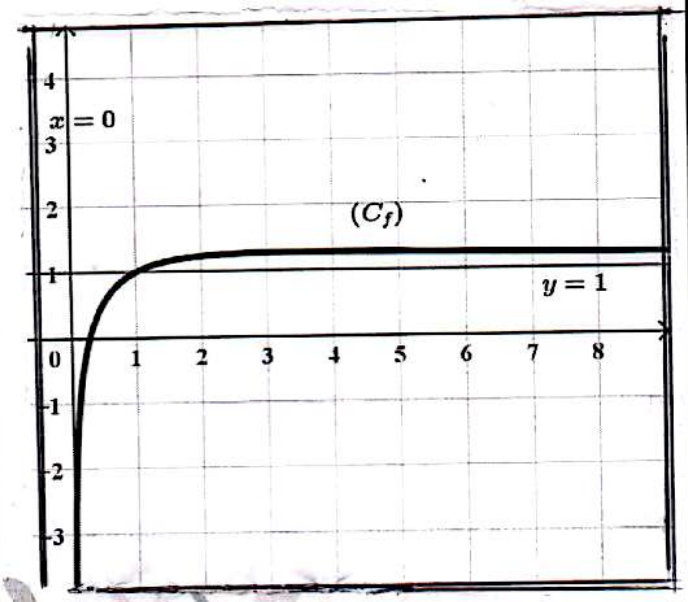
$=1(x-1)+1$

$=x$.

Scanne avec CamScanner

صفحة 07

إنشاء (C_f)



- لمناقشة البيانية

حلول المعادلة $f(x)=\log(m)$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y=\log(m)$ حيث

- لدينا: $\log(m)\in]-\infty;1]$ يعني $m\in]0;10]$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

- لدينا: $\log(m)\in]1;f(a)[$ يعني $m\in]10;10^{f(a)}[$ المعادلة تقبل حلين متمايزين

- لدينا: $\log(m)=f(a)$ يعني $m=10^{f(a)}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا

نكتفي فقط بالحالة (2):

III) $R(x)=-\frac{\ln(x)}{x+1}+3$

1) التحقق:

$$-f(x)+4=-\frac{\ln(x)+x+1}{x+1}+1+3$$

$$=\frac{-\ln(x)-x-1+x+1}{x+1}+3$$

$$=\frac{-\ln(x)}{x+1}+3$$

2) التركيب

$R(x)=(U\circ f)(x)$

$\begin{cases}U(x)=-x+4\\ f(x)=\frac{\ln(x)+x+1}{x+1}\end{cases}$ حيث و

3) إنشاء (C_R)

(C_R) تظير (C_{-f}) باستعاب $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$

حيث (C_{-f}) و (C_f) متناظران بالنسبة إلى (xx').

الحساب على الانستغرام: @ostad_kamel_eddine

Scanne avec CamScanner

الصفحة 89

الاستنتاج

(C_R) و (C_f) متناظران بالنسبة إلى المستقيم $(d): y=2$

طريقة 1:

لدينا: $R(x) = -f(x)+4$

يكافئ $R(x)+f(x)=4$

إذن: (C_f) و (C_R) متناظران بالنسبة إلى المستقيم (d) ذي المعادلة

$$y=\frac{4}{2}=2$$

بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا

أستاذكم كمال الدين
أستاذكم كمال الدين
رياضيات - ثانوي

Scanne avec CamScanner