الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية بومرداس | ثانوية المجاهد المتوفى علال العيشاوي

المستوى: **1 ج م ع ت** | السنة الدراسية: **2025-2026**

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات | **المدة: 02 سا 00 د**

التمـرين الأول: (06 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1) أصغر مجموعة ينتمي إليها العدد $A = \left|\left|-3+2\sqrt{2}\right|+2\sqrt{2}\right|$ هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية.

2) إذا كان $I =]-4;4[$ و $J =]-\infty;2]$ فإن $I \cup J =]-\infty;4]$ و $I \cap J =]2;4[$.

3) حلول المعادلة $|x-1| = 0$ في $\mathbb{R}$ هي: 1 و -1.

4) ليكن a عدد حقيقي موجب، مقلوب العدد $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ هو $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$.

5) a و b عددان حقيقيان غير معدومين ومختلفان في الإشارة، إذا كان $|a| = a$ فإن $b-|b| = 0$.

التمـرين الثاني: (06 نقاط)

I)- ليكن a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $a > b$ نضع $A = \sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ و $B = \sqrt{b+1}-\sqrt{b}$.

1) بين أن: $\dfrac{1}{A}-\dfrac{1}{B} = \left(\sqrt{a+1}-\sqrt{b+1}\right)+\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$

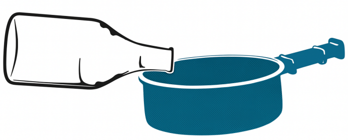
2) بين أن: $\dfrac{1}{A}-\dfrac{1}{B} > 0$، ثم قارن بين A و B.

3) استنتج مقارنة بين العددين $\sqrt{2^{2025}+1}-\sqrt{2^{2025}}$ و $\sqrt{2^{1447}+1}-\sqrt{2^{1447}}$.

II)- هل يمكن تفريغ قارورة حليب مملوءة سعتها 1.8ℓ في إناء أسطواني الشكل حجمه $V = \pi r^2 h$

(r: نصف قطره، و h: إرتفاعه) حيث: $8 < r < 8.1$ و $8 < h < 8.1$

(الوحدة cm)



إرشاد:

نعتبر: $3.14 < \pi < 3.15$ و $1000cm^3 = 1\ell$

التمـرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ كما هو موضح في الشكل أدناه.

بقراءة بيانية أجب على الأسئلة التالية:

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2) عين صور الأعداد التالية -2، 4 و 9 بالدالة f.

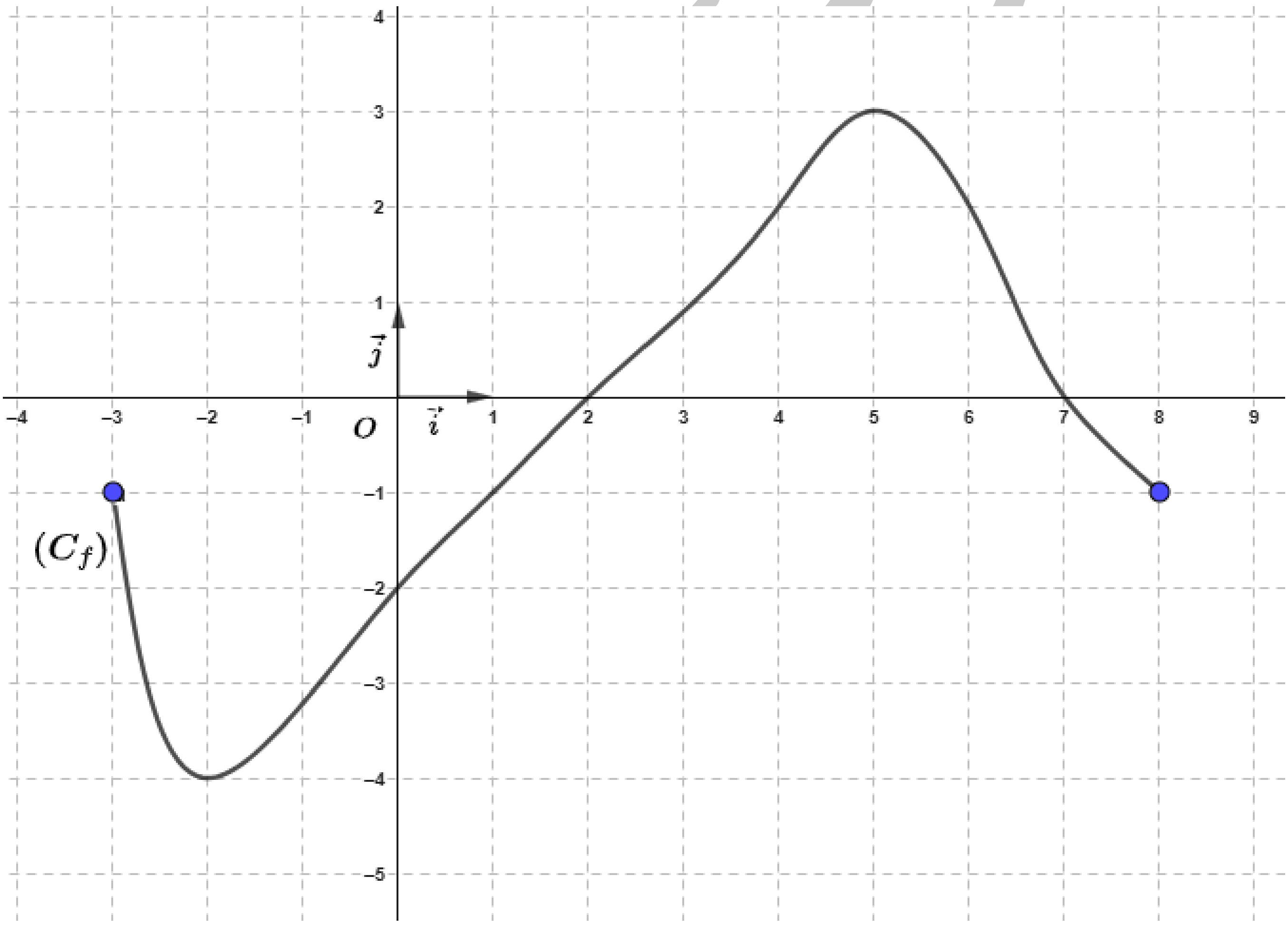
3) عين السوابق الممكنة للأعداد -1، 0 و 3 بالدالة f إن وجدت.

4) عين اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

5) عين القيم الحدية للدالة f إن وجدت ومن أجل أي قيمة تبلغها.

6) عين حصرا لـ $f(x)$ من أجل كل x من D_f.

7) قارن بين $f\left(\frac{-2025}{2026}\right)$ و $f\left(\frac{-2026}{2025}\right)$ مع التبرير.



التصحيح النموذجي لاختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

حل التمرين الأول :

1) **خطأ** لأن:

لدينا: $A = \left|\left|-3+2\sqrt{2}\right|+2\sqrt{2}\right| = \left|3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}\right| = |3| = 3$ ومنه: $A \in \mathbb{N}$

2) **خطأ** لأن:

إذا كان $I =]-4;4[$ و $J =]-\infty;2]$ فإن $I \cup J =]-\infty;4[$ و $I \cap J =]-4;2]$.

3) **خطأ** لأن:

لدينا: $|x-1| = 0$ معناه: $x-1=0$ معناه: $x=1$ ومنه حلول المعادلة $|x-1|=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S=\{1\}$

4) **صحيح** لأن:

a عدد حقيقي موجب، لدينا: $\left(\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\right)\times\left(\sqrt{a+1}+\sqrt{a}\right) = \sqrt{a+1}^2-\sqrt{a}^2 = a+1-a = 1$

ومنه مقلوب العدد $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ هو $\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$.

5) **خطأ** لأن:

لدينا: $|a| = a$ ومنه: $a>0$ وعليه: $b<0$ ومنه: $b-|b| = b-(-b) = b+b = 2b$

حل التمرين الثاني :

I)- ليكن a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $a>b$ نضع $A = \sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ و $B = \sqrt{b+1}-\sqrt{b}$.

1) تبين أن: $\frac{1}{A}-\frac{1}{B} = \left(\sqrt{a+1}-\sqrt{b+1}\right)+\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$

$$\frac{1}{A}-\frac{1}{B} = \frac{1}{\sqrt{a+1}-\sqrt{a}}-\frac{1}{\sqrt{b+1}-\sqrt{b}} = \sqrt{a+1}+\sqrt{a}-\left(\sqrt{b+1}+\sqrt{b}\right) = \boxed{\left(\sqrt{a+1}-\sqrt{b+1}\right)+\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}$$

2) تبيين أن: $\frac{1}{A}-\frac{1}{B}>0$، ثم قارن بين A و B:

◄ تبيين أن: $\frac{1}{A}-\frac{1}{B}>0$:

لدينا: $a>b>0$ ومنه: $a+1>b+1>1$ ومنه: $\sqrt{a+1}>\sqrt{b+1}$ ومنه: $\sqrt{a+1}-\sqrt{b+1}>0$.

ولدينا: $a>b>0$ ومنه: $\sqrt{a}>\sqrt{b}$ ومنه: $\sqrt{a}-\sqrt{b}>0$.

وعليه: $\left(\sqrt{a+1}-\sqrt{b+1}\right)+\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)>0$ ومنه: $\boxed{\frac{1}{A}-\frac{1}{B}>0}$

◄ المقارنة بين A و B:

لدينا: $\frac{1}{A}-\frac{1}{B}>0$ ومنه: $\frac{1}{A}>\frac{1}{B}>0$ ومنه: $\boxed{A<B}$

3) استنتاج مقارنة بين العددين $\sqrt{2^{2025}+1}-\sqrt{2^{2025}}$ و $\sqrt{2^{1447}+1}-\sqrt{2^{1447}}$:

لدينا: $2^{2025} > 2^{1447}$ نضع $a = 2^{2025}$ و $b = 2^{1447}$

ومنه يصبح لدينا: $A = \sqrt{2^{2025}+1}-\sqrt{2^{2025}}$ و $B = \sqrt{2^{1447}+1}-\sqrt{2^{1447}}$

ومما سبق نعلم أن: $A < B$ وعليه: $\boxed{\sqrt{2^{2025}+1}-\sqrt{2^{2025}} < \sqrt{2^{1447}+1}-\sqrt{2^{1447}}}$

II◄ تعيين حصر لحجم الإناء الأسطواني:

لدينا: $8 < r < 8.1$ ومنه: $8^2 < r^2 < (8.1)^2$

ولدينا: $0 < 8 < h < 8.1$ و $0 < 3.14 < \pi < 3.15$ ومنه: $3.14 \times 8^3 < \pi r^2 h < 3.15 \times (8.1)^3$

وعليه: $\boxed{1607.68 < V < 1674.03915}$

◄ ولدينا: $1.8\ell = 1.8 \times 10^3 cm^3 = 1800 cm^3$

وعليه لا يمكن تفريغ قارورة حليب مملوءة سعتها 1.8ℓ في إناء أسطواني الشكل حجمه $V = \pi r^2 h$ (r: نصف قطره،و h: إرتفاعه) حيث $8 < r < 8.1$ و $8 < h < 8.1$.

حل التمرين الثالث :

1) تعيين D_f مجموعة تعريف الدالة f: $\boxed{D_f = [-3;8]}$

2) تعيين صور كل من -2، 4 و 9 بالدالة f:

◄ لدينا $-2 \in D_f$ ومنه صورة العدد -2 بالدالة f هي $\boxed{-4}$.

◄ لدينا $4 \in D_f$ ومنه صورة العدد 4 بالدالة f هي $\boxed{2}$.

◄ لدينا $9 \notin D_f$ ومنه العدد 9 ليس له صورة بالدالة f.

3) تعيين السوابق الممكنة إن وجدت لكل من -1، 0 و 3 بالدالة f:

◄ سوابق العدد -1 بالدالة f هي $\boxed{-3، 1 \text{ و } 8}$.

◄ سوابق العدد 0 بالدالة f هي $\boxed{2 \text{ و } 7}$.

◄ سوابق العدد 3 بالدالة f هي $\boxed{5}$.

4) تعيين اتجاه تغير الدالة f، ثم تشكيل جدول تغيراتها:

أ- تعيين اتجاه تغير الدالة f:

◄ الدالة f متناقصة تماما على المجال $[-3;-2]$.

◄ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2;5]$.

◄ الدالة f متناقصة تماما على المجال $[5;8]$.

ب- تشكيل جدول تغيرات الدالة f:

x	-3	-2	5	8
$f(x)$	-1 ↘	-4 ↗	3 ↘	-1

5) تعيين القيم الحدية للدالة f إن وجدت ومن أجل أي قيمة تبلغها:

◄ الدالة f تقبل قيمة حدية كبرى تساوي 3 تبلغها عند $x = 5$.

◄ الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى تساوي -4 تبلغها عند $x = -2$.

6) تعيين حصرا لـ $f(x)$ من أجل كل x من D_f:

من خلال نتائج السؤال السابق، من أجل كل x من D_f: $-4 \leq f(x) \leq 3$

7) المقارنة بين $f\left(\frac{-2025}{2026}\right)$ و $f\left(\frac{-2026}{2025}\right)$:

لدينا: $\frac{-2025}{2026} \in [-2;0]$ و $\frac{-2026}{2025} \in [-2;0]$ و $\frac{-2026}{2026} < \frac{-2025}{2026}$

ومنه: $f\left(\frac{-2026}{2025}\right) < f\left(\frac{-2025}{2026}\right)$ (لأن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2;0]$)