التمرين 11 :

زهرة نرد مزيفة وجوهها مرقمة من 1 إلى 6نسمي p_i احتمال الحصول على الوجه الذي يحمل الرقم i.
يعطى : $p_1 = p_5$ ، $p_2 = 0,15$ ، $p_3 = 2p_1$ ، $p_4 = 2p_3$ ، $p_5 = 2p_6$.
نرمي زهرة النرد مرة واحدة ونهتم بالرقم الذي يظهر على الوجه العلوي.

1) بيّن أنّ : $p_1 = 0,1$. ثمّ استنتج p_3 ، p_4 ، p_5 و p_6.

2) عين احتمال الحوادث التالية :

الحادثة A : " النتيجة تظهر رقم فردي ".	الحادثة D : " $A \cap C$ ".
الحادثة B : " النتيجة تظهر رقماً أصغر أو يساوي 3".	الحادثة E : " $A \cup C$ ".
الحادثة C : " النتيجة تظهر الرقم 2 أو 5".	الحادثة F : " $\overline{A}$ ".

3) نعرف لعبة كما يلي : اللاّعب الذي يرمي النرد يربح 40 DA إذا ظهر الرقم 4 يخسر 10 DA إذا ظهر رقم فردي ويخسر 100 DA إذا ظهر الرقم 2 أو الرقم 6.
نعتبر المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة ما يربحه اللاعب أو يخسره في اللّعبة.
أ . عيّن القيم الممكنة للمتغير X.
ب. عرّف قانون الاحتمال للمتغير X.
ج . أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير X.
د . ماهي قيمة الربح المناسبة للعبة عادلة ؟

زهرة نرد مزيفة وجوهها مرقمة من 1 إلى 6نسمي p_i احتمال الحصول على الوجه الذي يحمل الرقم i.
يعطى : $p_1 = p_5$ ، $p_2 = 0,15$ ، $p_3 = 2p_1$ ، $p_4 = 2p_3$ ، $p_5 = 2p_6$.
نرمي زهرة النرد مرة واحدة ونهتم بالرقم الذي يظهر على الوجه العلوي.
1) بيّن أنّ : $p_1 = 0,1$. ثمّ استنتج p_3 ، p_4 ، p_5 و p_6.

$$p_4 = 2p_3 = 2(2p_1) = 4p_1$$

$$p_6 = {}^{p_5}/_{2} = {}^{p_1}/_{2}$$

لدينا : $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$

$$p_1 + 0,15 + 2p_1 + 4p_1 + p_1 + {}^{p_1}/_{2} = 1$$

$$8,5p_1 + 0,15 = 1$$

$$8,5p_1 = 0,85$$

$$p_1 = 0,1$$

$$p_3 = 2p_1 = 2 \times 0,1 = 0,2$$

$$p_4 = 2p_3 = 2 \times 0,2 = 0,4$$

$$p_5 = p_1 = 0,1$$

$$p_6 = \frac{p_1}{2} = \frac{0,1}{2} = 0,05$$

2) عين احتمال الحوادث التالية :

الحادثة A : " النتيجة تظهر رقم فردي ".	الحادثة D : " $A \cap C$ ".
الحادثة B : " النتيجة تظهر رقماً أصغر أو يساوي 3".	الحادثة E : " $A \cup C$ ".
الحادثة C : " النتيجة تظهر الرقم 2 أو 5".	الحادثة F : " $\overline{A}$ ".

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,1	0,15	0,2	0,4	0,1	0,05

احتمال الحادثة A :

$P(A) = p_1 + p_3 + p_5$

$P(A) = 0,1 + 0,2 + 0,1$

$P(A) = 0,4$

احتمال الحادثة B :

$P(B) = p_1 + p_2 + p_3$

$P(B) = 0,1 + 0,15 + 0,2$

$P(B) = 0,45$

احتمال الحادثة C :

$P(C) = p_2 + p_5$

$P(C) = 0,15 + 0,1$

$P(C) = 0,25$

2) عين احتمال الحوادث التالية :

الحادثة A : " النتيجة تظهر رقم فردي ".	الحادثة D : " $A \cap C$ ".
الحادثة B : " النتيجة تظهر رقماً أصغر أو يساوي 3".	الحادثة E : " $A \cup C$ ".
الحادثة C : " النتيجة تظهر الرقم 2 أو 5".	الحادثة F : " $\overline{A}$ ".

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,1	0,15	0,2	0,4	0,1	0,05

احتمال الحادثة D :

$D = A \cap C = \{5\}$

$P(D) = p_5$

$P(D) = 0,1$

احتمال الحادثة E :

$E = A \cup C = \{1; 2; 3; 5\}$

$P(E) = p_1 + p_2 + p_3 + p_5$

$P(E) = 0,1 + 0,2 + 0,15 + 0,1$

$P(E) = 0,55$

احتمال الحادثة F :

$P(F) = P(\overline{A})$

$= 1 - P(A)$

$= 1 - 0,4$

$P(F) = 0,6$

3) نعرف لعبة كما يلي : اللاّعب الذي يرمي النرد يربح 40 DA إذا ظهر الرقم 4 يخسر 10 DA إذا ظهر رقم فردي ويخسر 100 DA إذا ظهر الرقم 2 أو الرقم 6.

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة ما يربحه اللاعب أو يخسره في اللّعبة.

أ . عيّن القيم الممكنة للمتغير X.

ب. عرّف قانون الاحتمال للمتغير X.

ج . أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير X.

د . ما هي قيمة الربح المناسبة للعبة عادلة ؟

أ . عيّن القيم الممكنة لـ X

$X = \{-100; -10; +40\}$

ب . قانون احتمال X

x_i	1	2	3	4	5	6
P_i	0,1	0,15	0,2	0,4	0,1	0,05

قانون احتمال X

x_i	-100	-10	40
P_i	0,2	0,4	0,4

3) نعرف لعبة كما يلي : اللاّعب الذي يرمي النرد يربح $40\ DA$ إذا ظهر الرقم 4 يخسر $10\ DA$ إذا ظهر رقم فردي ويخسر $100\ DA$ إذا ظهر الرقم 2 أو الرقم 6.
نعتبر المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة ما يربحه اللاعب أو يخسره في اللّعبة.

ج . أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير X.

د . ما هي قيمة الربح المناسبة للعبة عادلة ؟

x_i	-100	-10	40
P_i	$0,2$	$0,4$	$0,4$

ب . حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=3} x_i p_i$$

$$E(X) = -100 \times 0,2 - 10 \times 0,4 + 40 \times 0,4$$

$$\boldsymbol{E(X) = -8}$$

3) نعرف لعبة كما يلي : اللاّعب الذي يرمي النرد يربح $40\ DA$ إذا ظهر الرقم 4 يخسر $10\ DA$ إذا ظهر رقم فردي ويخسر $100\ DA$ إذا ظهر الرقم 2 أو الرقم 6.
نعتبر المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة ما يربحه اللاعب أو يخسره في اللّعبة.

د . ما هي قيمة الربح المناسبة للعبة عادلة ؟

x_i	-100	-10	40 α
P_i	$0,2$	$0,4$	$0,4$

د . ما هي قيمة الربح المناسبة للعبة عادلة ؟

$$E(X) = 0$$

$$-100 \times 0,2 - 10 \times 0,4 + \alpha \times 0,4 = 0$$

$$-20 - 4 + 0,4\,\alpha = 0$$

$$0,4\,\alpha = 24$$

$$\alpha = 60$$

قيمة الربح المناسبة للعبة عادلة هي : **60 DA**