

CAHIER DE LIAISON – MODE D'EMPLOI

- 1) Ce « cahier » reprend des parties du programme de mathématiques du collège.
Il doit vous aider à arriver en septembre en ayant conscience de ce qu'il faut maîtriser pour partir sur de bonnes bases en Seconde.
- 2) Ce cahier est constitué de plusieurs fiches indépendantes les unes des autres.
Chaque fiche est constituée d'un petit rappel de cours, d'exercices corrigés et d'exercices d'application.
- 3) Voici quelques conseils pour que votre travail soit efficace.
 - * Avant de faire les exercices, il faut vérifier que vous connaissez parfaitement le cours correspondant.
Pour cela, récitez-le à quelqu'un ou récitez-le par écrit (cahier fermé bien sûr).
 - * Une fois que cette étape est terminée, vous pouvez commencer à faire les exercices.
Si vous faites les exercices avec le cours sous les yeux, vous ne retiendrez (presque ...) rien.
Donc nous vous conseillons fortement de cacher la partie cours pour faire les exercices.
Si vous êtes obligés de regarder le rappel de cours, c'est qu'il n'a pas été appris correctement.
 - * Pour faire les exercices, il faut appliquer une des parties du cours.
Il y en a forcément une !!!
Alors prenez le temps de chercher, n'abandonnez pas trop vite.
 - * Si vous avez des difficultés sur une fiche, vous pouvez vous faire aider.
Ensuite, il faudra nécessairement laisser passer un peu de temps avant de reprendre cette fiche pour vérifier que vous savez maintenant la refaire tout seul.
Si vous ne laissez pas passer un peu de temps, vous ne ferez que de la recopie et cela ne sert (presque.....) à rien.

Bon courage et bonnes vacances

Fiche n°1 – Les Fractions

Égalités

Soit des nombres a , b et k (b et k non nuls).

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Ces égalités sont utilisées pour :

- **simplifier** l'écriture d'une fraction ;
- **réduire** au même dénominateur.

Exemple de simplification

$$\frac{28}{60} = \frac{7 \times 4}{15 \times 4} = \frac{7}{15}$$

Exemple de réduction au même dénominateur

$$\frac{7}{24} \quad \text{et} \quad \frac{11}{40}$$

$$* 24 = 8 \times 3 \quad \text{et} \quad 40 = 8 \times 5$$

Dénominateur commun : $8 \times 3 \times 5$

$$* \frac{7}{24} = \frac{7 \times 5}{24 \times 5} = \frac{35}{120} \quad \text{et} \quad \frac{11}{40} = \frac{11 \times 3}{40 \times 3} = \frac{33}{120}$$

Opérations

Addition et soustraction

Après simplification et réduction au même dénominateur.

$$\text{Pour tout nombre } a, b, c \text{ (} b \neq 0 \text{) : } \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

Multiplication

Pour tout nombre a, b, c, d ($b \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Division

Pour tout nombre a, b, c, d ($b \neq 0$; $c \neq 0$; $d \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exercice résolu

Effectuer le calcul suivant et écrire le résultat sous forme irréductible.

$$A = 3 \left[4 + \frac{7}{9} \div \left(1 - \frac{5}{9} \right) \right]$$

$$A = 3 \left[4 + \frac{7}{9} \div \left(\frac{9}{9} - \frac{5}{9} \right) \right]$$

$$A = 3 \left[4 + \frac{7}{9} \div \frac{4}{9} \right]$$

$$A = 3 \left[4 + \frac{7}{9} \times \frac{9}{4} \right]$$

$$A = 3 \left[4 + \frac{7 \times 9}{9 \times 4} \right]$$

$$A = 3 \left[4 + \frac{7}{4} \right]$$

$$A = 3 \left[\frac{16}{4} + \frac{7}{4} \right]$$

$$A = 3 \left[\frac{23}{4} \right]$$

$$A = \frac{69}{4}$$

Exercice

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = 11 - \frac{7}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{8}{5}$$

$$E = \frac{1 + \frac{2}{5}}{\frac{7}{5} - 1}$$

$$B = \left(2 + \frac{7}{3} \right) \left(1 - \frac{8}{5} \right)$$

$$F = \left(\frac{4}{7} \right)^2 - \frac{5}{3} \times \frac{12}{7}$$

$$C = \left(\frac{23}{17} - \frac{19}{51} \right) \div \frac{4}{3}$$

$$G = \frac{1}{2} \left[\frac{5}{3} - 4 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{6} \right) \right]$$

$$D = \frac{5}{3} + \frac{3}{5} \times \frac{25}{6}$$

Fiche n°2 – Les Puissances

Définitions

Soit a un nombre et n un nombre entier naturel non nul.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad ; \quad \text{Si } a \neq 0 : \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad ; \quad \text{Si } a \neq 0 : \quad a^0 = 1$$

Propriétés

Pour tous nombres a et b non nuls, et pour tous entiers n et m :	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$(a^n)^m = a^{n \times m}$

Notation scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre décimal positif est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et p est un entier relatif.

Exercice 1 Encadrer la bonne réponse.

$2^5 \times 3^5 = \dots$	6^{10}	6^5	6^{25}	$\left(\frac{1}{5}\right)^2 \times 5^6 = \dots$	5^4	5^8	5^{12}
$4^2 \times 5^2 = \dots$	20^2	20^4	9^2	$\left(\frac{7}{2}\right)^{-1} \times 7^2 \times 2^4 = \dots$	$7^{-2} \times 2^{-4}$	$2^3 \times 7^3$	$2^5 \times 7$
$(-3)^2 \times 2^3 = \dots$	-72	6^5	72	$4^3 + 4^8 = \dots$	$4^3(1 + 4^5)$	8^{11}	4^{11}

Exercice 2 Écrire les résultats sous la forme $a^n b^p$ où a et b sont des nombres non nuls, n et p des entiers.

$a^2 b^3 a^7 \frac{1}{b^2} =$	$a^{-4} \times b^7 \times \frac{1}{b^2} =$
$(a^2 b)^3 \left(\frac{-1}{a^3 b^2}\right)^2 =$	$(-a)^2 \times a^{-4} =$

Exercice 3 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.

1200 =	$\frac{24 \times 10^{-1}}{6 \times 10^4} =$
0,25 =	$\frac{10^{-3} \times 3}{6 \times 10^{-1} \times 2} =$
111,5 =	$\frac{(2 \times 10^{-2})^4}{(5 \times 10^{-3})^2} =$
$45 \times 10^6 =$	

Fiche n°3 – Développement et Factorisation

Développement	Factorisation
<p>Développer un produit, c'est l'écrire sous forme d'une somme (ou d'une différence). Pour développer, on utilise la distributivité ou les identités remarquables.</p> <p>Quels que soient les nombres a, b et c</p> $a(b + c) = ab + ac$ $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ <p><i>produit</i> <i>somme</i></p> <p>Exercice résolu</p> <p><u>Développer</u> les expressions suivantes.</p> <p>$A = 2(3x + 5)$ $A = 6x + 10$</p> <p>$B = (x - 2)(3x + 1)$ $B = 3x^2 + x - 6x - 2$ $B = 3x^2 - 5x - 2$</p> <p>$C = (4x + 7)^2$ $C = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 7 + 7^2$ $C = 16x^2 + 56x + 49$</p> <p>$D = (3x - 2)^2$ $D = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$ $D = 9x^2 - 12x + 4$</p> <p>$E = (8x - 9)(8x + 9)$ $E = (8x)^2 - 9^2$ $E = 64x^2 - 81$</p>	<p>Factoriser une somme (ou une différence), c'est l'écrire sous forme d'un produit. Pour factoriser, on utilise la distributivité ou les identités remarquables.</p> <p>Quels que soient les nombres a, b et c,</p> $ab + ac = a(b + c)$ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ <p><i>somme</i> <i>produit</i></p> <p>Exercice résolu</p> <p><u>Factoriser</u> les expressions suivantes.</p> <p>$Z = 12 - 3x$ $Z = 3 \times 4 - 3 \times x$ $Z = 3(4 - x)$</p> <p>$Y = 4x^2 + 12x + 9$ $Y = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$ $Y = (2x + 3)^2$</p> <p>$X = 36x^2 - 48x + 16$ $X = (6x)^2 - 2 \times 6x \times 4 + 4^2$ $X = (6x - 4)^2$</p> <p>$W = (3x + 1)^2 - 36$ $W = (3x + 1)^2 - 6^2$ $W = (3x + 1 - 6)(3x + 1 + 6)$ $W = (3x - 5)(3x + 7)$</p>

Q.C.M. Entourer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

La forme factorisée de $9x^2 - 16$ est:	$(3x - 4)^2$	$(3x - 4)(3x + 4)$	$(9x - 16)(9x + 16)$	$(3x + 4)(3x - 4)$
La forme développée et réduite de $(5x - 7)(5x + 7)$ est:	$25x^2 - 49$	$25x^2 - 70x + 49$	$25x^2 + 70x + 49$	$25x^2 + 49$
La forme factorisée de $100x^2 - 160x + 64$ est:	$(10x - 8)^2$	$(10x - 8)(10x + 8)$	$(-10x + 8)^2$	$(-10x - 8)^2$

Exercice

<p>Développer et réduire les expressions suivantes.</p> <p>$A = (4x + 1)^2 + (2x - 5)(x - 3)$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$B = (2x + 1)(2x - 1) - (x - 1)(4x - 1)$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$C = (2x + 1)(7x + 5) + (7x + 5)^2$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>Factoriser les expressions suivantes.</p> <p>$D = (2x + 1)(7x + 5) - (7x + 5)^2$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$E = 12x^2 + 4x$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$F = 9x^2 - 6x + 1$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	--

Fiche n°4 – Équations et Inéquations

Équations du premier degré à une inconnue

Équations de référence

- * L'équation $a + x = b$ admet une seule solution : $x = b - a$.
- * L'équation $ax = b$ ($a \neq 0$) admet une seule solution : $x = \frac{b}{a}$.

Propriétés

- * On ne change pas les solutions d'une équation en ajoutant ou en retranchant un même nombre aux deux membres de l'équation.
- * On ne change pas les solutions d'une équation en multipliant ou en divisant par un même nombre non nul les deux membres de l'équation.

Équation – produit

Une équation-produit est une équation de la forme $(ax + b)(cx + d) = 0$, où a, b, c et d sont des nombres.

Propriétés

- * Si l'un des facteurs d'un produit est nul, alors ce produit est nul.
- * Réciproquement, si un produit est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Inéquations du premier degré à une inconnue

Propriétés Soit a, b et c trois nombres.

- ♦ Si $a < b$ alors $a + c < b + c$.
- ♦ Si $a < b$ et $c > 0$ alors $a \times c < b \times c$.
- ♦ Si $a < b$ et $c < 0$ alors $a \times c > b \times c$.

Exercices résolus 1- Résoudre les équations suivantes.

$$3x + 8 = 5(x - 4)$$

$$3x + 8 = 5x - 20$$

$$3x - 5x + 8 = 5x - 20 - 5x$$

$$-2x + 8 - 8 = -20 - 8$$

$$-2x = -28$$

$$x = 14$$

L'équation admet une seule solution : 14.

$$(4x - 3)(x + 7) = 0$$

$$\text{Si } (4x - 3)(x + 7) = 0, \text{ alors : } 4x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 7 = 0$$

$$\text{Donc : } x = \frac{3}{4} \quad \text{ou} \quad x = -7$$

L'équation admet deux solutions : $\frac{3}{4}$ et -7 .

2- Résoudre l'inéquation suivante.

$$-5x - 7 \geq 2x + 21$$

$$-5x - 7 - 2x \geq 2x + 21 - 2x$$

$$-7x - 7 + 7 \geq 21 + 7$$

$$-7x \geq 28$$

$$x \leq -4$$

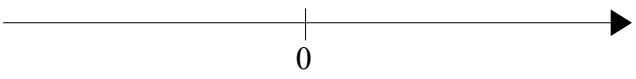
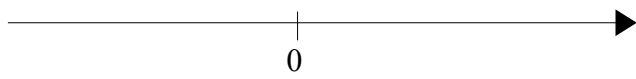
Représentation graphique des solutions



Exercice 1 Résoudre les équations suivantes.

$5x - 3 = 2x + 7$	$2(x - 2) = 7x - 4$
$\frac{x-5}{3} = \frac{3+x}{2}$	$(2x - 1)(4x + 3) = 0$
$(2x - 3)^2 = 0$	$2x(5x - 4) = 0$
$x^2 - 4 = 0$	$(x - 4)^2 - 9 = 0$

Exercice 2 Résoudre les inéquations suivantes et représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

$8x - 13 < 6x - 7$ 	$3x - 3 \leq 7x - 1$ 
---	--

Fiche n°5 – Fonctions Affines

Définition

Étant donnés deux nombres a et b , on définit une **fonction affine** f lorsque, à tout nombre x , on associe le nombre $ax + b$.

On note $f : x \mapsto ax + b$

Pour tout nombre x , $f(x) = ax + b$. Le nombre $f(x)$ s'appelle l'**image de x** par la fonction f .

Cas particuliers

- Si $b = 0$, on a, pour tout nombre x , $f(x) = ax$ et f est une **fonction linéaire**.
- Si $a = 0$, on a, pour tout nombre x , $f(x) = b$ et f est une **fonction constante**.

Exercice résolu

Soit f , la fonction affine telle que, pour tout nombre x , on a : $f(x) = 3x + 7$.

1- Déterminer l'image de 6 par la fonction f .

$$f(6) = 3 \times 6 + 7$$

$$f(6) = 18 + 7$$

$$f(6) = 25$$

L'image de 6 par la fonction f est 25.

2- Déterminer le nombre dont l'image par la fonction f est 15.

Ceci se traduit par une équation : $3x + 7 = 15$

$$3x = 8$$

$$x = \frac{8}{3}$$

Le nombre qui a pour image 15 par la fonction f est $\frac{8}{3}$.

Propriété des accroissements

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine.

Quels que soient x et x' deux nombres distincts : $f(x) - f(x') = a(x - x')$.

Exercice 1 Soit la fonction affine g définie pour tout nombre x par : $g(x) = \frac{x}{3} - 2$.

1- Calculer l'image de (-2) par la fonction g .

2- Déterminer le nombre dont l'image par la fonction g est 5.

Exercice 2 Déterminer l'expression de la fonction affine h telle que : $h(5) = 7$ et $h(-15) = 11$.

Fiche n°6 – Vecteurs et Translations

Rappels de cours

Propriétés géométriques et vecteurs

Soit quatre points du plan A, B, C, D .

Les propositions suivantes sont équivalentes : * $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

* D est l'image de C par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} .

* Le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.

* Les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu.

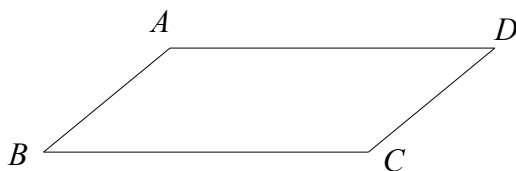
Relation de Chasles

Soit deux points du plan A et B .

Pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$

Exercice 1 – Reconnaître une translation

Soit un parallélogramme $ABCD$ et le point E , symétrique de A par rapport à D .



a) Compléter la figure en plaçant le point E .

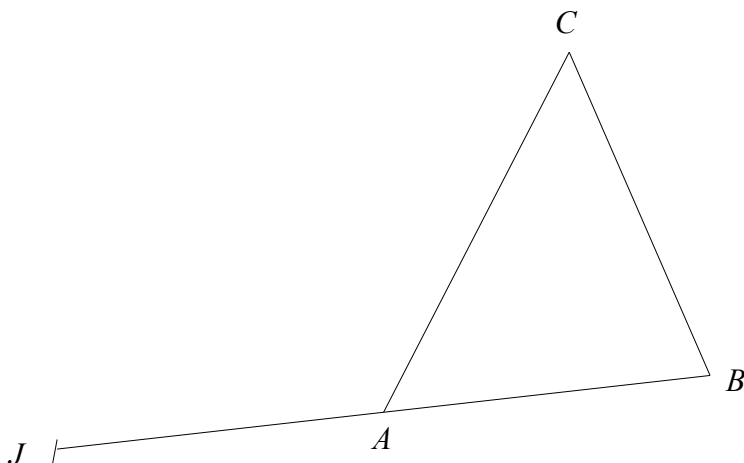
b) Quel est le vecteur de la translation qui transforme le triangle ADB en le triangle DEC ?

Exercice 2 – Construire des points à l'aide d'une translation

Soit un triangle ABC et le point J , symétrique de B par rapport à A .

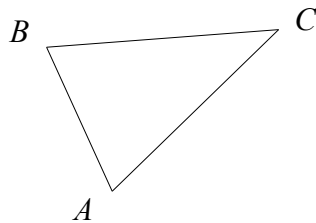
a) Placer le point K , image de B par la translation de vecteur \overrightarrow{AC} .

b) Quelle est l'image du point J par la translation de vecteur \overrightarrow{CK} ?



Exercice 3 – Travailler avec des vecteurs égaux, des configurations géométriques, des sommes vectorielles

Soit un triangle ABC .



- 1- a) Placer le point D , image de C par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} .
- b) Placer le point E , image de C par la translation de vecteur \overrightarrow{AC} .
- c) Placer le point F , image de A par la translation de vecteur \overrightarrow{BC} .
- d) Placer le point G , image de C par la translation de vecteur \overrightarrow{BC} .

2- Déterminer tous les vecteurs égaux de cette figure.

.....

.....

.....

3- Démontrer que C est le milieu de $[AE]$.

.....

.....

.....

4- Prouver que le quadrilatère $ABEG$ est un parallélogramme.

.....

.....

.....

5- Prouver que le quadrilatère $CDGE$ est un parallélogramme.

.....

.....

.....

6- Compléter les égalités vectorielles suivantes.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \dots\dots\dots ; \quad \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CG} = \dots\dots\dots ; \quad \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CG} = \dots\dots\dots$$
$$\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{DC} = \dots\dots\dots ; \quad \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \dots\dots\dots$$

Fiche n°7 – Repérage dans le plan

On considère un repère $(O; I; J)$.

1- Rappels de cours

Définition

On appelle coordonnées d'un vecteur \vec{u} le couple de coordonnées du point M tel que : $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$.

Autrement dit :

si $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ et si $M(x; y)$ alors $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Propriétés

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{u}' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Si $\vec{u} = \vec{u}'$ alors $x = x'$ et $y = y'$, et réciproquement.

Propriétés

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$:

* les coordonnées du milieu de $[AB]$ sont :

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

* $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

* en repère orthonormé :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

2- Exercices résolus

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ d'unité 1cm, on considère les points A, B, C, D tels que :

$$A(2; -4), B(5; 3), C(-5; 6), D(-8; -1)$$

a) Calculer les coordonnées de M , milieu de $[BC]$.

b) Calculer la distance AC .

c) Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} sont égaux.

a) Coordonnées de M

$$B(5; 3), C(-5; 6) \text{ et } M \text{ est le milieu de } [BC] \text{ donc : } M \left(\frac{5 + (-5)}{2}, \frac{3 + 6}{2} \right) \text{ d'où : } M(0; 4,5)$$

b) Calcul de AC

$$A(2; -4) \text{ et } C(-5; 6) \text{ donc : } AC = \sqrt{(-5 - 2)^2 + (6 - (-4))^2}$$

$$AC = \sqrt{49 + 100}$$

$$AC = \sqrt{149} \text{ cm}$$

c) Égalité des vecteurs

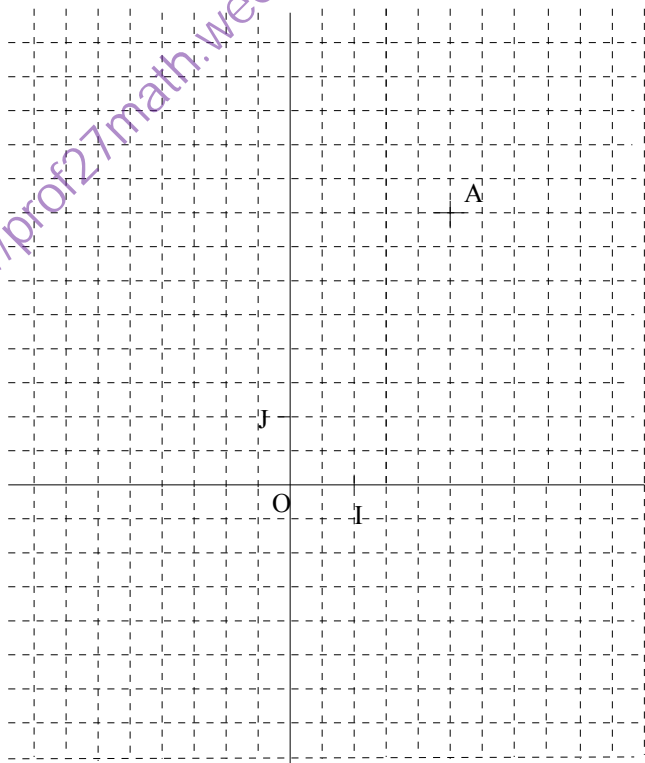
$$A(2; -4) \text{ et } B(5; 3) \text{ donc : } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 3 - (-4) \end{pmatrix} \text{ d'où : } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$C(-5; 6) \text{ et } D(-8; -1) \text{ donc : } \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -5 - (-8) \\ 6 - (-1) \end{pmatrix} \text{ d'où : } \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Comme les deux vecteurs ont les mêmes coordonnées, on en déduit que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

3- Exercices

On considère le repère orthonormé $(O; I; J)$ ci-dessous.



1° Partie

a) Déterminer graphiquement les coordonnées du point A :

$A(\dots ; \dots)$.

b) Placer dans ce repère les points B et C tels que :

$B(-1,5; 1)$ et $C(0; -1)$

c) Calculer la longueur AB .

d) On suppose que : $BC = 2,5$ et $AC = \sqrt{31,25}$.

Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

e) Calculer les coordonnées du point E , centre du cercle circonscrit au triangle ABC . Justifier la réponse.

2° Partie

a) Déterminer graphiquement les coordonnées de \overrightarrow{BC} :

$\overrightarrow{BC} \left(\begin{matrix} \dots \\ \dots \end{matrix} \right)$

b) Placer le point D de coordonnées $(4; 2)$.

c) Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AD} .

d) En déduire la nature exacte du quadrilatère $ABCD$.

3° Partie

Soit le point F tel que : $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BD}$.

a) Placer le point F .

b) Déterminer, par le calcul, les coordonnées $(a; b)$ de F .

Indication : écrire les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AF} et \overrightarrow{BD} puis en déduire deux équations.

Fiche n°8 – La Démonstration

1- Prouver que deux quantités A et B sont égales.

On part de A et on arrive à B par une succession de calculs ou on part de B et on arrive à A par une succession de calculs	On part de A et on arrive à C. On part de B et on arrive à C. On conclut par transitivité de l'égalité.	On soustrait B à A et on trouve 0. $A - B = 0$ donc $A = B$
Exemple : soit l'expression $E(x) = (4x - 3)(2x + 1) + 16x^2 - 9$ et soit l'expression $F(x) = (4x - 3)(6x + 4)$.		
a) Prouver que $E(x) = 24x^2 - 2x - 12$ On développe l'expression $E(x)$. $E(x) = 8x^2 + 4x - 6x - 3 + 16x^2 - 9$ $E(x) = 24x^2 - 2x - 12$	b) Prouver que $E(x) = F(x)$. On développe l'expression $F(x)$. $F(x) = 24x^2 + 16x - 18x - 12$ $F(x) = 24x^2 - 2x - 12$ Or : $E(x) = 24x^2 - 2x - 12$ Donc $E(x) = F(x)$.	

Exercice

Soit $A(x)$ l'expression définie pour tout nombre x par : $A(x) = x^3 - x^2 + x + 3$.

Montrer que : $A(x) = (x + 1)(x^2 - 2x + 3)$.

.....

.....

.....

.....

.....

2- Raisonnement déductif.

On utilise un chaînon déductif pour prouver qu'une propriété ou un résultat est vrai.

Un chaînon déductif est composé de trois maillons :

- * On sait que(hypothèses données par la consigne ou données par le résultat d'une question précédente)
- * Or d'après la propriété ... (propriété, définition ou théorème de la leçon)
- * Donc on en conclut ... (résultats que l'on demandait de prouver).

Exemple Soit ABC un triangle tel que $\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = 51^\circ$. Quelle est la nature du triangle ABC ?

- * On sait que dans le triangle ABC , on a : $\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = 51^\circ$.
- * Or si un triangle a deux angles de même mesure alors c'est un triangle isocèle.
- * Donc on en conclut que le triangle ABC est isocèle (en C).

Exercice

Soit deux cercles (C) et (C') sécants en A et B .

Le segment $[AM]$ est un diamètre de (C) et la droite (MB) coupe (C') en N .

1- Réaliser une figure.

2- Quelle est la nature du triangle AMB ? Démontrer la réponse.

.....

.....

.....

.....

.....

3- Montrer que le segment $[AN]$ est un diamètre du cercle (C') .

.....

.....

.....

.....

.....

3- Utilisation d'un contre-exemple

On utilise un contre-exemple pour prouver qu'un énoncé est faux.

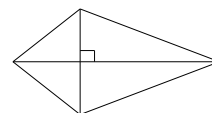
Exemples

* Si un nombre a est inférieur à 9 alors il est inférieur à 8.

Cet énoncé est faux. En effet, prenons $a = 8,5$: $a < 9$ mais $a > 8$.

* Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Cet énoncé est faux : le cerf-volant a ses diagonales perpendiculaires mais ce n'est pas un losange.



Exercice

Trouver des contre-exemples pour démontrer que les propriétés suivantes sont fausses.

1- Soit A et B deux points du plan. Si le point M est tel que $MA = MB$ alors M est le milieu de $[AB]$.

.....

.....

.....

2- Quand on multiplie un nombre par 6, on obtient nécessairement un nombre supérieur à 6.

.....

.....

4- Disjonction des cas

On utilise cette méthode lorsqu'on doit prouver un résultat mais qu'il y a plusieurs cas à envisager.

Exemple

Soit a et b deux nombres positifs tels que $a < b$. Comparer alors ac et bc , où c est un autre nombre ?

On étudie alors le signe de $ac - bc$: $ac - bc = c(a - b)$. Or, comme $a < b$, on a : $a - b < 0$.

* 1^{er} cas : on suppose que $c > 0$.

Dans ce cas, $c(a - b)$ est le produit de deux nombres de signes contraires : il est donc négatif.

Par suite : $ac - bc < 0$ et donc : $ac < bc$.

* 2^{ème} cas : on suppose que $c < 0$.

Dans ce cas, $c(a - b)$ est le produit de deux nombres de même signe : il est donc positif.

Par suite : $ac - bc > 0$ et donc : $ac > bc$.

Exercice

Soit deux nombres a et b de même signe tels que : $a < b$. Étudier l'ordre de a^2 et b^2 .

Indication : on commencera par transformer l'expression $a^2 - b^2$.

.....

.....

.....

.....