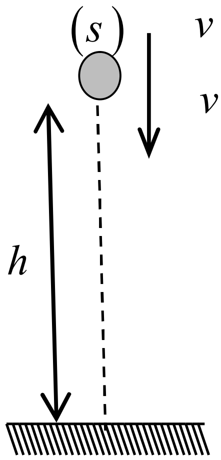
تطور جملة ميكانيكية

BAC 2023 | السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء | BAC 2023

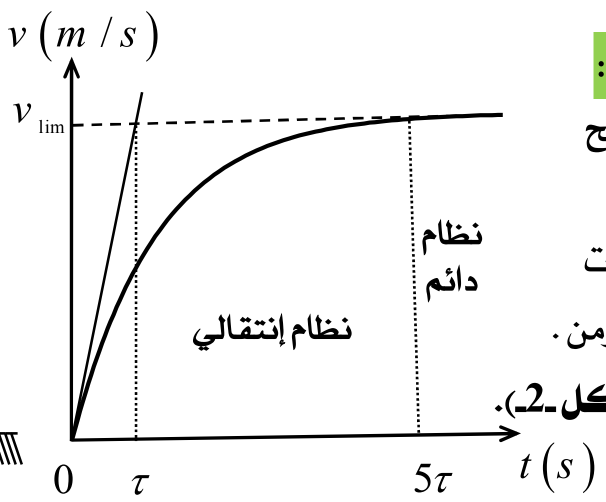
I ـ الدراسة التجريبية للسقوط الشاقولي :

يسقط جسم صلب (S) من ارتفاع h عن سطح الأرض دون سرعة إبتدائية (**الشكل ـ1ـ**).

بواسطة تجهيز خاص مزود ببرمجية رسم البيانات نحصل على بيان سرعة الجسم (S) بدلالة الزمن . خلال سقوطه $v=f(t)$ كما يوضحه (**الشكل ـ2ـ**).



الشكل -1-



الشكل -2-

تحليل بيان السرعة

من بيان الشكل -2- نستنتج أن سقوط الجسم في الهواء يمر بمرحلتين (نظامين) هما :

- **النظام الإنتقالي :** $t\,[0-5\tau]s$ تزداد فيه السرعة بشكل رتيب حتى تصل إلى السرعة الحدية $v_{\lim}$.
- **النظام الدائم :** $t \succ 5\tau$ تثبت فيه السرعة عند القيمة الحدية $V_{\lim}$.

ملاحظة : $V_{\lim}$ السرعة الحدية (ثابتة $v_l = Cte$).

τ ثابت الزمن (الزمن المميز للحركة) يمثل بيانيا فاصلة نقطة تقاطع المماس عند $t=0$ مع المستقيم المقارب الأفقي .

الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

القوى المطبقة على الجسم أثناء سقوطه الشاقولي

قوة الثقل $\vec{P}$

عبارتها $p=mg$ و هي قوة شاقولية نحو الأسفل شدتها ثابتة حيث :

m كتلة الجملة ب Kg

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$

كل جسم مغمور في مائع يخضع لدافعة أرخميدس تساوي ثقل المائع المزاح $\Pi=\rho_f\, v\, g$ حيث :

ρ_f الكتلة الحجمية للمائع

v حجم الجسم أو المائع المزاح

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

قوة الإحتكاك $\vec{f}$

هي قوة شاقولية معاكسة لجهة الحركة تزداد شدتها بزيادة السرعة شدتها

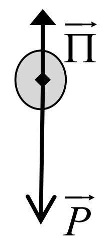
$f = K\,v$ ، $f = K'v^2$

K و K' ثابتا الإحتكاك

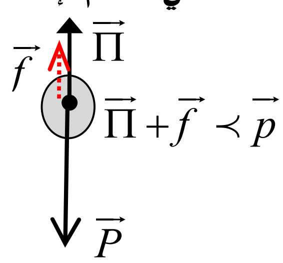
v السرعة ب $m.s^{-1}$

تمثيل القوى كيفيا أثناء سقوط الجسم

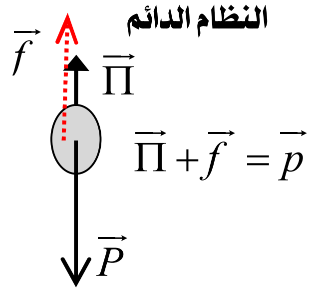
مرحلة الإنطلاق



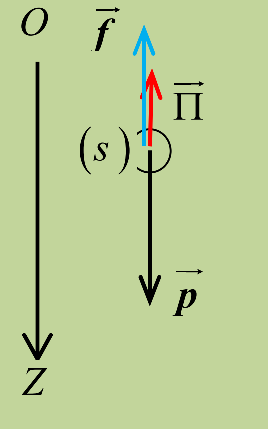
في النظام الإنتقالي



النظام الدائم



تمثيل القوى المؤثرة



الدراسة النظرية للسقوط الشاقولي (الحقيقي):

القوى الخارجية المؤثرة على جملة ، أثناء سقوطها شاقوليا هي:

قوة الثقل $\vec{p}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ ، قوة الإحتكاك $\vec{f}$

المعادلة التفاضلية للسرعة :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم (s)) في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليي نجد:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a_G} \Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\,\vec{a_G}$$

بالإسقاط على محور الحركة (OZ) نجد : $p - \Pi - f = m\,a_G \,....(1)$

1. في حالة السرعات الصغيرة يكون : $f = K.v$

V حجم الجسم
v سرعة الجسم
ρ_f الكتلة الحجمية للمائع
ρ_s الكتلة الحجمية للجسم

تصبح العلاقة (1): $m.g - \rho.V.g - K\,v = m.\frac{dv}{dt}$

بالتبسيط نجد : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1 - \rho\underbrace{\frac{V}{m}}_{1/\rho_s}\right)$ أي:

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى

عبارة السرعة الحدية v_l	عبارة التسارع الإبتدائي a_0	ثابت الزمن المميز للحركة τ
في النظام الدائم $(v = v_l = Cte)$ أي : $\frac{dv}{dt} = 0$ ومنه : $\frac{K}{m}v_l = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ إذن : $v_l = \frac{g.m}{k}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ بيانيا: v_l تمثل نقطة تقاطع الخط المقارب الأفقي عند t_f لبيان السرعة $v = f(t)$ الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية	لما $t = 0$ تكون : السرعة معدومة أي : $v = 0$ ومن المعادلة التفاضلية نكتب: $\frac{dv}{dt} + \cancel{\frac{K}{m}v}^{0} = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ نجد : $\left.\frac{dv}{dt}\right\|_0 = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ $a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ أو : $a_0 = \frac{g}{m}\left(m - \rho_f V\right)$ بيانيا : a_0 يمثل ميل المماس للمنحنى $v = f(t)$ عند المبدأ $a_0 = \left.\frac{dv}{dt}\right\|_{t=0}$	بالإعتماد على التحليل البعدي للمقدار $\frac{m}{K}$ نجد : $\frac{[m]}{[K]} = \frac{[m]}{\frac{[f]}{[v]}} = \frac{[m][v]}{[f]}$ $\frac{[m]}{[K]} = \frac{M.L.T^{-1}}{M.L.T^{-2}} = T$ ومنه : وحدة الثابت $\frac{m}{K}$ من وحدة الزمن، ويرمز له ب τ أي : $\boxed{\tau = \frac{m}{K}}$ الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

ملاحظة:في حالة السرعات الكبيرة $f = K\,v^2$

وبنفس الخطوات نحصل على المعادلة التفاضلية : $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v^2 = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

وعبارة السرعة الحدية v_l : $v_l = \sqrt{\frac{g.m}{K}\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$ أو : $v_l = \sqrt{\frac{g}{K}\left(m - \rho_f V\right)}$