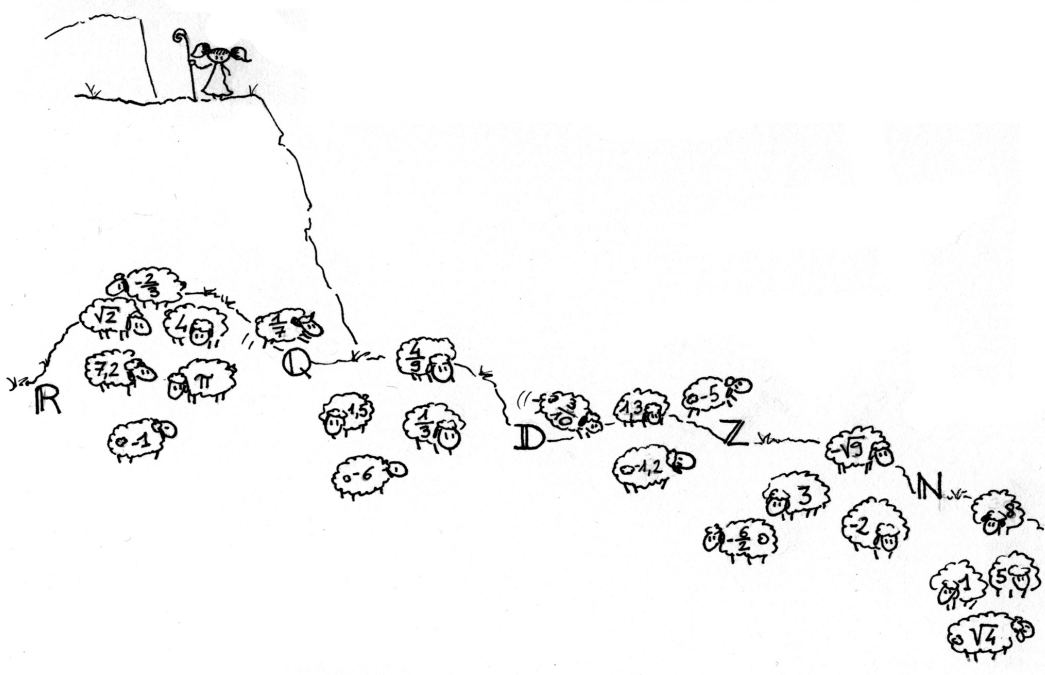


**Nombre  
et ratio**



### Série 1 : Diviseurs communs, PGCD

## Série 2 : Calculs de PGCD

### Série 3 : Problèmes

### Série 4 : Simplifier une fraction

### **Série 5 : Opérations avec des écritures fractionnaires**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Comment reconnaît-on un nombre divisible par 2 ? Par 3 ? Par 4 ? Par 5 ? Par 9 ?

**Q2.** Qu'est-ce que le PGCD de deux entiers naturels ?

## Les exercices d'application

**1** Vocabulaire

Complète chaque phrase avec un des mots suivants : diviseur, multiple, divisible.

- 12 est un ..... de 6.
- 3 est un ..... de 18.
- 230 est ..... par 10.

**2** Critères de divisibilité

Indique si 2, 3, 4, 5, 9 et 10 sont, oui ou non, des diviseurs des nombres donnés.

	2	3	4	5	9	10
7 440						
7 455						

**3** Autres diviseurs

Indique si 6, 8, 12, 15, 20 et 32 sont, oui ou non, des diviseurs des nombres donnés.

	6	8	12	15	20	32
4 632						

**4** Diviseurs communs (1)

On veut trouver les diviseurs communs à 40 et 125.

- Écris tous les produits de deux entiers naturels dont le résultat est 40 : .....
- Les diviseurs de 40 sont donc : .....
- Écris tous les produits de deux entiers naturels dont le résultat est 125 : .....
- Les diviseurs de 125 sont donc : .....
- Donc les diviseurs communs à 40 et 125 sont : .....

**5** Diviseurs communs (2)

**a.** Diviseurs communs à 72 et 136.

- Détermine tous les diviseurs de 72.

Les diviseurs de 72 sont .....

- Détermine tous les diviseurs de 136.

- Dédus-en les diviseurs communs à 72 et 136.

**b.** Trouve les diviseurs communs à 45 et 49.

**6** PGCD (1)

On veut déterminer le PGCD de 42 et 90.

- Détermine tous les diviseurs de 42.

- Détermine tous les diviseurs de 90.

- Écris les diviseurs communs à 42 et 90.

- Le plus grand des diviseurs communs à 42 et 90 est ..... On note :  
PGCD (42 ; 90) = .... ou PGCD (90 ; 42) = .....

**7** PGCD (2)

Détermine les diviseurs communs à 75 et 180 puis le PGCD de ces deux nombres.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**8** PGCD : un cas particulier

**a.** 14 est-il un diviseur de 42 ?

.....

**b.** 14 est-il un diviseur commun à 14 et 42 ?

.....

**c.** Peut-il y avoir un diviseur commun à 14 et 42 plus grand que 14 ?

.....

On peut donc en déduire : PGCD (14 ; 42) = .....

**d.** Complète en justifiant.

25 ..... 125 donc PGCD (125 ; 25) = .....

..... donc PGCD (48 ; 240) = .....

**9** Nombres premiers entre eux (1)

36 et 55 sont-ils premiers entre eux ?

- On détermine les diviseurs de 36.

.....

.....

.....

- On détermine les diviseurs de 55.

.....

.....

.....

- On en déduit les diviseurs communs à 36 et 55.

.....

- On en déduit que : PGCD (36 ; 55) = .....

- Le PGCD de 36 et 55 est égal à .....

donc 36 et 55 sont .....

**10** Nombres premiers entre eux (2)

**a.** Détermine les diviseurs communs à 105 et 182 et déduis-en si ces nombres sont premiers entre eux ou non.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** 19 et 56 sont-ils premiers entre eux ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

**11** Nombres non premiers entre eux

On veut justifier que les entiers donnés ne sont pas premiers entre eux sans calculer leur PGCD.

**a.** 135 et 120

- .... est un diviseur commun à 135 et 120

car .....

Ainsi PGCD (135 ; 120) ..... 1.

- Donc 135 et 120 .....

**b.** 46 et 124

- Donne un diviseur commun évident à 46 et 124. Justifie.

.....

.....

- Conclus.

.....

.....

**c.** 114 et 63

.....

.....

.....

.....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Comment calcule-t-on le PGCD de deux entiers naturels avec la méthode des soustractions successives ?

**Q2.** Comment calcule-t-on le PGCD de deux entiers naturels avec la méthode des divisions successives ?

## Les exercices d'application

**1** Méthode des soustractions successives (1)

On veut calculer le PGCD de 147 et 63 à l'aide de la méthode des soustractions successives.

•  $147 > 63$

On calcule la différence de 147 et 63 :

$147 - 63 = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(147 ; 63) = \text{PGCD}(63 ; \dots\dots\dots)$ .

•  $\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$

On calcule la différence de  $\dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots$  :

$\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(147 ; 63) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$ .

•  $\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$

On calcule la différence de  $\dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots$  :

$\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(147 ; 63) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$ .

•  $\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$

On calcule la différence de  $\dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots$  :

$\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(147 ; 63) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$ .

**2** Méthode des soustractions successives (2)

On veut calculer le PGCD de 231 et 561 à l'aide de la méthode des soustractions successives.

•  $\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(231 ; 561) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$ .

•  $\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(231 ; 561) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$ .

•  $\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(231 ; 561) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$ .

•  $\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(231 ; 561) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$ .

•  $\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(231 ; 561) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$ .

•  $\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$  et  $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

donc  $\text{PGCD}(231 ; 561) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$  ;

soit  $\text{PGCD}(231 ; 561) = \dots\dots\dots$ .

**3** Méthode des soustractions successives (3)

On veut calculer le PGCD de 616 et 168 à l'aide de la méthode des soustractions successives et présenter les résultats dans un tableau.

Dans la colonne Différence, on écrit la différence de  $a$  et  $b$  avec  $a > b$ .

Effectue les calculs et complète le tableau.

$a$ avec $a > b$	$b$	Différence
616	168	

Conclusion :

$\text{PGCD}(616 ; 168) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$ .

**4** Méthode des divisions successives (1)

On veut calculer le PGCD de 1 659 et 392 à l'aide de la méthode des divisions successives.

$\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$

On effectue la division euclidienne de 1 659 par 392 :

$$1\,659 = 392 \times \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

Le reste de la division euclidienne de 1 659 par 392 est  $\dots\dots\dots$ .

Donc  $\text{PGCD}(1\,659 ; 392) = \text{PGCD}(392 ; \dots\dots\dots)$ .

On effectue la division euclidienne de 392 par  $\dots\dots\dots$  :

$$392 = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

Le reste de la division euclidienne de 392 par  $\dots\dots\dots$  est  $\dots\dots\dots$ .

Donc  $\text{PGCD}(1\,659 ; 392) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$ .

On effectue la division euclidienne de  $\dots\dots\dots$  par  $\dots\dots\dots$  :

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

Le reste de la division euclidienne de  $\dots\dots\dots$  par  $\dots\dots\dots$  est  $\dots\dots\dots$ .

Donc  $\text{PGCD}(1\,659 ; 392) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$ .

On effectue la division euclidienne de  $\dots\dots\dots$  par  $\dots\dots\dots$  :

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

Le reste de la division euclidienne de  $\dots\dots\dots$  par  $\dots\dots\dots$  est  $\dots\dots\dots$ , c'est-à-dire  $\dots\dots\dots$  divise  $\dots\dots\dots$ .

Donc  $\text{PGCD}(28 ; 7) = \dots\dots\dots$  ;

soit  $\text{PGCD}(1\,659 ; 392) = \dots\dots\dots$ .

**5** Méthode des divisions successives (2)

On veut calculer le PGCD de 2 640 et 34 545 à l'aide de la méthode des divisions successives.

$$\bullet \dots > \dots \text{ et } 34\,545 = 2\,640 \times \dots + \dots$$

$$\text{donc PGCD}(2\,640 ; 34\,545) = \text{PGCD}(2\,640 ; \dots).$$

$$\bullet 2\,640 = \dots \times \dots + \dots$$

$$\text{donc PGCD}(2\,640 ; 34\,545) = \text{PGCD}(\dots ; \dots).$$

$$\bullet \dots = \dots \times \dots + \dots$$

$$\text{donc PGCD}(2\,640 ; 34\,545) = \text{PGCD}(\dots ; \dots).$$

$$\bullet \dots = \dots \times \dots + \dots$$

$$\text{donc PGCD}(2\,640 ; 34\,545) = \text{PGCD}(\dots ; \dots).$$

$$\bullet \dots = \dots \times \dots + \dots$$

$$\text{donc PGCD}(2\,640 ; 34\,545) = \text{PGCD}(\dots ; \dots).$$

$$\bullet \dots = \dots \times \dots + \dots$$

soit ..... divise ..... . Donc  $\text{PGCD}(\dots ; \dots) = \dots$  .

Alors  $\text{PGCD}(2\,640 ; 34\,545) = \dots$  .

**6** Méthode des divisions successives (3)

On veut calculer le PGCD de 784 et 136 à l'aide de la méthode des divisions successives et présenter les résultats dans un tableau.

Dans la colonne Reste, on écrit le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$  ( $b$  non nul). Effectue les calculs au brouillon et complète le tableau.

$a$	$b$ ( $b \neq 0$ )	Reste
784	136	

Conclusion :  $\text{PGCD}(784 ; 136) = \dots$  .

**7** Comparaison

**a.** Calcule le PGCD de 1 078 et 322 à l'aide de la méthode des divisions successives.

$$\dots > \dots \text{ et } \dots = \dots \times \dots + \dots ;$$

$$\dots = \dots \times \dots + \dots ;$$

$$\dots = \dots \times \dots + \dots ;$$

$$\dots = \dots \times \dots + \dots .$$

Conclusion :  $\text{PGCD}(1\,078 ; 322) = \dots$  .

**b.** En utilisant la méthode des soustractions successives, combien d'opérations aurait-il fallu effectuer ?

.....

**8** Méthode au choix

Pour chaque question, utilise la méthode qui te paraît la plus appropriée.

**a.** Calcule le PGCD de 615 et 75.

J'utilise la méthode .....

.....

.....

.....

.....

Donc  $\text{PGCD}(615 ; 75) = \dots$  .

**b.** Calcule le PGCD de 32 et 48.

J'utilise la méthode .....

.....

.....

.....

Donc  $\text{PGCD}(32 ; 48) = \dots$  .

**9** Sans calculs ?

**a.** Calcule le PGCD de 36 et 72 avec la méthode de ton choix.

J'utilise la méthode .....

.....

.....

Donc  $\text{PGCD}(36 ; 72) = \dots$  .

**b.** Pouvais-tu prévoir le résultat ? Pourquoi ?

.....

.....

**c.** Sans effectuer de calcul, indique le PGCD de :

• 13 et 39 : .....

car .....

• 1 100 et 100 : .....

car .....

**10** Nombres premiers entre eux

En utilisant la méthode de ton choix, montre que 273 et 163 sont premiers entre eux.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Donne la définition d'un diviseur d'un entier naturel.

**Q2.** Cite deux méthodes qui permettent de trouver le PGCD de deux nombres entiers.

## Les exercices d'application

**1** Sacs de billes

Jérémy a 90 billes rouges et 150 billes noires et il souhaite les répartir toutes en paquets. Tous les paquets doivent contenir le même nombre de billes rouges et le même nombre de billes noires. On veut trouver les différentes possibilités pour le nombre de paquets.

**a.** Peut-il y avoir trente paquets ? Neuf paquets ?

.....  
 .....  
 .....

**b.** Donne la liste des diviseurs de 90.

.....

**c.** Donne la liste de diviseurs de 150.

.....

**d.** Quelles sont les différentes possibilités pour le nombre de paquets ?

.....  
 .....

**2** Bonbons

Olivia avait un paquet de 320 bonbons et un paquet de 280 chewing-gums qu'elle a partagés équitablement avec un groupe de personnes. Il lui reste alors 5 bonbons et 10 chewing-gums.

**a.** On souhaite retrouver le nombre de personnes de ce groupe. Le nombre recherché est un diviseur de deux nombres, lesquels ?

.....  
 .....

**b.** Calcule maintenant le nombre maximal de personnes du groupe.

.....

**c.** Combien de bonbons et de chewing-gums chaque personne aura-t-elle ?

.....  
 .....  
 .....

**3** Terrasse

**a.** Calcule le PGCD de 480 et 560.

.....  
 .....  
 .....

**b.** Un artisan souhaite recouvrir une terrasse rectangulaire de 4,8 m de large et de 5,6 m de long à l'aide de dalles carrées identiques sans faire de découpe. Quelle mesure maximale du côté de chaque dalle doit-il choisir ?

4,8 m = ..... cm et 5,6 m = ..... cm.

La mesure du côté, en centimètres, d'une dalle est un ..... de la longueur et de la largeur de la terrasse.

On cherche la dimension maximale d'une dalle.

Alors cette mesure est le .....

.....

Donc l'artisan doit choisir des dalles de ..... cm de côté.

**c.** Combien de dalles doit-il acheter ?

Nombre de dalles dans la longueur : .....

Nombre de dalles dans la largeur : .....

Nombre de dalles à prévoir : .....

**4** Extrait du Brevet

Pour le 1<sup>er</sup> mai, Julie dispose de 182 brins de muguet et de 78 roses.

Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs.

**a.** Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ?

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**b.** Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

.....  
 .....  
 .....

**5 Clôture**

Aurélien possède un terrain rectangulaire de dimensions 78 sur 102 mètres qu'il souhaite clôturer. Afin de poser un grillage, il doit planter des poteaux régulièrement espacés et pour simplifier le travail, il veut que la distance entre chaque poteau soit un nombre entier de mètres. De plus, il lui faut un poteau à chaque coin.

**a.** Deux poteaux peuvent-ils être espacés de cinq mètres ? De trois mètres ?

.....  
 .....  
 .....

**b.** Aurélien veut planter le moins de poteaux possibles. Que peux-tu dire alors de la distance entre deux poteaux ?

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**c.** Dans ce cas, combien doit-il planter de poteaux ?

.....  
 .....  
 .....  
 .....

**6 Volumes**

**a.** Calcule le PGCD de 60, 72 et 84.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

**b.** On veut remplir trois cuves d'eau de contenances 60 L, 72 L et 84 L à l'aide d'un récipient.

Quelle doit être la plus grande contenance possible de ce récipient de façon à remplir exactement les trois cuves ? Justifie ta réponse.

.....  
 .....  
 .....

**c.** Combien faudra-t-il verser de fois ce récipient dans chacune des cuves pour les remplir à ras bord ?

.....  
 .....  
 .....

**7 Curiosité**

$a$  est un chiffre, on veut démontrer que le nombre  $\overline{a00a}$  est divisible par 143. (Pour  $a = 4$ , le nombre est 4 004.)

**a.** Vérifie cette affirmation avec  $a = 1$  puis avec  $a = 2$ .

Pour  $a = 1$  : .....

Pour  $a = 2$  : .....

Que constates-tu sur ces deux exemples ?

.....

**b.** Complète :  $\overline{a00a} = \dots \times 10^{\dots} + \dots \times 1$ .

**c.** Démontre maintenant l'affirmation dans le cas général.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**8 Démonstration (1)**

On veut démontrer que la somme de deux entiers naturels impairs consécutifs est un multiple de 4.

**a.** Quelle est l'écriture littérale d'un entier naturel impair ?

.....

**b.** Combien faut-il ajouter à un entier naturel impair pour obtenir l'entier impair qui le suit ?

.....

**c.** Donne les écritures littérales de deux entiers naturels impairs consécutifs.

.....

**d.** Montre que leur somme peut s'écrire  $4m$  où  $m$  est un entier naturel puis conclus.

.....  
 .....

**9 Démonstration (2)**

Démontre que la différence de deux entiers naturels ayant le même reste dans la division euclidienne par  $n$  est un multiple de  $n$ .

.....  
 .....  
 .....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Cite les critères de divisibilité que tu connais.

**Q2.** Quand peut-on simplifier une fraction ?

**Q3.** Qu'appelle-t-on une fraction irréductible ?

## Les exercices d'application

**1** Irréductible ?

Les fractions suivantes sont-elles irréductibles ? Justifie ta réponse.

a.  $\frac{4}{6}$  ..... d.  $\frac{1}{82}$  .....

b.  $\frac{3}{19}$  ..... e.  $\frac{2}{3}$  .....

c.  $\frac{15}{30}$  ..... f.  $\frac{42}{39}$  .....

**2** On divise

a. On veut simplifier au maximum  $\frac{385}{165}$ .

Quel diviseur commun évident ont 385 et 165 ? ....

Donc  $\frac{385}{165} = \frac{385 \div \dots}{165 \div \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ .

Quel diviseur commun évident ont le numérateur et le dénominateur de la fraction obtenue ?

.....

Continue la simplification : .....

La fraction obtenue est-elle irréductible ?

.....

Donc  $\frac{385}{165} = \frac{\dots}{\dots}$ .

b. Procède de la même façon pour simplifier :

$$\frac{42}{56}$$

$$\frac{153}{189}$$

.....  
.....

**3** Facteurs égaux

Complète les égalités. (Dans chaque cas, la fraction de droite doit être irréductible.)

a.  $\frac{2 \times \dots}{\dots \times 24} = \frac{2}{7}$

c.  $\frac{8 \times \dots \times 11}{\dots \times 5 \times \dots} = \frac{\dots}{9}$

b.  $\frac{2 \times \dots}{\dots \times 5} = \frac{10}{3}$

d.  $\frac{2^2 \times 3 \times 5^2}{2 \times 3^3 \times 5^2} = \frac{\dots}{\dots}$

**4** En décomposant

a. Écris au brouillon 504 et 540 sous forme de produits de facteurs entiers les plus petits possibles.

b. Utilise ces décompositions pour rendre irréductible la fraction  $\frac{504}{540}$ .

$$\frac{504}{540} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

**5** Avec le PGCD

a. Calcule le PGCD de 1 204 et 258.

.....  
.....  
.....

b. Rends la fraction  $\frac{1\,204}{258}$  irréductible en effectuant une seule simplification. Justifie ta réponse.

.....  
.....

c. Détermine le PGCD de 274 et 547 puis rends la fraction  $\frac{274}{547}$  irréductible.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**6** Avec la meilleure méthode

Rends les fractions suivantes irréductibles.

$$\frac{120}{90}$$

$$\frac{225}{375}$$

.....  
.....

$$\frac{129}{86}$$

$$\frac{2\,278}{2\,814}$$

.....  
.....



## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Comment additionne-t-on deux nombres en écriture fractionnaire ?

**Q2.** Comment multiplie-t-on deux nombres en écriture fractionnaire ?

## Les exercices d'application

**Les résultats devront être exprimés à chaque fois sous forme de fractions irréductibles.**

**1** Trouver un dénominateur commun (1)

On veut calculer  $A = \frac{7}{35} + \frac{8}{15}$ .

Pour cela, on va chercher le dénominateur commun à  $\frac{\dots}{\dots}$  et  $\frac{\dots}{\dots}$  le plus petit possible.

On écrit les dix premiers multiples de 35 :

.....

On écrit les dix premiers multiples de 15 :

.....

Donc le plus petit dénominateur commun à  $\frac{\dots}{\dots}$  et  $\frac{\dots}{\dots}$  est ..... .

.....

$$A = \frac{\dots \times \dots}{35 \times \dots} + \frac{\dots \times \dots}{15 \times \dots}$$

$$A = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} \text{ d'où } A = \frac{\dots}{\dots}$$

On simplifie la fraction obtenue :

.....

$$\text{d'où } A = \frac{\dots}{\dots}$$

**2** Trouver un dénominateur commun (2)

Effectue les calculs suivants.

$$B = -\frac{13}{12} + \frac{7}{16}$$

$$C = \frac{11}{26} - \frac{5}{39}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**3** Trouver un dénominateur commun (3)

On veut calculer  $D = \frac{7}{11} + \frac{4}{25}$ .

On commence par chercher un dénominateur commun à  $\frac{\dots}{\dots}$  et  $\frac{\dots}{\dots}$ .

On écrit les dix premiers ..... de 11 :

.....

On écrit les dix premiers ..... de 25 :

.....

Que constates-tu ? .....

.....

Quel dénominateur commun peux-tu alors choisir ? .....

$$D = \frac{\dots \times \dots}{11 \times \dots} + \frac{\dots \times \dots}{25 \times \dots}$$

$$D = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} \text{ d'où } D = \frac{\dots}{\dots}$$

Simplifie la fraction obtenue si possible.

.....

**4** Simplifier avant de multiplier

**a.** On cherche à calculer  $F = \frac{44}{105} \times \frac{42}{66}$ .

$$\text{On a } F = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots}$$

Écris chacun des entiers naturels sous la forme d'un produit de facteurs les plus petits possibles.

$$\begin{array}{l|l} 44 = \dots & 42 = \dots \\ 105 = \dots & 66 = \dots \end{array}$$

$$\text{D'où } F = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

**b.** Sur le même modèle, calcule :

$$\bullet \quad G = \frac{63}{30} \times \frac{45}{28}$$

.....

.....

$$\text{D'où } G = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\bullet \quad H = \frac{24}{35} \times \frac{14}{36}$$

.....

.....

.....

.....

**5** On divise

a. On cherche à calculer  $J = \frac{72}{175} \div \frac{54}{105}$ .

Diviser par un nombre revient à multiplier par son

.....

D'où  $J = \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots}$ .

Termine le calcul.

.....

.....

b. Calcule  $K = \frac{51}{21} \div \frac{68}{7}$ .

.....

.....

**6** On mélange

Calcule  $L = \frac{40}{48} + \frac{105}{27} \times \frac{90}{56}$ .

La ..... est prioritaire sur

.....

Donc on a  $L = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots}$ .

Simplifie puis termine le calcul.

.....

.....

.....

.....

**7** Avec des parenthèses

Calcule  $M = \left(-\frac{12}{14} + \frac{20}{15}\right) \times \frac{98}{25}$ .

On commence par faire les simplifications nécessaires, d'où  $M = -\frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots}$ .

En présence de ....., il faut commencer par les calculs .....

D'où  $M = \dots$

.....

.....

.....

.....

**8** Fin de mix

Calcule et donne le résultat sous forme de fractions irréductibles.

$$\bullet \quad N = -\frac{14}{30} + \frac{10}{30} \times \frac{28}{8}$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$\bullet \quad P = \frac{25}{18} - \frac{7}{9} \times \left(-\frac{5}{14} + \frac{8}{21}\right)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**9** Extrait du Brevet

a. Les nombres 756 et 441 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

.....

.....

.....

.....

.....

b. La fraction  $\frac{756}{441}$  est-elle irréductible ?

Si non, l'écrire sous forme irréductible en justifiant.

.....

.....

c. Calculer la somme  $Q = \frac{756}{441} + \frac{19}{42}$  et donner le résultat sous forme irréductible.

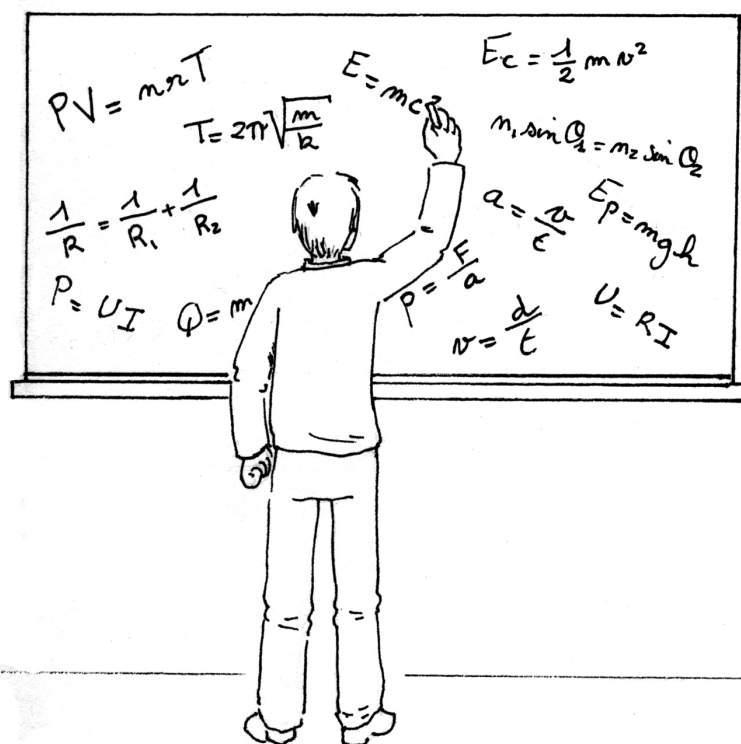
.....

.....

.....

.....

# Calcul littéral et équations



**Série 1 : Développements**

**Série 2 : Factorisations avec facteur commun**

**Série 3 : Factorisations et identités remarquables**

**Série 4 : Équations et équations produits**

**Série 5 : Synthèse**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Comment développe-t-on une expression de la forme  $k(a + b)$  ?  $k(a - b)$  ?

**Q2.** Comment développe-t-on une expression de la forme  $(a + b)(c + d)$  ?

**Q3.** Comment développe-t-on une expression de la forme  $(a + b)(a - b)$  ?  $(a + b)^2$  ?  $(a - b)^2$  ?

## Les exercices d'application

**1** Distributivité

Développe puis réduis les expressions suivantes.

$$A = 3(4x + 7) + 4(2x - 9)$$

$$A = \dots\dots\dots$$

$$A = \dots\dots\dots$$

$$A = \dots\dots\dots$$

$$B = 7x(2x - 5) - x(2x - 5)$$

$$B = \dots\dots\dots$$

$$B = \dots\dots\dots$$

$$B = \dots\dots\dots$$

**2** Double distributivité

Développe puis réduis les expressions suivantes.

$$C = (2x + 5)(3x + 7)$$

$$C = 2x \times \dots\dots + 2x \times \dots\dots + 5 \times \dots\dots + 5 \times \dots\dots$$

$$C = 6x^2 + \dots\dots x + \dots\dots x + \dots\dots$$

$$C = 6x^2 + \dots\dots x + \dots\dots$$

$$D = (5x + 8)(2x - 7)$$

$$D = \dots\dots\dots$$

$$D = \dots\dots\dots$$

$$D = \dots\dots\dots$$

$$E = (2x - 5)(3x - 2)$$

$$E = \dots\dots\dots$$

$$E = \dots\dots\dots$$

$$E = \dots\dots\dots$$

$$F = (2 + x)(5x - 4)$$

$$F = \dots\dots\dots$$

$$F = \dots\dots\dots$$

$$F = \dots\dots\dots$$

**3** Développement en deux temps

Développe puis réduis les expressions suivantes.

$$G = (2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$$

$$G = (\dots\dots\dots)$$

$$- (\dots\dots\dots)$$

La deuxième parenthèse est précédée d'un signe moins donc on change tous les signes à l'intérieur.

$$G = \dots\dots\dots$$

$$G = \dots\dots\dots$$

$$H = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$$

$$H = (\dots\dots\dots)$$

$$- (\dots\dots\dots)$$

$$H = \dots\dots\dots$$

$$H = \dots\dots\dots$$

$$I = (x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$$

$$I = (\dots\dots\dots)$$

$$+ (\dots\dots\dots)$$

$$I = \dots\dots\dots$$

$$I = \dots\dots\dots$$

**4** Développement du carré d'une somme

**a.** On veut développer  $M = (x + 5)^2$ .

On remarque que  $M$  est de la forme  $(a + b)^2$  avec  $a = x$  et  $b = 5$ .

$$M = (x + 5)^2$$

$$M = x^2 + 2 \times \dots\dots \times \dots\dots + \dots\dots^2$$

$$M = \dots\dots\dots$$

**b.** On veut développer  $N = (4x + 6)^2$ .

On remarque que  $N$  est de la forme  $(a + b)^2$  avec  $a = \dots\dots$  et  $b = \dots\dots$ .

$$N = (4x + 6)^2$$

$$N = (4x)^2 + 2 \times \dots\dots \times \dots\dots + \dots\dots^2$$

$$N = \dots\dots\dots$$

Il faut être vigilant :  $(4x)^2 = 4x \times 4x = \dots\dots$ .

**c.** On veut développer  $P = (4 + x)^2$ .

On remarque que  $P$  est de la forme  $(a + b)^2$  avec  $a = \dots\dots$  et  $b = \dots\dots$ .

$$P = (4 + x)^2$$

$$P = \dots\dots^2 + 2 \times \dots\dots \times \dots\dots + \dots\dots^2$$

$$P = \dots\dots\dots$$

**5 Développement du carré d'une différence****a.** On veut développer  $S = (x - 5)^2$ .On remarque que  $S$  est de la forme  $(a - b)^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

$$S = (x - 5)^2$$

$$S = x^2 - 2 \times \dots \times \dots + 5^2$$

$$S = \dots$$

**b.** On veut développer  $T = (3x - 7)^2$ .On remarque que  $T$  est de la forme  $(a - b)^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

$$T = (3x - 7)^2$$

$$T = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

$$T = \dots$$

Attention :  $(3x)^2 = 3x \times 3x = \dots$ .**c.** On veut développer  $U = (1 - 6x)^2$ .On remarque que  $U$  est de la forme  $(a - b)^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

$$U = (1 - 6x)^2$$

$$U = 1^2 - 2 \times \dots \times \dots + (6x)^2$$

$$U = \dots$$

**d.** Développe  $V = (2t - 9)^2$ .

$$V = (2t - 9)^2$$

$$V = \dots$$

$$V = \dots$$

**6 Développement du produit d'une somme par une différence****a.** On veut développer  $C = (y + 3)(y - 3)$ .On remarque que  $C$  est de la forme  $(a + b)(a - b)$  avec  $a = y$  et  $b = 3$ .

$$C = (y + 3)(y - 3)$$

$$C = \dots^2 - 3^2$$

$$C = \dots$$

**b.** On veut développer  $D = (2x + 5)(2x - 5)$ .On remarque que  $D$  est de la forme  $(a + b)(a - b)$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

$$D = (2x + 5)(2x - 5)$$

$$D = (\dots)^2 - \dots^2$$

$$D = \dots$$

**c.** Développe  $E = (3 + 4x)(3 - 4x)$ .

$$E = (3 + 4x)(3 - 4x)$$

$$E = \dots$$

$$E = \dots$$

**7 Association**

Associe une expression de gauche avec l'expression de droite qui lui est égale.

$(4x - 7)(4x + 7)$	•	•	$25x^2 + 10x + 1$
$(9x - 4)^2$	•	•	$16x^2 - 49$
$(x + 1)(x - 1)$	•	•	$81x^2 - 72x + 16$
$(1 + 5x)^2$	•	•	$x^2 - 1$

**8 Développement au choix (1)**

Développe les expressions suivantes.

$$(x + 8)^2 = \dots$$

$$(3x - 9)^2 = \dots$$

$$(x + 7)(x - 7) = \dots$$

$$(2y - 5)(2y + 5) = \dots$$

$$(6 - 2t)^2 = \dots$$

**9 Développement au choix (2)**

Complète les égalités suivantes en choisissant l'identité remarquable qui convient.

**a.**  $(3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 49$

**b.**  $(5x - \dots)^2 = \dots - \dots + 36$

**c.**  $(6x + \dots)(\dots - \dots) = \dots - 64$

**d.**  $(\dots + \dots)^2 = \dots + 70x + 25$

**e.**  $(\dots - \dots)^2 = 16x^2 - 72x + \dots$

**10 Un peu plus compliqué****a.** Développe  $F = (3x + 7)^2 + (7x - 3)^2$ .On développe  $(3x + 7)^2$  d'une part et  $(7x - 3)^2$  d'autre part.

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

On supprime les parenthèses.

$$\dots$$

On réduit l'expression  $F$ .

$$\dots$$

**b.** Développe  $G = (x + 2)^2 - (3x - 5)^2$ .

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

**11** En substituant

a. Développe et réduis l'expression suivante.

$$M = 3(x + 5) - (x - 8)^2$$

$$M = \dots\dots\dots$$

$$M = \dots\dots\dots$$

$$M = \dots\dots\dots$$

b. En utilisant la forme développée, calcule M pour  $x = -2$ .

$$M = \dots\dots\dots$$

$$M = \dots\dots\dots$$

**12** Calculs avec la forme développée

a. Développe et réduis l'expression suivante.

$$H = (2x - 5)^2 - (4x + 1)^2$$

$$H = \dots\dots\dots$$

$$H = \dots\dots\dots$$

$$H = \dots\dots\dots$$

b. Calcule l'expression H pour  $x = 3$ .

$$H = \dots\dots\dots$$

$$H = \dots\dots\dots$$

$$H = \dots\dots\dots$$

**13** Et avec des fractions

Développe les expressions suivantes.

$$A = \left(\frac{3}{4} + x\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots$$

Attention :  $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{\dots}{\dots}$

$$A = \dots\dots\dots$$

$$B = \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$B = \dots\dots\dots$$

$$B = \dots\dots\dots$$

$$C = \frac{5}{2}x - \frac{1}{3} \quad \frac{5}{2}x + \frac{1}{3}$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$D = \left(\frac{4}{7} - x\right)^2$$

$$D = \dots\dots\dots$$

$$D = \dots\dots\dots$$

**14** Calculs astucieux

Calcule rapidement en utilisant une identité remarquable.

a.  $101^2 = (100 + 1)^2$

$$101^2 = \dots\dots\dots$$

$$101^2 = \dots\dots\dots$$

b.  $1\,001^2 = (\dots + \dots)^2$

$$1\,001^2 = \dots\dots\dots$$

c.  $99^2 = \dots\dots\dots$

$$99^2 = \dots\dots\dots$$

d.  $401 \times 399 = \dots\dots\dots$

$$401 \times 399 = \dots\dots\dots$$

**15** Juste ou non ?

a. Pierre doit calculer  $100\,001^2$ . Il prend sa calculatrice et trouve  $1,000\,02 \times 10^{10}$ . Il déclare alors que le résultat est faux. Explique pourquoi.

.....

.....

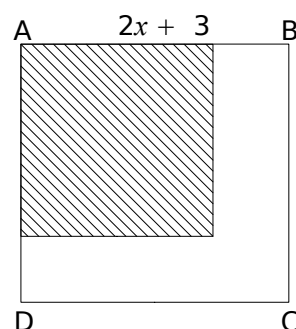
.....

b. Calcule  $100\,001^2$  en utilisant une identité remarquable.

$$100\,001^2 = \dots\dots\dots$$

.....

.....

**16** Découpage du carré

L'unité est le centimètre.

a. Calcule l'aire du carré ABCD en fonction de  $x$ .

$$\text{Aire du carré ABCD} = \dots\dots\dots$$

b. On enlève 1 cm de chaque côté du carré et on obtient un carré de côté  $2x + 2$ . Calcule en fonction de  $x$  l'aire de la partie retirée.

.....

.....

.....

.....

## Les exercices d'application

**1** Repérer le facteur commun

a. Dans les sommes et les différences suivantes, souligne le facteur commun.

$$\begin{array}{l|l} 3(x-3) + 3 \times 4 & (x+1)(2x-5) + (x-7)(x+1) \\ xy + x(y+1) & 2t(t-7) - t(-t+5) \end{array}$$

b. Transforme les sommes et les différences suivantes de façon à faire apparaître un facteur commun. Entoure en rouge ce facteur.

$$9y + 12 = \dots \quad | \quad x^2 + 5x = \dots$$

$$(x+1)^2 - 2(x+1) = \dots$$

$$(t-7)(2t+1) + (2t+1)^2 = \dots$$

**2** Commençons doucement

$$\text{Factorise } A = (x+2)(2x-1) + (x+2)(3x+2).$$

L'expression A est la somme de deux produits,  $(x+2)(3x+2)$  et .....

- $(x+2)$  est un facteur commun.
- Donc  $A = (\dots + \dots)[(2x-1) + (3x+2)]$ .
- En supprimant les parenthèses dans le crochet on obtient  $A = (\dots + \dots)[2x-1+3x+2]$ .
- Et finalement,  $A = (\dots + \dots)(\dots + \dots)$ .

**3** Et avec une soustraction ?

$$\text{Factorise } B = (5x-3)(x-7) - (2x+4)(x-7).$$

B est la ..... de deux produits.

- Le facteur commun est .....
- En factorisant par ce facteur commun, on obtient  $B = (\dots)[(5x-3) - (2x+4)]$ .
- En supprimant les parenthèses puis en réduisant dans le crochet on obtient :

$$B = (\dots)[\dots]$$

$$B = (\dots)[3x - \dots]$$

$$\text{Et ainsi, } B = (x-7)(\dots).$$

**4** Un peu de pratique

$$\text{a. Factorise } F = (2x-1)(x-5) + (3x+7)(x-5).$$

Le facteur commun est .....

$$\text{En factorisant, } F = (\dots)[(\dots) + (\dots)]$$

$$\text{En réduisant, } F = (\dots)[\dots]$$

$$F = \dots$$

**b.** Factorise G.

$$G = (2x+5)(x-3) + (2x+5)(-3x+1)$$

$$G = \dots$$

$$G = \dots$$

$$G = \dots$$

$$G = \dots$$

**5** Attention aux signes

$$\text{a. Soit } K = (3x+7)(2x-9) - (3x+7)(5x-7).$$

Le facteur commun est .....

$$K = (\dots)[(\dots) - (\dots)]$$

$$K = (\dots)[\dots]$$

$$K = \dots$$

**b.** Factorise L.

$$L = (-3x+4)(3x-8) - (-3x+4)(7x+2)$$

$$L = \dots$$

$$L = \dots$$

$$L = \dots$$

$$L = \dots$$

**c.** Factorise M.

$$M = (8y+3)(5y+7) - 3(8y+3)(2y-1).$$

$$M = \dots$$

$$M = \dots$$

$$M = \dots$$

$$M = \dots$$

**6** À la recherche du facteur perdu (1)

$$\text{a. } (2x+1) \text{ peut s'écrire } (2x+1) \times \dots$$

Donc l'expression  $A = (2x+1)(x-3) + (2x+1)$  peut s'écrire  $A = (2x+1)(x-3) + (2x+1) \times \dots$

Factorise maintenant l'expression A.

$$A = (2x+1)[\dots + \dots]$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

**b.** Factorise  $B = (3x+2) - (2x-7)(3x+2)$ 

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

**c.** Factorise  $C = -x - (3x-1)x$ 

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

**7** À la recherche du facteur perdu (2)

a. Par définition,  $(x - 1)^2 = (\dots) \times (\dots)$ .

On en déduit que :

$$D = (x - 1)^2 + (x - 1)(2x + 3)$$

$$D = (\dots) \times (\dots) + (x - 1)(2x + 3)$$

b. Factorise maintenant l'expression D.

$$D = (x - 1)[\dots]$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

c. Dans l'expression  $E = (2x + 3)(x - 5) - (x - 5)^2$  le facteur commun est .....

$$E = (x - 5)[(\dots) - (\dots)]$$

$$E = \dots$$

$$E = \dots$$

**8** Méli mélo

Factorise puis réduis les expressions suivantes.

$$A = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

$$B = (2t - 7) - (5t + 1)(2t - 7)$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = 2y^2 - y(4y - 7)$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

**9** À toi de jouer

Factorise et réduis les expressions suivantes.

$$J = \frac{2}{3}x + 1 (x - 5) - (3x + 9) \frac{2}{3}x + 1$$

$$J = \dots$$

$$J = \dots$$

$$J = \dots$$

$$K = 3t + \frac{3}{4}(t - 5) + (t - 5) - 5t + \frac{5}{6}$$

$$K = \dots$$

$$K = \dots$$

$$K = \dots$$

$$K = \dots$$

**10** Double factorisation

Soit  $D = (2x + 1)(6x + 1) - (2x + 1)(2x - 7)$ .

a. En factorisant, vérifie que  $D = (2x + 1)(4x + 8)$ .

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

b. En factorisant  $4x + 8$ , déduis-en une nouvelle factorisation de D.

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

**11** Un peu d'astuce

Soit  $S = (2t - 5) + (2t - 5)(x - 1) - x(t - 5)$ .

a. Montre que  $S = tx$ .

$$S = \dots$$

$$S = \dots$$

$$S = \dots$$

$$S = \dots$$

$$S = \dots$$

b. Calcule S pour  $x = \frac{2\,507}{3\,012}$  et  $t = \frac{3\,012}{2\,507}$ .

$$S = \dots$$

**12** Programme de calcul

Voici un programme de calcul.

- Choisis un nombre entier  $n$ .
- Mets  $n$  au carré. Prends le double du résultat.
- Soustrais au résultat précédent le produit de  $n$  par l'entier qui le suit.

a. Écris une expression littérale traduisant ce programme.

$$\dots$$

b. Factorise et réduis cette expression.

$$\dots$$

c. Finalement, le programme de calcul revient à

$$\dots$$



## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Qu'est-ce que « factoriser une expression » ?

**Q2.** Quelle est la forme factorisée d'une expression du type  $a^2 + 2ab + b^2$  ?  $a^2 - 2ab + b^2$  ?  $a^2 - b^2$  ?

**Q3.** Comment supprime-t-on des parenthèses précédées d'un signe « + » ? D'un signe « - » ?

## Les exercices d'application

**1** Obtention du carré d'une somme

On veut factoriser  $A = x^2 + 8x + 16$ .

On ne remarque pas de facteur commun mais l'expression A semble être de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$ .

On va donc transformer l'écriture de A pour identifier a et b.

$$A = x^2 + 8x + \dots^2$$

$$A = x^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

On reconnaît une expression de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

On sait que  $a^2 + 2ab + b^2 = (\dots + \dots)^2$ .

Donc  $A = (\dots + \dots)^2$ .

**2** En suivant le guide

On veut factoriser  $B = 9x^2 + 30x + 25$ .

B semble être de la forme .....

$$B = (\dots x)^2 + 30x + \dots^2$$

$$B = (\dots x)^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

On reconnaît une expression de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

Donc  $B = (\dots + \dots)^2$ .

**3** À toi de jouer

Factorise les expressions suivantes.

$$C = x^2 + 10x + 25$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$D = 4t^2 + 24t + 36$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**4** À remettre dans l'ordre

Factorise  $E = 9x^2 + 64 + 48x$ .

.....

.....

.....

.....

**5** Obtention du carré d'une différence

On veut factoriser  $A = x^2 - 20x + 100$ .

On ne remarque pas de facteur commun mais l'expression A semble être de la forme  $a^2 - 2ab + b^2$ .

On va donc transformer l'écriture de A pour identifier a et b.

$$A = x^2 - 20x + \dots^2$$

$$A = x^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2$$

On reconnaît une expression de la forme  $a^2 - 2ab + b^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

On sait que  $a^2 - 2ab + b^2 = (\dots - \dots)^2$ .

Donc  $A = (\dots - \dots)^2$ .

**6** Attention à l'ordre

On veut factoriser  $B = 9 + 4x^2 - 12x$ .

B semble être de la forme .....

$$B = 9 - \dots + \dots^2$$

$$B = \dots^2 - \dots + (\dots)^2$$

$$B = \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2$$

On reconnaît une expression de la forme  $a^2 - 2ab + b^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

Donc  $B = (\dots - \dots)^2$ .

**7** À toi de jouer

Factorise les expressions suivantes.

$$C = x^2 - 2x + 1$$

.....

.....

.....

.....

$$D = y^2 - 18y + 81$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**8** En retrouvant le bon ordreFactorise  $E = 16x^2 + 25 - 40x$ .

.....

.....

.....

.....

**9** À compléter

Dans chaque cas, complète les pointillés de façon à obtenir une expression de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$  ou  $a^2 - 2ab + b^2$  puis factorise.

$$x^2 + \dots x + 4 = \dots$$

$$4x^2 - 8x + \dots = \dots$$

$$\dots - 20x + 4 = \dots$$

**10** Différence de deux carrésOn veut factoriser  $A = x^2 - 16$ .

On ne remarque pas de facteur commun mais l'expression A semble être de la forme  $a^2 - b^2$ .

On va transformer l'écriture de A pour identifier a et b.

$$A = x^2 - \dots^2$$

On reconnaît une expression de la forme  $a^2 - b^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

$$\text{On sait que } a^2 - b^2 = (\dots + \dots)(\dots - \dots).$$

$$\text{Donc } A = (\dots + \dots)(\dots - \dots).$$

**11** Pas à pasOn veut factoriser  $B = 25x^2 - 36$ .

B semble être de la forme .....

$$B = (\dots x)^2 - \dots^2$$

On reconnaît une expression de la forme  $a^2 - b^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

$$\text{Donc } B = (\dots + \dots)(\dots - \dots).$$

**12** À toi de jouer

Factorise les expressions suivantes.

$$C = x^2 - 100$$

.....

.....

$$D = 25 - 4y^2$$

.....

.....

.....

**13** On compliqueOn veut factoriser  $G = (x + 4)^2 - 49$ .

G semble être de la forme .....

On va transformer l'écriture de G pour identifier a et b.

$$G = (x + 4)^2 - \dots^2$$

On reconnaît une expression de la forme  $a^2 - b^2$  avec  $a = \dots$  et  $b = \dots$ .

$$G = [(x + 4) + \dots][(\dots) - \dots]$$

On réduit les expressions entre crochets en commençant par supprimer les parenthèses.

$$G = [\dots][\dots]$$

$$G = (\dots)(\dots)$$

**14** On complique encoreOn veut factoriser  $H = (x - 4)^2 - (2x - 1)^2$ .

On reconnaît une expression de la forme  $a^2 - b^2$  avec  $a = x - 4$  et  $b = \dots$ .

$$H = [(x - 4) + (\dots)][(\dots) - (\dots)]$$

On réduit les expressions entre crochets en commençant par supprimer les parenthèses.

$$H = [\dots][\dots]$$

$$H = (\dots)(\dots)$$

**15** À ton tour

Factorise les expressions suivantes.

$$A = (3 - 2x)^2 - 4$$

$$A = (3 - 2x)^2 - \dots^2$$

$$A = [\dots][\dots]$$

.....

.....

$$B = 121 - (x - 7)^2$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$C = (7x + 8)^2 - (9 - 5x)^2$$

.....

.....

.....

.....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Que signifie « résoudre une équation » ?

**Q2.** Complète la propriété suivante : « Si un produit est nul alors... ».

## Les exercices d'application

**1** Une solution de l'équation ?

**a.** Le nombre 3 est-il solution de l'équation  $5x - 2 = 4x + 1$  ?

On remplace  $x$  par 3 dans chaque membre de l'équation.

D'une part,

$$5x - 2 = 5 \times 3 - 2$$

$$= \dots\dots\dots$$

D'autre part,

$$4x + 1 = 4 \times \dots + 1$$

$$= \dots\dots\dots$$

Pour  $x = 3$ ,  $5x - 2 \dots\dots 4x + 1$ .

Donc 3  $\dots\dots\dots$

**b.** Le nombre  $-2$  est-il solution de l'équation  $x(3x + 4) = (2x + 5)(x - 2)$  ?

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

**2** Résolution guidée

**a.** Résous  $5(x + 3) = 3 + (2x - 6)$ .

On développe dans  $\dots\dots\dots$   
 les deux membres.  $\dots\dots\dots$

On retire  $\dots\dots\dots$   
 dans chacun des  $\dots\dots\dots$   
 membres.  $\dots\dots\dots$

On retire  $\dots\dots\dots$   
 dans chacun des  $\dots\dots\dots$   
 membres.  $\dots\dots\dots$

On divise chaque  $\dots\dots\dots$   
 membre par  $\dots\dots\dots$   $\dots\dots\dots$

On teste la valeur trouvée.

D'une part,

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

D'autre part,

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

La solution de l'équation est  $\dots\dots\dots$

**b.** Résous  $\frac{x+3}{3} - \frac{4x-1}{6} = 3 + \frac{x}{3}$ .

On réduit au même dénominateur.  $\dots\dots\dots$

On multiplie chaque membre  $\dots\dots\dots$   
 par  $\dots\dots\dots$  puis on  $\dots\dots\dots$   
 réduit.  $\dots\dots\dots$

On retire  $\dots\dots\dots$   
 dans chacun des  $\dots\dots\dots$   
 membres et on  $\dots\dots\dots$   
 réduit.  $\dots\dots\dots$

On retire  $\dots\dots\dots$   
 dans chacun des  $\dots\dots\dots$   
 membres et on  $\dots\dots\dots$   
 réduit.  $\dots\dots\dots$

On divise chaque  $\dots\dots\dots$   
 membre par  $\dots\dots\dots$   $\dots\dots\dots$

On teste la valeur trouvée.

D'une part,

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

D'autre part,

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

La solution de l'équation est  $\dots\dots\dots$

**3** À toi de jouer

Résous les équations suivantes.

**a.**  $-2(2x - 4) = 6x - (-3 + x)$

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

**b.**  $4x - 2 + (5x - 1) = -3(7 - x)$

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

**c.**  $\frac{+5}{2} - \frac{2}{5} - \frac{-7}{5} = 2 + \frac{3}{10}$

$\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

**4** Équations produits

Résous les équations suivantes.

a.  $(3x + 1)(x - 5) = 0$

Si un produit est nul alors .....

$$3x + 1 = 0$$

$$3x = \dots$$

$$x = \dots$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = \dots$$

On teste les valeurs trouvées.

D'une part,

D'autre part,

Les solutions de l'équation sont .....

b.  $(3x + 7)(4x - 8) = 0$

Les solutions de l'équation sont .....

c.  $5(9x - 3)(-5x - 13) = 0$

**5** Factoriser pour résoudre (1)

$$E = (3x + 2)(4x - 2) + (4x - 2)(x - 6)$$

a. Factorise E.

$$E = (4x - 2)[\dots\dots\dots]$$

$$E = (4x - 2)(\dots\dots\dots)$$

b. Résous l'équation  $E = 0$ .

**6** Factoriser pour résoudre (2)

Factorise puis résous les équations suivantes.

a.  $(7x - 2)(2 - 3x) + (4x + 3)(7x - 2) = 0$ .

Les solutions de l'équation sont .....

b.  $(9x - 4)(-2 + 5x) - (9x - 4)(3x - 5) = 0$

Les solutions de l'équation sont .....

**7** Différence n'est pas produit

Résous les équations suivantes.

$$4(2 + 3x) - (x - 5) = 0$$

$$4(2 + 3x)(x - 5) = 0$$

**8** Factorisation avec les identités remarquables

Factorise puis résous les équations suivantes.

a.  $x^2 - 49 = 0$

c.  $25x^2 = 4$

b.  $9x^2 - 36 = 0$

d.  $4x^2 + 4x + 1 = 0$

## Les exercices d'application

**1** Successivement

On donne  $A = (2x - 6)(x + 2) + 5(x + 2)$ .

**a.** Développe et réduis A.

A = .....  
 .....  
 .....

**b.** Factorise A.

$A = (2x - 6)(x + 2) + 5(x + 2)$

A = .....  
 .....

**c.** Calcule A pour  $x = 3$ .

A = .....  
 .....  
 .....

**d.** Résous l'équation  $(2x - 1)(x + 2) = 0$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**2** Avec des identités remarquables

On considère  $B = (2x + 1)^2 - 49$ .

**a.** Développe et réduis B.

B = ..... - .....  
 .....  
 .....  
 .....

**b.** Factorise B.

$B = (2x + 1)^2 - 49$

B = .....  
 .....  
 .....

**c.** Résous l'équation  $(2x - 6)(2x + 8) = 0$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....

**3** Attention aux signes

On considère  $C = (x - 2)^2 - 2(x - 2)$ .

**a.** Factorise C.

C = .....  
 .....

**b.** Développe et réduis C.

C = .....  
 .....  
 .....  
 .....

**c.** Calcule C pour  $x = 1$ .

C = .....  
 .....  
 .....

**d.** Résous l'équation  $(x - 2)(x - 4) = 0$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**4** Extrait du Brevet

On donne l'expression  $D = (x + 5)^2 - 7x(x + 5)$ .

**a.** Développer puis réduire D.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**b.** Factoriser D.

.....  
 .....  
 .....

**c.** Résoudre l'équation  $(x + 5)(-6x + 5) = 0$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**5** On enchaîne

a. Factorise  $9 - 12x + 4x^2$ .

.....

.....

.....

b. Factorise  $(3 - 2x)^2 - 4$ .

.....

.....

.....

c. Déduis-en une factorisation de l'expression  $E = (9 - 12x + 4x^2) - 4$ .

.....

.....

.....

**6** Calculs astucieux

a. Développe et réduis  $F = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$ .

.....

.....

.....

b. Déduis-en le résultat de  $10\,001^2 - 9\,999^2$ .

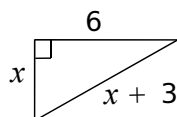
.....

.....

.....

.....

.....

**7** Triangle rectangle

En utilisant le théorème de Pythagore, calcule  $x$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**8** Programme de calcul

On considère le programme de calcul :

- Choisis un nombre.
- Calcule son double.
- Soustrais 1.
- Calcule le carré du résultat obtenu.
- Soustrais 64.

a. Quel résultat obtient-on si l'on choisit 4 comme nombre de départ ?

.....

.....

.....

b. Si on appelle  $x$  le nombre de départ, écris une expression qui traduit le programme.

.....

.....

.....

c. On considère  $R = (2x - 1)^2 - 64$ . Factorise  $R$ .

.....

.....

.....

d. Résous  $R = 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

e. Quel(s) nombre(s) faut-il choisir au départ pour que le résultat du programme de calcul soit nul ?

.....

.....

.....

**9** Avec astuce

a. On considère  $G = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$ . Développe et réduis  $G$ .

.....

.....

.....

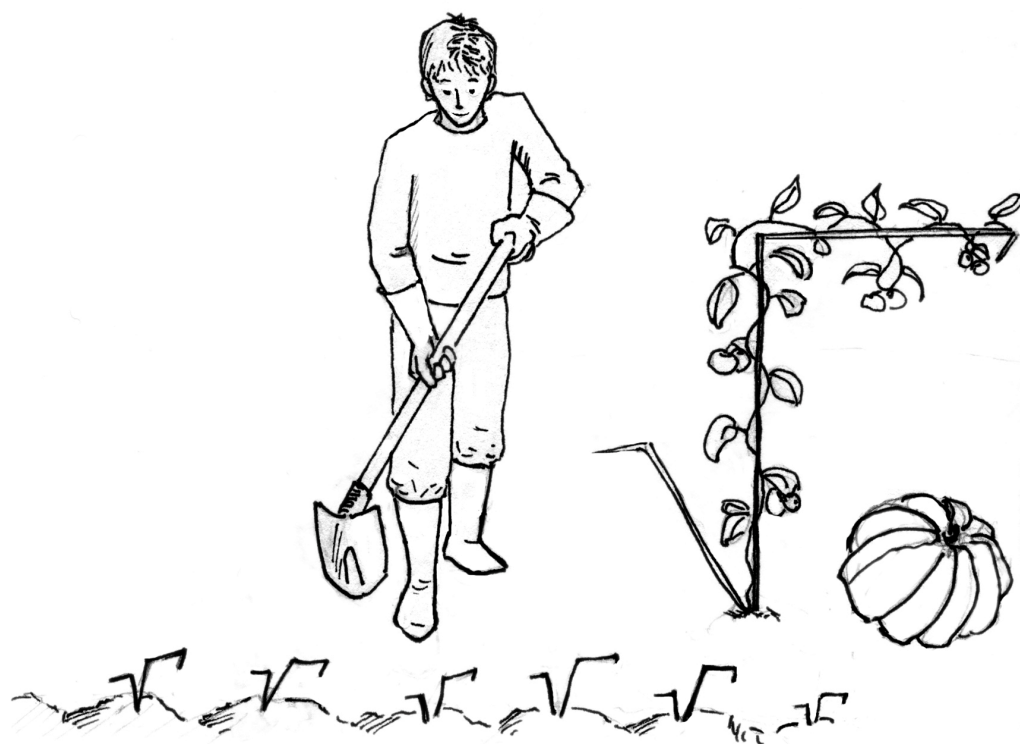
b. Déduis le résultat de  $9\,997^2 - 9\,999 \times 9\,998$ .

.....

.....

.....

# Racines carrées



**Série 1 : Définition**

**Série 2 : Propriétés : applications**

**Série 3 : Synthèse**

**Série 4 : Équations du type  $x^2 = a$**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Quels nombres possèdent une racine carrée ?

**Q2.** Comment appelle-t-on les nombres positifs dont la racine carrée est un nombre entier ?

## Les exercices d'application

**1** À l'aide de la définition

**a.** Quels nombres ont pour carré 81 ? .....

Une racine carrée est toujours .....  
donc  $\sqrt{81} = \dots\dots\dots$ .

**b.** Quels nombres ont pour carré 0,25 ? .....

$\sqrt{0,25}$  est un nombre ..... donc  $\sqrt{0,25} = \dots\dots\dots$ .

**c.**  $(-7)^2 = \dots\dots\dots$  et  $7^2 = \dots\dots\dots$ .

$\sqrt{49}$  est l'unique nombre ..... dont le ..... est ..... donc  $\sqrt{49} = \dots\dots\dots$ .

**d.**  $\sqrt{13}$  est l'unique .....  
qui, élevé au carré, vaut ..... donc  $\sqrt{13}^2 = \dots\dots\dots$ .

**2** Existence

Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui possèdent une racine carrée.

$$-9 ; 16 ; (-5)^2 ; \pi - 3 ; 5 ; 2\pi - 7$$

**3** Différentes écritures

**a.** Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui sont égaux à  $\sqrt{25}$ .

$$5 ; -5 ; 5^2 ; (-5)^2 ; \sqrt{5^2} ; 25$$

**b.** Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui sont égaux à 9.

$$\sqrt{3^2} ; 3^2 ; (-3)^2 ; \sqrt{81} ; \sqrt{9} ; \sqrt{(-9)^2}$$

**4** Vocabulaire

**a.** Complète les phrases suivantes avec « le carré » ou « la racine carrée ».

- 100 est ..... de 10.
- 100 est ..... de  $100^2$ .
- ..... de 64 est 8.
- ..... de 8 est 64.
- 36 est ..... de  $(-6)$  et de 6, mais ..... de 36 est 6.

**b.** Complète le tableau avec les bonnes valeurs.

$a$	9	0,36			$10^2$		0,01
$\sqrt{a}$			0,4	8		$10^2$	

**5** Vous avez dit parfait ?

$$\sqrt{25} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{81} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{121} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{\dots\dots\dots} = 25$$

$$\sqrt{\dots\dots\dots} = 12$$

$$\sqrt{\dots\dots\dots} = 10^3$$

**6** Avec des carrés

$$\sqrt{7^2} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{17^2} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{(-9)^2} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{10^4} = \dots\dots\dots$$

$$-\sqrt{13^2} = \dots\dots\dots$$

$$\left(-\sqrt{4}\right)^2 = \dots\dots\dots$$

$$-\sqrt{15^2} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{2^6} = \left(\sqrt{2^{\dots\dots\dots}}\right)^2 = \dots\dots\dots$$

**7** Calcul mental

$$\sqrt{4} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{36} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{11^2} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{(-5)^2} = \dots\dots\dots$$

$$2\sqrt{9} = \dots\dots\dots$$

$$3\sqrt{16} = \dots\dots\dots$$

$$2 + \sqrt{25} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{144} - 6 = \dots\dots\dots$$

**8** Ordre de grandeur

Donne l'encadrement des nombres suivants à l'unité sans utiliser de calculatrice. Explique ta méthode.

$$\dots\dots\dots < \sqrt{43} < \dots\dots\dots \text{ car } \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots < \sqrt{56} < \dots\dots\dots \text{ car } \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots < \sqrt{135} < \dots\dots\dots \text{ car } \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots < \sqrt{74,8} < \dots\dots\dots \text{ car } \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots < \sqrt{163,5} < \dots\dots\dots \text{ car } \dots\dots\dots$$

**9** Arrondi

À l'aide de la calculatrice, donne les arrondis demandés des nombres suivants.

$$\sqrt{85} + 3\sqrt{78} \approx \dots\dots\dots \text{ au centième.}$$

$$2\sqrt{9,3} - \sqrt{15} \times \sqrt{3,4} \approx \dots\dots\dots \text{ à } 10^{-3}.$$

$$\frac{\sqrt{27} \times \sqrt{0,4}}{12} \approx \dots\dots\dots \text{ au millième.}$$

$$\sqrt{2,5} \times \frac{\sqrt{15}}{8} \approx \dots\dots\dots \text{ à } 10^{-1}.$$

$$\frac{34 - \sqrt{7}}{\sqrt{15} + 2} \approx \dots\dots\dots \text{ à } 10^{-2}.$$

**10** Un peu de géométrie

Le triangle ABC est tel que  $AB = \sqrt{23}$  ;  $AC = \sqrt{13}$  et  $BC = 6$ . Démontre que ABC est rectangle.

.....

.....

D'après .....

le triangle ABC .....



**11** Sommes de racines carrées

a.  $\sqrt{64} + \sqrt{36} = \dots + \dots = \dots$

$\sqrt{64 + 36} = \dots = \dots$

donc  $\sqrt{64} + \sqrt{36} \dots \sqrt{64 + 36}$ .

b.  $\sqrt{169} - \sqrt{25} = \dots - \dots = \dots$

$\sqrt{169 - 25} = \dots = \dots$

donc  $\sqrt{169} - \sqrt{25} \dots \sqrt{169 - 25}$ .

c. On en déduit que :

• si  $a \geq 0$  et  $b \geq 0$  alors  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \dots \sqrt{a + b}$ ;

• si  $a > b \geq 0$  alors  $\sqrt{a} - \sqrt{b} \dots \sqrt{a - b}$ .

**12** Avec des multiplications

Écris les nombres suivants sans radical.

$\sqrt{49} \times \sqrt{25} = \dots \times \dots = \dots$

$\sqrt{49 \times 25} = (\dots \times \dots)^2 = \dots \times \dots = \dots$

$5 \sqrt{81} = \dots = \dots$

$-8 \sqrt{7^2} = \dots = \dots$

**13** Et des quotients

Écris les nombres suivants sans radical.

$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{(\dots)^2}{(\dots)^2} = \dots$        $\frac{50}{2 \sqrt{25}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \dots$        $\frac{-3\sqrt{16^2}}{4(-3)^2} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

$\frac{-\sqrt{144}}{3} = \dots = \dots$        $6 \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \dots$

$\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{49}} = \dots$        $\frac{7 \times 21}{3} = \dots$

**14** Au carré

Complète :  $(a \times b)^2 = \dots \times \dots$

Calcule les nombres suivants.

$(2 \sqrt{13})^2 = \dots^2 \times \dots^2 = \dots \times \dots = \dots$

$(8 \sqrt{11})^2 = \dots = \dots = \dots$

$(-4 \sqrt{7})^2 = \dots = \dots = \dots$

$\left(\frac{7\sqrt{8}}{4}\right)^2 = \dots$

**15** Des trous

Complète les égalités suivantes.

$\sqrt{24 + \dots} = 7$

$\sqrt{2 \times \dots} = 10$

$\sqrt{144 + \dots} = 15$

$\sqrt{6 \times \dots} = 12$

$\sqrt{236 + \dots} = 20$

$\sqrt{8 \times \dots} = 16$

**16** Une variable

Soit  $E = 3x^2 + 9$ .

a. Calcule E pour  $x = \sqrt{2}$ .

On fait apparaître les signes  $\times$  sous-entendus dans l'expression :  $E = 3 \times x^2 + 9$ .

On remplace  $x$  par  $\sqrt{2}$  dans E.

$E = 3 \times (\dots)^2 + 9 = 3 \times \dots + 9 = \dots$

b. Calcule E pour  $x = \sqrt{3}$ .

.....  
.....  
.....

c. Calcule E pour  $x = -\sqrt{3}$ .

.....  
.....  
.....

**17** Avec deux variables

Soit  $F = 5a^2 - 7b^2$ .

a. Calcule F pour  $a = \sqrt{7}$  et  $b = \sqrt{5}$ .

$F = 5 \times (\dots)^2 - 7 \times (\dots)^2$

$F = \dots$

$F = \dots$

b. Calcule F pour  $a = \sqrt{5}$  et  $b = \sqrt{7}$ .

.....  
.....  
.....

c. Calcule F pour  $a = -\sqrt{3}$  et  $b = -\sqrt{2}$ .

.....  
.....  
.....

**18** Double racine

Écris les nombres suivants le plus simplement possible.

$\sqrt{81} = \dots$

$\sqrt{10^4} = \dots$

$\sqrt{25^2} = \dots$

$(\sqrt{3 + 5})^2 = \dots$

$(\sqrt{6 + 7 \sqrt{2}})^2 = \dots$

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** La racine carrée du produit de deux nombres positifs est-elle égale au produit des racines carrées de ces deux nombres ? Justifie.

**Q2.** La racine carrée du quotient de deux nombres positifs est-elle égale au quotient des racines carrées de ces deux nombres ? Justifie.

**Q3.** La racine carrée d'une somme de deux nombres positifs est-elle égale à la somme des racines carrées de ces deux nombres ? Justifie.

## Les exercices d'application

## 1 Produit de deux racines

a.  $\sqrt{169} \times \sqrt{81} = \dots \times \dots = \dots$

$\sqrt{169 \times 81} = \dots = \dots$

donc  $\sqrt{169} \times \sqrt{81} \dots \sqrt{169 \times 81}$ .

b.  $\sqrt{0,16} \times \sqrt{900} = \dots \times \dots = \dots$

$\sqrt{0,16 \times 900} = \dots = \dots$

donc  $\sqrt{0,16} \times \sqrt{900} \dots \sqrt{0,16 \times 900}$ .

c.  $a$  et  $b$  étant deux nombres positifs,

$(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = (\dots)^2 \times (\dots)^2 = \dots$

$(\sqrt{a \times b})^2 = \dots$

donc  $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 \dots (\sqrt{a \times b})^2$ .

$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$  et  $\sqrt{a \times b}$  ont le même ..... et sont ..... donc  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} \dots \sqrt{a \times b}$ .

## 2 Décomposons avec des carrés parfaits

Écris les nombres sous la forme  $a \sqrt{b}$  où  $b$  est un entier positif le plus petit possible.

$50 = \dots \times 2 = \dots^2 \times 2 = \dots^2 \times 2 = \dots \sqrt{2}$

$48 = \dots \times 3 = \dots^2 \times 3 = \dots^2 \times 3 = \dots \sqrt{3}$

$2 \sqrt{80} = 2 \sqrt{\dots \times \dots} = 2 \sqrt{\dots^2 \times \dots}$   
 $= 2 \sqrt{\dots^2} \times \sqrt{\dots} = 2 \times \dots \sqrt{\dots} = \dots \sqrt{\dots}$

## 3 À toi de jouer

Écris les nombres sous la forme  $a \sqrt{b}$  où  $b$  est un entier positif le plus petit possible.

•  $\sqrt{12} = \dots$

•  $\sqrt{98} = \dots$

•  $\sqrt{150} = \dots$

•  $\sqrt{108} = \dots$

•  $5 \sqrt{96} = \dots$

•  $2 \sqrt{300} = \dots$

## 4 Avec un radical

Écris sous la forme  $\sqrt{a}$  où  $a$  est un nombre entier positif.

$3 \sqrt{2} = \dots$

$50 \sqrt{0,5} = \dots$

## 5 Calculs (1)

$a$	$b$	$a \times b$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$	$\sqrt{a \times b}$
16	81					
	36	1 764				
0,25				3		
	49					35
		2,25		15		
100					80	

## 6 Quotient de deux racines carrées

a.  $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$  et  $\frac{\sqrt{64}}{4} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

donc  $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} \dots \frac{\sqrt{64}}{4}$ .

b.  $\frac{\sqrt{0,81}}{\sqrt{0,09}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$  et  $\frac{\sqrt{0,81}}{0,09} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

donc  $\frac{\sqrt{0,81}}{\sqrt{0,09}} \dots \frac{\sqrt{0,81}}{0,09}$ .

c.  $a$  et  $b$  sont deux nombres positifs,  $b \neq 0$ .

$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\dots)^2}{(\dots)^2} = \dots$  et  $\left(\frac{\sqrt{a}}{b}\right)^2 = \dots$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  et  $\frac{\sqrt{a}}{b}$  ont le même ..... et sont

..... donc  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \dots \frac{\sqrt{a}}{b}$ .

## 7 Calculs (2)

$a$	$b$	$\frac{a}{b}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{b}$
1	9					
121		$\frac{121}{81}$				
	144		7			
49					0,7	
	64					$\frac{5}{8}$

**8** Simplification de l'écriture de racines carrées

Écris sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  est un entier et  $b$  un entier positif, le plus petit possible.

- $3\sqrt{12} = \dots\dots\dots$
- $5\sqrt{15} = \dots\dots\dots$
- $\sqrt{12} \times \sqrt{30} = \dots\dots\dots$
- $5\sqrt{14} \times \sqrt{2} = \dots\dots\dots$
- $2\sqrt{63} \times 3\sqrt{21} = \dots\dots\dots$
- $\sqrt{7} \times \sqrt{28} \times \sqrt{63} = \dots\dots\dots$
- $\frac{\sqrt{360}}{\sqrt{2} \times \sqrt{10}} = \dots\dots\dots$
- $\frac{2\sqrt{50} \times \sqrt{20}}{5\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$   
 $= \dots\dots\dots$

**9** Racines carrées et inverses

**a.** Quand dit-on de deux nombres qu'ils sont inverses l'un de l'autre ?

.....

**b.** Vérifie que les nombres suivants sont inverses.

•  $\sqrt{2}$  et  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

.....

.....

•  $\sqrt{2}$  et  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

.....

.....

**c.** Quel est l'inverse de  $\frac{\sqrt{3}}{7}$  ? Justifie ta réponse.

.....

.....

**10** Quotient de deux racines carrées

**a.** Écris le nombre sans radical au dénominateur.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \dots\dots}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

**b.** En t'aidant de la question ci-dessus, écris les nombres suivants sans radical au dénominateur.

•  $\frac{2}{3\sqrt{6}} = \dots\dots\dots$

•  $\frac{1}{\sqrt{5}} = \dots\dots\dots$

•  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$

**11** Des produits et des quotients

Écris sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier.

- $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$
- $\frac{3}{8} \times \frac{72}{11} = \dots\dots\dots$
- $\frac{7}{50} \times \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{35}} = \dots\dots\dots$
- $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{50}} \times \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{24}} = \dots\dots\dots$

**12** Des trous

Complète les égalités suivantes avec des entiers. Tu peux utiliser l'espace libre pour tes calculs.

$$\frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{\dots\dots}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{7}{\sqrt{\dots\dots}}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{3} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$\frac{\sqrt{8}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{\dots\dots}$$

$$\frac{\sqrt{24}}{6} = \frac{2}{\sqrt{\dots\dots}}$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{\dots\dots}}{2}$$

**13** Proportionnalité

**a.** Le tableau suivant est-il un tableau de proportionnalité ? Justifie.

$\sqrt{12}$	$\sqrt{20}$	$3\sqrt{2}$	$5\sqrt{6}$
$\sqrt{30}$	$5\sqrt{2}$	$\sqrt{45}$	$5\sqrt{15}$

.....

.....

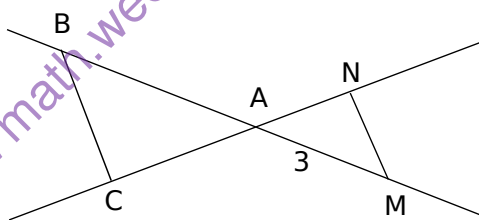
.....

.....

.....

**b.** Complète le tableau de proportionnalité suivant.

$\sqrt{12}$	$\sqrt{26}$	$3\sqrt{6}$	
$\sqrt{18}$			$5\sqrt{3}$

**14** Thalès (1)

Calcule la valeur exacte de la longueur de  $[AC]$  sachant que  $BA = \overline{5}$  et  $AN = \overline{3}$ .

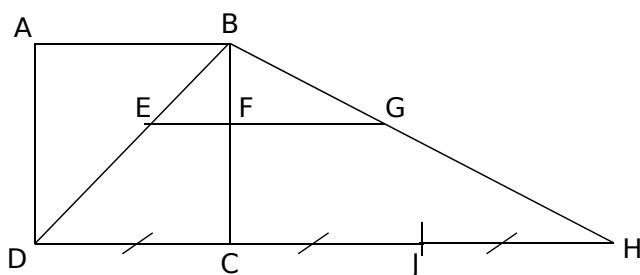
.....

.....

.....

.....

.....

**15** En géométrie

ABCD est un carré de côté 3 cm.  
 $E \in [BD]$ ,  $F \in [BC]$  ;  
 $(EF) \parallel (DC)$ ,  $(EF)$  coupe  $(BH)$  en G.

a. Calcule la valeur exacte de BD.

.....

.....

.....

.....

.....

b. Calcule la valeur exacte de BH.

.....

.....

.....

.....

.....

c. Sachant que  $BE = 2$  cm, calcule BF et BG.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**16** Nombres égaux

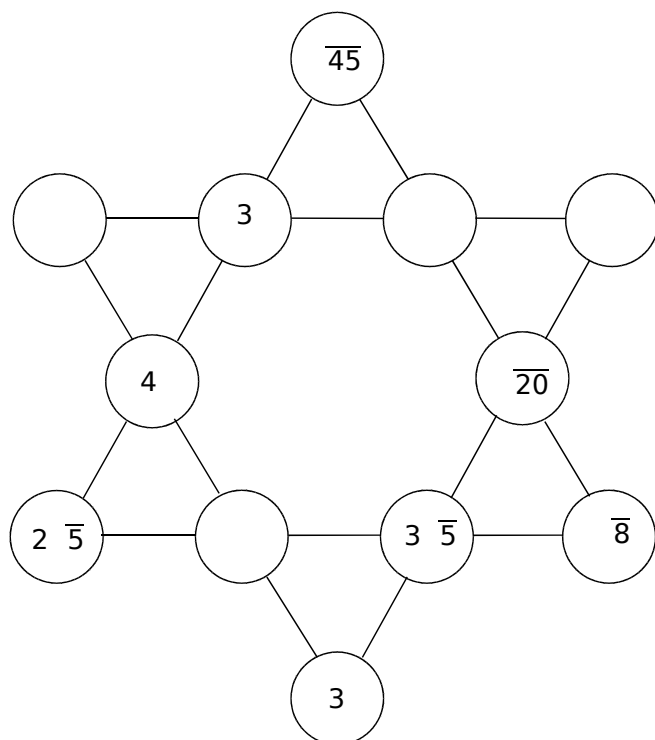
Relie les nombres égaux.

$\overline{144} - \overline{81}$	•
$\frac{\sqrt{6} \times \sqrt{10}}{2}$	•
$3 \overline{7}$	•
$3 \frac{\overline{10}}{3}$	•

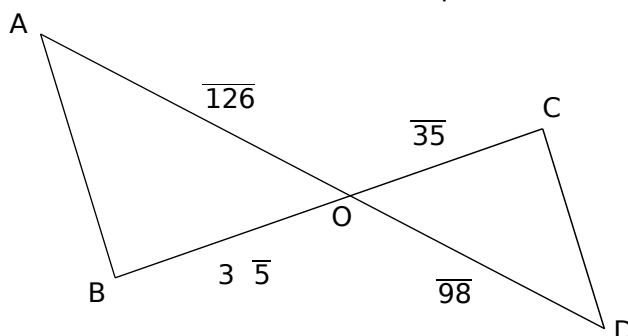
•	$\overline{63}$
•	3
•	$\overline{30}$
•	$\overline{15}$

**17** Étoile magique

Complète l'étoile de telle sorte que le produit des nombres de chaque alignement soit le même.

**18** Thalès (2)

Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont-elles parallèles ?



.....

.....

.....

.....

.....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Énonce les règles qui permettent de simplifier des calculs avec des racines carrées.

**Q2.** Énonce cinq méthodes de développement d'un produit de facteurs.

## Les exercices d'application

**1** L'addition s'il vous plaît

$$A = 5\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$$

$$A = (\dots + \dots - \dots)\sqrt{7}$$

$$A = \dots\sqrt{7}$$

$$B = 4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$B = (\dots)\sqrt{3}$$

$$B = \dots$$

**2** En somme, c'est simple

$$C = \sqrt{18} - \sqrt{50} + 6\sqrt{2}$$

$$C = \dots \times \sqrt{2} - \dots \times \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$$

$$C = \dots^2 \times \sqrt{2} - \dots^2 \times \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$$

$$C = \dots\sqrt{2} - \dots\sqrt{2} + \dots\sqrt{2}$$

$$C = (\dots - \dots + \dots)\sqrt{2} = \dots$$

$$D = 8\sqrt{5} - \sqrt{500} + 4\sqrt{45}$$

$$D = \dots - \dots \times \sqrt{5} + 4 \dots \times \sqrt{5}$$

$$D = \dots - \dots + \dots$$

$$D = (\dots - \dots + \dots) \dots = \dots$$

**3** Simplification de sommes

**a.** Écris la somme suivante sous la forme  $a\sqrt{3}$  où  $a$  est un entier relatif.

$$E = \sqrt{27} + 2\sqrt{75}$$

$$E = \dots$$

$$E = \dots$$

$$E = \dots$$

**b.** Écris la somme suivante sous la forme  $a\sqrt{5}$  où  $a$  est un entier relatif.

$$F = 2\sqrt{500} - 5\sqrt{125} - 3\sqrt{180}$$

$$F = \dots$$

$$F = \dots$$

$$F = \dots$$

$$F = \dots$$

$$F = \dots$$

**4** Pour devenir une bête de somme

Écris les sommes suivantes sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  est un entier relatif et  $b$  le plus petit entier possible.

$$G = \sqrt{147} + 3\sqrt{48} - 5\sqrt{12} - \sqrt{48}$$

$$G = \dots$$

$$G = \dots$$

$$G = \dots$$

$$G = \dots$$

$$H = -5\sqrt{28} + 2\sqrt{63} + \sqrt{567}$$

$$H = \dots$$

$$H = \dots$$

$$H = \dots$$

**5** Distributivité simple

Développe puis simplifie les expressions.

$$I = 3(5 - \sqrt{7})$$

$$J = \sqrt{5}(2 + \sqrt{5})$$

$$I = \dots \quad J = \dots$$

$$I = \dots \quad J = \dots$$

**6** Double distributivité

Développe puis simplifie les expressions.

$$M = (3 + \sqrt{2})(5 - \sqrt{2})$$

$$N = (3\sqrt{5} - 2)(1 - \sqrt{5})$$

$$M = \dots \quad N = \dots$$

$$M = \dots \quad N = \dots$$

$$M = \dots \quad N = \dots$$

$$P = (-2\sqrt{6} + 4)(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$P = \dots$$

$$P = \dots$$

$$P = \dots$$

**7** Extrait du Brevet

**a.** Écrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $b$  est un entier le plus petit possible.

$$\sqrt{18} = \dots$$

$$\sqrt{12} = \dots$$

**b.** Développer et simplifier.

$$Q = (10 + 4\sqrt{6})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

**8** Identités remarquables

Donne la valeur exacte des nombres suivants sous forme développée et réduite.

$S = (1 + \sqrt{5})^2$	$T = (3 - \sqrt{2})^2$
$S = \dots$	$T = \dots$
$S = \dots$	$T = \dots$
$U = (\sqrt{7} + \sqrt{11})^2$	$V = (4 - 3\sqrt{6})^2$
$U = \dots$	$V = \dots$
$U = \dots$	$V = \dots$
$W = (1 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})$	$X = (\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})$
$W = \dots$	$X = \dots$
$W = \dots$	$X = \dots$
$Y = (2 - 3\sqrt{3})(2 + 3\sqrt{3})$	$Z = (6 - 2\sqrt{6})(6 + 2\sqrt{6})$
$Y = \dots$	$Z = \dots$
$Y = \dots$	$Z = \dots$

**9** Identités remarquables, le retour

Donne la valeur exacte des nombres suivants sous forme développée et réduite.

$$A = \left(1 + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \dots$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

$$B = 3 - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 3 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

**10** Un peu de géométrie

Calcule l'aire d'un carré de côté  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})$  cm.

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

**11** Développement

Écris D sous la forme  $a + b\sqrt{c}$  où  $c$  est un entier le plus petit possible.

$$D = -3\sqrt{15} + (2\sqrt{5} - 3\sqrt{3})^2$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

**12** Développements durables

Développe et simplifie les expressions X et R.

$$X = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + (2\sqrt{5} - 4)(2\sqrt{5} + 4)$$

$$X = \dots$$

$$X = \dots$$

$$X = \dots$$

$$R = 2\sqrt{3}(4 - 2\sqrt{2}) - (1 + 3\sqrt{3})^2$$

$$R = \dots$$

$$R = \dots$$

$$R = \dots$$

**13** De la somme au produit

On donne les deux nombres  $A = 5 - 3\sqrt{6}$  et  $B = 2 + 5\sqrt{6}$ . Écris les nombres suivants sous la forme la plus simple possible.

**a.**  $A + B$

$$\dots$$

$$\dots$$

**b.**  $A \times B$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

**c.**  $A^2$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

**14** Une expression du second degré

Calcule la valeur de l'expression  $E = 3x^2 - 4x + 1$  pour  $x = -\sqrt{7}$ .

$$E = \dots$$

$$E = \dots$$

$$E = \dots$$

**15** Une autre

Soit l'expression  $H = -4x^2 + 5x - 7$ .

**a.** Calcule H pour  $x = \sqrt{3}$ .

$$H = \dots$$

$$H = \dots$$

**b.** Calcule H pour  $x = 1 + \sqrt{2}$ .

$$H = \dots$$

$$H = \dots$$

$$H = \dots$$

$$H = \dots$$

**16** Extrait du Brevet

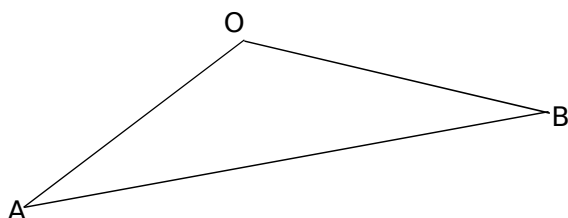
Le tableau suivant est-il de proportionnalité ?

$\sqrt{3} + \sqrt{2}$	$10 + 4\sqrt{6}$
$\sqrt{3} - \sqrt{2}$	2

**17** Pour prendre un peu de hauteur

OAB est un triangle tel que  $OA = 6$  cm et  $OB = \sqrt{57}$  cm.

- a. Sur le schéma suivant, place le point H, pied de la hauteur issue de O.



On donne  $OH = 3$  cm.

- b. Calcule la valeur exacte de AH.

- c. Calcule la valeur exacte de HB.

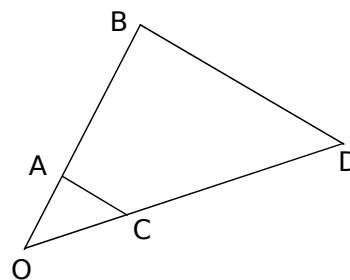
- d. Calcule la valeur exacte de AB.

**18** Triangle rectangle ?

Un triangle IJK tel que  $IJ = (2 + 3\sqrt{5})$  cm ;  $JK = (6 + \sqrt{5})$  cm et  $IK = \sqrt{8}$  cm est-il rectangle ?

**19** Il faut OC...(le niveau)

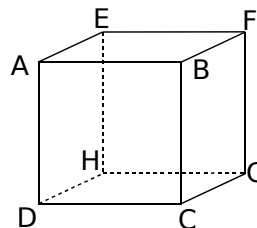
La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur et les mesures de longueur sont en centimètre.



A est un point de [OB] et C un point de [OD].  
On donne  $OA = 2$  ;  $AB = 8$  et  $OD = \sqrt{5}$ .

Les droites (BD) et (AC) sont parallèles.

Calcule OC.

**20** Une diagonale de fou

ABCDEFGH est un cube d'arête 2 cm.

- a. Calcule la valeur exacte de AC, la diagonale de la face ABCD.

- b. En admettant que le triangle ACG soit rectangle en C, calcule la valeur exacte de AG, la grande diagonale du cube.





# Systemes d'equations



**Série 1 : Tester une solution**

**Série 2 : Résolutions par substitution**

**Série 3 : Résolutions par combinaisons**

**Série 4 : Problèmes**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Que signifie la phrase : « Le couple  $(a ; b)$  est solution d'un système de deux équations à deux inconnues » ?

**Q2.** Combien de couples peuvent être solutions d'une équation à deux inconnues ? Et pour un système de deux équations à deux inconnues ?

## Les exercices d'application

**1** Équation à deux inconnues

Le couple  $(3 ; 4)$  est-il solution de l'équation  $5x - 3y = 3$  ? Justifie ta réponse.

Dans l'équation, on remplace  $x$  par .... et  $y$  par ....

On obtient  $5 \times \dots - 3 \times \dots = \dots = \dots$

Donc, le couple  $(3 ; 4)$  .....

**2** À ton tour

Les couples  $(-1 ; 4)$ ,  $(-2 ; 9)$ ,  $\frac{-1}{4} ; \frac{-5}{4}$  et  $\frac{-2}{3} ; 2$  sont-ils des solutions de l'équation  $7x + y = -3$  ? Justifie.

**3** Solution ou pas ?

$(-2 ; 3)$        $(-1 ; 1)$        $(0 ; 5)$        $(5 ; -7)$

$(7 ; -9)$        $(8 ; -11)$        $(-4 ; 5)$        $(6 ; -7)$

**a.** Entoure en bleu le(s) couple(s) qui est (sont) solution(s) de l'équation  $4x + 3y = -1$ .

**b.** Entoure en rouge le(s) couple(s) qui est (sont) solution(s) de l'équation  $x + y = 1$ .

**c.** Déduis-en un couple solution du système  $\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ .  
Une solution du système est .....

**4** Avec un système

Prouve que le couple  $(5 ; 1)$  est solution du système  $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ -3x + 8y = -7 \end{cases}$ .

• On vérifie que  $(5 ; 1)$  est solution de la première équation :

• On vérifie que  $(5 ; 1)$  est solution de la deuxième équation :

Donc le couple  $(5 ; 1)$  .....

**5** Une question d'ordre

**a.** Le couple  $(-3 ; 1)$  est-il solution du système  $\begin{cases} x + 5y = 2 \\ 2x - 7y = -13 \end{cases}$  ? Justifie.

**b.** Le couple  $(7,1 ; -6,4)$  est-il solution du système  $\begin{cases} 3x + 4y = -4,3 \\ -9x - 5y = -31,8 \end{cases}$  ? Justifie.

**6** Quel étourdi !

Miguel a résolu trois systèmes d'équations à deux inconnues mais il a mélangé les solutions. Aide-le à associer le couple solution au bon système.

Solutions de Miguel :

Systèmes d'équations :

$(3 ; 2)$	•	•	$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -2x + 4y = -4 \end{cases}$
$\frac{3}{2} ; \frac{-1}{4}$	•	•	$\begin{cases} -2x + 5y = 4 \\ -3x + 7y = 5 \end{cases}$
$(2,1 ; -1,3)$	•	•	$\begin{cases} 7x + 4y = 9,5 \\ -11x + 3y = -27 \end{cases}$

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Pourquoi dit-on « méthode de résolution par substitution » ?

**Q2.** Dans quelle situation privilégie-t-on la méthode par substitution plutôt qu'une autre ?

## Les exercices d'application

## 1 Une première résolution

Résous le système d'équations 
$$\begin{cases} 6x - y = -9 \\ 2x + 5y = 109 \end{cases}$$

avec la méthode de résolution par substitution.

**a.** Exprimer une inconnue en fonction de l'autre.

- À partir de la première équation, exprime  $y$  en fonction de  $x$ , puis  $x$  en fonction de  $y$ .

.....  
 $y = \dots\dots\dots$  |  $x = \dots\dots\dots$

- À partir de la deuxième équation, exprime  $y$  en fonction de  $x$ , puis  $x$  en fonction de  $y$ .

.....  
 $y = \dots\dots\dots$  |  $x = \dots\dots\dots$

- Quel(s) choix te semble(nt) le(s) plus intéressant(s) lorsque tu vas substituer une inconnue ?

.....

**b.** En remplaçant (substituant)  $y$  par  $9 + 6x$  dans la deuxième équation, on obtient :

☐  $2x - 5(9 + 6x) = 109$

☐  $-2x - 5(9 + 6x) = 109$

☐  $2x - 5(9 + 6x) = -109$

☐  $2x + 5(9 + 6x) = -109$

☐  $2x + 5(9 + 6x) = 109$

**c.** Développe et réduis le membre de gauche.

.....

**d.** Résous l'équation ainsi trouvée.

.....

**e.** Sachant que  $y = 9 + 6x$  et que  $x = \dots\dots\dots$ , on en déduit que  $y = \dots\dots\dots$ .

**f.** Ainsi, si un couple  $(x; y)$  est solution du système alors  $x = \dots\dots\dots$  et  $y = \dots\dots\dots$ .

**g.** Teste le couple de valeurs obtenu.

.....

.....

**h.** Conclus.

.....

## 2 Un deuxième essai

Résous le système 
$$\begin{cases} 4x + 9y = 267 \\ x + 6y = 68 \end{cases}$$
 à l'aide de la méthode de résolution par substitution.

**a.** Avec une équation, exprime une inconnue en fonction de l'autre. (Fais le bon choix !)

.....

**b.** Remplace (substitue) cette inconnue dans l'autre équation puis résous l'équation obtenue.

.....

.....

.....

.....

**c.** Déduis-en la valeur de la deuxième inconnue.

.....

.....

**d.** Ainsi, si un couple  $(x; y)$  est solution du système, alors  $x = \dots\dots\dots$  et  $y = \dots\dots\dots$ .

.....

**e.** Teste le couple de valeurs obtenu.

.....

.....

.....

**f.** Conclus.

.....

.....

## 3 À toi de jouer

Résous le système 
$$\begin{cases} 4x + y = 22,5 \\ 3x + 7y = 95 \end{cases}$$
 à l'aide de la méthode de résolution par substitution.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Blank lined paper with horizontal ruling lines.

## This image shows a full page of primary-ruled paper. It features ten sets of horizontal dashed lines, each set consisting of three parallel lines. These lines are evenly spaced vertically across the entire page, providing a guide for letter height and placement in handwriting practice. The background is white, and there are no margins or other markings present.

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

.....

.....

.....

.....

---

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Comment choisit-on les nombres par lesquels on multiplie les équations dans la méthode de résolution par combinaisons ?

**Q2.** Comment résout-on un système avec la méthode de résolution par combinaisons ?

## Les exercices d'application

**1** Combinaison assistée

Soit le système 
$$\begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ 6x - 4y = 14 \end{cases}$$

**a.** On veut calculer  $x$ .

- Par quel nombre faut-il multiplier la première équation pour obtenir des coefficients de  $y$  opposés dans les deux équations ?

- Récris alors la première équation du système.

- Quelle est l'équation obtenue en ajoutant membre à membre la deuxième équation et l'équation précédente ?

$$\square 12x + 6x + 2y - 4y = 28 + 14$$

$$\square 8x + 6x + 4y - 4y = 28 + 14$$

$$\square 8x + 6x + 4y - 4y = -28 - 14$$

$$\square 8x + 6x - 4y - 4y = 28 + 14$$

$$\square 8x - 6x + 4y - 4y = 28 - 14$$

- Réduis puis résous l'équation ainsi obtenue.

**b.** On veut calculer  $y$ .

- Par quels nombres faut-il multiplier les deux équations pour obtenir des coefficients de  $x$  opposés ?

- Récris alors le système.

- Quelle est l'équation obtenue en ajoutant membre à membre les deux équations du système obtenu précédemment ?

$$\square 12x + 12x - 6y - 8y = -42 + 28$$

$$\square -12x + 12x - 6y - 8y = -42 + 14$$

$$\square -12x + 12x - 6y - 8y = -42 + 28$$

$$\square -12x - 12x - 6y - 8y = -42 - 28$$

$$\square 12x - 12x + 6y + 8y = 42 - 28$$

- Réduis puis résous l'équation ainsi obtenue.

- c.** Teste le couple de valeurs obtenu.

- d.** Conclus.

**2** À ton tour

Résous le système 
$$\begin{cases} 5x + 4y = 7 \\ 2x + 7y = -8 \end{cases}$$

**a.** On veut calculer  $y$ .

- Récris le système de telle sorte que les coefficients de  $x$  soient opposés.

- Quelle est l'équation obtenue en ajoutant membre à membre les deux équations du système obtenu précédemment ?

- Résous l'équation ainsi obtenue.

**b.** On veut calculer  $x$ .

- Récris le système de telle sorte que les coefficients de  $y$  soient opposés.

- Quelle est l'équation obtenue en ajoutant membre à membre les deux équations du système obtenu précédemment ?

- Résous l'équation ainsi obtenue.

- c.** Teste le couple de valeurs obtenu.

- d.** Conclus.



## Les exercices d'application

**1** Choisir le bon système

Sur le marché, Sandrine a acheté trois poulets et deux lapins pour un total de 37,70 €.

Auparavant, elle avait acheté un poulet et trois lapins pour un total de 33,80 €.

On considère que les prix d'un poulet et d'un lapin n'ont pas varié entre ses deux achats. On note  $x$  le prix d'un poulet et  $y$  le prix d'un lapin en euros.

**a.** Entoure le système d'équations qui, selon toi, traduit l'énoncé précédent.

$$\begin{cases} x + y = 37,70 \\ x - y = 33,80 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 37,70 \\ 3x + y = 33,80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 37,70 \\ x + 3y = 33,80 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y = 33,80 \\ x + 3y = 37,70 \end{cases}$$

**b.** Résous le système que tu as entouré.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Un poulet coûte ..... € et un lapin coûte ..... €.

**2** Les billes

Isham dit :

« Si je passe ..... billes de ma poche gauche à ma poche droite, j'en aurai autant dans les deux.

Si j'en passe ..... de ma poche droite à ma poche gauche, j'en aurai ..... fois plus à gauche qu'à droite. »

**a.** Soit  $G$  le nombre initial de billes dans la poche gauche d'Isham, et  $D$  le nombre initial de billes à droite. On sait que l'énoncé précédent se traduit par le système :

$$\begin{cases} G - 6 = D + 6 \\ G + 10 = 2(D - 10) \end{cases}$$

Complète l'énoncé du problème par les nombres qui manquent.

**b.** Calcule le nombre de billes qu'Isham a dans chaque poche au moment où il parle.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**3** Pour les gourmands

Un confiseur prépare deux sortes de boîtes comprenant des petits macarons et des grands.

Dans la première boîte, il place dix petits macarons et quatre grands : cette boîte est vendue 7,20 €.

Dans la seconde boîte, il place cinq petits macarons et six grands : cette boîte est vendue 7,80 €.

Calcule le prix en euros de chaque sorte de macarons.

**a.** Soit  $x$  le prix en euros d'un petit macaron et  $y$  le prix en euros d'un grand macaron.

Le prix de la première boîte se traduit par l'équation .....

et celui de la seconde par .....

Le système d'équations est .....

.....

**b.** Résous le système.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**c.** Conclus.

Un petit macaron coûte ..... € et un grand coûte ..... €.

#### 4 Que d'eau !

Maria veut réduire sa consommation d'eau. Elle a calculé qu'avec  $1 \text{ m}^3$  d'eau elle pouvait prendre un bain et 17 douches ou bien 4 bains et 8 douches. Détermine les volumes d'eau utilisés pour un bain et pour une douche.

**a.** Soit  $x$  .....  
et  $y$  .....

**b. Conclus.**

## 5 Les bestioles

Une nuit, pour s'endormir, Sabrina compte les pattes de 18 animaux : des araignées et des fourmis. Elle trouve 130 pattes.  
Combien y a-t-il d'individus de chaque espèce ?

**a.** Écris un système d'équations qui traduise le problème précédent.

**b.** Résous le système d'équations.

**c.** Déduis-en le nombre d'araignées et le nombre de fourmis.

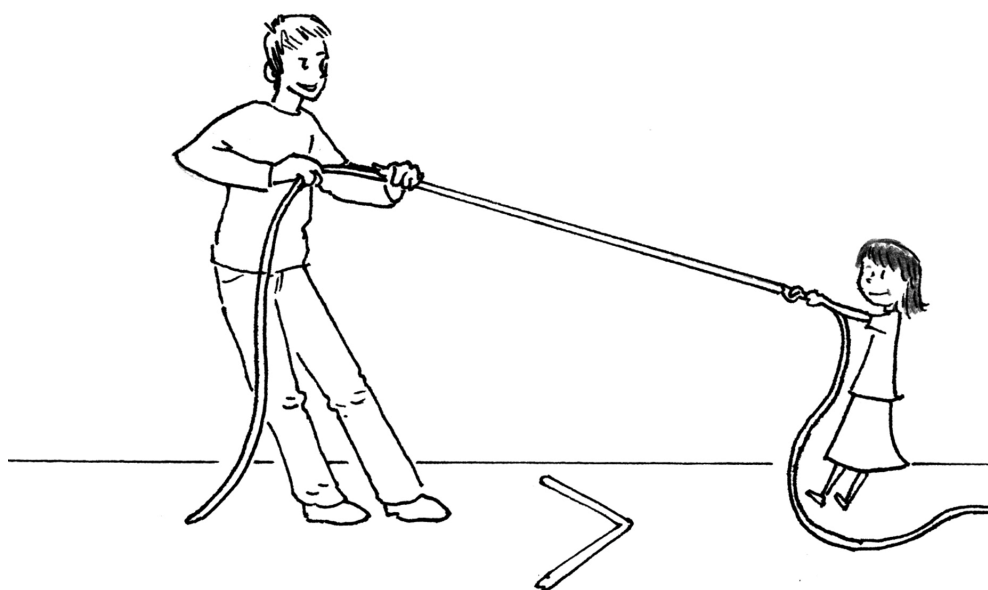
## 6 Autobahn

Une agence de location de voitures fait payer la location en fonction du nombre de jours de location et du nombre de kilomètres parcourus. Simon a loué une voiture pendant trois jours et a parcouru 650 km ; il a payé 145,50 €. Aliksan a loué une voiture pendant quatre jours et a parcouru 580 km ; il a payé 151 €.

Combien paiera un client qui doit faire 600 km sur trois jours ?



# Inégalités et inéquations



**Série 1 : Notion d'inéquation**

**Série 2 : Résolutions**

**Série 3 : Représentations graphiques**

**Série 4 : Problèmes**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Qu'est-ce qu'une inéquation ?

**Q2.** Quel est le symbole qui correspond à « est supérieur ou égal à » ?

**Q3.**  $x$  et  $y$  sont deux nombres tels que  $x - y > 0$  ; quel est le plus petit des deux nombres ?

## Les exercices d'application

**1** Comparaisons

**a.** Sachant que  $x = -2$ , compare  $2x - 3$  et  $3x + 2$ .

D'une part,  $2x - 3 = 2 \times (-2) - 3 = \dots\dots\dots$  ;

d'autre part,  $3x + 2 = \dots\dots\dots$

Donc pour  $x = -2$ ,  $\dots\dots\dots$

**b.** Sachant que  $a = 6$ , compare  $\frac{2}{3}a - 5$  et  $\frac{a}{2} - 4$ .

D'une part,  $\dots\dots\dots$  ;

d'autre part,  $\dots\dots\dots$

Donc  $\dots\dots\dots$

**2** Versions

Traduis par une phrase les inégalités suivantes.

**a.**  $x \geq -2$

Le nombre  $x$  est  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**b.**  $3 > x$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**c.**  $\frac{1}{4}x < 3$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**3** Thèmes

Traduis par une inégalité les phrases suivantes.

**a.** Le double de  $x$  est inférieur ou égal à 7.

$\dots\dots\dots$

**b.** La somme de 3 et du triple de  $x$  est strictement supérieure à 5.

$\dots\dots\dots$

**c.** Le produit de 12 par  $y$  est strictement inférieur à la différence de 3 et de  $y$ .

$\dots\dots\dots$

**4** Solutions d'une inéquation

Parmi les nombres  $-3$  ;  $-2,5$  et  $4$ , indique lesquels sont solutions des inéquations.

**a.**  $4x \geq -10$

•  $4 \times (-3) = \dots\dots\dots$ , or  $\dots\dots\dots$   
donc  $-3 \dots\dots\dots$

•  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

•  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**b.**  $4 - 3x < 13$

•  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

•  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

•  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**5** Tester une inégalité

**a.** L'inégalité  $5x - 3 > 1 + 3x$  est-elle vérifiée pour  $x = 0$  ?

On remplace  $x$  par 0 dans chaque membre de l'inégalité.

D'une part,  $5x - 3 = 5 \times 0 - 3 = \dots\dots\dots$  ;

d'autre part,  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

On constate que  $\dots\dots\dots$

Donc l'inégalité  $\dots\dots\dots$  pour  $x = 0$ .

**b.** L'inégalité  $3x - \frac{1}{2} \geq x + 1$  est-elle vérifiée pour  $x = \frac{3}{4}$  ?

$x = \frac{3}{4}$  ?

D'une part,  $\dots\dots\dots$  ;

d'autre part,  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**c.** L'inégalité  $5(x - 3) \geq 3x + 7$  est-elle vérifiée pour  $x = -2$  ?

D'une part,  $\dots\dots\dots$  ;

d'autre part,  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Que veut dire « résoudre une inéquation » ?

**Q2.** Si on ajoute un nombre négatif à chaque membre d'une inégalité, que se passe-t-il ?

**Q3.** Si on multiplie par un nombre négatif chaque membre d'une inégalité, que se passe-t-il ?

## Les exercices d'application

**1** Comparaisons

**a.** Sachant que  $x < 5$ ,

- quelle inégalité vérifie  $x + 3$  ?

On ajoute ..... à chaque membre de l'inégalité donc on ..... le sens de l'inégalité.

$$x + \dots < 5 + \dots \text{ donc } x + 3 < \dots$$

- quelle inégalité vérifie  $x - 3$  ?

On ajoute ..... à chaque membre de l'inégalité donc on ..... le sens de l'inégalité.

$$x - \dots < 5 - \dots \text{ donc } x - 3 < \dots$$

- quelle inégalité vérifie  $3x$  ?

On multiplie chaque membre de l'inégalité par ..... qui est ..... donc on ..... le sens de l'inégalité.  $\dots \times x < 5 \times \dots$  donc  $3x < \dots$ .

- quelle inégalité vérifie  $-2x$  ?

On multiplie chaque membre de l'inégalité par ..... qui est ..... donc on ..... le sens de l'inégalité.  $\dots \times x > 5 \times \dots$  donc  $-2x > \dots$ .

**b.** Sachant que  $a \geq -12$ , complète avec un symbole d'inégalité et un nombre.

$2a \geq \dots$	$-3a \dots$	$a + 20 \dots$
$\frac{a}{3} \dots$	$-\frac{1}{4}a \dots$	$\frac{1}{2}a \dots$

**2** Calcul d'erreurs

**a.** Encadre le périmètre  $P$  d'un carré dont le côté  $c$  est compris entre 3,2 et 3,3 cm.

Le périmètre d'un carré de côté  $c$  est .....

On sait que  $3,2 < c < 3,3$  et ..... est un nombre positif donc on ne change pas le sens de l'égalité.

$$\dots \times 3,2 < \dots < 3,3 \times \dots \text{ Ainsi } \dots < P < \dots$$

**b.** La calculatrice de Mathieu est tombée en panne et le professeur demande un encadrement à  $10^{-2}$  près du nombre  $-2,5\pi$ . Comment aider Mathieu ?

$$\pi \approx 3,1416 \text{ donc } 3,141 < \pi < \dots$$

On multiplie chaque membre de l'inégalité par ..... qui est ..... donc on ..... le sens de l'inégalité.  $3,141 \times \dots > -2,5\pi > \dots \times \dots$  d'où  $\dots < -2,5\pi < \dots$ .

Conclusion : .....

**c.** Encadre  $-5 - 3\sqrt{3}$  à  $10^{-2}$  près.

$$\sqrt{3} \approx 1,7321 \text{ donc } \dots < \sqrt{3} < \dots$$

On ..... chaque membre de l'inégalité par ..... qui est ..... donc .....  $\sqrt{3}$  .....

On ..... à chaque membre de l'inégalité donc .....

Conclusion : .....

Le nombre d'Euler, noté  $e$ , a pour valeur approchée 2,782. Encadre  $8 - 3e$  à  $10^{-2}$  près.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**3** Résoudre une inéquation simple (1)

**a.** Résous l'inéquation  $x + 4 < -7$ .

On ..... à .....  
 donc on ..... le sens de l'inégalité.  
 $x + 4 \dots - 7 \dots$  d'où  $x \dots$

**b.** Résous l'inéquation  $3x < -2$ .

On .....  
 ..... donc on .....  
 .....  
 $3x \dots - 2 \dots$  d'où  $x \dots$

**c.** Résous l'inéquation  $-2x < 8$ .

On .....  
 .....  
 ..... d'où  $x \dots$

**4 Résoudre une inéquation simple (2)**

a. Résous l'inéquation  $x - 4 > 12$ .

$x - 4 + \dots \dots 12 + \dots \dots$  d'où  $x \dots \dots$ .

b. Résous l'inéquation  $-4x \geq 48$ .

$\frac{-4}{\dots} \dots \frac{48}{\dots}$  d'où  $x \dots \dots$ .

c. Résous l'inéquation  $-x \leq -3$ .

On remarque que  $-x = \dots \times x$ .

$\frac{-\dots}{\dots} \dots \frac{-3}{\dots}$  d'où  $x \dots \dots$ .

**5 Plus complexe (1)**

a. Résous l'inéquation  $-3x + 15 \geq -72 - 2x$ .

On  $\dots \dots$  à chaque membre de l'inégalité :  $-3x + 15 \dots \geq -72 \dots$  ;

d'où  $\dots \geq \dots$ .

On  $\dots \dots$  à chaque membre de l'inégalité :  $\dots \geq \dots$  d'où  $\dots \geq \dots$ .

Finalement  $\dots \dots$ .

b. Résous l'inéquation  $14x - 25 \leq 17x + 50$ .

$\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$

c. Résous l'inéquation  $x + \frac{1}{4} \leq 2x - \frac{2}{3}$ .

$\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$

**6 Plus complexe (2)**

a. Résous l'inéquation  $5(x - 2) \leq 4x - 2$ .

On développe et on réduit le premier membre.

Puis on résout l'inéquation  $\dots \dots$ .

$\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$

b. Résous l'inéquation  $-6(2x + 2) \geq 3x - 27$ .

$\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$

c. Résous  $1,5(2x - 3) + 2,5 < -0,5(3x - 14)$ .

$\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$

**7 Des inéquations singulières**

a. Résous l'inéquation  $12x + 3 > 12x$ .

On  $\dots \dots$  :  
 $12x + 3 \dots > 12x \dots$  soit encore  $\dots$ .

Ainsi les solutions de l'inéquation  $12x + 3 > 12x$  sont aussi solutions de l'inéquation  $\dots$ .

Comme cette inégalité est toujours vérifiée, tous les nombres sont solutions de  $12x + 3 > 12x$ .

b. Résous l'inéquation  $3(5 - 4x) \leq -2(6x - 3)$ .

$\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$

**8 Deux inéquations**

a. Résous l'inéquation  $-2x + 7 > 9$ .

$\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$

b. Résous l'inéquation  $3x + 5 > -4$ .

$\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$   
 $\dots \dots$

c. Quel est l'entier qui vérifie les deux inégalités précédentes ?

$\dots \dots$

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Donne la signification des symboles  $<$  et  $\geq$ .

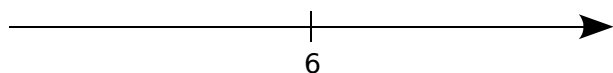
**Q2.** De quel côté est tourné le crochet dans la représentation graphique d'une inégalité ?

## Les exercices d'application

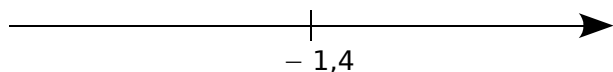
## 1. À tracer

Représente graphiquement les inégalités suivantes. Colorie les solutions.

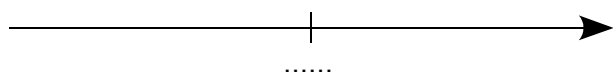
**a.**  $x \leq 6$  : les solutions de l'inéquation sont tous les nombres ..... à 6 donc on colorie les nombres plus ..... que 6. Comme l'inégalité est large, 6 est une solution de l'inéquation : le crochet ..... dirigé du côté des solutions.



**b.**  $y > -1,4$  : les solutions de l'inéquation sont tous les nombres ..... à  $-1,4$  donc on colorie les nombres ..... que  $-1,4$ . Comme l'inégalité est stricte,  $-1,4$  ..... une solution de l'inéquation : le crochet ..... dirigé du côté des solutions.



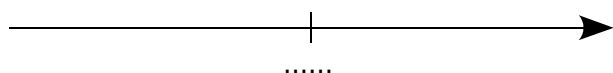
**c.**  $z \geq 7,8$



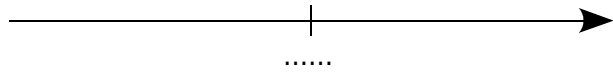
## 2. Le bon côté

Représente graphiquement les solutions de chaque inégalité. Hachure ce qui n'est pas solution.

**a.**  $x \geq -3,6$  : les solutions de l'inéquation sont tous les nombres ..... à  $-3,6$  ; on hachure ce qui n'est pas solution c'est-à-dire les nombres plus ..... que  $-3,6$ . Comme l'inégalité est large,  $-3,6$  est une solution de l'inéquation : le crochet ..... dirigé du côté des solutions.



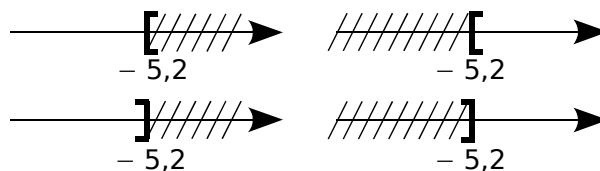
**b.**  $t < -4,6$



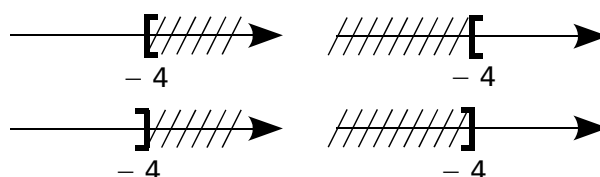
## 3. La bonne représentation

Pour chaque inégalité, entoure le graphique où sont hachurés les nombres qui ne sont pas solutions.

**a.**  $u > -5,2$



**b.**  $v \leq -4$



## 4. Sans résoudre

**a.** 0 est-il solution de  $3x - 2 > 4x + 1$  ?

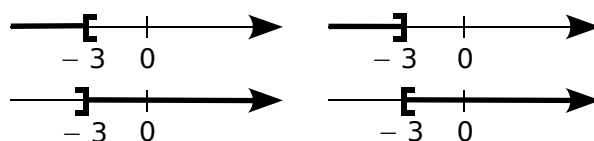
Pour  $x = 0$ ,

d'une part, ..... ;

d'autre part, ..... .

Donc ..... .

**b.** Parmi les représentations suivantes, entoure celle qui représente les solutions de l'inéquation  $3x - 2 > 4x + 1$ .



## 5. Attention à la consigne

Résous les inéquations suivantes et trace une représentation graphique de leurs solutions.

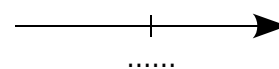
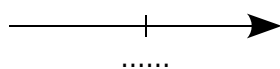
**a.**  $7x + 4 \leq 3x - 2$ .

(Colorie ce qui est solution.)



**b.**  $2x - 5 < 3x + 7$ .

(Hachure ce qui n'est pas solution.)



## Le cours avec les aides animées

**Q.** Quelles sont les étapes de la résolution d'un problème par une mise en inéquation ?

## Les exercices d'application

## 1 Parc de loisirs

Un parc de loisirs propose plusieurs tarifs.

Formule A : 7 € par entrée.

Formule B : un abonnement annuel de 35 € puis 4,50 € par entrée.

**a.** À partir de combien d'entrées la formule B est-elle plus avantageuse que la formule A ?

Choix de l'inconnue

On désigne par  $x$  le nombre d'entrées achetées au cours d'une année.

Mise en inéquation du problème

Le prix payé avec la formule A en fonction de  $x$  est

Le prix payé avec la formule B en fonction de  $x$  est

La formule B est donc plus avantageuse lorsque

..... < .....

Résolution de l'inéquation

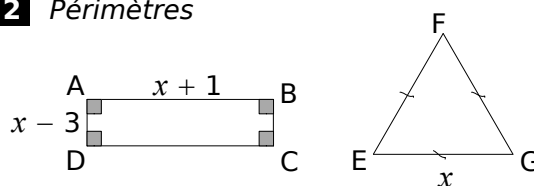
Conclusion : La formule B est plus avantageuse que la formule A lorsqu'on achète .....

**b.** Ce parc propose aussi un troisième tarif.

Formule C : un abonnement annuel de 143 € pour un nombre illimité d'entrées.

À partir de combien d'entrées la formule C est-elle plus avantageuse que la formule B ?

## 2 Périmètres



ABCD est un rectangle et EFG est un triangle équilatéral.  $x$  désigne un nombre strictement supérieur à 3.

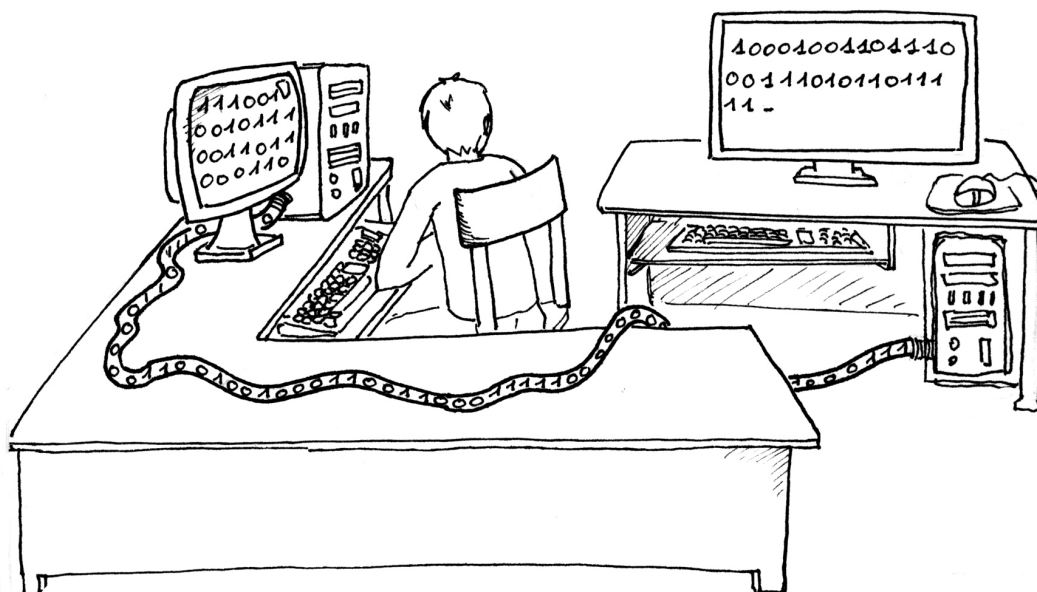
**a.** Exprime le périmètre de ABCD et le périmètre de EFG en fonction de  $x$ .

**b.** Détermine les valeurs de  $x$  pour lesquelles le périmètre du rectangle est strictement inférieur à celui du triangle.

## 3 Extrait du Brevet

Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre  $x$  d'informaticiens et de mathématiciens. Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

# Puissances et grandeurs



**Série 1 : Puissances : applications**

**Série 2 : Puissances : synthèse**

**Série 3 : Changements d'unités**

**Série 4 : Grandeurs**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Donne les formules du produit et du quotient de deux puissances d'un même nombre.

**Q2.** Donne la formule de la puissance d'une puissance.

**Q3.** Donne les formules du produit et du quotient de deux puissances de même exposant.

## Les exercices d'application

**1** Autour des produits...

Écris les produits suivants sous la forme  $a^n$  où  $a$  est un nombre quelconque et  $n$  un entier relatif.

$$\begin{array}{l|l} 5^3 \times 5^7 = 5^{\dots + \dots} = 5^{\dots} & (-7)^{-5} \times (-7)^9 = \dots \\ (-7) \times (-7)^5 = \dots & \left(\frac{7}{3}\right)^5 \times \left(\frac{7}{3}\right)^9 = \dots \\ 3^8 \times 3^{-10} = \dots & \left(\frac{9}{5}\right)^{-4} \times \left(\frac{9}{5}\right) = \dots \\ 4^{-3} \times 4^{-7} = \dots & (\overline{3})^4 \times \overline{3} = \dots \end{array}$$

**2** ...et des quotients

Écris les quotients suivants sous la forme  $a^n$  où  $a$  est un nombre quelconque et  $n$  un entier relatif.

$$\begin{array}{l|l} \frac{7^{13}}{7^5} = 7^{\dots - \dots} = 7^{\dots} & \frac{(\sqrt{6})^{10}}{(\overline{6})^9} = \dots \\ \frac{3^{38}}{3^{15}} = \dots & \frac{-4,5}{(-4,5)^{-5}} = \dots \\ \frac{12^{28}}{12^{34}} = \dots & \frac{9^{-2}}{9^7} = \dots \\ \frac{(-6)^{12}}{(-6)^{15}} = \dots & \frac{1,2^{-5}}{1,2^{-3}} = \dots \end{array}$$

**3** Puissances de puissances

Écris les nombres suivants sous la forme  $a^n$  où  $a$  est un nombre quelconque et  $n$  un entier relatif.

$$\begin{array}{l|l} (7^3)^5 = \dots & ((\sqrt{5})^7)^{-2} = \dots \\ (5^2)^{-4} = \dots & ((\sqrt{11})^2)^3 = \dots \\ \left(\left(\frac{3}{8}\right)^{-1}\right)^{10} = \dots & \left(\left(\frac{9}{7}\right)^{-2}\right)^{-1} = \dots \\ (3^2)^{-2} \times 3^3 = \dots & \\ ((-7)^3)^2 \times (-7)^{-4} = \dots & \\ (5^3)^{-1} \times (5^3)^2 = \dots & \\ \left(\left(\frac{7}{4}\right)^5\right)^3 \times \left(\left(\frac{7}{4}\right)^{-2}\right)^4 = \dots & \end{array}$$

**4** De même exposant

Complète les égalités suivantes.

$$\begin{array}{l} 5^2 \times 3^2 = (\dots \times \dots)^{\dots} = \dots \\ 3,5^{-3} \times 4^{-3} = \dots \\ 2^4 \times 7^4 = \dots \\ (-7)^6 \times (-3)^6 = \dots \\ \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{9}\right)^{-2} = \dots \\ (\overline{5})^2 \times (\overline{3})^2 = \dots \end{array}$$

**5** Retour des quotients

Complète les égalités suivantes.

$$\begin{array}{l} \frac{15^2}{9^2} = \left(\frac{\dots}{\dots}\right)^{\dots} = \left(\frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots}\right)^{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \\ \frac{14^3}{21^3} = \dots \\ \frac{25^{-2}}{10^{-2}} = \dots \\ \frac{(-8)^5}{16^5} = \dots \end{array}$$

**6** En choisissant la bonne formule

Écris les nombres suivants sous la forme  $a^n$  (où  $a$  est un nombre quelconque et  $n$  un entier relatif) puis donne une écriture décimale en utilisant la définition d'une puissance.

$$\begin{array}{l} \frac{2^{18}}{2^{14}} = \dots \\ 5^{-7} \times 2^{-7} = \dots \\ (2^4)^{-1} = \dots \\ 7^{-6} \times 7^8 = \dots \\ \frac{2^3}{5^3} = \dots \\ \left(\frac{12}{25}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \dots \\ 4^{-3} \times 25^{-3} = \dots \\ \frac{25^{-2}}{35^{-2}} = \dots \\ (4^{-1})^3 = \dots \\ ((\sqrt{8})^2)^{-1} = \dots \\ ((-1,5)^3)^4 \times ((-2)^6)^2 = \dots \end{array}$$



**7** À la recherche de l'exposant perdu

Complète les égalités suivantes.

$$\begin{array}{l|l} 3^{10} \times 3^{\dots\dots\dots} = 3^5 & 6^{-8} \times 6^{\dots\dots\dots} \times 6 = 6^{10} \\ 7^{\dots\dots\dots} \times 7^8 = 7^{11} & \frac{7^{\dots\dots\dots}}{14^{\dots\dots\dots}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \\ (5^2)^{\dots\dots\dots} = 5^8 & 3^{\dots\dots\dots} \times 10^{\dots\dots\dots} = 30^7 \\ \frac{5^{\dots\dots\dots}}{5^{28}} = 5^{-13} & ((-2)^{\dots\dots\dots})^3 = (-2)^{12} \end{array}$$

**8** Astucieusement

Calcule mentalement.

$$A = 59 \times 2^{-2} \times 5^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$B = 5^2 \times 0,742 \times 2^2 = \dots\dots\dots$$

$$C = 2^3 \times 12,2 \times 5^3 = \dots\dots\dots$$

$$D = 2^{-3} \times 5^{-3} \times 61 = \dots\dots\dots$$

**9** Simplifications de quotients

Donne l'écriture la plus simple possible des quotients suivants.

$$\frac{7^{-2} \times 7^5}{7^8} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{5^4 \times 5^8}{5^{10}} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{3^{-2} \times 2^5}{3^{-5} \times 2^7} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{5^3 \times 2^7 \times 3^2}{5^5 \times 2^9 \times 3^{-1}} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{5^{-2} \times 2^3 \times 3^{-5} \times 7^4}{5^2 \times 2^7 \times 3^{-3} \times 7^3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{11^{-1} \times 2^{-5} \times 13^4 \times 5^3}{2^{-7} \times 5 \times 11^{-3} \times 13^6} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{3^{-3} \times 7^4 \times 5^8 \times 2^{-3}}{2^{-7} \times 5^4 \times 7^6 \times 3^{-5}} = \dots\dots\dots$$

**10** Le calcul littéral aussi

Soit l'expression littérale  $A = (x + 7)^3 \times (x + 4)^3$ .

Calcule, mentalement, l'expression A pour  $x = -2$ .

.....  
.....  
.....

**11** Décomposition en produit de facteurs premiers et PGCD de deux nombres entiers

**a.** Le nombre 700 peut se décomposer de la manière suivante :

$$700 = 7 \times 100 = 7 \times 25 \times 4 = 7^1 \times 5^2 \times 2^2.$$

- Que signifie l'expression « facteurs premiers » dans la phrase « L'écriture précédente est la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 700. » ?

.....  
.....

- En t'aidant de l'exemple ci-dessus, écris la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants.

$$9\,000 = \dots\dots\dots$$

$$12\,100 = \dots\dots\dots$$

**b.** On connaît la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 1 080 et 288.

$$1\,080 = 2^3 \times 3^3 \times 5 \text{ et } 288 = 2^5 \times 3^2.$$

- 5 est-il un diviseur commun à 1 080 et 288 ? Pourquoi ?

.....  
.....

- 3 est-il un diviseur commun à 1 080 et 288 ? Et  $3^2$  ? Et  $3^3$  ? Justifie.

.....  
.....  
.....

- Trouve un nombre entier  $n$ , le plus grand possible, tel que  $2^n$  divise à la fois 1 080 et 288.

.....  
.....

- Existe-t-il un autre facteur premier, différent de 2 et de 3, qui divise à la fois 288 et 1 080 ? Justifie.

.....  
.....

- Montre que  $\text{PGCD}(288 ; 1\,080) = 2^3 \times 3^2$ .

.....  
.....

**c.** En appliquant la méthode vue dans la question **b.**, complète.

- $700 = \dots\dots\dots$  et  $12\,100 = \dots\dots\dots$   
donc  $\text{PGCD}(700 ; 12\,100) = \dots\dots\dots$

.....  
donc  $\text{PGCD}(700 ; 9\,000) = \dots\dots\dots$

- .....  
donc  $\text{PGCD}(12\,100 ; 9\,000) = \dots\dots\dots$

## Les exercices d'application

**1** En associant produits et quotients

Écris les expressions suivantes sous la forme  $a^m \times b^n$  où  $a, b, m$  et  $n$  sont des entiers relatifs.

$$A = \frac{2^3 \times 4^5 \times 11^{-3}}{8^{-3} \times 11^5}$$

$$A = \frac{(\dots \times \dots)^5 \times 11^{-3}}{8^{-3} \times 11^5}$$

$$A = \frac{\dots}{\dots}$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

$$B = \frac{12^4 \times 5^7}{4^{-6} \times 5^3 \times 3^{-6}}$$

$$B = \frac{\dots}{\dots}$$

$$B = \frac{\dots}{\dots}$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = \frac{6^{-3} \times (-5)^7 \times 4^7}{10^5 \times 2^5 \times (-6)^5}$$

$$C = \frac{\dots}{\dots}$$

$$C = \frac{\dots}{\dots}$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$D = \frac{2^4 \times 3^4 \times 6^4 \times 5^4}{4^{-3} \times 3^{-3} \times 15^9}$$

$$D = \frac{\dots}{\dots}$$

$$D = \frac{\dots}{\dots}$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

**2** En ajoutant les puissances de puissances

Écris les expressions suivantes sous la forme  $a^m \times b^n$  où  $a, b, m$  et  $n$  sont des entiers relatifs.

$$A = \frac{6^{-8} \times 9^6}{9^5 \times (6^3)^5}$$

$$A = \frac{6^{-8} \times 9^6}{9^5 \times 6^{\dots \times \dots}}$$

$$A = \frac{6^{-8} \times 9^6}{9^5 \times 6^{\dots}}$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

$$B = \frac{2^{-3} \times (8^7)^8}{8^{-35} \times (2^4)^{-6}}$$

$$B = \frac{\dots}{\dots}$$

$$B = \frac{\dots}{\dots}$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = \frac{4^5 \times 7^{-1}}{16^4 \times 7^3}$$

$$C = \frac{4^5 \times 7^{-1}}{(\dots^2)^4 \times 7^3}$$

$$C = \frac{4^5 \times 7^{-1}}{\dots \times \dots \times 7^3}$$

$$C = \frac{4^5 \times 7^{-1}}{\dots \times 7^3}$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$D = \frac{9^{-3} \times 8^4}{3^4 \times 8^{-4}}$$

$$D = \frac{\dots}{\dots}$$

$$D = \frac{\dots}{\dots}$$

$$D = \frac{\dots}{\dots}$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

**3** Écriture scientifique

Donne l'écriture scientifique puis l'écriture décimale des expressions suivantes.

$$A = \frac{8 \times 10^4 \times 7 \times 10^2}{14 \times 10^{-3}}$$

$$A = \frac{\dots \times \dots}{\dots} \times \frac{10^{\dots} \times 10^{\dots}}{10^{\dots}}$$

$$A = \frac{\dots}{\dots} \times \frac{10^{\dots}}{10^{\dots}}$$

$$A = \frac{\dots}{\dots} \times 10^{\dots}$$

$$A = \dots \times 10^{\dots}$$

$$A = \dots$$

$$B = \frac{2 \times 10^5 \times 9 \times 10^{-4}}{15 \times 10^5}$$

$$B = \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots}$$

$$B = \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots}$$

$$B = \frac{\dots}{\dots} \times 10^{\dots}$$

$$B = \dots \times 10^{\dots}$$

$$B = \dots$$

$$C = \frac{4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^2}$$

$$C = \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots}$$

$$C = \frac{\dots}{\dots} \times \frac{\dots}{\dots}$$

$$C = \frac{\dots}{\dots} \times \dots$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

**4** Calculs astucieux

Calcule mentalement les expressions suivantes. Tu donneras le résultat sous forme décimale.

$$A = \frac{14^3 \times (-9)^2}{7^3 \times 3^4} = \dots$$

$$B = \frac{(-5)^3 \times 0,3^2 \times 2^3}{2 \times 10^4 \times 0,15} = \dots$$

**5** La tour Eiffel

La structure métallique de la tour Eiffel a une masse de 7 300 tonnes. On considère que la structure est composée essentiellement de fer.

Sachant qu'un atome de fer a une masse de  $9,352 \times 10^{-26}$  kg, combien y a-t-il d'atomes de fer dans la structure ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**6** Une histoire d'argent

Tout juste majeure, Audrey gagne 300 € à un jeu de grattage. Elle décide de les placer sur un livret d'épargne qui lui rapporte 3 % d'intérêts par an.

**a.** Quelle somme d'argent y aura-t-il sur son livret au bout d'un an ?

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** Si Audrey ne touche pas à son livret, quelle somme aura-t-elle au bout de deux ans ? Au bout de cinq ans ? Et pour son trentième anniversaire ? Arrondis les résultats au centime d'euro.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**7** Une simplification sans nombre

Écris les expressions suivantes sous la forme d'un produit ayant un minimum de facteurs.

$$A = \frac{(a^2)^{-3} \times b^3}{a^{-5} \times (b^6)^4}$$

$$A = \frac{a^{\dots} \times b^{\dots}}{a^{\dots} \times b^{\dots}}$$

$$A = a^{\dots} \times b^{\dots}$$

$$A = \dots$$

$$B = \frac{b^{-6} \times (a^{-3})^{-6}}{a^9 \times (b^{-5})^4}$$

$$B = \frac{\dots}{\dots}$$

$$B = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = \frac{18(a^{-4})^8 \times 4b^3}{(3a)^2 \times b^{-4}}$$

$$C = \frac{\dots}{\dots}$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$C = \dots$$

$$D = \frac{(a^4)^{-2} \times (b^{-4})^3 \times c^9}{(b^6)^{-2} \times (c^{-3})^2 \times a^8}$$

$$D = \frac{\dots}{\dots}$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

**8** Une somme de puissances de 2

**a.** Vérifie, à l'aide de calculs, que les égalités suivantes sont vraies.

$$2^0 = 2^1 - 2^0; \quad 2^1 = 2^2 - 2^1; \quad 2^2 = 2^3 - 2^2.$$

.....

.....

.....

**b.** En utilisant les propriétés sur les puissances, montre l'égalité  $2^n = 2^{n+1} - 2^n$  où  $n$  est un nombre entier naturel. (Pense à écrire  $2^{n+1}$  comme le produit de deux puissances de 2.)

.....

.....

.....

.....

**c.** En utilisant l'égalité prouvée en **b.**, vérifie que  $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 15$ .

.....

.....

.....

.....

**d.** En t'inspirant du raisonnement de la question **c.**, et sans utiliser de calculatrice, trouve la valeur exacte des sommes suivantes.

$$\bullet A = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{300}$$

.....

.....

.....

$$\bullet B = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{1000}$$

.....

.....

.....

**e.** Peux-tu trouver un ordre de grandeur de A et B en utilisant la calculatrice ? Si oui, donne-le, si non explique pourquoi.

.....

.....

.....

**f.** Exprime à l'aide d'une somme ayant le moins de termes possible l'expression  $S_n$  suivante :

$$S_n = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^n.$$

.....

.....

.....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Choisis deux grandeurs-quotients et pour chacune d'elles, donne au moins deux unités couramment utilisées.

**Q2.** Choisis deux grandeurs-produits et pour chacune d'elles, donne au moins deux unités couramment utilisées.

## Les exercices d'application

**1** Des vitesses

**a.** Convertis  $130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

$$130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{\dots\dots\dots \text{ km}}{\dots\dots \text{ h}}.$$

$$130 \text{ km} = \dots\dots\dots \text{ m} \text{ et } 1 \text{ h} = \dots\dots\dots \text{ s}.$$

$$\text{Donc } 130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{\dots\dots\dots \text{ m}}{\dots\dots\dots \text{ s}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{soit } 130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx \dots\dots\dots \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

**b.** Convertis  $3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

$$3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\dots\dots\dots \text{ m}}{\dots\dots \text{ s}}.$$

$$3,5 \text{ m} = \dots\dots\dots \text{ km} \text{ et } 1 \text{ s} = \frac{1}{\dots\dots\dots} \text{ h}.$$

$$3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\dots\dots\dots \text{ km}}{\frac{1}{\dots\dots\dots} \text{ h}} = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$\text{soit } 3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \dots\dots\dots \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

**2** À ton tour

**a.** Convertis  $17,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**b.** Convertis  $99 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**c.** Convertis  $600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  en  $\text{km} \cdot \text{min}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**3** Des masses volumiques

**a.** Convertis  $35,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

$$35,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} = \frac{\dots\dots\dots \text{ g}}{\dots\dots \text{ cm}^3}. \text{ On a } 35,6 \text{ g} = \dots\dots\dots \text{ kg et}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = \dots \text{ m} \times \dots \text{ m} \times \dots \text{ m}$$

$$1 \text{ cm}^3 = \dots\dots\dots \times 1 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{ m}^3.$$

$$35,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} = \frac{\dots\dots\dots \text{ kg}}{\dots\dots\dots \text{ m}^3} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\text{soit } 35,6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} = \dots\dots\dots \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

**b.** Convertis  $5\,640 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  en  $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**4** Des énergies

**a.** Convertis  $2,5 \text{ kWj}$  en  $\text{Wh}$ .

$$2,5 \text{ kWj} = \dots\dots \times 1 \text{ kW} \times 1 \text{ j} ;$$

$$1 \text{ kW} = \dots\dots \text{ W} \text{ et } 1 \text{ j} = \dots\dots \text{ h}.$$

$$2,5 \text{ kWj} = \dots\dots \times \dots\dots \text{ W} \times \dots\dots \text{ h} = \dots\dots\dots \text{ Wh}.$$

**b.** Convertis  $1,2 \text{ MWh}$  en  $\text{kWj}$ .

$$1,2 \text{ MWh} = \dots\dots \text{ MW} \times 1 \text{ h} ;$$

$$1,2 \text{ MW} = \dots\dots \times 10^6 \text{ W} \text{ et } 1 \text{ h} = \frac{1}{\dots\dots} \text{ j}.$$

.....  
.....

**5** Des débits

**a.** Exprime  $5,04 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  en  $\text{L} \cdot \text{s}^{-1}$ .

$$5,04 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1} = \frac{\dots\dots\dots \text{ m}^3}{\dots\dots \text{ h}}. \text{ On a } 1 \text{ h} = \dots\dots\dots \text{ s et}$$

$$5,04 \text{ m}^3 = \dots\dots \times 1 \text{ m}^3 = \dots\dots \times (1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m})$$

$$5,04 \text{ m}^3 = \dots\dots \times (\dots\dots \text{ dm} \times \dots\dots \text{ dm} \times \dots\dots \text{ dm})$$

$$5,04 \text{ m}^3 = \dots\dots \times \dots\dots \times 1 \text{ dm}^3 = \dots\dots\dots \text{ dm}^3.$$

$$\text{Comme } 1 \text{ dm}^3 = \dots\dots \text{ L, on a } 5,04 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{ L}.$$

$$5,04 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1} = \frac{\dots\dots\dots \text{ L}}{\dots\dots \text{ s}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \text{ L} \cdot \text{s}^{-1} = \dots\dots \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}.$$

**b.** Convertis  $5 \text{ cL} \cdot \text{s}^{-1}$  en  $\text{cm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## Les exercices d'application

**1** Le débit de l'eau

Une piscine olympique mesure 50 m de long sur 20 m de large et a une profondeur moyenne de 1,70 m.

Combien de temps faut-il pour la remplir à l'aide d'une pompe dont le débit est de  $7\,500 \text{ L}\cdot\text{h}^{-1}$  ?  
Donne le résultat en jours, heures et minutes.

On calcule le volume  $V$  de la piscine :

$V = \dots\dots\dots$

On convertit  $7\,500 \text{ L}$  en  $\text{m}^3$  :

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

Le débit de la pompe est donc de  $\dots\dots\dots \text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$ .

On calcule ensuite le temps  $t$  de remplissage :

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

On exprime ce temps en jours, heures et minutes :

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**2** Bugatti 16.4 Veyron

Fabriquée en série dans l'usine de Molsheim en Alsace, la Bugatti Veyron a atteint les  $415 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  sur le grand Lac Salé situé dans l'Utah, ce qui en fait la voiture de série la plus rapide au monde.

**a.** Sa consommation en utilisation normale est de  $24,1 \text{ L}/100 \text{ km}$  et la capacité de son réservoir est de 98 litres. Calcule son autonomie en utilisation normale, arrondie au kilomètre.

$\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} \times \dots\dots\dots \approx \dots\dots\dots \text{ km}.$

$\dots\dots\dots$

**b.** À la vitesse de  $400 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ , sa consommation atteint  $90 \text{ L}/100 \text{ km}$ . Calcule alors son autonomie, arrondie au kilomètre.

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**c.** Calcule sa vitesse maximale en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Donne la valeur arrondie au dixième.

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**3** Le césium

C'est un métal découvert en 1861 qui est liquide à température ambiante. Sa masse volumique est de  $1\,879 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Utilisé en médecine, il sert aussi à définir la durée de la seconde.

**a.** Exprime la masse volumique du césium en  $\text{g}/\text{cm}^3$ .

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**b.** Calcule la masse, en kg, de  $5,4 \text{ dm}^3$  de ce métal. Donne la valeur arrondie au dixième.

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**4** Salinité d'un bassin

L'eau d'un bassin est une solution saline dont la concentration en sel est égale à  $35 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$ .

Le bassin est semblable à un pavé droit dont les dimensions sont 5 m ; 3 m et 2,5 m.

Calcule la quantité de sel, en kg, contenue dans ce bassin.

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**5** Consommation d'énergie

Un téléviseur à écran plat a une puissance  $P$  de 180 W. On le fait fonctionner pendant une durée  $t$  de deux heures et quarante-cinq minutes.

**a.** Calcule l'énergie consommée  $E$ , exprimée en kWh, par ce téléviseur ( $E = P \times t$ ).

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**b.** Exprime cette énergie en joules ( $1 \text{ J} = 1 \text{ Ws}$ ).

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

**6** Le parsec

Le parsec (pc) est une unité de longueur utilisée en astronomie. Pour des raisons pratiques, les astronomes expriment souvent les distances des objets astronomiques en parsecs plutôt qu'en années-lumière.

Un parsec vaut environ 3,261 années-lumière (al). Dark Vador, lors d'une inspection des contrées lointaines de l'Empire, doit parcourir 12 523 pc à bord de son croiseur-amiral.

Quelle doit être la vitesse de son navire (en  $\text{al}\cdot\text{h}^{-1}$ ) pour que le voyage dure six mois (180 jours) ? Donne la valeur arrondie au dixième.

.....

.....

.....

.....

.....

**7** La  $\text{VO}_2\text{max}$ 

C'est le volume maximal d'oxygène qu'un sujet humain peut consommer par unité de temps au cours d'un effort. Elle s'exprime en L/min.

Afin de personnaliser la mesure, la valeur observée est le plus souvent rapportée à l'unité de masse et s'exprime alors en  $\text{mL}/\text{min}/\text{kg}$  ( $\text{VO}_2\text{max}$  dite « spécifique »).

**a.** Chez un sujet jeune et sain, on observe des  $\text{VO}_2\text{max}$  de l'ordre de 45  $\text{mL}/\text{min}/\text{kg}$  chez l'homme et 35  $\text{mL}/\text{min}/\text{kg}$  chez la femme.

- Calcule la quantité d'oxygène consommée, en L, pour un effort de 12 minutes chez un homme de 78 kg.

.....

.....

- Même question chez une femme de 52 kg et pour un effort de 14 minutes.

.....

.....

**b.** Chez l'athlète de haut niveau on peut observer des  $\text{VO}_2\text{max}$  spécifiques atteignant 90  $\text{mL}/\text{min}/\text{kg}$  chez l'homme et 75  $\text{mL}/\text{min}/\text{kg}$  chez la femme (source INSEP).

Reprends la question **a.** en tenant compte de ces nouvelles données.

.....

.....

.....

.....

.....

**8** Les braquets

Le braquet est le rapport de démultiplication entre le pédalier et le pignon arrière d'un vélo.

Ainsi, par exemple, un cycliste avec un pédalier de 28 dents et un pignon de 26 dents, utilisant des roues de 650 (soit environ 63 cm de diamètre et donc 1,98 m de circonférence), avance de  $1,98 \text{ m} \times \frac{28}{26} \approx 2,13 \text{ m}$  à chaque tour de pédalier.

Dans ce cas, on dit que le braquet est  $28 \times 26$  et que le développement est  $2,13 \text{ m}\cdot\text{tour}^{-1}$ .

**a.** Lorsque la route est dans une plaine, on peut utiliser un « grand braquet », par exemple un  $52 \times 14$ . Calcule alors la vitesse, en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ , d'un cycliste utilisant ce braquet en supposant qu'il effectue 80 tours de pédale à la minute.

Donne la valeur arrondie au dixième.

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** Lorsque la route est en montagne, on utilise plutôt un « petit braquet », par exemple un  $26 \times 30$ . Calcule alors la vitesse, en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ , d'un cycliste utilisant ce braquet avec la même cadence. Donne la valeur arrondie au dixième.

.....

.....

.....

.....

.....

**c.** À la question « Quel braquet comptez-vous utiliser pour grimper le col de Bagargui ? » posée par un journaliste lors du Tour de France 2003 au coureur français Sébastien Hinault, celui-ci a répondu : « On a prévu le  $39 \times 25$  et je pense qu'on va le mettre. ».

Sachant que les roues de ce coureur mesurent 2,08 m de circonférence et que sa cadence de rotation varie de 80 à 100  $\text{tours}\cdot\text{min}^{-1}$ , calcule sa vitesse minimale et sa vitesse maximale en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Donne les valeurs arrondies au dixième.

.....

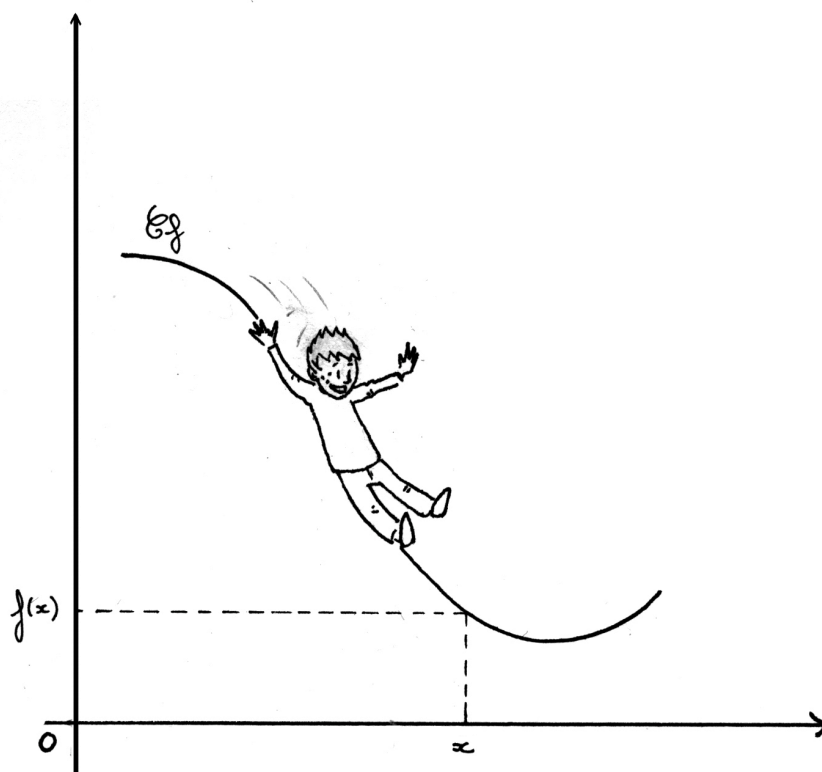
.....

.....

.....

.....

# Notion de fonction



**Série 1 : Tableaux de données**

**Série 2 : Graphiques**

**Série 3 : Formules**

**Série 4 : Synthèse**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Si  $f$  désigne une fonction, que signifie la notation  $f(x)$  ?

**Q2.** Une fonction  $g$  associe au nombre 4 le nombre  $-7$ .  
Comment appelle-t-on le nombre 4 pour le nombre  $-7$  ? Et le nombre  $-7$  pour le nombre 4 ?  
Traduis tes réponses en notation mathématique.

## Les exercices d'application

**1** Lire un tableau

Voici un tableau de valeurs d'une fonction  $f$ :

$x$	-3	-1	0	2	4	5
$f(x)$	7	-2	3	5	-3	6

En utilisant les données du tableau précédent, complète les phrases suivantes.

- L'image de 4 par la fonction  $f$  est .....
- L'image de ..... par la fonction  $f$  est 7.
- $f(2) = \dots$
- Un nombre ayant pour image 3 par la fonction  $f$  est .....
- Un nombre ayant pour image ..... par la fonction  $f$  est 4.
- $f(\dots) = 6$ .
- Un antécédent de  $-3$  par la fonction  $f$  est .....
- Un antécédent de ..... par la fonction  $f$  est 5.
- $f(-3) = \dots$  et  $f(\dots) = -3$ .

**2** Compléter un tableau

Complète le tableau de données de la fonction  $g$  en utilisant les informations qui suivent.

- L'image de 4 par la fonction  $g$  est 7.
- $g(1,5) = \frac{8}{5}$
- $-1$  a pour image 7 par la fonction  $g$ .
- $g(-\sqrt{2}) = 1,254$
- Un antécédent de 5 par la fonction  $g$  est  $-2$ .
- $g\left(\frac{-7}{9}\right) = -\sqrt{2}$
- 5 est un antécédent de  $-3$  par la fonction  $g$ .

$x$	.....	.....	$-2$	.....	.....	$-\sqrt{2}$	.....
$g(x)$	7	$-\sqrt{2}$	.....	.....	.....	.....	7

**3** Lire et compléter un tableau

Complète ce tableau de données et les phrases concernant une fonction  $h$ .

$x$	.....	4	$-2$	12	7	.....	$-17$
$h(x)$	4	.....	.....	$-17$	$-2$	.....	12

- $-8$  est l'image de 4 par la fonction  $h$ .
- Un antécédent de 4 par la fonction  $h$  est  $-3$ .
- $h(-2) = 7$  et  $h(7) = \dots$
- Un nombre ayant pour image ..... par la fonction  $h$  est 12.
- L'image de 12 par la fonction  $h$  est .....
- $-8$  a pour antécédent 15 par la fonction  $h$ .

**4** Population bactérienne

On étudie en laboratoire l'augmentation d'une population de bactéries (exprimée en milliers) en fonction du temps (exprimé en heures).

Temps	0	12	24	36	48	60
Population	0,7	2,1	6,3	18,9	56,7	170,1

On appelle  $f$  la fonction par laquelle une durée a pour image la population bactérienne présente.

- Détermine  $f(12)$  et interprète ce résultat par rapport à l'étude.

.....

- Quel est l'antécédent de 56,7 par la fonction  $f$  ?  
Interprète ce résultat par rapport à l'étude.

.....

**5** Projectile

Un projectile est lancé d'un point O avec une vitesse initiale  $v$  (en m/s) suivant un angle de  $45^\circ$  avec l'horizontale.  $h$  est la hauteur maximale atteinte par le projectile (en mètres).

$v$ en m/s	100	200	400	600	800
$h$ en m	240	980	3 950	8 800	15 500

On appelle  $g$  la fonction qui associe à une vitesse, la hauteur maximale correspondante.

Une expression de la fonction  $g$  peut-elle être  $g(x) = ax$  où  $a$  est un nombre donné ? Justifie.

.....



## Le cours avec les aides animées

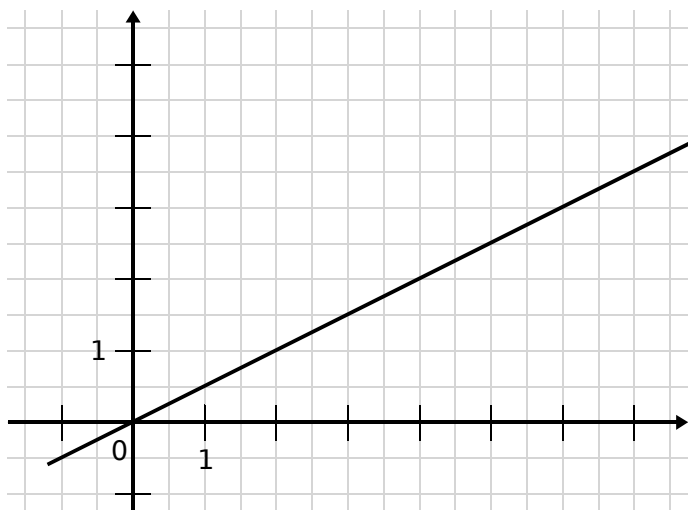
**Q1.** Sur le graphique représentatif d'une fonction, comment procède-t-on pour lire l'image d'un nombre par cette fonction ?

**Q2.** Sur le graphique représentatif d'une fonction, comment procède-t-on pour lire un antécédent d'un nombre par cette fonction ?

## Les exercices d'application

**1** Lecture et vocabulaire (1)

Ce graphique représente une fonction  $f$ .



**a.** Place en vert le point de la courbe qui a pour abscisse 5. Lis son ordonnée et laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'abscisse 5 semble avoir pour ordonnée ..... . Donc, par la fonction  $f$ , l'image de 5 est environ ..... .

En notation mathématique,  $f(5) \approx \dots\dots\dots$  .

**b.** De la même manière, lis les images de  $-1$  ;  $4$  et  $7$ , puis complète ci-dessous.

$$f(-1) \approx \dots\dots\dots \quad | \quad f(4) \approx \dots\dots\dots \quad | \quad f(7) \approx \dots\dots\dots$$

**c.** Place en rouge le point de la courbe qui a pour ordonnée  $1,5$ . Lis son abscisse et laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'ordonnée  $1,5$  semble avoir pour abscisse ..... . Donc, par la fonction  $f$ ,  $1,5$  semble être l'image de ..... .

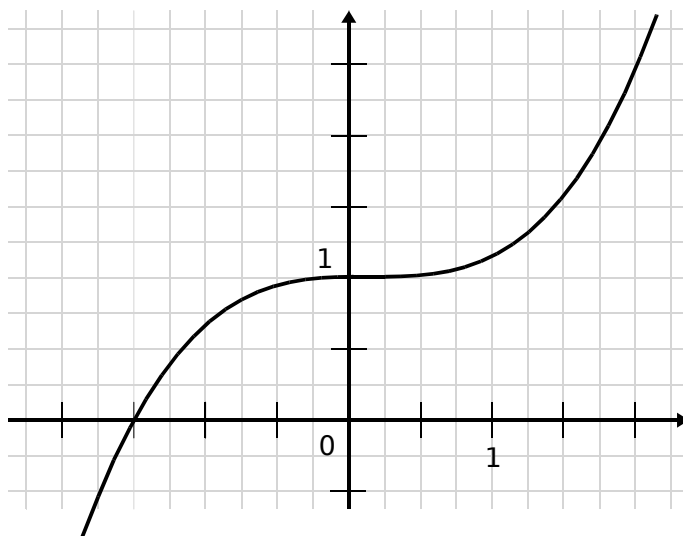
En notation mathématique,  $f(\dots\dots\dots) \approx 1,5$ .

**d.** De la même manière, détermine, par lecture graphique, les nombres qui ont pour images  $1$  ;  $3$  et  $0$ , puis complète ci-dessous.

$$f(\dots\dots\dots) \approx 1 \quad | \quad f(\dots\dots\dots) \approx 3 \quad | \quad f(\dots\dots\dots) \approx 0$$

**2** Lecture et vocabulaire (2)

Ce graphique représente une fonction  $g$ .



**a.** Place en vert le point de la courbe qui a pour abscisse  $1,75$ . Lis son ordonnée et laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'abscisse  $1,75$  semble avoir pour ordonnée ..... . Donc, par la fonction  $g$ , l'image de  $1,75$  est environ ..... .

En notation mathématique,  $g(\dots\dots\dots) \approx \dots\dots\dots$  .

**b.** Par lecture graphique, donne une valeur approchée de l'image de  $2$ . (Entoure-la parmi les nombres suivants puis complète les phrases.)

$-1$                        $0$                        $2,5$                        $3$

Donc, par la fonction  $g$ , l'image de  $2$  est environ ..... . D'où  $g(\dots\dots\dots) \approx \dots\dots\dots$  .

**c.** Place en rouge le point de la courbe qui a pour ordonnée  $0$ . Lis son abscisse. Complète les phrases ci-dessous.

Sur la courbe, le point d'ordonnée  $0$  semble avoir pour abscisse ..... . Donc par la fonction  $g$ ,  $0$  semble être l'image de ..... .

En notation mathématique,  $g(\dots\dots\dots) \approx 0$ .

On dit aussi que par la fonction  $g$ , ..... semble être un antécédent de  $0$ .

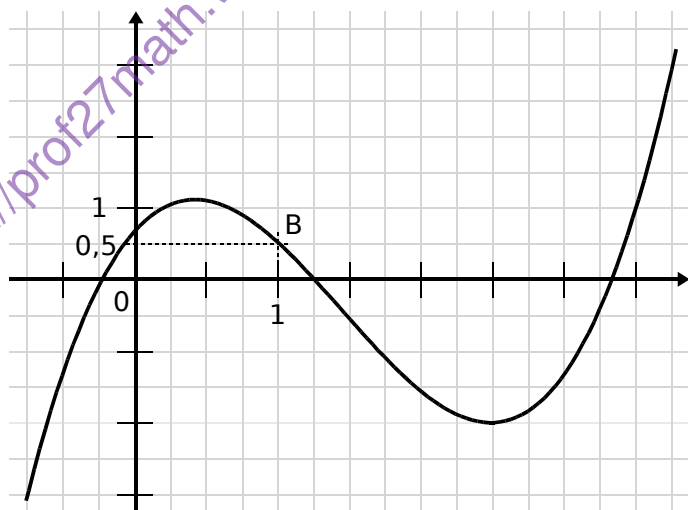
**d.** Par lecture graphique, donne une valeur approchée d'un antécédent de  $-0,5$ . (Entoure-la parmi les nombres suivants puis complète les phrases.)

$-1$                        $-0,5$                        $-1,75$                        $-1,5$

Par la fonction  $g$ , un antécédent de  $-0,5$  est environ ..... . D'où  $g(\dots\dots\dots) \approx \dots\dots\dots$  .

**3 Avec des coordonnées**

Ce graphique représente une fonction  $h$ .



**a.** Le point B appartient à la courbe représentative de la fonction  $h$ . Lis ses coordonnées et complète.

Le point B a pour coordonnées (..... ; .....).

Donc ..... est l'image de ..... par la fonction  $h$ .

Réciproquement, ..... est un antécédent de ..... par la fonction  $h$ .

En notation mathématique, .....

**b.** Marque en rouge sur le graphique, le point A de la courbe dont l'abscisse est 3,5. Lis son ordonnée et complète ci-dessous. (Laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture.)

Le point A a pour coordonnées (..... ; .....).

Donc par la fonction  $h$ , l'image de .....

et ..... est un antécédent de .....

En notation mathématique, .....

**c.** Marque en vert, les points C, D et E de la courbe dont l'ordonnée est  $-1$ . Lis leurs abscisses. Entoure leurs valeurs approchées parmi les nombres suivants. (Laisse apparents les pointillés qui t'ont servi pour cette lecture.)

$-0,5$     $-0,24$     $1,74$     $2,1$     $3,1$

On peut donc écrire :

$$h(\text{.....}) \approx \text{.....} ;$$

$$h(\text{.....}) \approx \text{.....} ;$$

$$h(\text{.....}) \approx \text{.....} .$$

Par la fonction  $h$ , le nombre  $-1$  a-t-il plusieurs images ou plusieurs antécédents ? Complète :

Le nombre  $-1$  a plusieurs ..... par la fonction  $h$ .

**d.** En t'aidant du graphique, précise les nombres qui ont plusieurs antécédents par la fonction  $h$ .

.....  
.....

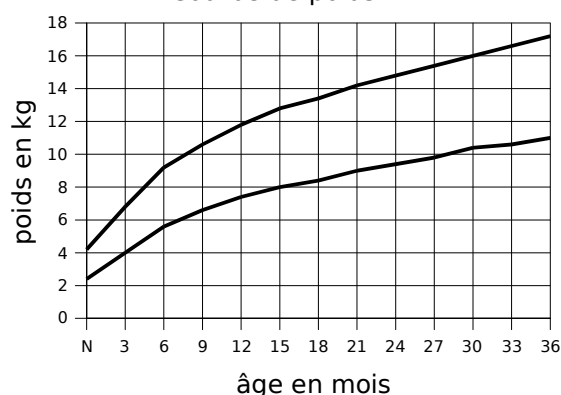
**e.** Des nombres peuvent-ils avoir plusieurs images par une fonction ?

.....

**4 Carnet de santé**

Voici un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant (source : [www.sante.gouv.fr](http://www.sante.gouv.fr)).

Courbe de poids



Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit a priori se situer entre ces deux courbes.

On considère la fonction  $f$  qui, à un âge en mois, associe le poids minimum en kg et la fonction  $g$  qui, à un âge en mois, associe le poids maximum en kg.

**a.** Complète le tableau suivant par des valeurs approchées lues sur le graphique.

	3	12		24		34 5
( )			8			
$g(x)$					16	

**b.** Interprète la colonne  $x = 12$ .

.....  
.....

**c.** Le père d'Ahmed, matheux, a noté pour son fils les renseignements suivants.  $p$  est la fonction qui associe à l'âge d'Ahmed en mois, son poids en kg.

	0	3	6	9	12	18	24	36
( )	3,5	6	8	8,5	9	9,5	10	12

Reporte les données de ce tableau sur le graphique. Commente ce que tu obtiens.

.....

## Le cours avec les aides animées

**Q.** Un nombre peut-il avoir plusieurs images par une fonction donnée ?

## Les exercices d'application

**1** Calculs d'images

**a.** On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2$ .

- Calcule l'image de 2 :  $f(2) = \dots\dots\dots^2 = \dots\dots\dots$
- Calcule l'image de  $-3$  :  $f(-3) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- Calcule l'image de  $\bar{5}$  :  $f(\bar{5}) = \dots\dots\dots$

**b.** Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \bar{x}$ .

- $g(9) = \dots\dots\dots$
- Quelle est l'image de 0 ?  $\dots\dots\dots$

**c.** Soit la fonction  $k$  définie par  $k : x \mapsto -2x + 5$ .

- $k(2) = \dots\dots\dots$
- $k(-7) = \dots\dots\dots$

**d.** Soit la fonction  $h$  qui, à tout nombre  $x$ , associe le nombre  $2x^2 + 7$ .

- Quelle est l'image de 4 par  $h$  ?

$$h(4) = 2 \times \dots\dots\dots^2 + 7 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

- Quelle est l'image de  $-3$  par  $h$  ?

**e.** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^2 + 2x - 6$ . Détermine les images de 0 et de  $-2$  par la fonction  $f$ .

**2** Programme de calcul

On donne un programme de calcul :  
« Choisis un nombre, ajoute-lui 5, multiplie cette somme par 3 et soustrais 6 à ce produit. ».

**a.** Teste ce programme avec le nombre 2.

**b.** En notant  $x$  le nombre choisi au départ, détermine la fonction  $g$  qui associe à  $x$  le résultat obtenu avec le programme.

**c.** Détermine  $g(0)$ . Interprète ce résultat.

**3** Calcul d'aire

On considère un rectangle ABCD tel que  $AB = 16$  cm et  $AD = 6$  cm. On place un point M sur le segment [DC].

**a.** Exprime l'aire de AMCB en fonction de MC.

**b.** Donne une expression de la fonction  $f$  par laquelle chaque valeur possible de MC a pour image l'aire du trapèze AMCB.

$x$  désigne un nombre,  $f(x) = \dots\dots\dots$

**c.** Détermine  $f(7)$ .

**d.** Que vaut l'aire du trapèze AMCB si  $MC = 7$  ?

**e.** Détermine  $f(-10)$ . Peux-tu interpréter ce résultat par rapport à la situation étudiée ?

**4** Un peu de football

On considère la fonction  $h$  qui, à un nombre  $x$ , fait correspondre le nombre  $-5x^2 + 20x$ .

Lors d'un dégagement par un gardien de but, si  $t$  est le temps écoulé depuis le tir, exprimé en secondes,  $h(t)$  est la hauteur en mètres du ballon au dessus du sol,  $t$  secondes après le tir.

**a.** À quelle hauteur est le ballon au bout d'une seconde ? Et au bout de deux secondes ?

**b.** Calcule  $h(4)$ . Quelle interprétation peux-tu donner de ce résultat ?

**c.** Complète le tableau de valeurs suivant.

$x$	-5	0	1	1,5	2	2,5	3	5
$h(x)$								

**d.** Donne une interprétation de ces résultats lorsque cela est possible.

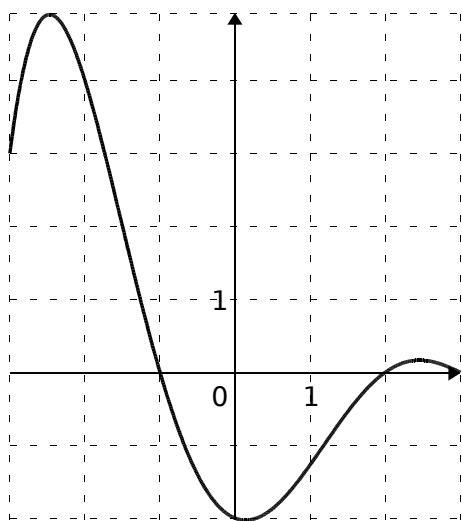
## Les exercices d'application

**1** Lecture d'images ou d'antécédents

Complète et réponds aux questions en t'aidant du tableau de valeurs d'une fonction  $f$  ci-dessous.

$x$	-10	-6	-4	-1	2	5,5	125
$f(x)$	-6	2	5,5	0	5,5	-4	5,5

- L'image de 2 par  $f$  est .....
  - -1 a pour image ..... par  $f$  ou  $f: -1 \mapsto \dots$
  - $f: -10 \mapsto \dots$
  - $f(\dots) = 5,5$  et  $f(3) = \dots$
  - Un (ou des) antécédent(s) de 0 par  $f$  est (sont) .....
  - Un antécédent de ..... par  $f$  est 5,5.
  - Un (ou des) antécédent(s) de 5,5 par  $f$  est (sont) .....
  - Peux-tu trouver un antécédent de -10 par  $f$ ?
- .....
- Trouve un nombre  $x$  qui a pour image -6 par  $f$ .
- .....

**2** Lecture graphique

Soit  $i$  la fonction représentée ci-dessus.

**a.** En t'aidant du graphique, complète les phrases suivantes.

$i(1) \approx \dots$

L'image de -3 par  $i$  est égale à environ .....

$i(\dots) = i(\dots) = i(\dots) = 0$ .

Un antécédent de 2 par  $i$  est égal à environ .....

L'image de ..... par  $i$  est égale à environ -2.

Pour les questions ci-dessous, tu feras apparaître les pointillés qui te permettent de répondre.

**b.** Résous graphiquement  $i(x) = 4$ .

.....

**c.** Quel(s) nombre(s) a (ont) pour image 3 ?

.....

**d.** Trouve un nombre qui n'a qu'un antécédent.

.....

**e.** Trouve un nombre qui a deux antécédents.

.....

**f.** Trouve un nombre qui a trois antécédents.

.....

**3** Calcul

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = -2x^2 + 8$ .

**a.** Détermine les images de -8 ; 0 et 3,4.

.....

**b.** Recherche le ou les intrus et justifie tes réponses par un calcul.

$f(-1) = 10$  ;  $f(0) = 6$  ;  $f: 9 \mapsto -154$  ;  $f(5) = -42$

.....

**c.** Calcule  $f\left(\frac{4}{5}\right)$ .

.....

**d.** Quelle est l'image de  $\sqrt{5}$  ?

.....

**e.** Détermine le (ou les) antécédent(s) de 0 par  $f$ .

.....

**f.** Détermine le (ou les) antécédent(s) de 8 par  $f$ .

.....

**g.** 16 a-t-il un antécédent par  $f$ ? Justifie ta réponse.

.....

**4 Construire une courbe représentative**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^2 - 2x - 1$ .

**a.** Complète en détaillant tes calculs.

$$f(-1) = \dots\dots\dots$$

Donc le point  $A(-1 ; \dots\dots\dots)$  appartient à la représentation graphique de la fonction  $f$ .

**b.** Détermine les images de 0 ; 1 ; 2 et 3 puis donne les coordonnées de quatre nouveaux points de la représentation graphique de  $f$ . (Tu les nommeras respectivement B, C, D et E.)

.....

.....

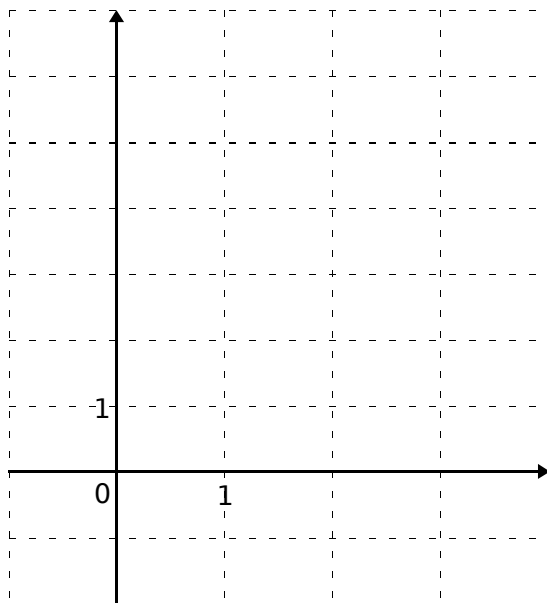
.....

.....

.....

.....

**c.** Place ces points dans le repère ci-dessous.



**d.** Place le point  $G(2,5 ; 0,25)$  dans le repère.  $G$  appartient-il à la courbe représentative de  $f$ ? Justifie ta réponse.

.....

.....

**e.** Calcule l'ordonnée du point H d'abscisse 4 appartenant à la représentation graphique de  $f$ .

.....

.....

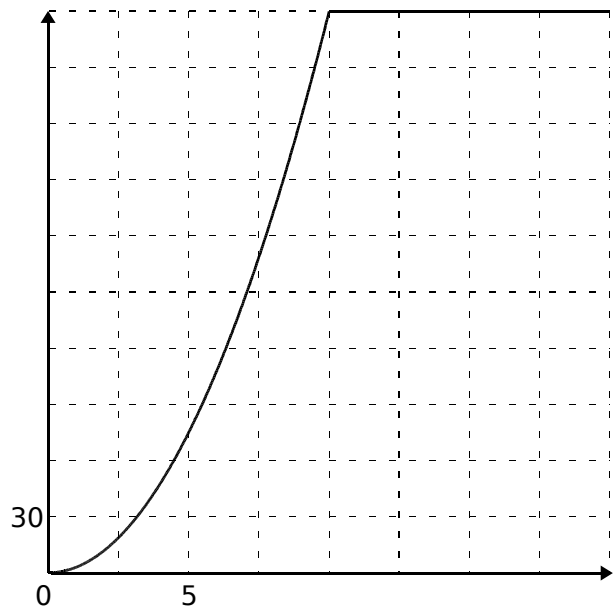
**f.** Les points E, G et H semblent-ils alignés ?

.....

.....

**5 Histoire de train**

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, d'un train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



On sait aussi que sa vitesse en km/h,  $t$  minutes après le départ, vaut  $3t^2$  pour  $0 \leq t \leq 10$ .

On appelle  $v$  la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en minutes, associe la vitesse du train en km/h.

**a.** Calcule  $v(5)$  et donne une interprétation du résultat.

.....

.....

**b.** Quel est l'antécédent de 168,75 par  $v$  ? Donne une interprétation du résultat.

.....

.....

**c.** Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 100 km/h ? Traduis ta réponse en utilisant le vocabulaire des fonctions.

.....

.....

.....

**d.** Complète le tableau de valeurs suivant.

$x$	0	1	2	5	10	15	20
$v(x)$							

**e.** Précise une expression de la fonction  $v$  pour  $0 \leq x \leq 20$ .

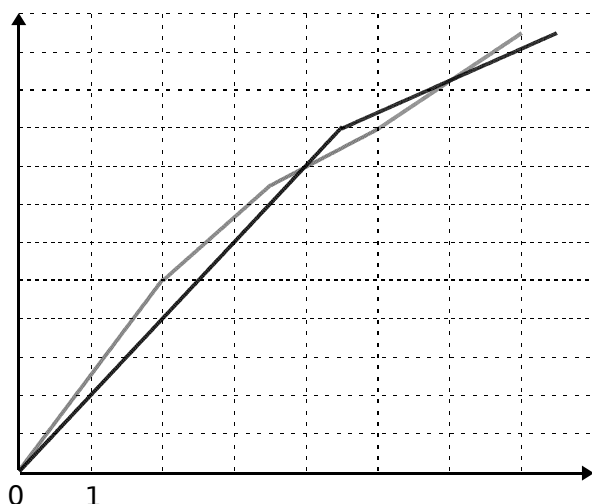
.....

.....

**6 Randonnée**

Wilfried et Christophe décident de faire une course de 23 km.

Ci-dessous, sont représentées  $f$  (en noir) et  $g$  (en gris), les fonctions qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en heures, associent les distances parcourues en kilomètres, respectivement par Wilfried et par Christophe.



**a.** Détermine une valeur approchée de  $f(2)$  et de  $g(2)$ . Interprète ces résultats.

.....  
 .....  
 .....

**b.** Qui est en tête après 14 km de course ? Donne le temps de chaque coureur.

.....  
 .....

**c.** Résous graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$ . Interprète le résultat.

.....  
 .....

**d.** Résous graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$ . Interprète le résultat.

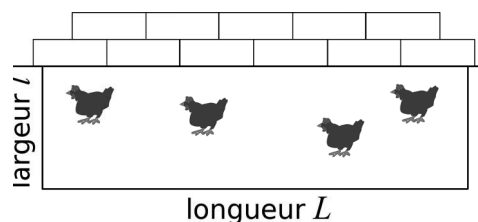
.....  
 .....

**e.** Qui a gagné la course ? Indique le temps total mis par chaque coureur.

.....  
 .....

**7 Basse-cour**

Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. On note  $l$  et  $L$  respectivement la largeur et la longueur de l'enclos, en mètres.

**a.** Quelles sont les valeurs possibles de  $l$  ?

.....

**b.** Écris une égalité avec  $l$  et  $L$  et déduis-en une expression de  $L$  en fonction de  $l$ .

.....

**c.** Exprime l'aire de l'enclos en fonction de  $l$  et  $L$  puis en fonction de  $l$  seulement.

.....  
 .....

**d.** On note  $A$  la fonction qui, à  $l$ , associe l'aire de l'enclos correspondant.

Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction  $A$ .

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A(x)$											

**e.** À l'aide du tableau, décris l'évolution de  $A(x)$  en fonction de  $x$  et donne un encadrement du nombre  $x$  pour lequel  $A(x)$  semble maximal.

.....  
 .....

**f.** Complète astucieusement un nouveau tableau de valeurs pour donner une valeur approchée au dixième près du nombre  $x$  pour lequel  $A(x)$  semble maximal.

$x$										
$A(x)$										

.....

**g.** Déduis-en des valeurs approchées des dimensions de l'enclos d'aire maximale.

.....

**Fonction  
et affinité**



## Série 4 : Synthèse

## Le cours avec les aides animées

**Q1.**  $a$  et  $b$  étant des nombres donnés, comment appelle-t-on les fonctions du type  $x \mapsto a \times x + b$  ? (Pense au cas particulier où  $b = 0$ .)

**Q2.**  $f$  est une fonction,  $r$  et  $s$  sont des nombres donnés et  $f(r) = s$  : que peut-on dire de  $s$  pour  $r$  ? De  $r$  pour  $s$  ?

## Les exercices d'application

**1** Reconnaître (1)

**a.**  $f(x) = 4x - 3$  ; la fonction  $f$  est-elle affine ?

$4x - 3 = \dots \times x + \dots$  donc .....

**b.**  $g : x \mapsto 5 - 2x$  ; la fonction  $g$  est-elle affine ?

$5 - 2x = \dots \times x + \dots$  donc .....

**c.**  $h(x) = 4,5x$  ; la fonction  $h$  est-elle affine ?

$4,5x = \dots \times x + \dots$  donc .....

**d.**  $k : x \mapsto 3x^2 + 5$  ; la fonction  $k$  est-elle affine ?

**e.**  $l : x \mapsto -4$  ; que peux-tu dire de la fonction  $l$  ?

**2** Reconnaître (2)

Indique si la fonction est affine. Justifie ta réponse.

**a.** La fonction qui, à un nombre, associe le résultat du programme de calcul : « Choisir un nombre ; lui ajouter 1 puis multiplier le tout par 3 ; annoncer le résultat. ».

**b.** La fonction par laquelle la longueur du rayon d'un cercle a pour image le périmètre de ce cercle.

**c.** La fonction qui, à la longueur du rayon d'un disque, associe l'aire de ce disque.

**3** Proportionnalité

Le prix d'un kilogramme de pommes est 1,50 €.

On considère la fonction  $f$  par laquelle une masse de pommes a pour image son prix.

**a.** Donne une expression de  $f$ .

$x$  étant un nombre,  $f(x) = \dots$ .

**b.** Quelle est la nature de cette fonction  $f$  ?

**c.** Calcule l'image de 10 par  $f$  et interprète le résultat par rapport à la situation.

**d.** Détermine l'antécédent de 4,5 par  $f$  et interprète le résultat par rapport à la situation.

On cherche la valeur de  $x$  pour laquelle  $f(x) = \dots$ .

Or  $f(x) = \dots$  donc on doit résoudre l'équation

**e.** Justifie l'égalité  $f(3) + f(7) = f(10)$  par le calcul et interprète-la par rapport à la situation.

**f.** Même question avec l'égalité  $f(20) = 2 \times f(10)$ .

**g.** Quelle est l'image de  $-6$  par  $f$  ? Peux-tu interpréter ce résultat par rapport à la situation ?

**4** Tableau de valeurs (1)

$g$  est une fonction linéaire de coefficient  $-5$ .

**a.** Complète le tableau de valeurs.

$x$	$-3$	$-0,5$			$5$		$10$
$g(x)$			$0,5$	$0$		$-18$	

**b.** Que peux-tu dire de ce tableau ? Justifie.



**5** Possible ?

**a.**  $k$  est une fonction linéaire telle que  $k(4) = 3$ . Est-il possible que  $k(-8) = -5$  ? Justifie.

.....  
 .....

**b.**  $s$  est une fonction linéaire telle que  $s(0) = 5$ . Qu'en penses-tu ?

.....  
 .....

**6** Avec une fonction affine

On considère la fonction  $f: x \mapsto -3x + 7$ .

**a.** Calcule  $f(5)$ . Écris deux phrases, l'une utilisant le mot « image », l'autre le mot « antécédent ».

.....  
 .....  
 .....

**b.** Quelle est l'image de 0 ? Justifie.

.....  
 .....

**c.** Détermine l'antécédent de 2.

On cherche la valeur de  $x$  telle que  $f(x) = \dots$

Or  $f(x) = \dots x + \dots$ . Donc l'antécédent de 2 est solution de l'équation .....

.....  
 .....

**d.** Détermine l'antécédent de  $-7$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....

**7** Tableau de valeurs (2)

$g$  est la fonction définie par  $g(x) = 2x - 5$ .

**a.** Complète le tableau de valeurs. (Tu peux utiliser un brouillon pour les calculs.)

$x$	-5,5	-3		0		15	
$g(x)$			0		5		2,1

**b.** Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Justifie.

.....  
 .....  
 .....

**8** Accroissements

Soit  $h$  la fonction affine qui, à un nombre  $x$ , associe le nombre  $7x + 3$ .

**a.** Calcule les rapports suivants.

$$\frac{h(3) - h(2)}{3 - 2} = \dots$$

$$\frac{h(9) - h(3)}{9 - 3} = \dots$$

$$\frac{h(5) - h(-1)}{5 - (-1)} = \dots$$

$$\frac{h(-3) - h(4)}{-3 - 4} = \dots$$

**b.** Complète les phrases suivantes.

- Lorsque  $x$  augmente de 1,  $h(x)$  augmente de .....
- Lorsque  $x$  augmente de 3,  $h(x)$  augmente de .....
- Lorsque la différence de deux nombres est  $-2$ , la différence de leurs images par la fonction  $h$  est .....

**9** Tarif

Une agence de location de voitures propose le tarif suivant : un forfait de 100 € auquel s'ajoute 0,70 € par kilomètre parcouru.

**a.** Calcule le prix à payer pour 240 km parcourus.

.....  
 .....

**b.** Avec un budget de 500 €, combien de kilomètres pourrait-on parcourir ?

.....  
 .....

**c.** Si l'on parcourt  $d$  km, exprime en fonction de  $d$  le prix à payer  $p$  en euros.

.....  
 .....

**d.** On considère la fonction  $f$  telle que  $f(d) = p$  où  $p$  € est le prix payé pour  $d$  km parcourus. Donne une expression de  $f$  ainsi que sa nature.

$x$  étant un nombre,  $f(x) = \dots$   
 .....

**e.** Traduis les réponses des questions **a.** et **b.** en utilisant la fonction  $f$  et les mots « image » et « antécédent ».

.....  
 .....  
 .....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Quelle est la représentation graphique d'une fonction linéaire ? Quelle est celle d'une fonction affine ?

**Q2.** Quelle relation lie les coordonnées des points de la représentation graphique d'une fonction ?

**Q3.** Quelles sont les coordonnées des points d'intersection des représentations graphiques des fonctions linéaires et affines avec l'axe des ordonnées ?

## Les exercices d'application

**1** Représenter une fonction linéaire

On veut tracer la représentation graphique de la fonction  $f: x \mapsto 4x$ , dans un repère orthogonal.

Pour cela, complète le texte suivant, puis utilise le repère ci-dessous.

La représentation graphique d'une fonction .....

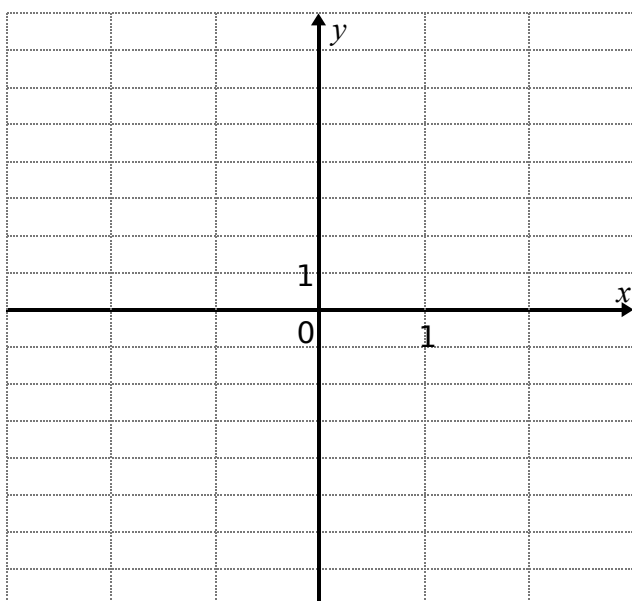
..... est .....

Pour la tracer, il suffit de connaître .....

Complète le tableau suivant.

$x$		
$f(x)$		
Coordonnées de points de la représentation graphique	(..... ; .....)	(..... ; .....)

Place ci-dessous les points obtenus et trace la représentation graphique de  $f$ .

**2** Représenter une fonction affine

Dans le repère ci-dessous, trace la représentation graphique de la fonction  $g: x \mapsto 3x - 4$ .

La fonction  $g$  est une fonction .....

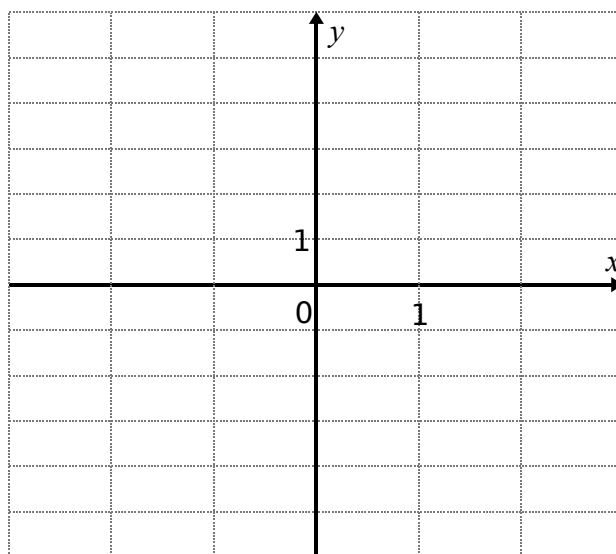
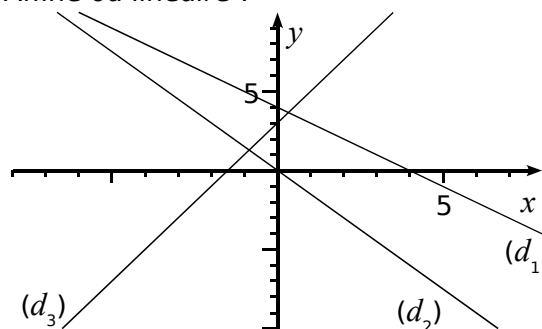
Sa représentation graphique est .....

Pour la tracer, il suffit de connaître .....

Complète le tableau suivant.

$x$		
$g(x)$		
Coordonnées de points de la représentation graphique	(..... ; .....)	(..... ; .....)

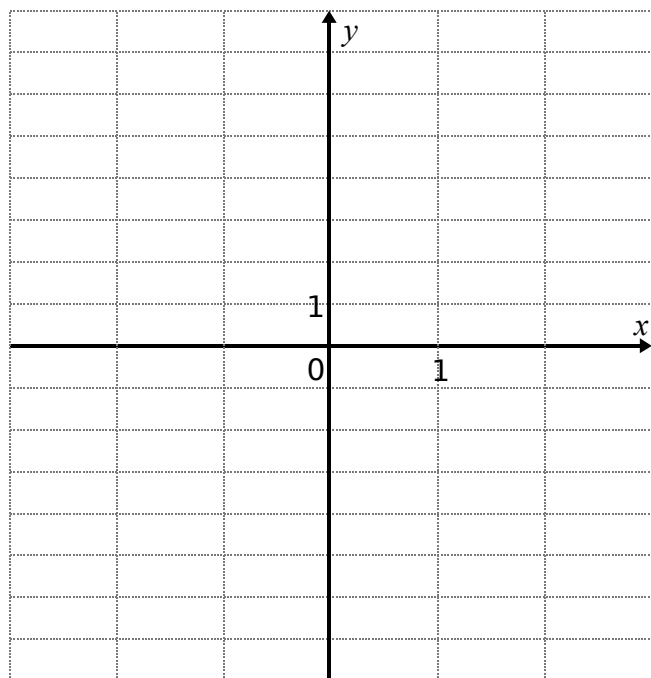
Place les points dans le repère ci-dessous et trace la représentation graphique de la fonction  $g$ .

**3** Affine ou linéaire ?

Droite	Nature de la fonction représentée	Signe du coefficient directeur	Ordonnée à l'origine

**4** Sans filet

a. Trace les représentations graphiques des fonctions suivantes en utilisant le repère ci-dessous :  $h : x \mapsto 3x - 1$  et  $l : x \mapsto -2x$ .



b. Détermine graphiquement puis par le calcul l'image de  $-0,5$  par la fonction  $l$ .

c. Détermine graphiquement puis par le calcul l'antécédent de 3 par la fonction  $h$ .

d. Résous l'équation  $h(x) = l(x)$ . À quoi correspond la solution de cette équation sur le graphique ?

**5** Au cinéma

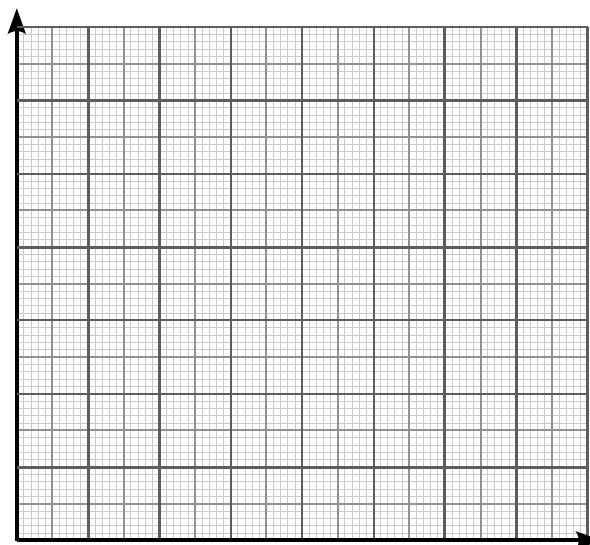
La séance de cinéma coûte 9 €. Avec une carte d'abonnement annuelle à 18 €, la séance coûte alors 5 €.

a. Si l'on va voir  $n$  séances, exprime en fonction de  $n$ , le prix à payer au plein tarif et le prix à payer avec la carte d'abonnement (y compris la carte !).

b. On considère  $p$  la fonction qui associe au nombre de séances, le prix à payer au plein tarif et  $a$  la fonction qui associe au nombre de séances, le prix à payer avec la carte d'abonnement. Complète :

$x$  étant un nombre,  $p(x) = \dots\dots\dots$  et  $a(x) = \dots\dots\dots$

c. Représente ces deux fonctions ci-dessous.



d. Calcule les coordonnées du point d'intersection des deux droites. Interprète ces coordonnées.

e. Résous graphiquement l'inéquation  $p(x) > a(x)$ .

À partir de l'abscisse  $\dots\dots\dots$ , la droite  $\dots\dots\dots$  est en-dessous de la droite  $\dots\dots\dots$ . Les solutions de l'inéquation sont donc  $\dots\dots\dots$

f. Dédus-en le tarif le plus avantageux en fonction du nombre de séances.

## Le cours avec les aides animées

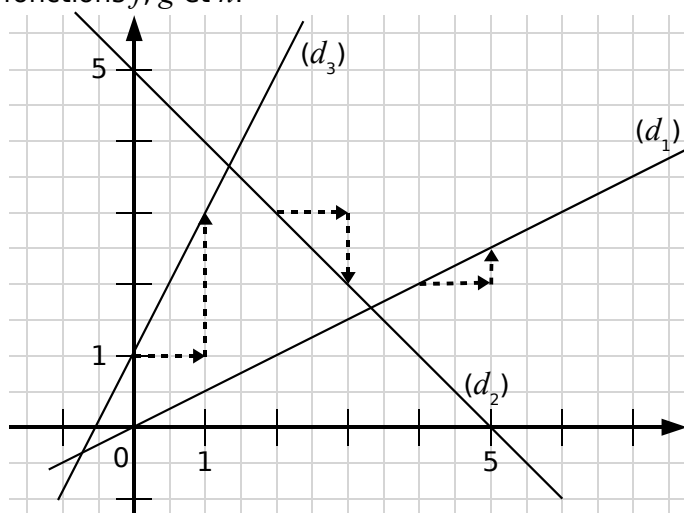
**Q1.** Comment fait-on pour lire sur un graphique l'ordonnée à l'origine de la représentation graphique d'une fonction affine ?

**Q2.** Connaissant l'image de deux nombres par une fonction affine, quel calcul permet de trouver le coefficient directeur de la représentation graphique de cette fonction ?

## Les exercices d'application

**1** Détermination graphique de l'expression d'une fonction affine ou linéaire

Ci-dessous, les droites  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  et  $(d_3)$  sont les représentations graphiques respectives de trois fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$ .



**a.** En utilisant le graphique, détermine l'expression de la fonction  $f$ .

La représentation graphique de la fonction  $f$  est une ..... passant par ..... du repère ainsi la fonction  $f$  est .....

Son expression est de la forme  $f(x) = \dots\dots\dots$

Lorsque  $x$  augmente de 1,  $f(x)$  augmente de ....., donc le coefficient directeur de la droite est ..... Ainsi  $f(x) = \dots\dots\dots$

**b.** Même question pour la fonction  $g$ .

La représentation graphique de la fonction  $g$  est une .....

Donc la fonction  $g$  est .....

Son expression est de la forme  $g(x) = \dots\dots\dots$

On lit graphiquement l'ordonnée à l'origine : .....

Lorsque  $x$  augmente de .....,  $g(x)$  diminue de ....., donc le coefficient directeur de la droite est .....

D'où  $g(x) = \dots\dots\dots$

**c.** De la même façon, détermine l'expression de la fonction  $h$ .

.....

.....

.....

.....

.....

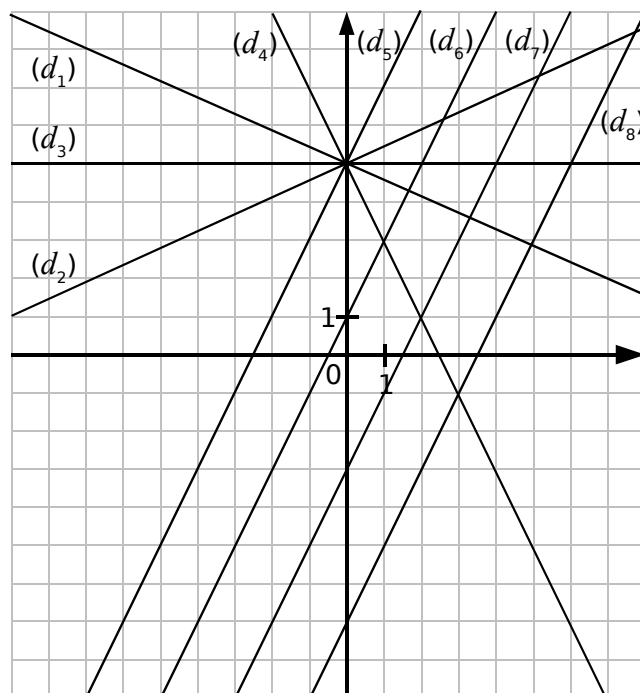
.....

.....

.....

**2** À toi de jouer

Le graphique ci-dessous comporte huit droites représentant des fonctions affines.



Par lecture graphique, en considérant l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur des droites représentées ci-dessus, indique pour chaque fonction la droite qui est sa représentation graphique.

Fonction	Droite	Fonction	Droite
$x \mapsto 2x + 1$	$(d_{\dots\dots\dots})$	$x \mapsto 2x - 3$	$(d_{\dots\dots\dots})$
$x \mapsto \frac{4}{9}x + 5$	$(d_{\dots\dots\dots})$	$x \mapsto 2x - 7$	$(d_{\dots\dots\dots})$
$x \mapsto -2x + 5$	$(d_{\dots\dots\dots})$	$x \mapsto -\frac{3}{7}x + 5$	$(d_{\dots\dots\dots})$
$x \mapsto 5$	$(d_{\dots\dots\dots})$	$x \mapsto 2x + 5$	$(d_{\dots\dots\dots})$

**3** Détermination d'une fonction linéaire

**a.**  $f$  est une fonction linéaire telle que  $f(5) = 12$ .  
Détermine une expression de  $f$ .

L'expression de  $f$  est de la forme  $f(x) = \dots$ , où  $a$  est le coefficient directeur de la représentation graphique de  $f$ .

$f(5) = \dots \times \dots$  ; or,  $f(5) = 12$  donc  $a$  est solution de l'équation  $\dots$ .

Finalement  $f(x) = \dots$ .

**b.** Détermine les expressions des fonctions linéaires  $g$  et  $h$  définies par  $g(-2) = -6$  et  $h(7) = -9$ .

**4** Déterminer une fonction affine (1<sup>re</sup> méthode)

$g$  est une fonction affine telle que  $g(7) = 5$  et  $g(-3) = 6$ . Détermine l'expression de  $g$ .

L'expression de  $g$  est de la forme  $g(x) = \dots$ , où  $a$  est le coefficient directeur et  $b$  l'ordonnée à l'origine de la représentation graphique de  $g$ .

$g(7) = \dots \times \dots + \dots$  ; or,  $g(7) = 5$  donc  $(a ; b)$  est solution de l'équation  $\dots$ .

$g(-3) = \dots \times \dots + \dots$  ; or,  $g(-3) = 6$  donc  $\dots$ .

Ainsi  $(a ; b)$  est solution du système :

Résous ce système.

Finalement, l'expression de la fonction  $g$  est  $g(x) = \dots$ .

**5** À toi de jouer

$h$  est une fonction affine telle que  $h(2) = -1$  et  $h(-1) = 2$ . Détermine son expression.

Finalement,  $h(x) = \dots$ .

**6** Déterminer une fonction affine (2<sup>e</sup> méthode)

**a.**  $f$  est une fonction affine telle que  $f(4) = 11$  et  $f(6) = 8$ .

L'expression de  $f$  est de la forme  $f(x) = \dots$ , où  $a$  est le coefficient directeur et  $b$  l'ordonnée à l'origine de la représentation graphique de  $f$ .

$$a = \frac{\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}}{x_1 - x_2} \text{ donc } a = \frac{\dots - \dots}{\dots - \dots} = \frac{\dots}{\dots}.$$

Ainsi  $f(x) = \dots x + b$ . Il reste à calculer  $b$ .

On sait que  $f(\dots) = \dots$  ; or  $f(\dots) = \dots \times \dots + b$ , donc  $b$  est solution de  $\dots$ .

Donc l'expression de la fonction  $f$  est  $f(x) = \dots$ .

**b.**  $g$  est une fonction affine telle que  $g(-3) = 4$  et  $g(5) = 9$ . Détermine son expression.

## Le cours avec les aides animées

**Q.** Si deux droites  $(d)$  et  $(d')$  représentant deux fonctions affines  $f$  et  $g$  sont sécantes, à quoi correspond le point d'intersection des droites  $(d)$  et  $(d')$  pour les fonctions  $f$  et  $g$  ?

## Les exercices d'application

**1** Remise

Durant les soldes, un magasin pratique une remise de 15 % sur tous les articles.

**a.** Un article coûtait 28 € avant les soldes. Quel est son nouveau prix ?

On calcule la remise effectuée sur cet article.

.....  
 .....

On calcule le nouveau prix de cet article.

.....  
 .....

**b.** On appelle  $p$  la fonction qui, au prix de départ, associe le prix soldé. Donne son expression.

On peut supposer que  $x$  représente le prix de départ : on exprime la réduction en fonction de  $x$ .

.....  
 .....

On exprime le nouveau prix  $p(x)$  en fonction de  $x$ , en donnant une expression simplifiée.

.....  
 .....

**c.** Un article coûtait 45 € avant les soldes. Quel est son prix soldé ?

Chercher le prix soldé d'un article coûtant 45 € revient à chercher l'image de 45 par la fonction  $p$  c'est-à-dire  $p(45)$ .

$p(45) = \dots\dots\dots$

**d.** Un article est soldé à 31,79 €. Quel était son prix avant les soldes ?

Chercher le prix de départ d'un article soldé à 31,79 € revient à chercher ..... de 31,79 par  $p$  c'est-à-dire résoudre ..... = 31,79.

.....  
 .....  
 .....

**2** En bus

Dans une ville, une société de transport en commun propose les tarifs suivants.

Tarif 1 : ticket ordinaire coûtant 0,80 € par trajet.

Tarif 2 : abonnement mensuel de 10 € et tarif réduit à 0,40 € par trajet.

**a.** Complète le tableau.

Nombre mensuel de trajets	0	5	10	20	30
Coût en euros avec le tarif 1					
Coût en euros avec le tarif 2					

**b.**  $n$  désigne un nombre de trajets effectués en un mois. Exprime, en fonction de  $n$ , le prix  $c_1(n)$  payé avec le tarif 1 et le prix  $c_2(n)$  payé avec le tarif 2 pour ces  $n$  trajets.

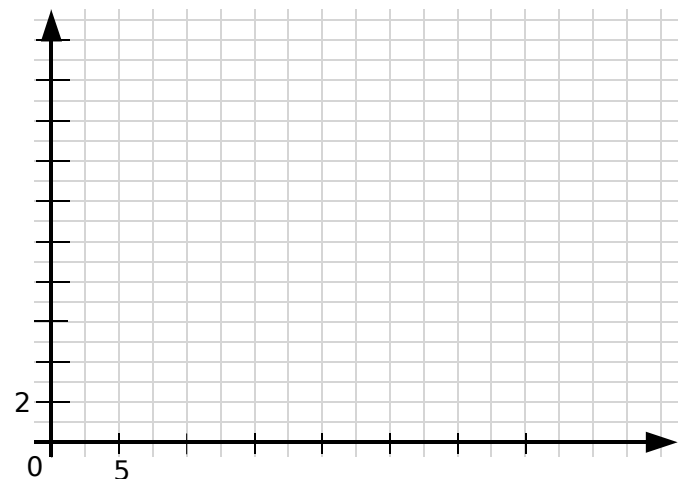
$c_1(n) = \dots\dots\dots$  ;  $c_2(n) = \dots\dots\dots$

**c.** Déduis-en l'expression de chacune des fonctions  $c_1$  et  $c_2$ .

$x$  désignant un nombre :

$c_1(x) = \dots\dots\dots$  ;  $c_2(x) = \dots\dots\dots$

**d.** Représente ci-dessous les fonctions  $c_1$  et  $c_2$ .



**e.** Détermine le nombre de trajets à partir duquel il est préférable de choisir le tarif 2.

Il est préférable de choisir le tarif 2 pour un nombre de trajets  $n$  vérifiant  $c_2(n) \dots\dots c_1(n)$ . Donc,  $n$  est solution de l'inéquation : .....

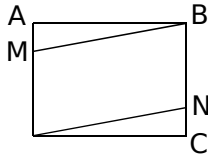
.....  
 .....

**f.** Comment retrouves-tu le résultat précédent sur le graphique ?

.....  
 .....

**3 Comparaison d'aires**

ABCD est un rectangle,  
 $AB = 8$  cm et  $AD = 6$  cm.  
 M est un point du segment [AD].  
 La droite parallèle à (MB) passant  
 par le point D coupe le segment [BC] en N.  
 On pose  $AM = l$ .



a. Quelles sont les valeurs possibles pour  $l$ ?  
 Justifie.

b. Exprime l'aire du triangle ABM en fonction de  $l$ .

Aire<sub>ABM</sub> = .....

c. Quelle est la nature du quadrilatère DMBN ?  
 Justifie.

d. Démontre que l'aire du quadrilatère DMBN est  
 égale à  $48 - 8l$ .

e. Représente graphiquement les fonctions  $f$  et  $g$   
 définies par  $f(x) = 4x$  et  $g(x) = 48 - 8x$  pour  $x$   
 compris entre 0 et 6 ; écris les calculs nécessaires.

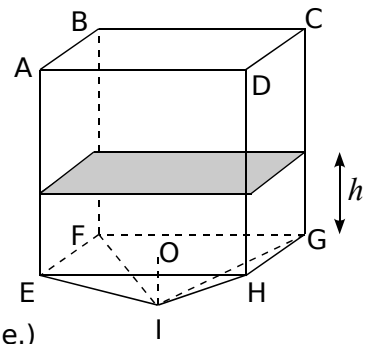


f. Lis sur le graphique les coordonnées du point  
 d'intersection des deux représentations puis  
 confirme-les par le calcul.

g. Interprète les coordonnées de ce point ainsi  
 que le graphique.

**4 Extrait du Brevet**

Un réservoir est  
 constitué d'une  
 pyramide régulière à  
 base carrée surmontée  
 d'un parallélépipède  
 rectangle.  
 $AB = BC = 2$  m ;  
 $AE = 5$  m ;  
 $OI = 1,5$  m. (OI est  
 la hauteur de la pyramide.)

Première partie

a. Calculer le volume de la pyramide en  $m^3$ .

b. Calculer le volume du parallélépipède en  $m^3$ .

c. En déduire le volume du réservoir lorsqu'il est  
 plein.

Deuxième partie

On remplit d'eau ce réservoir. La partie pyramide  
 étant entièrement pleine, on appelle  $h$  la hauteur  
 d'eau dans le parallélépipède rectangle.

a. Quelles sont les valeurs de  $h$  possibles ?  
 Donner un encadrement de  $h$ .

b. Exprimer en fonction de  $h$  le volume d'eau dans  
 le parallélépipède rectangle.

c. Montrer que le volume d'eau dans le réservoir  
 peut être donné par la fonction affine  $V$  définie par  
 $V(x) = 4x + 2$ .

d. Trouver le volume d'eau dans le réservoir  
 lorsque  $h$  vaut 1,8 m. Quel est alors le  
 pourcentage de remplissage du réservoir ?  
 (Arrondir à l'unité.)

**5** Appartenance ou non

On considère la fonction  $f$  définie  $f(x) = 4x + 3$ .

Par le calcul, détermine si les points  $A(-2 ; -5)$  et  $B(-3 ; -10)$  appartiennent à la représentation graphique de  $f$ .

Pour  $A(-2 ; -5)$  : on calcule l'image de l'abscisse de A par  $f$  c'est-à-dire l'image de ..... par  $f$  :  $f(\dots) = \dots$ .

Donc l'image de l'abscisse de A est égale à ..... de A.

Ainsi, A ..... à la représentation graphique de  $f$ .

Pour  $B(-3 ; -10)$  : .....

.....

.....

.....

.....

**6** Points alignés

Dans un repère orthogonal, la représentation graphique d'une fonction affine  $g$  passe par les points  $A(2 ; 4)$  et  $B(-3 ; -11)$ .

Par le calcul, détermine si le point  $C(6 ; 16)$  appartient à la droite (AB).

- On détermine une expression de la fonction  $g$ .

$g$  est une fonction affine donc une expression de  $g$  est de la forme  $g(x) = \dots$ .

La représentation graphique de  $g$  passe par le point  $A(2 ; 4)$  donc  $g(\dots) = \dots$ .

La représentation de  $g$  passe aussi par le point  $B(-3 ; -11)$  donc  $g(\dots) = \dots$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

On en déduit que  $g(x) = \dots x + \dots$ .

- On calcule l'image de l'abscisse de C par  $g$ .

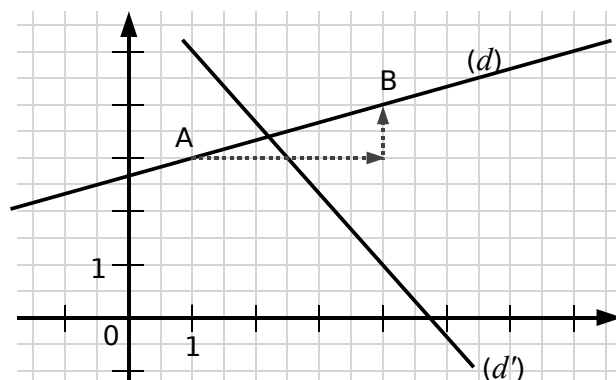
.....

.....

On conclut que .....

.....

.....

**7** Détermination graphique

- a. La droite  $(d)$  est la représentation graphique d'une fonction  $f$ . On veut déterminer son expression.

La représentation graphique de  $f$  est une ....., donc  $f$  est une fonction ..... . Donc une expression de  $f$  est de la forme  $f(x) = \dots$  où  $a$  est ..... de  $(d)$  et  $b$  son .....

- Grâce aux points A et B, détermine  $a$ .

.....

.....

- Peut-on trouver par simple lecture graphique la valeur de l'ordonnée à l'origine ?

.....

.....

- Calcule l'ordonnée à l'origine  $b$  de  $(d)$  en te servant des coordonnées d'un point bien choisi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

D'où  $f(x) = \dots$ .

- b. La droite  $(d')$  est la représentation graphique d'une fonction  $g$ . Détermine une expression de  $g$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



# Statistiques et probabilités



**Série 1 : Caractéristiques d'une série statistique**

**Série 2 : Séries statistiques et graphiques**

**Série 3 : Probabilités, épreuves simples**

**Série 4 : Probabilités, épreuves doubles**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Comment détermine-t-on une médiane d'une série statistique donnée sous forme de liste ou de tableau ?

**Q2.** Comment détermine-t-on les premier et troisième quartiles d'une série statistique donnée sous forme de liste ou de tableau ?

**Q3.** Qu'est-ce que l'étendue d'une série statistique ?

## Les exercices d'application

**1** Effectif total impair

On considère la série statistique suivante.

8	15	7	17	9	12	9	10
9	10	14	8	13	7	14	

**a.** Quel est l'effectif total de cette série ?

.....  
 .....

**b.** Calcule la moyenne  $M$  de cette série.

La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme des valeurs par l'effectif total.

Donc  $M =$  .....

.....  
 .....

**c.** Détermine la médiane  $m$  de cette série.

Une valeur médiane partage la série statistique en deux groupes de même .....

On commence par ranger les valeurs dans l'ordre croissant.

.....  
 .....

L'effectif total est .....

On divise cet effectif par 2 :  $\dots \div 2 = \dots$

Donc la médiane est la .....<sup>e</sup> valeur :  $m = \dots$

Cette valeur partage bien la série statistique en deux groupes de même effectif : un groupe de .... nombres inférieurs à ..... et un groupe de .... nombres supérieurs ou égaux à .....

**d.** Détermine l'étendue de cette série.

L'étendue d'une série statistique est la ..... entre la plus ..... et la plus ..... des valeurs prises par cette série.

.....

**2** Effectif total pair

On considère la série statistique suivante.

3 7 2 13 15 3 8 5 16 8

Détermine une médiane  $m$  de cette série.

On commence par ranger les valeurs dans l'ordre croissant.

.....  
 .....

L'effectif total de la série est ..... donc tout nombre compris entre la .....<sup>e</sup> et la .....<sup>e</sup> valeur peut être considéré comme médiane.

En général, on prend la demi-somme de ces deux valeurs :  $m =$  .....

.....

**3** Saut en hauteur

Voici les performances en saut en hauteur des élèves d'une classe de troisième. Les hauteurs sont données en centimètres.

117	111	133	134	129	109	129	122	111	106
122	128	120	120	131	130	110	109	112	

**a.** La population étudiée est .....

.....

Le caractère étudié est .....

.....

**b.** Détermine l'effectif total de la classe.

.....

.....

**c.** Détermine la performance moyenne  $M$  des élèves de cette classe ; arrondis à l'unité.

.....

.....

.....

.....

.....

**d.** Détermine la performance médiane  $m$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**4 Sports**

Le tableau concerne le nombre de sports pratiqués par les 28 élèves d'une classe.

Nombre de sports pratiqués	0	1	2	3	4
Effectifs	2	9	10	4	3

a. Détermine le nombre moyen  $M$  de sports pratiqués par les élèves de cette classe.

b. Complète le tableau.

Nombre de sports pratiqués	0	1	2	3	4
Effectifs cumulés croissants					

c. Détermine une médiane de cette série.

**5 Extrait du Brevet**

Le tableau ci-dessous présente la série des notes obtenues (sur 20) par les élèves de 3<sup>e</sup>B lors du dernier devoir en classe.

Notes	5	6	8	9	11	12	13	15	18	19
Effectifs	1	2	6	2	1	4	2	3	1	1

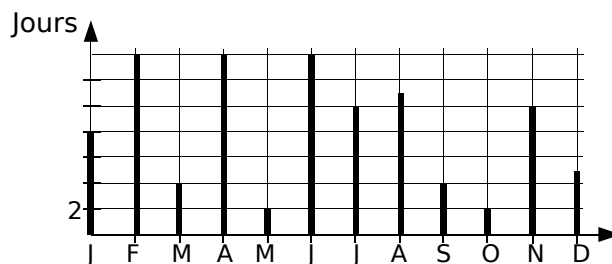
a. Quel est l'effectif de la classe de 3<sup>e</sup>B ?

b. Calculer la note moyenne de ce devoir. Donner la valeur arrondie au dixième de point.

c. Déterminer la note médiane de cette série. Que représente cette note ?

**6 Jours de pluie**

On a relevé, chaque mois, le nombre de jours de pluie (jours où les précipitations ont été supérieures à 0,1 mm) dans une ville pendant une année.



a. Quel est le nombre total de jours de pluie dans cette ville durant cette année ?

b. Calcule le nombre moyen  $M$  de jours de pluie par mois dans cette ville durant cette année. Donne le résultat arrondi à l'unité.

c. Détermine un nombre médian  $m$  de jours de pluie.

d. Comment peux-tu interpréter le résultat trouvé à la question précédente ?

e. Détermine l'étendue de cette série statistique.



## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Cite trois types de graphique que tu peux construire pour représenter une série statistique.

**Q2.** Le polygone des effectifs cumulés d'une série statistique étant tracé, comment détermine-t-on la médiane et les premier et troisième quartiles ?

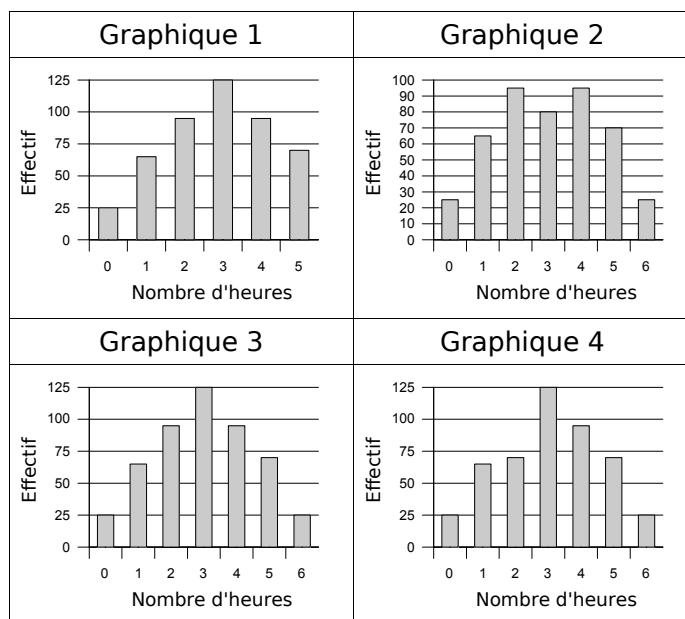
## Les exercices d'application

**1** Temps passé devant le petit écran

Lors d'un sondage, on a demandé à des personnes le temps passé par jour devant la télévision. Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus.

Nombre d'heures	0	1	2	3	4	5	6
Effectifs	25	65	95	125	95	70	25

**a.** Parmi les diagrammes en barres ci-dessous, un seul donne la répartition du temps passé devant la télévision par ces personnes. Lequel ? Pourquoi les autres ne conviennent-ils pas ?



.....

.....

.....

.....

**b.** À partir de ce graphique, peux-tu déterminer l'étendue de la série ? Si oui, comment ?

.....

.....

**c.** Sur ce graphique, peux-tu lire directement la valeur médiane de la série ? Pourquoi ?

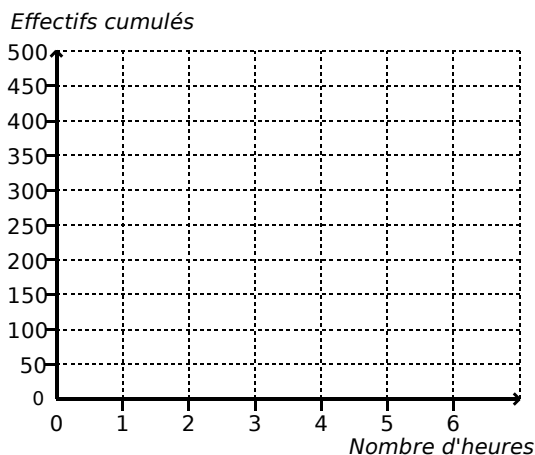
.....

.....

**d.** Complète le tableau suivant.

Nombre d'heures	0	1	2	3	4	5	6
Effectifs cumulés croissants	25						
Effectifs cumulés décroissants							

**e.** Place dans le repère ci-dessous les points correspondants aux effectifs cumulés croissants. Relie-les en rouge de gauche à droite, par des segments pour obtenir le polygone des effectifs cumulés croissants.



**f.** En utilisant ce polygone, détermine la médiane et le troisième quartile de cette série.

La moitié de l'effectif total est ..... donc on lit sur le graphique ..... du point du polygone ..... égale à .....

La médiane est .....

.....

.....

.....

.....

**g.** Trace en bleu sur le graphique précédent le polygone des effectifs cumulés décroissants.

**h.** À quoi correspond l'abscisse du point d'intersection des deux courbes ?

.....

.....

**i.** Peux-tu lire sur un des graphiques précédents la moyenne de cette série ? Pourquoi ?

.....

.....

**j.** Calcule la moyenne de la série.

.....

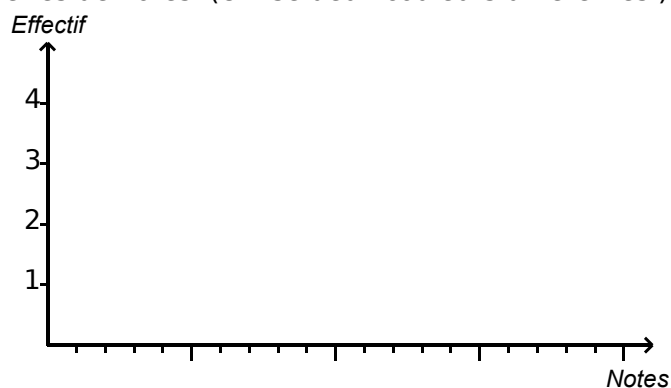
.....

**2** Devoir commun

Monsieur J et Monsieur K sont tous les deux professeurs de Mathématiques et ont tous les deux une classe de troisième ayant 20 élèves. Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier devoir commun.

Notes attribuées par Monsieur J	Notes attribuées par Monsieur K
7 - 8 - 12 - 12 - 18 - 5 - 11 - 6 - 3 - 8 - 5 - 18 - 9 - 20 - 6 - 16 - 6 - 18 - 7 - 15	8 - 8 - 9 - 12 - 11 - 8 - 13 - 15 - 7 - 9 - 10 - 10 - 12 - 8 - 10 - 14 - 12 - 11 - 14 - 9

a. Construis, dans le repère ci-dessous, les diagrammes en bâtons représentant les deux séries de notes. (Utilise deux couleurs différentes.)



b. Calcule la moyenne de chaque série.

.....

.....

.....

c. Lis l'étendue de chaque série.

.....

.....

d. Détermine une médiane ainsi que les premier et troisième quartiles de chaque série.

.....

.....

.....

.....

e. Compare ces deux classes en utilisant toutes les réponses données aux questions précédentes.

.....

.....

.....

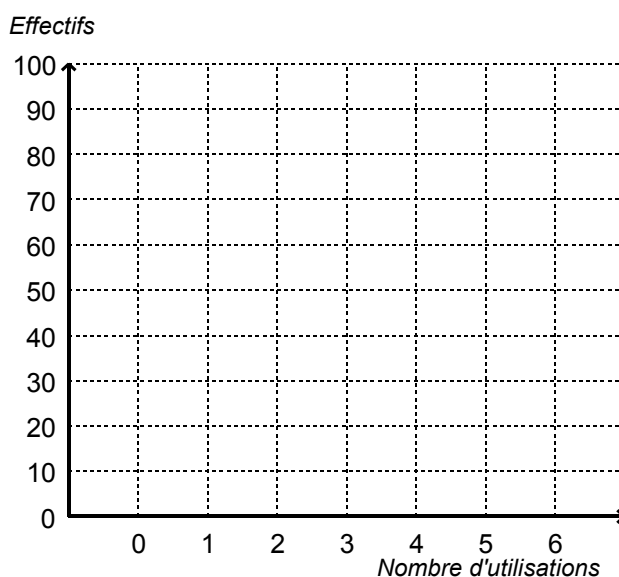
.....

**3** Utilisation de Mathenpoche.

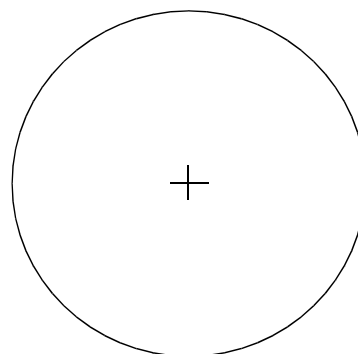
Lors d'un sondage, on a demandé aux élèves combien de fois par semaine ils utilisent Mathenpoche. Le tableau indique les réponses.

Nombre d'utilisations	0	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	26	66	82	98	43	22	23	
Angles								

a. Construis le diagramme en barres de cette série statistique.



b. Complète le tableau ci-dessus puis construis le diagramme circulaire associé à cette série.



c. Sur quel graphique peux-tu déterminer simplement (tu donneras les valeurs demandées) :

- l'étendue ?  
.....
- l'effectif le plus grand ?  
.....
- le nombre d'utilisations le plus fréquent chez les élèves ?  
.....
- la médiane de cette série ?  
.....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Cite trois exemples d'expériences aléatoires où chaque issue a une probabilité égale à 0,5.

**Q2.** Qu'appelle-t-on un événement certain ? Un événement impossible ?

**Q3.** Qu'appelle-t-on des événements contraires ? Des événements incompatibles ?

## Les exercices d'application

**1** Vocabulaire

On lance un dé non truqué à six faces. Complète les phrases suivantes.

- L'événement « obtenir un nombre inférieur ou égal à six » est ..... , donc sa probabilité est égale à .....
- L'événement « ..... » ne peut pas se réaliser, il est ..... , sa probabilité est donc .....
- Les événements P « obtenir un nombre pair » et C « obtenir un multiple de cinq » ne peuvent pas avoir lieu en même temps. On dit qu'ils sont ..... . La probabilité de l'événement « obtenir un nombre pair ou un multiple de cinq » est alors égale à la somme des ..... des événements P et C.
- L'événement contraire de l'événement P est l'événement J « ..... ». La somme des probabilités de P et de J est donc égal à .....

**2** Un peu de chance !

Une urne contient quatre boules rouges et six boules vertes, toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

Réponds par vrai (V) ou faux (F).

Il y a autant de chances d'avoir une boule verte qu'une boule rouge.	
Il y a 4 chances sur 10 d'obtenir une boule verte.	
Si on répète un grand nombre de fois cette expérience, la fréquence d'apparition d'une boule verte devrait être proche de 0,6.	
Il y a 6 chances sur 4 d'obtenir une boule verte.	
La probabilité de tirer une boule rouge est $\frac{2}{5}$ .	

**3** Roue de loterie

Une roue de loterie est partagée en huit secteurs identiques numérotés de 1 à 8.

Donne toutes les issues possibles correspondant aux événements suivants.

- « Obtenir un multiple de 2 ou de 3 »  
.....
- « Obtenir un multiple de 2 et de 3 »  
.....
- « Obtenir un nombre supérieur à 4 et premier »  
.....
- « Obtenir un nombre supérieur à 4 ou premier »  
.....

**4** Encore des cartes

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On considère les événements suivants :

A : « on obtient un roi » ;

B : « on obtient un as » ;

C : « on obtient un trèfle ».

**a.** Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Et les événements B et C ? Justifie tes réponses.

.....  
.....  
.....

**b.** Décris par une phrase sans négation l'événement contraire de l'événement C.

.....  
.....

**c.** Propose un événement D incompatible avec l'événement C.

.....  
.....

**d.** Détermine les probabilités des événements A, B et C.

.....  
.....  
.....

**e.** Quelle est la probabilité de l'événement contraire de l'événement C ?

.....

**f.** Donne la probabilité de l'événement que tu as proposé à la question **c.**

.....

**5 Des bonbons**

Un sac opaque contient des bonbons bleus, rouges ou verts, tous indiscernables au toucher. Quand on tire un bonbon au hasard, on a deux chances sur cinq de prendre un bonbon rouge et trois chances sur dix de prendre un bonbon bleu.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir un bonbon rouge ou un bonbon bleu ?

.....

.....

b. Déduis-en la probabilité d'obtenir un bonbon vert. Justifie ta réponse.

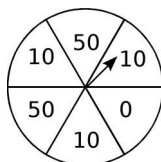
.....

.....

**6 À la loterie**

La roue ci-contre est partagée en six secteurs identiques.

Un joueur fait tourner la roue et gagne le montant indiqué par l'aiguille.



a. Quelle est la probabilité de ne rien gagner ?

.....

.....

b. Quelle est la probabilité de gagner au moins 10 € ?

.....

.....

**7 Âges**

Le tableau suivant indique la répartition des élèves d'un collège en fonction de leurs âges.

Âges (en années)	11	12	13	14	15	16	17
Fréquences (en %)	5	26	28	25	10	5	1

Un élève de ce collège étant choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il soit âgé :

• de 13 ans ?

.....

• de 15 ans et plus ?

.....

.....

• de 14 ans et moins ? (Donne deux méthodes.)

.....

.....

.....

.....

**8 Télévision ou sport ?**

On interroge les 100 élèves de 3<sup>e</sup> d'un collège et on leur demande s'ils préfèrent regarder la télévision ou faire du sport.

Sur les 46 garçons interrogés, 33 préfèrent faire du sport. 29 filles ont également fait ce choix.

a. Complète le tableau suivant.

	Garçons	Filles	Total
Télévision			
Sport			
Total			

b. On choisit au hasard un élève de 3<sup>e</sup> de ce collège.

• Quelle est la probabilité d'avoir choisi un élève préférant regarder la télévision ?

.....

• Quelle est la probabilité d'avoir choisi une fille ?

.....

• Quelle est la probabilité d'avoir choisi une fille ne préférant pas la télévision ?

.....

c. On choisit au hasard un garçon d'une classe de 3<sup>e</sup> de ce collège. Quelle est la probabilité qu'il préfère regarder la télévision ?

.....

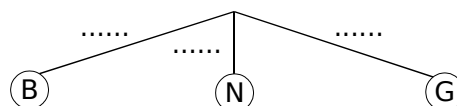
d. On choisit au hasard un élève d'une classe de 3<sup>e</sup> de ce collège préférant le sport. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

.....

**9 À l'aide d'un arbre**

Une urne contient sept boules blanches (B), cinq noires (N) et six grises (G), toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

a. Complète ci-dessous l'arbre des probabilités correspondant à cette situation.



b. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ou noire ?

.....

.....

c. Quelle est la probabilité de ne pas tirer une boule noire ?

.....

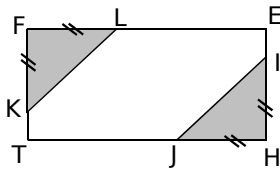
.....



**10 Bien visé**

Pour jouer aux fléchettes, on fabrique la cible ci-contre. FEHT est un rectangle tel que  $FE = 4$  dm et  $EH = 2$  dm.

Quand on lance une fléchette, on suppose qu'elle se plante dans la cible de façon aléatoire et que l'aire de chaque zone détermine la probabilité de l'atteindre.



a. Où faut-il placer le point L sur [EF] pour qu'il y ait autant de chance de planter la fléchette dans la zone grise que dans la zone blanche ?

.....

.....

.....

.....

b. Et si l'on souhaite maintenant qu'il y ait trois fois plus de chances de planter la fléchette dans la zone blanche que dans la zone grise ?

.....

.....

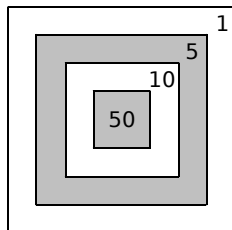
.....

.....

**11 Tireur d'élite ?**

Un tireur tire parfaitement au hasard sur la cible ci-contre, sans jamais la rater.

Tous les carrés sont concentriques et leurs côtés ont pour mesure 5 cm, 10 cm, 15 cm et 20 cm.



La probabilité relative à une région est proportionnelle à son aire.

a. Quelle est la probabilité pour qu'il gagne 50 points ? 10 points ? 5 points ?

.....

.....

.....

.....

.....

b. Détermine, de deux façons différentes, la probabilité pour qu'il gagne 1 point.

.....

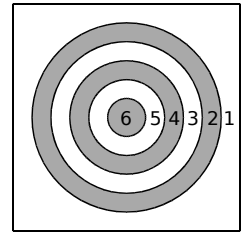
.....

.....

.....

**12 Parachutisme**

Une cible d'atterrissage pour parachutistes est constituée de cinq cercles concentriques de rayons respectifs un, deux, trois, quatre et cinq mètres ainsi que d'un carré de même centre qui a un côté de longueur 12 m.



Un parachutiste réussit toujours à atterrir dans la cible mais se pose au hasard dans l'une des six régions.

On assimile la zone d'atterrissage à un point d'impact et on admet que la probabilité relative à une région est proportionnelle à son aire.

a. Quelle est la probabilité pour qu'un point d'impact appartienne à la région 1 ? 2 ? 3 ? 4 ? 5 ? Et 6 ? (Tu donneras des valeurs décimales approchées au millièmè près.)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Que deviennent ces probabilités si les cercles concentriques ont pour rayons respectifs  $r$ ,  $2r$ ,  $3r$ ,  $4r$  et  $5r$  et le carré un côté de longueur  $12r$  ?

.....

.....

.....

.....

**13 Grenouille (d'après évaluations PISA)**

Le bulletin météorologique du jour prévoit que, de 12 à 18 heures, les probabilités de pluie sont de 30 %.

Parmi les affirmations suivantes, entoure celle qui est la meilleure interprétation de ce bulletin.

A - Il va pleuvoir sur 30 % de la zone concernée par les prévisions.

B - Il pleuvra pendant 30 % des six heures (un total de 108 minutes).

C - Dans cette zone, 30 personnes sur 100 auront de la pluie.

D - Si la même prévision était faite pour 100 jours, il pleuvrait à peu près 30 jours sur 100.

E - La quantité de pluie tombée sera 30 % de celle tombée lors d'une forte pluie (mesurée en termes de précipitations par unité de temps).

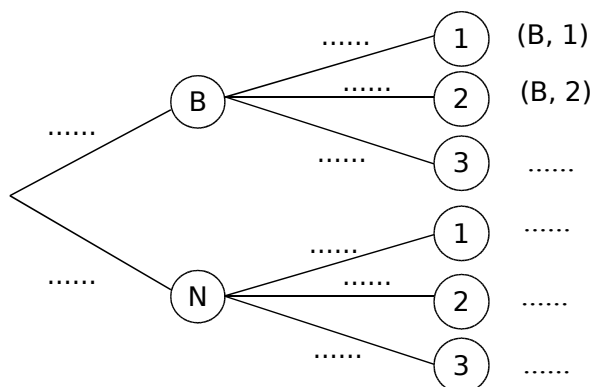
## Les exercices d'application

**1** Deux urnes

On considère l'expérience suivante, qui se déroule en deux étapes : d'abord, on tire une boule dans une urne contenant trois boules blanches et une boule noire. Ensuite, on tire une boule dans une autre urne contenant une boule numérotée 1, trois boules numérotées 2 et deux boules numérotées 3.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher. Si on tire une boule blanche puis une boule numérotée 1, on note (B, 1) le résultat obtenu.

a. Complète l'arbre ci-dessous en indiquant, sur chaque branche, les probabilités correspondantes.



b. Imaginons que l'on reproduise 120 000 fois cette expérience à deux épreuves.

- Combien d'expériences environ devraient suivre la branche vers B ?

.....  
 .....  
 .....

- Parmi celles-ci, combien environ devraient suivre la branche vers 1 ?

.....  
 .....  
 .....

- Quelle proportion de ces 120 000 expériences conduisent alors au résultat (B, 1) ?

.....  
 .....  
 .....

- Comment peut-on retrouver cette probabilité à partir de celles rencontrées sur le chemin représentant le résultat (B, 1) ?

.....  
 .....  
 .....

- c. Quelle est la probabilité d'obtenir (N, 2) ? Et (B, 3) ?

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**2** Concours

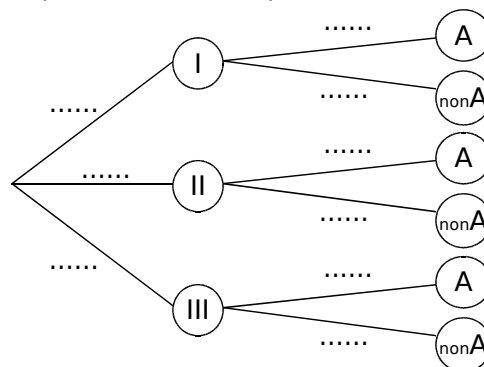
Un concours de recrutement se déroule en deux étapes : les candidats passent tout d'abord les épreuves d'admissibilité puis, s'ils ont été déclarés « admissibles », les épreuves d'admission à l'issue desquelles ils sont déclarés « admis » ou pas.

On décide d'analyser les résultats en répartissant en trois groupes, en fonction de leur âge, les candidats admissibles :

- le groupe I, comprenant les candidats admissibles de moins de 25 ans, représente 12 % de l'ensemble de ces candidats ;
- le groupe II, comprenant les candidats admissibles de 25 à 30 ans, représente 57 % de l'ensemble de ces candidats ;
- le groupe III, comprenant les candidats admissibles de plus de 30 ans, représente 31 % de l'ensemble de ces candidats.

Enfin, les taux d'« admis » (A) ont pu être déterminés dans chacun des groupes : 56 % dans le groupe I, 86 % dans le groupe II et 67 % dans le groupe III.

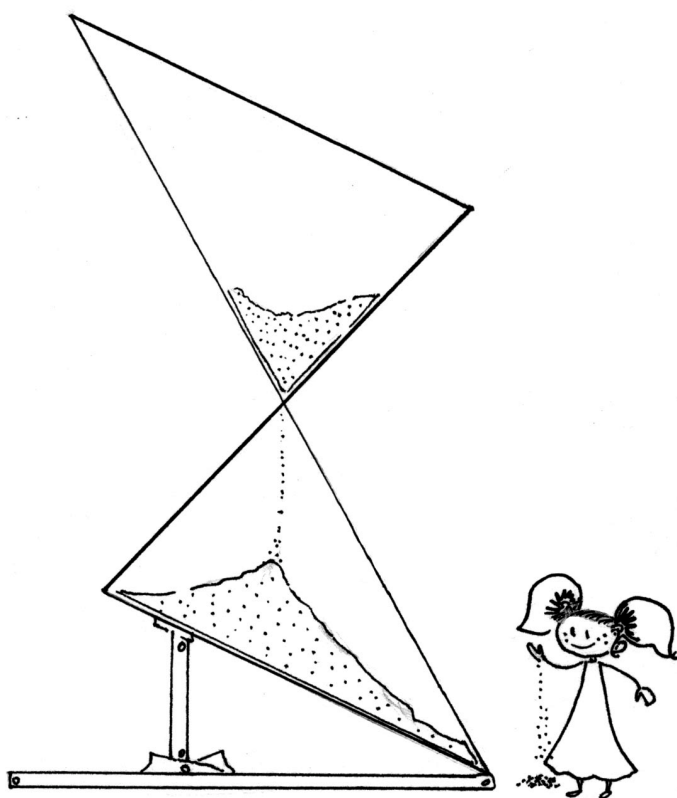
a. Complète l'arbre des probabilités ci-dessous.



- b. On choisit un candidat admissible au hasard. Quelle est la probabilité pour qu'il ait été admis ?

.....  
 .....  
 .....  
 .....

# Théorème de Thalès



**Série 1 : Théorème de Thalès**

**Série 2 : Réciproque du théorème de Thalès**

**Série 3 : Agrandissements, réductions**

**Série 4 : Synthèse**

## Le cours avec les aides animées

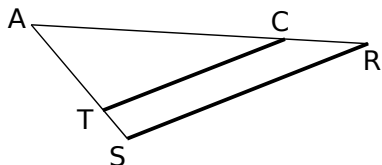
**Q1.** Dans quel cas peut-on appliquer le théorème de Thalès ?

**Q2.** Pourquoi, selon toi, Thalès a-t-il dit : « Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui de la pyramide avec la sienne. » ?

## Les exercices d'application

**1** Appliquons le théorème de Thalès

Dans chacun des cas suivants, applique le théorème de Thalès. Les droites en gras sont parallèles.

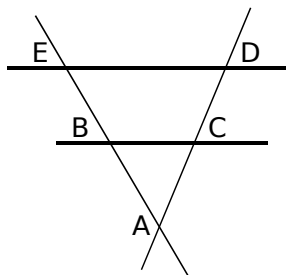
**Figure 1**

Les droites (.....) et (.....) sont sécantes en .....

Les droites (.....) et (.....) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{A....}{A....} = \frac{A....}{A....} = \frac{.....}{.....}$$

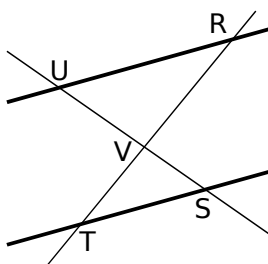
**Figure 2**

Les droites (.....) et (.....) sont sécantes en .....

Les droites (.....) et (.....) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

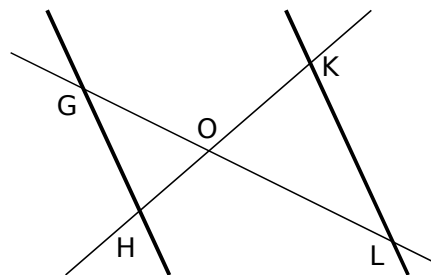
**Figure 3**

Les droites (.....) et (.....) sont sécantes en .....

Les droites (.....) et (.....) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{V....}{V....} = \frac{V....}{V....} = \frac{.....}{.....}$$

**Figure 4**

Les droites (.....) et (.....) sont sécantes en .....

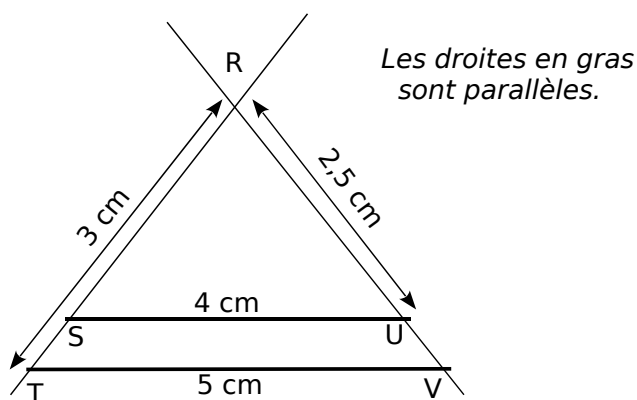
Les droites (.....) et (.....) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

**2** Compléter une démonstration

Sur la figure ci-dessous, les points R, S, T d'une part et les points R, U, V d'autre part sont alignés. Calcule RS et RV.



Les droites (.....) et (.....) sont sécantes en .....

Les droites (.....) et (.....) sont parallèles.

D'après .....

$$\frac{.....}{RT} = \frac{.....}{.....} = \frac{SU}{.....}$$

En remplaçant par les données numériques, on a :

$$\frac{.....}{3} = \frac{.....}{.....} = \frac{4}{.....}$$

Calcul de RS :

$$\frac{RS}{.....} = \frac{.....}{5}$$

d'où  $RS \times \dots = \dots \times \dots$  ;

$$\text{soit } RS = \frac{..... \times .....}{.....}$$

Donc RS = ..... cm.

Calcul de RV :

$$\frac{.....}{RV} = \frac{4}{.....}$$

d'où  $RV \times \dots = \dots \times \dots$  ;

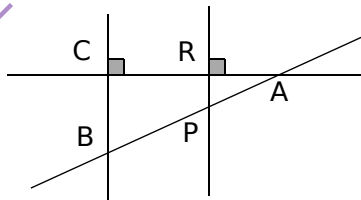
$$\text{soit } RV = \frac{..... \times .....}{.....}$$

Donc RV = ..... cm.

**3** Raisonnement à justifier

Dans tout l'exercice, on suppose que les points A, P et B sont alignés ainsi que les points A, R et C. Pour chacun des cas suivants, explique pourquoi tu peux appliquer le théorème de Thalès. Écris alors les rapports égaux dans ces figures.

**a.**



Les droites (.....) et (.....) sont ..... à la même droite (.....).

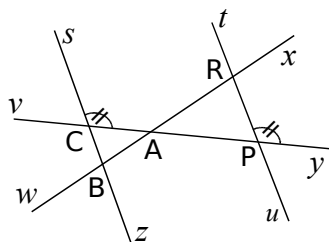
Donc (.....) et (.....) .....

De plus, ..... sécantes .....

Ainsi, d'après .....

on a  $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$ .

**b.**



$\widehat{sCy}$  et  $\widehat{tPy}$  étant ..... et

....., on en déduit que (.....) et

(.....) sont .....

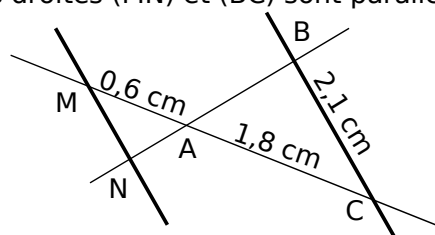
De plus, (.....) et (.....) .....

Ainsi, d'après .....

on a  $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$ .

**4** Dans une autre configuration

Les points M, A, C sont alignés et les points N, A, B aussi. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



Dans cette situation, on peut calculer la longueur

.....

.....

.....

.....

$$\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

En remplaçant par les données numériques, on a :

$$\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

Calcul :  $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$  d'où  $..... \times ..... = ..... \times ..... ;$

soit  $MN = \frac{..... \times .....}{.....}$  donc  $..... = ..... \text{ cm.}$

**5** Avec une construction

Soit EFG un triangle tel que EF = 5 cm ; EG = 4 cm et FG = 3,3 cm. On appelle M le point de [EG] tel EM = 6 cm. Trace la parallèle à (FG) passant par le point M. Elle coupe [EF] en N.

**a.** Construis et code la figure.

**b.** Calcule EN et MN.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Calcul de EN :

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

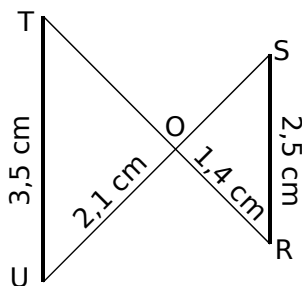
Calcul de MN :

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**6 À toi de jouer**

Les droites (RT) et (US) sont sécantes au point O.

(RS) et (UT) sont deux droites parallèles. Calcule OT et OS, en justifiant ta réponse.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

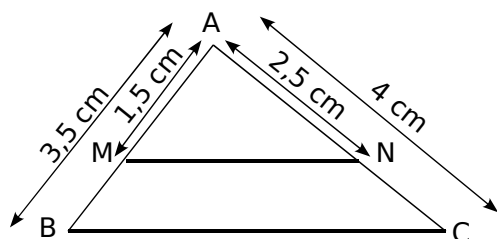
.....

.....

.....

**7 Démontrer que deux droites ne sont pas parallèles**

On sait que les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés.



a. On veut montrer que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles. On écrit séparément les rapports  $\frac{A...}{A...}$  et  $\frac{A...}{A...}$ .

$$\frac{A...}{A...} = \frac{.....}{.....} \quad \left| \quad \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

b. On compare les deux écritures fractionnaires ainsi obtenues.

.....

.....

c. Si les droites (MN) et (BC) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, on aurait

$$\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}. \text{ Or } \frac{.....}{.....} \neq \frac{.....}{.....}.$$

Ainsi, on en déduit que (.....) et (.....) .....

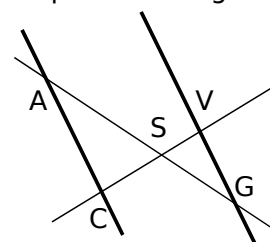
.....

**8 À ton tour**

Sur le schéma ci-dessous, les points C, S, V d'une part et les points A, S, G d'autre part sont alignés.

En t'aidant de l'exercice précédent, montre que les droites (GV) et (CA) ne sont pas parallèles.

On a  $SV = 0,6 \text{ cm}$  ;  $SG = 0,9 \text{ cm}$  ;  $SA = 2,1 \text{ cm}$  et  $SC = 1 \text{ cm}$ .



On calcule séparément  $\frac{.....}{.....}$  et  $\frac{.....}{.....}$ .

$$\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....} \quad \left| \quad \frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$$

On compare les deux écritures fractionnaires.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Donc .....

.....

.....

.....

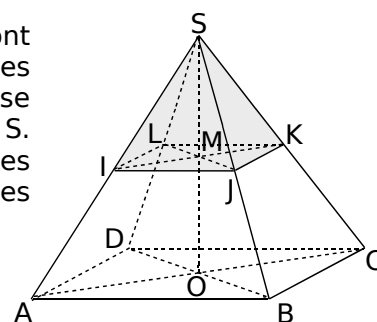
.....

.....

**9 Dans l'espace**

SABCD et SIJKL sont deux pyramides régulières à base carrée et de sommet S. [SM] et [SO] sont les hauteurs respectives de SIJKL et SABCD.

On a  $SM = 1,5 \text{ cm}$  ;  $SO = 4,5 \text{ cm}$  et  $DB = 5 \text{ cm}$ .



a. Que peux-tu dire de (MJ) et (OB) ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

.....

.....

b. Calcule la valeur exacte de MJ en justifiant ta réponse.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Que permet de démontrer la réciproque du théorème de Thalès ?

**Q2.** Quelles informations faut-il connaître pour appliquer la réciproque du théorème de Thalès ?

**Q3.** Soient  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  quatre nombres relatifs avec  $a$  et  $c$  non nuls. Comment peut-on montrer que les quotients  $\frac{b}{a}$  et  $\frac{d}{c}$  sont égaux ?

## Les exercices d'application

## 1 Égalités de quotients

Vérifie que les quotients suivants sont égaux.

$$\frac{18}{5} \text{ et } \frac{72}{20}$$

$$\frac{2}{3} \text{ et } \frac{7}{10,5}$$

.....

.....

.....

.....

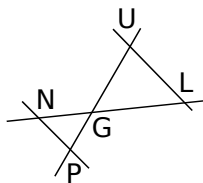
## 2 Phrases à trous

**a.** Si  $\frac{GN}{GU} = \frac{GP}{GL}$

et si les points ..... d'une part  
et les points ..... d'autre part sont  
alignés dans ..... alors les droites  
(.....) et (.....) sont .....

**b.** Si  $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$

et si les points .....  
d'une part  
et les points .....  
d'autre part sont .....  
alors les droites .....



## 3 Application directe

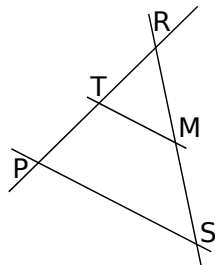
Sur la figure ci-contre,  
 $RM = 4,5 \text{ cm}$  ;  $RS = 6 \text{ cm}$  ;  
 $RT = 6 \text{ cm}$  et  $RP = 8 \text{ cm}$ . Les  
points  $R$ ,  $T$  et  $P$  sont alignés  
ainsi que les points  $R$ ,  $M$  et  $S$ .

On veut montrer que les droites  
( $MT$ ) et ( $SP$ ) sont parallèles.

**a.** Quel théorème pourrais-tu utiliser ?

.....

.....



**b.** Calcule les rapports  $\frac{RM}{RS}$  et  $\frac{RT}{RP}$ .

$$\frac{RM}{RS} = \frac{4,5}{6} = \frac{.....}{6 \times 4} = .....$$

$$\frac{RT}{RP} = \frac{6}{8} = \frac{.....}{8 \times 3} = .....$$

Donc  $\frac{RM}{RS}$  et  $\frac{RT}{RP}$  sont .....

**c.** Complète la conclusion ci-dessous.

Les rapports  $\frac{RM}{RS}$  et  $\frac{RT}{RP}$  sont .....

Par ailleurs, les points  $R$ ,  $T$ ,  $P$  d'une part et  $R$ ,  $M$ ,  $S$   
d'autre part sont .....

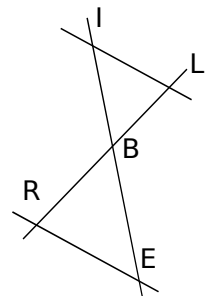
Donc d'après .....  
....., les droites (.....) et (.....)  
.....

## 4 Dans une autre configuration

Sur la figure ci-contre,  
 $BR = 2,5 \text{ cm}$  ;  $BL = 15 \text{ cm}$  ;  
 $BE = 1,5 \text{ cm}$  et  $BI = 9 \text{ cm}$ .

Les points  $I$ ,  $B$  et  $E$  sont alignés  
de même que  $L$ ,  $B$  et  $R$ .

**a.** Quel théorème pourrais-tu  
utiliser pour démontrer que les  
droites ( $IL$ ) et ( $RE$ ) sont  
parallèles ?



.....

.....

**b.** Calcule les rapports  $\frac{BE}{BI}$  et  $\frac{BR}{BL}$  puis montre  
qu'ils sont égaux.

$$\frac{BE}{BI} = ..... \quad \left| \quad \frac{BR}{BL} = .....$$

.....

.....

Donc .....

**c.** Complète la conclusion ci-dessous.

Les rapports ..... et ..... sont .....

Par ailleurs, les points ..... d'une part et  
..... d'autre part sont .....

Donc d'après .....  
....., les droites ..... et .....  
sont .....

**5** En construisant d'abord

On considère le triangle RST tel que  $RS = 6$  cm ;  $ST = 9$  cm et  $RT = 8$  cm. Place le point P sur [RS] tel que  $SP = 4$  cm et le point M sur [ST] tel que  $TM = 3$  cm.

a. Construis la figure.

b. Détermine les rapports utiles puis compare-les.

.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

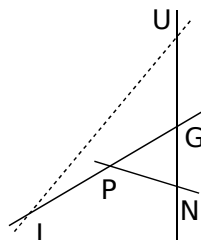
c. Démontre que les droites (MP) et (RT) sont parallèles.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

**6** À vos ordres !

Sur la figure ci-contre, G, P et L d'une part et G, N et U d'autre part sont alignés.

On donne  $GP = 2,5$  cm ;  $GU = 9$  cm ;  $GN = 3$  cm et  $GL = 7,5$  cm.



a. Calcule  $\frac{GP}{GL}$  et  $\frac{GN}{GU}$ . Que constates-tu ?

.....
.....
.....
.....

b. Pourquoi ne peux-tu pas utiliser ici la réciproque du théorème de Thalès ?

.....
.....
.....

**7** Une autre construction

Soit VOU un triangle tel que  $OV = 2,5$  cm ;  $OU = 3,5$  cm et  $VU = 5$  cm.

Place sur [VO] le point T tel que  $VT = 5,5$  cm et sur [UO] le point E tel que  $UE = 7,7$  cm.

a. Construis la figure.

b. Montre que les droites (UV) et (ET) sont parallèles.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



**8** Extrait du Brevet

Tracer un segment  $[EF]$  de 10 cm de longueur puis un demi-cercle de diamètre  $[EF]$ . Placer le point  $G$  sur ce demi-cercle, tel que  $EG = 9$  cm.

**a.** Démontrer que le triangle  $EFG$  est rectangle.

.....

.....

.....

.....

**b.** Placer le point  $M$  sur le segment  $[EG]$  tel que  $EM = 5,4$  cm et le point  $P$  sur le segment  $[EF]$  tel que  $EP = 6$  cm. Démontrer que les droites  $(FG)$  et  $(MP)$  sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

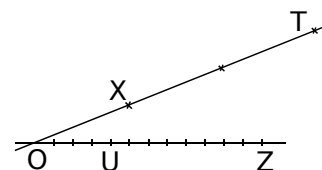
.....

.....

**9** Avec des graduations

**a.** On donne la figure ci-contre.

On veut montrer que les droites  $(XU)$  et  $(ZT)$  sont parallèles, à l'aide de la réciproque du théorème de Thalès.



**b.** Détermine les rapports utiles puis compare-les.

.....	.....
.....	.....
.....	.....

**c.** Conclus.

.....

.....

.....

.....

.....

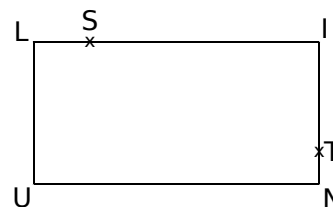
**10** Avec l'aide de Pythagore puis de Thalès

LINU est un rectangle. Le point  $S$  appartient à  $[LI]$  et le point  $T$  à  $[IN]$ .

L'unité est le décimètre.

$$LI = 24 ; LU = 18 ;$$

$$LS = 4 \text{ et } TN = \frac{LU}{6}.$$



**a.** Démontre que  $LN = 30$  dm.

.....

.....

.....

.....

**b.** Détermine les longueurs  $IS$  et  $IT$ .

.....

.....

.....

**c.** Démontre que  $(ST)$  et  $(LN)$  sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

**Le cours avec les aides animées**

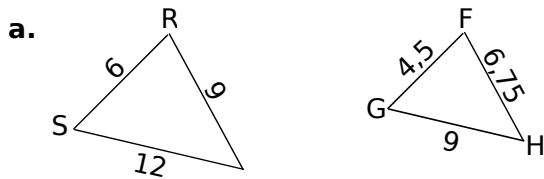
**Q1.** Définis l'agrandissement ou la réduction d'un dessin.

**Q2.** Cite la propriété relative aux angles et au parallélisme dans un agrandissement ou une réduction.

**Q3.** Quel lien existe-il entre les dimensions d'un schéma et les dimensions du schéma agrandi ou réduit ?

**Les exercices d'application**

**1 Proportionnalité et réduction**



Complète le tableau à l'aide des dessins.

Triangle RST	RS		RT		S	
Triangle FGH	FG		FH		GH	

b. Montre que c'est un tableau de proportionnalité.

.....  
 .....  
 .....

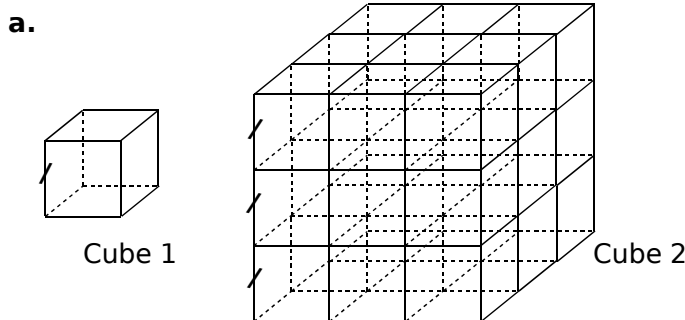
c. Dédus-en que le triangle FGH est une réduction du triangle RST. Précise le rapport de réduction.

Comme les dimensions du triangle FGH sont

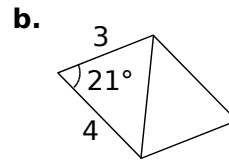
.....  
 .....  
 .....

**2 Agrandissement ?**

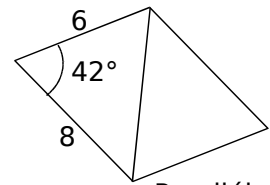
Le dessin 2 est-il un agrandissement du dessin 1 ?  
 Si oui, précise le rapport d'agrandissement.  
 Si non, explique pourquoi.



.....  
 .....

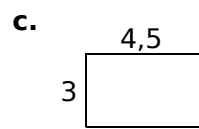


Parallélogramme 1

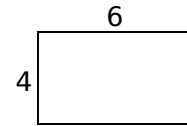


Parallélogramme 2

.....  
 .....



Rectangle 1



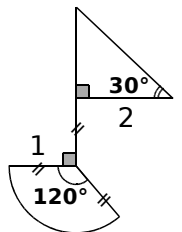
Rectangle 2

.....  
 .....

**3 Construction (1)**

Construis un agrandissement de rapport  $\frac{3}{2}$  du dessin ci-contre.

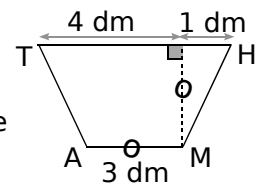
L'unité utilisée est le centimètre.



**4 Construction (2)**

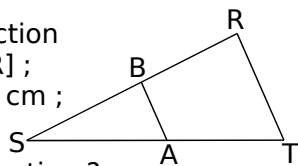
MATH est un trapèze de bases [TH] et [AM].

Construis-en une réduction de rapport  $\frac{1}{10}$ .



**5** Calcul de longueurs et réduction

Le triangle SBA est une réduction du triangle SRT. On a  $B \in [SR]$  ;  $A \in [ST]$  ;  $ST = 4$  cm ;  $SB = 3$  cm ;  $AB = 2$  cm et  $RT = 5$  cm.



a. Quel est le rapport de réduction ?

.....

b. Calcule les longueurs SA et SR.

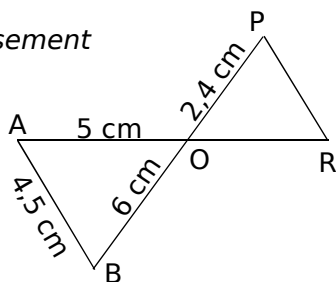
.....

c. Montre que  $\widehat{BAS} = \widehat{RTS}$ .

.....

**6** Papillon et agrandissement

Sur le schéma ci-contre, les droites (AR) et (BP) sont sécantes en O.  $(AB) \parallel (PR)$



a. Calcule OR et PR.

.....

Calcul de OR : ..... Calcul de PR : .....

.....

b. Déduis-en que le triangle OAB est un agrandissement du triangle OPR. Précise le rapport d'agrandissement.

.....

**7** Basket

Un terrain de basket est représenté sur un schéma par un rectangle de 11 cm par 21 cm. Le rapport de réduction est  $1/130$ . Retrouve les dimensions réelles du terrain en mètres.

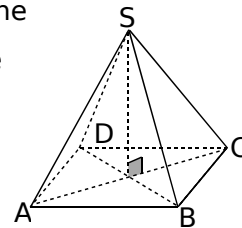
.....

**8** Égypte

La grande pyramide de Gizeh en Égypte est une pyramide régulière à base carrée. Sa hauteur actuelle est de 137 m et le côté de la base est de 230 m.

La pyramide SABCD est une réduction de rapport  $\frac{1}{1000}$  de cette pyramide (voir schéma).

Quelles sont les dimensions en centimètres de SABCD ?

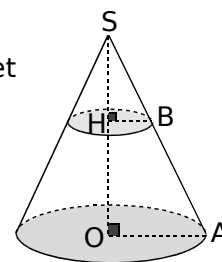


.....

**9** Cône et réduction

Le cône ( $\mathcal{C}'$ ) a pour sommet S et pour base le disque de centre H et de rayon [HB].

Le cône ( $\mathcal{C}$ ) a pour sommet S et pour base le disque de centre O et de rayon [OA].



On a  $SH = 2$  cm et  $SO = 6$  cm.

Le cône ( $\mathcal{C}'$ ) est une réduction du cône ( $\mathcal{C}$ ).

a. Calcule le rapport de réduction.

.....

b. Déduis-en le rayon de la base du cône ( $\mathcal{C}$ ) sachant que  $HB = 1,5$  cm.

.....

c. Calcule la longueur d'une génératrice du cône ( $\mathcal{C}$ ).

Dans le triangle .....

.....

.....

d. Déduis-en la longueur d'une génératrice du cône ( $\mathcal{C}'$ ).

.....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Énonce trois théorèmes (et leurs conditions) qui permettent de calculer une longueur.

**Q2.** Énonce quatre théorèmes (et leurs conditions) qui permettent de montrer que des droites sont parallèles.

## Les exercices d'application

**1** Successivement

**a.** Construis un triangle CHS tel que  $CH = 2,4$  cm ;  $HS = 4,5$  cm et  $SC = 3$  cm.  
Place sur [CH] le point A tel que  $CA = 3,2$  cm et sur [CS] le point T tel que  $CT = 4$  cm.

**b.** Montre que les droites (HS) et (AT) sont parallèles.

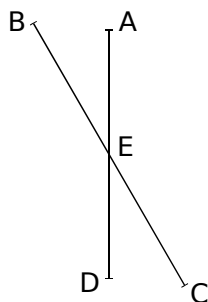
**c.** Calcule AT.

**2** Attention aux rapports

L'unité est le centimètre.

On sait que  $EA = 7$  ;  $EB = 13$  ;  $EC = 10$  et  $ED = 9,1$ .

Les droites (AD) et (BC) sont sécantes au point E.



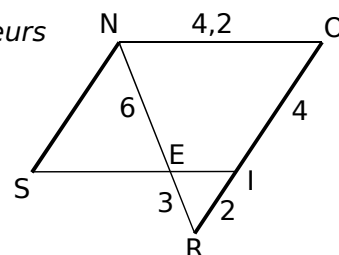
**a.** Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

**b.** Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ?

**c.** Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?

**3** Attention aux longueurs

Sur la figure ci-contre, les droites (NS) et (RO) sont parallèles ; le point I appartient à [RO]. (RN) et (IS) sont sécantes en E.



**a.** Montre que les droites (IE) et (NO) sont parallèles.

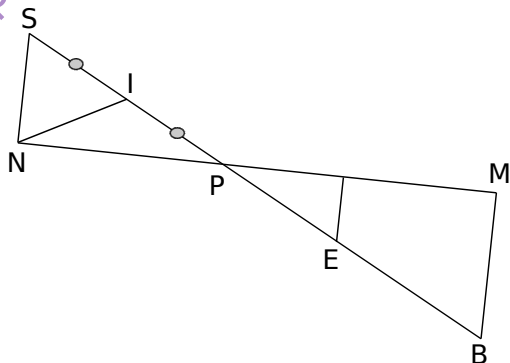
**b.** Déduis-en la nature du quadrilatère NOIS.

**c.** Calcule SE.

**4** Attention aux parallèles

Sur la figure suivante,

- les droites (MB) et (NS) sont parallèles ;
- $PM = 12$  cm ;  $MB = 6,4$  cm ;  $PB = 13,6$  cm ;  
 $PN = 9$  cm ;  $PE = 3,4$  cm et  $PC = 3$  cm ;
- les points S, I, P, E et B sont alignés ;
- les points N, P, C et M sont alignés ;
- I est le milieu de [SP].



**a.** Calcule NS.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** Les droites (CE) et (MB) sont-elles parallèles ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**c.** Démontre que le triangle PBM est rectangle.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**d.** Un autre triangle est rectangle. Lequel ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**e.** Calcule NI.

.....

.....

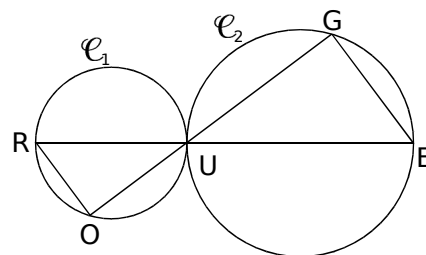
.....

.....

**5** Avec des cercles

$\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  ont pour diamètres respectifs [RU] et [UE].

$RU = 2$  cm ;  
 $UE = 3$  cm et  
 $UG = 2,4$  cm.



**a.** Quelle est la nature des triangles ROU et UGE ? Justifie tes réponses.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** ROU est une réduction de UGE. Quel est le coefficient de réduction ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**c.** Calcule GE.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**d.** En utilisant les questions précédentes, donne les valeurs exactes de UO et de RO.

Calcul de UO : .....

Calcul de RO : .....

**6 Histoire de longueurs et de parallèles**

On sait que

$GN = 5 \text{ cm}$  ;

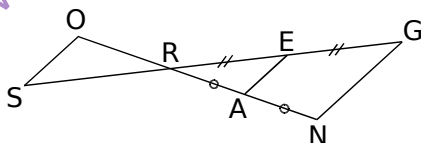
$OS = 3,2 \text{ cm}$  ;

$RE = 5 \text{ cm}$  ;

$\widehat{REA} = 36^\circ$  ;

$\widehat{RSO} = 36^\circ$  ;

les points O, R, A, N d'une part et les points S, R, E, G d'autre part sont alignés.



**a.** Montre que les droites (GN) et (EA) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

**b.** Montre que les droites (EA) et (OS) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

**c.** Montre que les droites (OS) et (GN) sont parallèles.

.....

.....

.....

.....

.....

**d.** Calcule EA.

.....

.....

.....

.....

.....

**e.** Calcule SR.

.....

.....

.....

.....

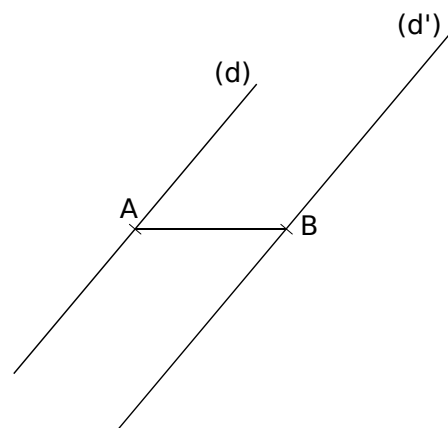
.....

**7 Des points définis par un rapport**

**a.** Les droites (d) et (d') sont parallèles.

Sur la droite (d), place deux points  $M_1$  et  $M_2$  de part et d'autre de A tel que  $AM_1 = AM_2 = 2 \text{ cm}$ .

Sur la droite (d') place un point N tel que  $BN = 3 \text{ cm}$ .



**b.** Appelle M le point d'intersection des droites (AB) et ( $M_1N$ ). Donne la valeur exacte de  $\frac{MA}{MB}$ .

.....

.....

.....

.....

**c.** Appelle M' le point d'intersection des droites (AB) et ( $M_2N$ ). Donne la valeur exacte de  $\frac{M'A}{M'B}$ .

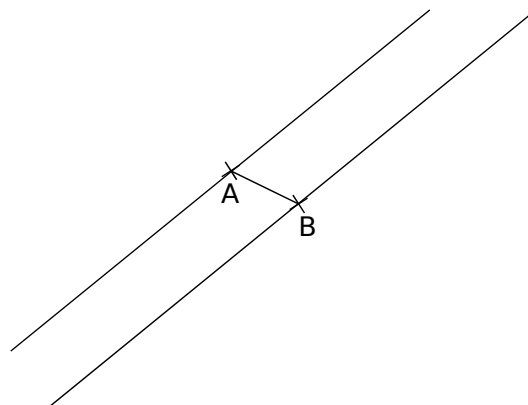
.....

.....

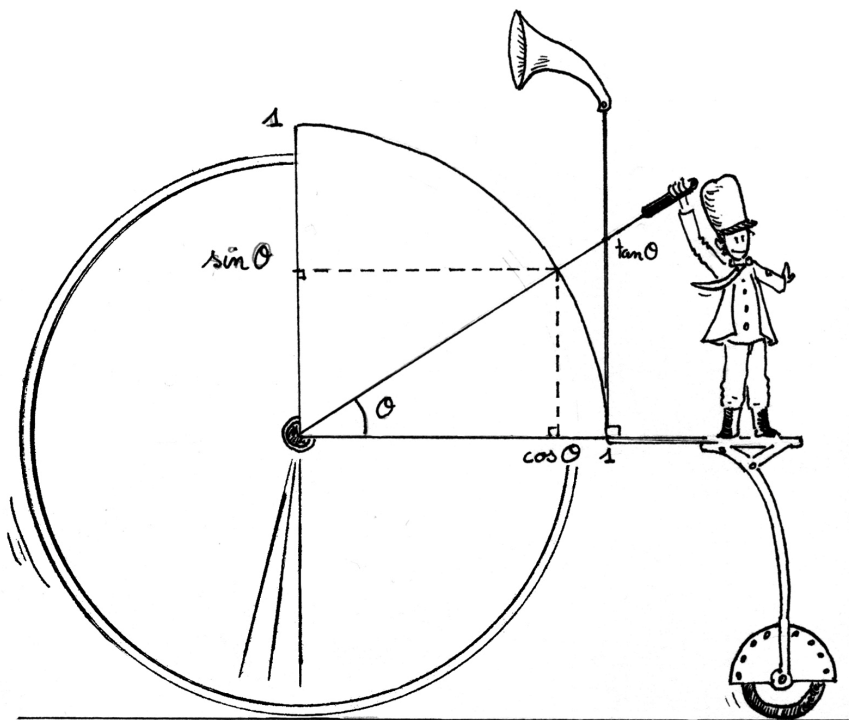
.....

.....

**d.** En utilisant la même méthode, construis tous les points M de la droite (AB) tels que  $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$ .



# Trigonométrie



**Série 1 : Définitions**

**Série 2 : Calculs**

**Série 3 : Synthèse**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Dans quelle configuration peut-on appliquer la trigonométrie ?

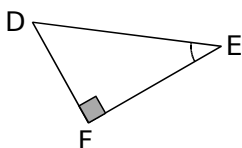
**Q2.** Donne la définition du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.

## Les exercices d'application

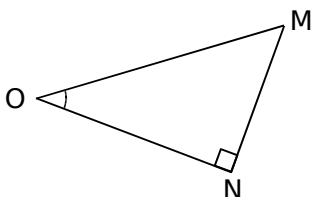
**1** Repérer dans un triangle rectangle

Repasse en couleur les côtés demandés.

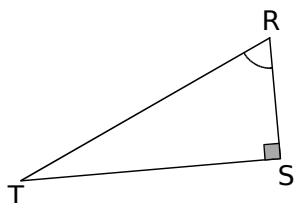
a. Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{DEF}$ .



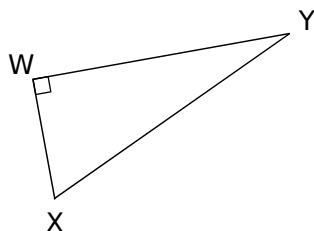
b. Le côté opposé à l'angle  $\widehat{MON}$ .



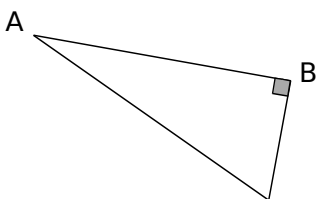
c. L'hypoténuse en rouge et le côté opposé à l'angle  $\widehat{SRT}$  en bleu.



d. L'hypoténuse en rouge et le côté adjacent à l'angle  $\widehat{WXY}$  en bleu.

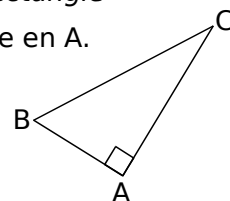


e. L'hypoténuse en rouge et le côté adjacent à l'angle  $\widehat{BAC}$  en bleu.

**2** Nommer dans un triangle rectangle

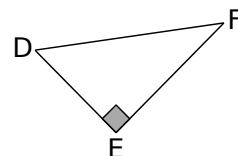
a. Soit un triangle ABC rectangle en A.

- L'hypoténuse est .....
- Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{ABC}$  est .....
- Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{ACB}$  est .....



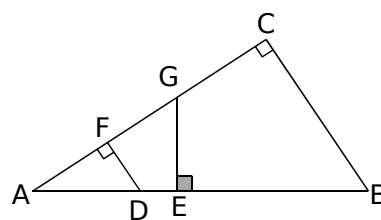
b. Soit DEF un triangle rectangle en E.

- L'hypoténuse est .....
- Le côté opposé à l'angle  $\widehat{EDF}$  est .....
- Le côté opposé à l'angle  $\widehat{EFD}$  est .....



c. GHI est un triangle rectangle en H.

- Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{HIG}$  est .....
- Le côté opposé à l'angle  $\widehat{HGI}$  est .....

**3** Avec plusieurs triangles rectangles

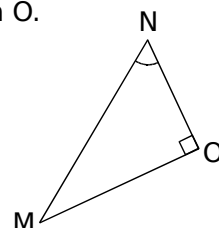
- a. L'hypoténuse du triangle rectangle ABC est ....
- b. L'hypoténuse du triangle rectangle AEG est ....
- c. Dans le triangle rectangle EGA, le côté opposé à l'angle  $\widehat{EGA}$  est .....
- d. Dans le triangle rectangle FAD, le côté opposé à l'angle  $\widehat{ADF}$  est .....
- e. Dans le triangle rectangle AEG, le côté adjacent à l'angle  $\widehat{AGE}$  est .....
- f. Dans le triangle rectangle ADF, le côté adjacent à l'angle  $\widehat{DAF}$  est .....
- g. Dans le triangle rectangle BEG, le côté adjacent à l'angle  $\widehat{EBG}$  est .....

**4** Écrire le cosinus

MNO est un triangle rectangle en O.

- L'hypoténuse est .....
- Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{MNO}$  est .....

Donc  $\cos \widehat{MNO} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ .

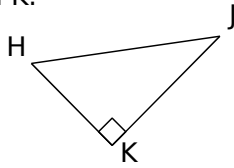




**5** Écrire le sinus

HKJ est un triangle rectangle en K.

- L'hypoténuse est .....
- Le côté opposé à l'angle  $\widehat{HJK}$  est .....

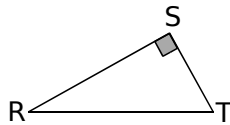


Donc  $\sin \widehat{HJK} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{HK}{HJ}$ .

**6** Écrire la tangente

RST est un triangle rectangle en S.

- Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{SRT}$  est .....
- Le côté opposé à l'angle  $\widehat{SRT}$  est .....

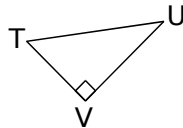


Donc  $\tan \widehat{SRT} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{ST}{SR}$ .

**7** Écrire les trois rapports trigonométriques

TUV est un triangle rectangle en V.

- L'hypoténuse est .....
- Le côté adjacent à l'angle  $\widehat{TUV}$  est .....
- Le côté opposé à l'angle  $\widehat{TUV}$  est .....

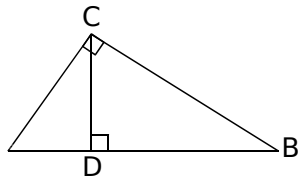


Donc  $\cos \widehat{TUV} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{TV}{TU}$ ,  $\sin \widehat{TUV} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{UV}{TU}$

et  $\tan \widehat{TUV} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{UV}{TV}$ .

**8** Avec une hauteur

En utilisant la figure ci-contre, complète les phrases ci-dessous.



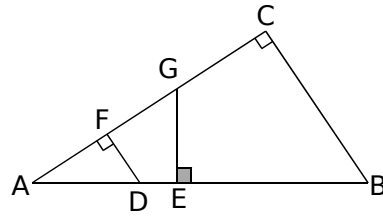
**a.** Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :  $\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB}$ .

**b.** Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :  $\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$ .

**c.** Dans le triangle BCD rectangle en D, on a :  $\sin \widehat{BCD} = \frac{BD}{BC}$ .

**d.** Dans le triangle BCD rectangle en D, on a :  $\tan \widehat{DBC} = \frac{CD}{BD}$ .

**e.** Dans le triangle ADC rectangle en D, on a :  $\sin \widehat{ACD} = \frac{AD}{AC}$ .

**9** Encore plus compliqué

**a.** Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :  $\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB}$ .

**b.** Dans le triangle FDA rectangle en F, on a :  $\sin \widehat{FDA} = \frac{FA}{DA}$ .

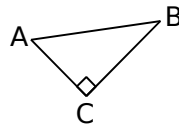
**c.** Dans le triangle BEG rectangle en E, on a :  $\cos \widehat{BEG} = \frac{EG}{BG}$ .

**d.** Dans le triangle BEG rectangle en E, on a :  $\sin \widehat{BEG} = \frac{EG}{BG}$ .

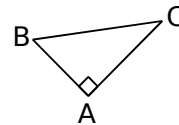
**e.** Dans le triangle .... rectangle en ..., on a :  $\sin \widehat{FDA} = \frac{FA}{DA}$ .

**10** Dans quel triangle ?

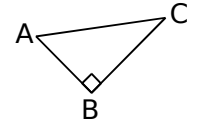
Triangle n°1



Triangle n°2



Triangle n°3



	Triangle n°
$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$	.....
$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$	.....
$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$	.....
$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$	.....
$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$	.....

**11** À toi de dessiner

Dessine un triangle rectangle KLM tel que :

$\sin \widehat{KLM} = \frac{KM}{KL}$ .

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Avec la calculatrice, comment obtient-on le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle aigu ?

**Q2.** Avec la calculatrice, comment obtient-on la mesure d'un angle dont on connaît la valeur du sinus ? Du cosinus ? De la tangente ?

## Les exercices d'application

**1** Calculer le sinus ou la tangente d'un angle

À l'aide de la calculatrice, calcule les valeurs, arrondies au centième, du sinus et de la tangente des angles donnés.

Angle	30°	45°	20°	83°	60°
Sinus					
Tangente					

**2** Calculer la mesure d'un angle

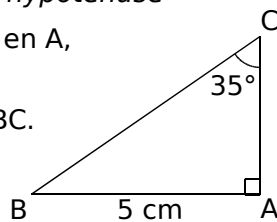
À l'aide de la calculatrice, calcule la valeur arrondie au degré de la mesure des angles.

Sinus	0,4	0,32	0,9	Tangente	0,28	1,5	2,3
Angle				Angle			

**3** Calcul de la longueur de l'hypoténuse

ABC est un triangle rectangle en A, AB = 5 cm et  $\widehat{BCA} = 35^\circ$ .

On veut calculer la longueur BC.



**a.** Repasse en couleur la longueur connue et la longueur que l'on cherche puis complète.

[BC] est .....

[BA] est ..... à l'angle  $\widehat{BCA}$ ,  
on utilise donc ..... de l'angle  $\widehat{BCA}$ .

**b.** Calcule BC.

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\sin \widehat{BCA} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{BCA}}{\text{hypoténuse}};$$

$$\text{donc } \sin \widehat{BCA} = \frac{BA}{BC};$$

On applique la règle des produits en croix :

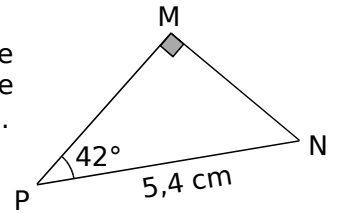
$$BC = \frac{BA}{\sin \widehat{BCA}};$$

On remplace par les données :  $BC = \frac{5}{\sin 35^\circ}$ .

À l'aide de la calculatrice, on en déduit la longueur BC arrondie au millimètre :  $BC \approx \dots\dots\dots$  cm.

**4** Calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit

MNP est un triangle rectangle en M tel que PN = 5,4 cm et  $\widehat{MPN} = 42^\circ$ .



On veut calculer la longueur MP.

**a.** Repasse en couleur la longueur connue et la longueur que l'on cherche puis complète.

[PN] est .....

[MP] est ..... à l'angle  $\widehat{MPN}$ ,  
on utilise donc ..... de l'angle  $\widehat{MPN}$ .

**b.** Calcule MP.

Dans le triangle MNP rectangle en M, on a :

$$\cos \widehat{MPN} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{MPN}}{\text{hypoténuse}};$$

$$\text{donc } \cos \widehat{MPN} = \frac{MP}{PN};$$

On applique la règle des produits en croix :

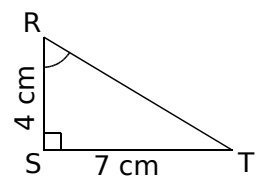
$$MP = PN \cdot \cos \widehat{MPN};$$

On remplace par les données :  $MP = 5,4 \cdot \cos 42^\circ$ .

À l'aide de la calculatrice, on en déduit la longueur MP arrondie au millimètre :  $MP \approx \dots\dots\dots$  cm.

**5** Calcul de la mesure d'un angle

RST est un triangle rectangle en S tel que RS = 4 cm et ST = 7 cm.



On veut calculer la mesure de l'angle  $\widehat{SRT}$ .

**a.** Repasse en couleur les deux longueurs connues puis complète.

[RS] est ..... à l'angle  $\widehat{SRT}$ ,

[ST] est ..... à l'angle  $\widehat{SRT}$ ,  
on utilise donc ..... de l'angle  $\widehat{SRT}$ .

**b.** Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{SRT}$ .

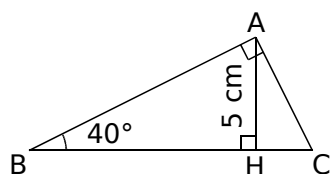
Dans le triangle RST rectangle en S, on a :

$$\tan \widehat{SRT} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{SRT}}{\text{côté adjacent à } \widehat{SRT}};$$

$$\tan \widehat{SRT} = \frac{ST}{RS} \text{ donc } \widehat{SRT} = \arctan \left( \frac{ST}{RS} \right);$$

À l'aide de la calculatrice, on en déduit la mesure de l'angle  $\widehat{SRT}$  arrondie au degré :  $\widehat{SRT} \approx \dots\dots\dots^\circ$ .

### 7 Choisis le bon triangle



**a.** Calcule la longueur AB arrondie au dixième.

**b.** Calcule la longueur BC arrondie au dixième.

The diagram shows a rectangle with vertices labeled A (top-left), B (top-right), C (bottom-right), and D (bottom-left). Diagonals AC and BD are drawn and intersect at point G. A right-angle symbol is shown at vertex D, indicating that angle ADC is 90 degrees.

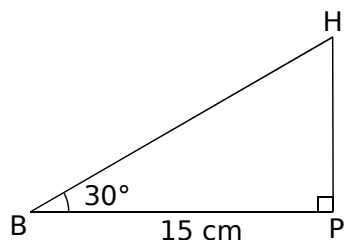
**b.** Calcule la longueur de la diagonale [AC] arrondie au millimètre.

**c.** Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifie.

**d.** Calcule la longueur BD arrondie au millimètre.

**1** Ombre

Luc a construit un plan incliné de  $30^\circ$  dont la base mesure 15 cm de long pour propulser des billes.

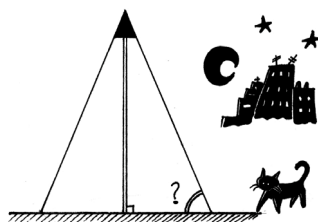


Quelle est la longueur de la pente ? Donne l'arrondi au millimètre.

**2** Un peu de lumière

Dans la nuit, un lampadaire de 2,60 m de haut, dessine sur le sol un disque de 95 cm de rayon.

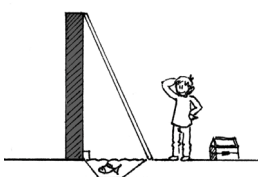
Quelle est la mesure de l'angle, arrondie au degré, formé par le cône de lumière avec le sol ?

**3** Question de stabilité

Pour effectuer une réparation sur un toit, Esteban doit poser son échelle contre un mur. Pour qu'elle soit suffisamment stable et pour éviter de glisser, cette dernière doit former un angle d'au moins  $65^\circ$  avec le sol.

a. L'échelle mesure 2,20 m. Gêné par un bassin à poissons rouges, Esteban n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 m du mur.

Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifie.



b. À quelle distance minimum du mur doit-il placer son échelle pour qu'elle soit stable ?

**4** Extrait du Brevet

ABC est un triangle rectangle en B tel que  $AB = 8$  cm et  $\widehat{BAC} = 30^\circ$ .

a. Construire la figure en vraie grandeur.

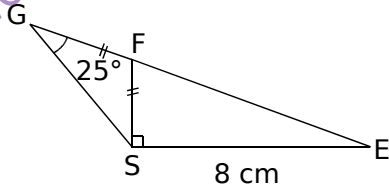
b. On note H le pied de la hauteur issue de B. Calculer, en centimètres, la longueur du segment [AH], arrondie au millimètre.

c. Calculer, en centimètres, la longueur du segment [BC], arrondie au millimètre.

d. On donne :  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ;  $\sin 30^\circ = 0,5$  et  $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Déterminer la valeur exacte de l'aire de ABC.

**5** Dans plusieurs triangles

Sachant que les points E, F et G sont alignés, on veut calculer la longueur FS.



a. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{GFS}$ .

.....

.....

.....

b. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{SFE}$ .

.....

.....

.....

c. Déduis-en l'arrondi au dixième de FS.

.....

.....

.....

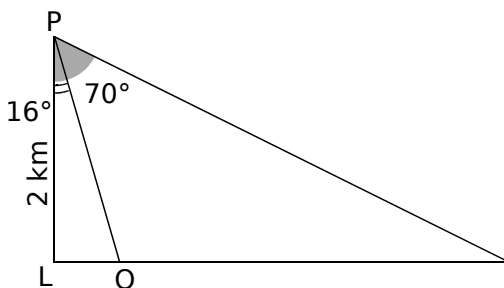
.....

.....

**6** Choisir le triangle

Joseph veut connaître la distance entre deux monuments placés en O et en T et alignés avec le point L.

Il sait que  $LP = 2$  km,  $(LP) \perp (LT)$  et par visée à partir du point P, il a obtenu les mesures des angles  $\widehat{LPO}$  et  $\widehat{LPT}$ .



a. Exprime OT en fonction de LT et LO.

.....

.....

.....

b. Calcule OT.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

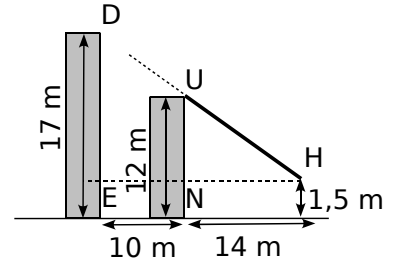
.....

.....

.....

**7** Bonne vue ?

Deux immeubles distants de 10 m, sont situés l'un derrière l'autre. Le premier immeuble mesure 12 m. Hakim se trouve à 14 m du premier immeuble, ses yeux sont à 1,50 m du sol.



Peut-il voir le deuxième immeuble qui mesure 17 m ?

.....

.....

.....

.....

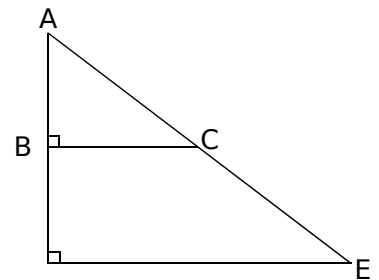
.....

.....

.....

**8** Quel outil ?

Sur la figure suivante, les points A, B, D d'une part et A, C, E d'autre part sont alignés. Les triangles ABC et ADE sont rectangles en B et D.



$AB = 3$  cm ;

$AD = 6,6$  cm et  $\widehat{ACB} = 37^\circ$ .

a. Donne l'arrondi au dixième de AC.

.....

.....

.....

.....

.....

b. Calcule BC. Donne l'arrondi au dixième.

.....

.....

.....

.....

.....

c. Donne l'arrondi à l'unité de DE.

.....

.....

.....

.....

.....

**9** Dans l'espace

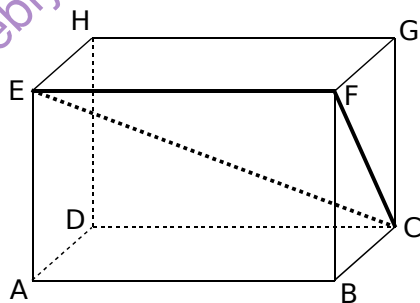
ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que :

$$AB = 10 \text{ cm} ;$$

$$BC = 4,8 \text{ cm} ;$$

$$GC = 6,4 \text{ cm}.$$

a. Calcule FC.



b. Quelle est la nature du triangle EFC ?

c. Donne l'arrondi à l'unité de la mesure de l'angle  $\widehat{FCE}$ .

**10** Possible ?

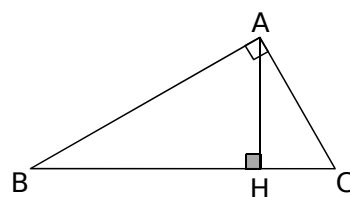
a. Peux-tu trouver un angle aigu  $\hat{A}$  tel que  $\cos \hat{A} = \frac{3}{5}$  et  $\sin \hat{A} = \frac{4}{5}$  ? Justifie. Si oui, déduis-en  $\tan \hat{A}$  sans déterminer la mesure de l'angle.

b. Mêmes questions si  $\cos \hat{A} = \frac{2}{7}$  et  $\sin \hat{A} = \frac{6}{7}$ .

**11** Sans calculer la mesure de l'angle

a.  $\hat{A}$  est un angle aigu tel que  $\cos \hat{A} = 0,6$ . Sans calculer la mesure de l'angle  $\hat{A}$ , détermine la valeur de  $\sin \hat{A}$ .

b. Déduis-en  $\tan \hat{A}$ .

**12** Démonstration

a. Justifie que les angles  $\widehat{ABH}$  et  $\widehat{HAC}$  ont la même mesure.

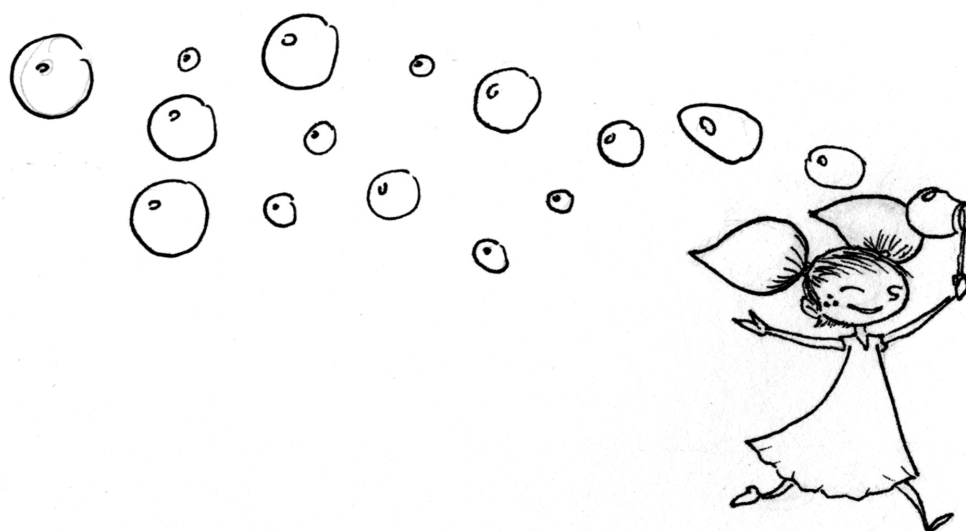
b. Démontre que  $\frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH}$ .

c. Déduis-en  $AH^2$  en fonction de BH et CH.

**d.** Application

RST est un triangle rectangle en R, U est le pied de la hauteur issue de R,  $ST = 10 \text{ cm}$  et  $SU = 6 \text{ cm}$ . Calcule la valeur exacte de l'aire de RST.

# Géométrie dans l'espace



**Série 1 : Sphère, boule, définitions**

**Série 2 : Calculs de volumes**

**Série 3 : Sections de solides**

**Série 4 : Agrandissements, réductions**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Donne la définition d'une sphère.

**Q2.** Quelle est la différence entre une sphère et une boule ?

## Les exercices d'application

**1** Appartenir ou ne pas appartenir ?

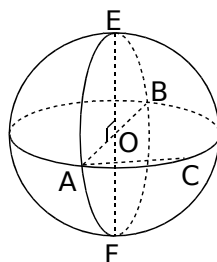
On appelle  $(\mathcal{S})$  une sphère de rayon 5 cm et de centre O et  $(\mathcal{B})$  la boule de même centre et de rayon 3 cm. L, M, N et T sont des points de l'espace tels que  $OL = 2$  cm ;  $OM = 4,99$  cm ;  $ON = 5$  cm et  $OT = 6$  cm.

Complète avec les symboles «  $\in$  » ou «  $\notin$  » et justifie.

- L .....  $(\mathcal{S})$  et L .....  $(\mathcal{B})$  car .....
- M .....  $(\mathcal{S})$  et M .....  $(\mathcal{B})$  car .....
- N .....  $(\mathcal{S})$  et N .....  $(\mathcal{B})$  car .....
- T .....  $(\mathcal{S})$  et T .....  $(\mathcal{B})$  car .....

**2** Que de triangles !

La figure ci-contre représente une sphère de centre O et de rayon 3 cm. [AB] et [EF] sont deux diamètres perpendiculaires et C est un point d'un grand cercle tel que  $AC = 4$  cm.



- Indique la nature des triangles suivants.
  - Le triangle ABC est .....
  - Le triangle AOE est .....
  - Le triangle BOC est .....
  - Le triangle EAF est .....
- Représente en vraie grandeur le triangle ABC et place le point O.

**c.** Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{ABC}$  arrondie au degré.

[AB] est un diamètre de la sphère donc  $AB = \dots\dots\dots$ . Comme C est un point du cercle de diamètre [AB], le triangle ABC est ..... en ..... . Donc, on a :  $\widehat{ABC} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$ .

La calculatrice donne  $ABC \approx \dots\dots\dots$ .

**3** Rangement

Une boîte a une forme de pavé droit dont les dimensions sont 8 cm ; 9 cm et 10 cm.

Peut-on y ranger une boule de 4,5 cm de rayon ?

.....

.....

.....

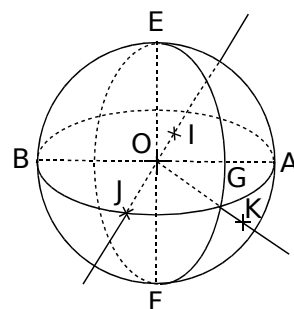
.....

.....

.....

**4** Que de segments !

La figure ci-contre représente une boule de diamètre [AB].



- Marque en rouge les points qui sont sur la sphère de centre O, de rayon OA et en bleu les points qui sont à l'intérieur de la boule de centre O, de rayon OA.
- Place sur la figure le point H, diamétralement opposé à G et un point L sur la demi-droite [OG] qui appartienne à la boule de rayon OA.
- Trace à main levée sur la figure le grand cercle passant par E et J.
- Pour la boule de rayon OA, nomme :
  - des diamètres : .....
  - des rayons : .....

**5** À main levée

**a.** Représente en perspective cavalière à main levée une sphère de centre A et deux de ses grands cercles. Nomme E et I leurs points d'intersection. Trace pour chaque grand cercle un diamètre que tu nommeras respectivement [PS] et [TV].

**b.** Quelle est la nature du quadrilatère VITE ?

.....

.....

.....

.....



## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Donne les formules permettant de calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un cylindre, d'une pyramide et d'une boule.

**Q2.** Donne la formule permettant de calculer la surface d'une sphère de rayon  $r$ .

## Les exercices d'application

**1** Jeux de plage

Georges a acheté un ballon gonflable en forme de sphère pour ses enfants. Le diamètre de ce ballon est de 30 cm.

**a.** Calcule le volume du ballon, arrondi au  $\text{cm}^3$ .

Le diamètre de ce ballon mesure .....  
donc le rayon du ballon est ..... cm.

Le volume d'une boule est donné par la formule

$$V_{\text{boule}} = \dots\dots\dots$$

$$\text{Ici } V_{\text{boule}} = \dots\dots\dots$$

$$\text{soit } V_{\text{boule}} = \dots\dots\dots \text{ cm}^3.$$

$$\text{D'où } V_{\text{boule}} \approx \dots\dots\dots \text{ cm}^3 \text{ (arrondi à l'unité).}$$

**b.** À chaque expiration, Georges souffle  $500 \text{ cm}^3$  d'air dans le ballon. Combien de fois devra-t-il souffler pour le gonfler au maximum ?

.....  
.....

**2** Pétanque

**a.** Une boule de pétanque a pour diamètre 72 mm. Calcule le volume de la boule de pétanque, arrondi à l'unité.

Le rayon de la boule est de .....

Le volume de la boule de pétanque est donné par la formule  $V = \dots\dots\dots$

$$\text{Ici } V = \dots\dots\dots$$

$$\text{soit } V = \dots\dots\dots \text{ mm}^3.$$

$$\text{D'où } V \approx \dots\dots\dots \text{ mm}^3 \text{ (arrondi à l'unité) ;}$$

$$\text{soit } V \approx \dots\dots\dots \text{ cm}^3.$$

**b.** La masse volumique de l'alliage constituant la boule de pétanque est de  $3,48 \text{ g/cm}^3$ . Calcule la masse d'une boule de pétanque.

$$1 \text{ cm}^3 \text{ d'alliage pèse } \dots\dots\dots$$

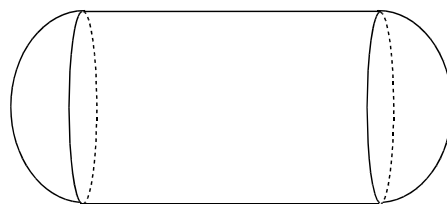
La boule de pétanque a un volume de .....  $\text{cm}^3$   
donc sa masse  $m$ , en grammes, est donnée par

$$m = \dots\dots\dots$$

$$m \approx \dots\dots\dots \text{ g (arrondie à l'unité).}$$

**3** Médecine

Une gélule a la forme d'un cylindre droit de longueur 1 cm avec une demi-sphère collée à chacune de ses bases de rayon 3 mm.



Le but de l'exercice est de calculer le volume de médicament que peut contenir une telle gélule.

**a.** Reporte sur la figure les longueurs de l'énoncé exprimées en millimètre.

**b.** Calcule le volume exact du cylindre.

$$V_{\text{cylindre}} = \dots\dots\dots$$

$$\text{soit } V_{\text{cylindre}} = \dots\dots\dots \text{ mm}^3.$$

**c.** Calcule le volume exact des deux demi-sphères.

$$V_{\text{demi-sphère}} = \dots\dots\dots$$

$$\text{Ici } V_{\text{demi-sphère}} = \dots\dots\dots$$

$$\text{soit } V_{\text{demi-sphère}} = \dots\dots\dots \text{ mm}^3.$$

**d.** Calcule le volume total de la gélule.

$$V_{\text{gélule}} = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$V_{\text{gélule}} = \dots\dots\dots$$

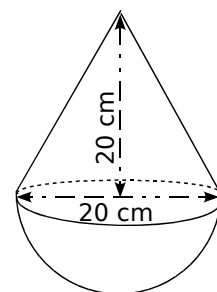
$$V_{\text{gélule}} = \dots\dots\dots \text{ mm}^3$$

$$V_{\text{gélule}} \approx \dots\dots\dots \text{ mm}^3 \text{ (arrondi à l'unité).}$$

**4** Culbuto

Le culbuto ci-contre est un jouet pour enfant qui oscille sur une base sphérique.

**a.** Calcule son volume exact puis donne l'arrondi au  $\text{cm}^3$ .



.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**b.** La base sphérique est remplie de sable. Quelle proportion du jouet est occupée par le sable ?

.....  
.....  
.....

- .....
- .....
- .....

- .....
- .....
- .....

.....

.....

.....

A 3D diagram of a rectangular prism with a cylinder inscribed inside it. The prism's length is labeled as 10 cm and its height as 4 cm. The cylinder is positioned such that its circular base is parallel to the prism's top and bottom faces. The diameter of the cylinder's base is labeled as 8 cm. Dashed lines are used to show the hidden edges of the prism and the cylinder's base.

- .....
- .....
- .....
- .....

- .....
- .....
- .....

A 3D diagram of a rectangular prism. The length of the front edge is labeled as 5 m. The width of the right edge is labeled as 2 m. The height of the left edge is labeled as 2 m. The prism is shown with dashed lines for hidden edges.

- [illegible]

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Quelle est la nature de la section d'un pavé par un plan parallèle à une face ?

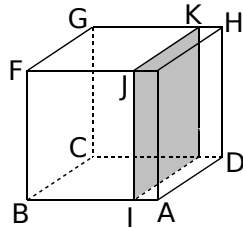
**Q2.** Quelle peut être la nature de la section d'une sphère par un plan ?

**Q3.** Quelle est la nature de la section d'un cône par un plan parallèle à sa base ?

## Les exercices d'application

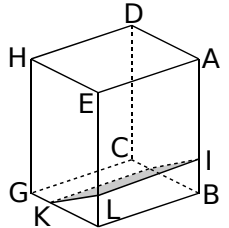
**1** Sections d'un pavé droit (1)

**a.** On a réalisé la section du cube ABCDEFGH par un plan parallèle à la face BCGF.



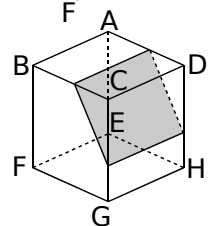
La section est un .....

**b.** On a réalisé la section du pavé droit ABCDEFGH par un plan parallèle à l'arête [DH].



La section est un .....

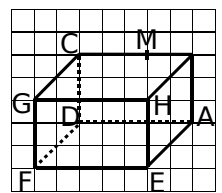
**c.** On a réalisé la section du cube ABCDEFGH par un plan parallèle à l'arête [EF].



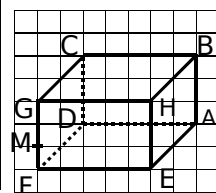
La section est un .....

**2** Avec un quadrillage

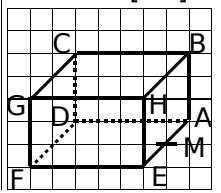
**a.** Dessine en rouge la section du pavé ABCDEHGF par le plan contenant M et parallèle à la face DFGC.



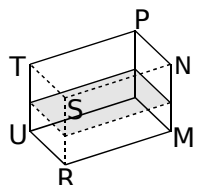
**b.** Dessine en bleu la section du pavé ABCDEHGF par le plan contenant M et parallèle à la face ADFE.



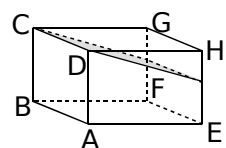
**c.** Dessine en vert la section du pavé ABCDEHGF par le plan contenant M et perpendiculaire à l'arête [BH].

**3** Définir la section

**a.** Le polygone gris est une section du pavé droit MNPQRSTU par un plan parallèle à .....



**b.** Le polygone gris est une section du pavé droit ABCDEFGH par un plan parallèle à .....  
.....

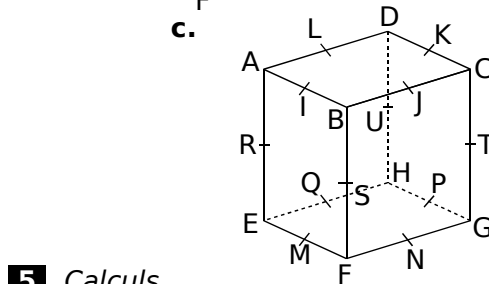
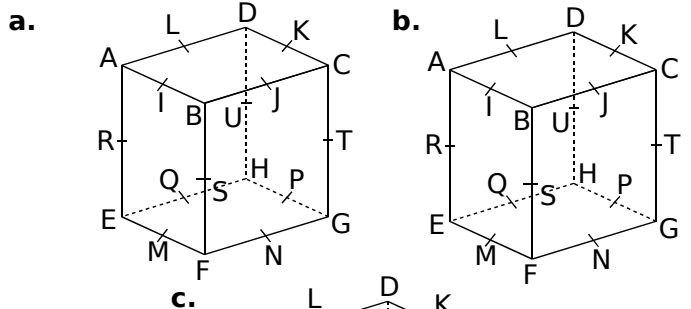
**4** Sections d'un pavé droit (2)

Les points I, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T et U sont les milieux des arêtes du pavé droit ABCDEFGH.

**a.** Trace en rouge la section du pavé par le plan contenant le point P et parallèle à la face ADHE.

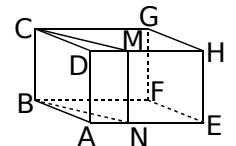
**b.** Trace en bleu la section du pavé par le plan contenant le point Q et parallèle à l'arête [BF] sans être parallèle au plan ABFE.

**c.** Trace en vert la section du pavé par le plan contenant le point E et parallèle à l'arête [DC] sans être parallèle aux plans ABFE et EHGf.

**5** Calculs

La figure ci-contre représente le pavé droit ABCDEFGH et sa section BCMN.

On donne  $AB = 5$  cm ;  $BC = 4$  cm et  $AE = 6$  cm.



**a.** Quelle est la nature du quadrilatère BCMN ?

Le quadrilatère BCMN est la ..... du pavé par un plan .....  
donc BCMN est un .....

**b.** Sachant que  $MD = 2$  cm, calcule les dimensions exactes de BCMN.

Le triangle CDM est .....  
donc d'après le .....  
on a .....

soit  $CM^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$CM > 0$  donc  $CM = \dots\dots\dots$

Les dimensions exactes du ..... BCMN sont ..... et .....

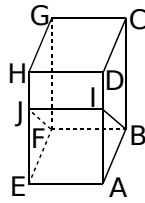
**c.** Calcule l'aire de BCMN arrondie au  $mm^2$ .

$A_{BCMN} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$A_{BCMN} \approx \dots\dots\dots cm^2$ .

**6 Construction**

ABCDEFGH est un pavé droit, on donne  $AB = 3,5$  cm ;  $AE = 2,5$  cm et  $AD = 4$  cm. Le quadrilatère BIJF est la section du pavé par le plan parallèle à l'arête [AE] contenant le point B et le point I de [AD] tel que  $AI = 2,5$  cm.



a. Construis le triangle AIB en vraie grandeur.

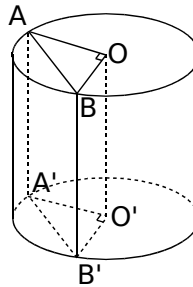
La face ABCD est un ..... donc le triangle AIB est .....

b. Construis la section BIJF en vraie grandeur.

BIJF est la section du pavé par .....  
..... donc BIJF est un .....

**7 Cylindre**

On réalise la section  $ABB'A'$  par un plan parallèle à l'axe d'un cylindre de hauteur  $[OO']$  mesurant 5 cm et de rayon  $[OA]$  mesurant 3 cm, de sorte que le triangle AOB soit rectangle en O.



a. Précise la nature du triangle AOB.

$[OA]$  et  $[OB]$  sont deux ..... du cercle de ..... donc AOB est un triangle ..... et ..... en ...

b. Quelle est la nature de la section  $ABB'A'$  ?

La section d'un cylindre par un plan .....  
..... est un .....  
donc  $ABB'A'$  est un .....

c. Calcule l'aire de  $ABB'A'$  arrondie au dixième.

Le triangle AOB est ..... donc d'après le ....., on a :

..... = ..... ;

soit  $AB^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

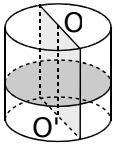
$AB > 0$  donc  $AB = \dots\dots\dots$  cm.

$AB \times AA' = \dots\dots\dots \approx \dots\dots\dots$

L'aire de  $ABB'A'$  est d'environ .....  $\text{cm}^2$ .

**8 Sections de cylindre**

On considère un cylindre de révolution de rayon 2,5 cm et de hauteur 3,5 cm.

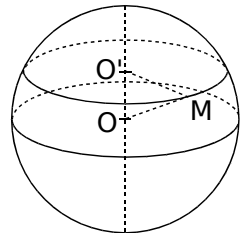


a. Dessine ci-dessous en vraie grandeur, la section du cylindre par un plan perpendiculaire à son axe  $(OO')$ .

b. Dessine ci-dessous en vraie grandeur, la section de ce cylindre par un plan parallèle à son axe contenant O et  $O'$ .

**9 Sphère**

On réalise la section d'une sphère de centre O et de rayon 4 cm par un plan passant par le point  $O'$  situé à 2 cm de O.



a. M étant un point de la section, quelle est la nature du triangle  $OO'M$  ?

O est le .....,  $O'$  le centre de la ..... donc le triangle  $OO'M$  est un triangle .....

b. Calcule la valeur exacte du rayon de la section puis donne la valeur arrondie au millimètre.

Le triangle  $OO'M$  est ....., donc d'après le ....., on a

..... = ..... ;

soit  $O'M^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$O'M > 0$  donc  $O'M = \dots\dots\dots \approx \dots\dots\dots$

Le rayon de la section est d'environ ..... mm.

c. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{O'OM}$  à  $1^\circ$  près.

Dans le triangle ..... rectangle en .....,

$[OM]$  est ..... du triangle et  $[OO']$

le ..... à l'angle  $\widehat{O'OM}$ .

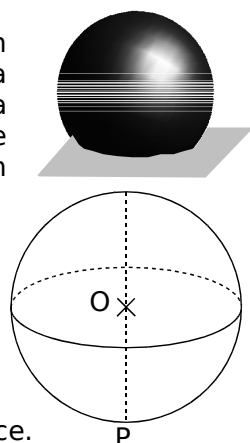
Donc ..... =  $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$  ;

soit ..... = ..... .

D'où une mesure de l'angle  $\widehat{O'OM}$  est ..... à  $1^\circ$  près.

**10** Boule de pétanque

Une boule de pétanque de rayon 3,6 cm lancée dans le sable a laissé une empreinte ayant la forme d'une calotte sphérique délimitée par un cercle de rayon 2,3 cm.



a. Complète le schéma de la situation à la main en traçant la ligne de section, son centre A et un point de la section M.

O est le centre de la boule et P le point le plus profond de la trace.

b. Calcule la profondeur de la trace à 1 mm près.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

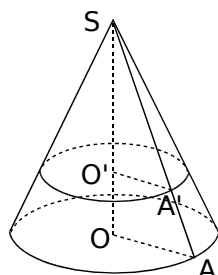
.....

.....

La profondeur de la trace est de ..... cm.

**11** Cône

On réalise la section d'un cône de révolution ( $\mathcal{C}$ ), de sommet S, de base le disque de centre O et de génératrice [SA], par un plan parallèle à la base passant par le point A' de la génératrice [SA].  $SA = 8$  cm ;  $SO = 6$  cm et  $SA' = 5$  cm.



a. Montre que le cône de révolution ( $\mathcal{C}'$ ) de sommet S et de base le disque de rayon  $[O'A']$  est une réduction du cône ( $\mathcal{C}$ ).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Quel est le rapport des volumes des deux cônes ?

.....

.....

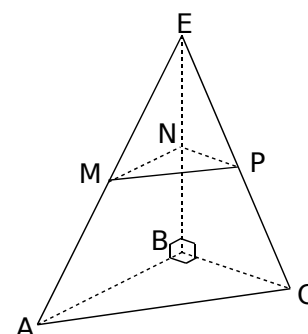
.....

.....

.....

**12** Une pyramide

EABC est un tétraèdre tel que  $AB = 3$  cm ;  $BC = 2$  cm et  $BE = 4$  cm. MNP est la section de la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point N de [EB] tel que  $EN = 1,6$  cm.



a. Quelle est la nature du triangle MNP ?

.....

.....

b. Calcule la valeur exacte de MN.

.....

.....

.....

.....

.....

c. Calcule la valeur exacte de NP.

.....

.....

.....

.....

.....

d. Calcule la valeur exacte de MP.

.....

.....

.....

.....

.....

e. Compare les rapports des longueurs, des aires de base et des volumes.

• Rapport des longueurs : .....

•  $A_{ABC} =$  .....

$A_{MNP} =$  .....

Rapport des aires :  $\frac{A_{ABC}}{A_{MNP}} =$  .....

•  $V_{EABC} =$  .....

$V_{EMNP} =$  .....

Rapport des volumes :  $\frac{V_{EABC}}{V_{EMNP}} =$  .....

.....

.....

.....

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport  $k$ , par quel nombre sont multipliées les longueurs ? Les aires ? Les volumes ?

**Q2.** La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une réduction de la base. Comment obtient-on le rapport de réduction ?

## Les exercices d'application

**1** Directement

**a.** Un triangle a une aire de  $18 \text{ cm}^2$ . Quelle est l'aire du triangle obtenu après un agrandissement de coefficient 3 ?

Lors d'un agrandissement de coefficient  $k$ , les aires sont multipliées par .....

Donc  $A_{\text{triangle obtenu}} = \dots \times A_{\text{triangle initial}}$

$A_{\text{triangle obtenu}} = \dots \times \dots$

$A_{\text{triangle obtenu}} = \dots$

**b.** Un cylindre a un volume de  $51 \text{ cm}^3$ . Quel est le volume du cylindre obtenu après une réduction de rapport 0,6 ?

Lors d'une réduction de rapport  $k$ , les volumes sont multipliés par .....

Donc  $V_{\text{cylindre obtenu}} = \dots \times V_{\text{cylindre initial}}$

$V_{\text{cylindre obtenu}} = \dots \times \dots$

$V_{\text{cylindre obtenu}} = \dots$

**2** Ballons

Un ballon de basket est assimilable à une sphère de rayon 12 cm.

**a.** Calcule le volume  $V$  de ce ballon. Donne la valeur exacte puis le résultat arrondi au  $\text{cm}^3$ .

On utilise la formule  $V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$ .

$V = \frac{4}{3} \times \dots$

$V = \dots$  et donc  $V \approx \dots$

**b.** Une balle est une réduction de ce ballon à l'échelle  $\frac{4}{15}$ . Calcule le rayon de cette balle.

**c.** Calcule le volume  $V'$  de cette balle. Donne la valeur exacte puis le résultat arrondi au  $\text{cm}^3$ .

**3** À l'envers

On fait subir un agrandissement de coefficient 5 à une pyramide. La pyramide obtenue a un volume de  $2\,000 \text{ cm}^3$ .

Quel était le volume de la pyramide de départ ?

Le coefficient d'agrandissement est 5 ;

donc  $V_{\text{pyramide obtenue}} = \dots \times V_{\text{pyramide de départ}}$

soit  $V_{\text{pyramide de départ}} = \dots$

**4** Calcul du rapport

Une figure a une aire de  $124 \text{ cm}^2$ .

Après une réduction, on obtient une nouvelle figure dont l'aire est  $89,59 \text{ cm}^2$ .

Détermine le rapport de réduction.

Lors d'une réduction de rapport  $k$ , les aires sont multipliées par .....

Ici, l'aire a été multipliée par .....

car .....

donc  $k^2 = \dots$

$k$  est un nombre positif donc  $k = \dots$

Le rapport de réduction est donc .....

**5** Cube

Un cube a une arête de 5 cm.

**a.** Quelle est, en  $\text{cm}^2$ , l'aire de sa surface totale (c'est-à-dire la surface composée par ses six faces) ?

**b.** Calcule le volume, en  $\text{cm}^3$ , de ce cube.

**c.** Un autre cube a une surface totale 16 fois plus grande. Quel est le volume, en  $\text{cm}^3$ , de ce cube ?

• On détermine le coefficient d'agrandissement.

• On en déduit le volume du second cube.

**6** Pyramide du Louvre

La pyramide du Louvre est une pyramide régulière à base carrée de 35 m de côté et de 22 m de hauteur.

**a.** Calcule le volume  $V$  de cette pyramide. Donne la valeur exacte en  $\text{m}^3$  puis la valeur arrondie à l'unité.

On utilise la formule donnant le volume d'une pyramide.

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de base} \times \text{hauteur}.$$

$$V = \frac{1}{3} \times \dots\dots\dots$$

$$V = \dots\dots\dots$$

$$V \approx \dots\dots\dots$$

**b.** Sur une maquette, on construit une réduction de cette pyramide, le côté de la base carrée mesure 7 cm. Calcule le coefficient de réduction.

Le coefficient  $k$  est le quotient d'une dimension de la pyramide ..... par .....  
..... de la pyramide .....

**Attention :** les deux dimensions doivent être dans la même unité.

$$\text{Donc } k = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}.$$

**c.** Déduis-en le volume de la pyramide sur la maquette. Donne la valeur exacte en  $\text{cm}^3$  puis la valeur arrondie à l'unité.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**7** Extrait du Brevet

Un triangle  $A'B'C'$  rectangle en  $A'$  et d'aire  $27 \text{ cm}^2$  est un agrandissement d'un triangle  $ABC$ , rectangle en  $A$  tel que  $AB = 3 \text{ cm}$  et  $AC = 2 \text{ cm}$ .

Calculer les longueurs  $A'B'$  et  $A'C'$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**8** Pyramide (1)

**a.** Dessine une représentation en perspective cavalière d'une pyramide à base carrée, de hauteur 4 cm et de côté de base 2,4 cm.

**b.** Calcule l'aire de la base de cette pyramide.

.....  
.....

**c.** Calcule le volume de cette pyramide.

.....  
.....  
.....  
.....

**d.** Complète la représentation en traçant la section de la pyramide par le plan parallèle à la base coupant la hauteur aux trois-quarts en partant du sommet.

**e.** Déduis de la question **b.** l'aire de la base de la petite pyramide.

On a réalisé la section de la pyramide par un plan parallèle à la base coupant la hauteur aux trois-quarts en partant du sommet, donc le coefficient de réduction est  $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

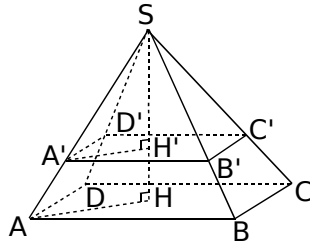
**f.** Déduis de la question **c.** le volume de la petite pyramide.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



**9** Pyramide (2)

On réalise la section d'une pyramide SABCD à base rectangulaire par un plan parallèle à sa base à 5 cm du sommet.  $AB = 4,8$  cm ;  $BC = 4,2$  cm et  $SH = 8$  cm.



a. Calcule le coefficient  $k$  de réduction entre les pyramides SABCD et SA'B'C'D'.

.....  
 .....  
 .....

b. Calcule le volume de la pyramide SABCD.

.....  
 .....

c. Déduis-en le volume de la pyramide SA'B'C'D'.

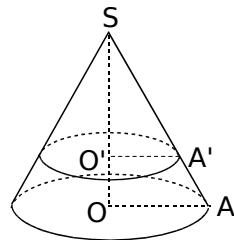
.....  
 .....

**10** Cône

Le cône de révolution ci-contre de sommet S a une hauteur [SO] de 10 cm et un rayon de base [OA] de 3,2 cm.

Soit O' le point du segment [SO] tel que  $SO' = 7$  cm.

On coupe le cône par un plan parallèle à la base passant par O'. Ce plan coupe la génératrice [SA] en A'.



a. Calcule le coefficient de réduction entre les deux cônes.

.....  
 .....  
 .....

b. Calcule le volume du cône initial. Donne la valeur exacte en  $\text{cm}^3$  puis la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$ .

Le volume du cône est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}.$$

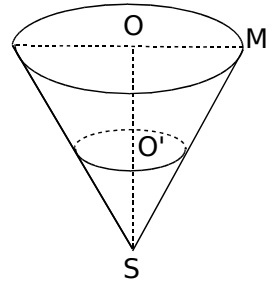
.....  
 .....

c. Déduis-en le volume du cône réduit. Donne la valeur exacte en  $\text{cm}^3$  puis la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$ .

.....  
 .....  
 .....

**11** Récipient

Le récipient représenté ci-contre a une forme conique et a pour dimensions  $OM = 6$  cm et  $SO = 12$  cm.



a. Calcule, en  $\text{cm}^3$ , le volume de ce récipient. Donne la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

b. On remplit d'eau le récipient jusqu'au point O' tel que  $SO' = 4,5$  cm. Le cône formé par l'eau est une réduction du cône initial. Calcule le coefficient de réduction.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

c. Déduis-en une valeur approchée du volume d'eau en cL.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

**12** Tronc de pyramide

On coupe une pyramide à mi-hauteur par un plan parallèle à la base.

a. Exprime le volume  $V'$  de la petite pyramide en fonction du volume  $V$  de la pyramide de départ.

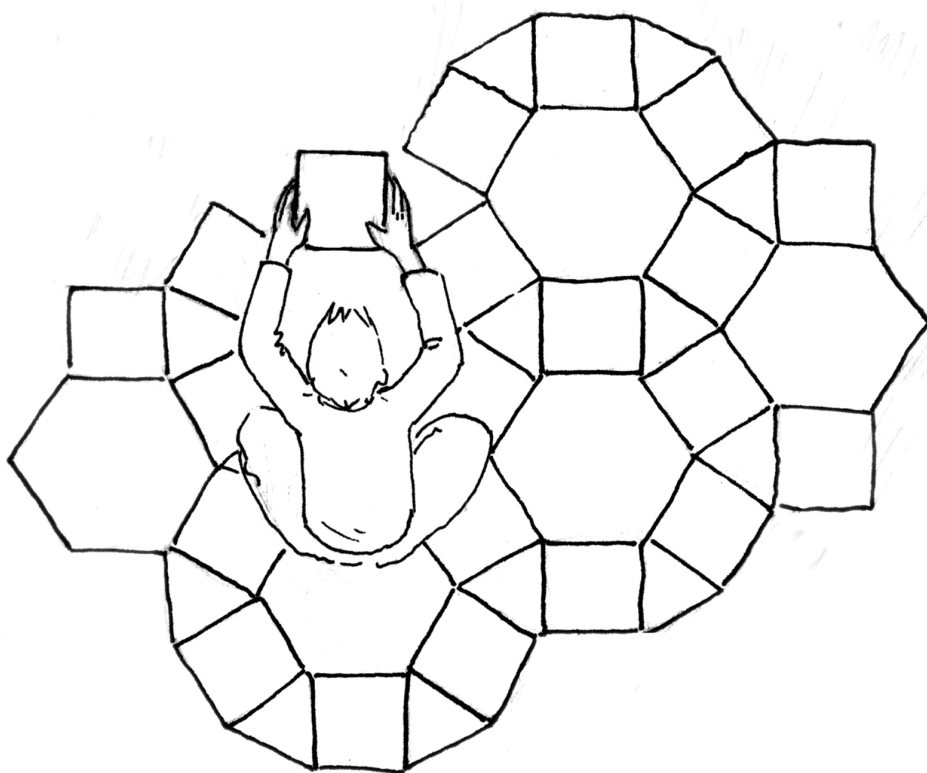
.....  
 .....  
 .....  
 .....

b. Montre que le volume  $V''$  du tronc de pyramide obtenu est égal aux  $\frac{7}{8}$  du volume  $V$  de la pyramide de départ.

.....  
 .....  
 .....  
 .....



# Angles et polygones



**Série 1 : Angles inscrits, angles au centre**

**Série 2 : Calculs**

**Série 3 : Polygones réguliers**

## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Donne la définition d'un angle inscrit dans un cercle.

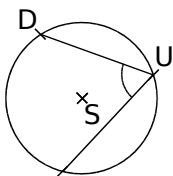
**Q2.** Donne la définition d'un angle au centre dans un cercle.

## Les exercices d'application

**1** Être inscrit

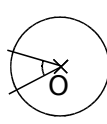
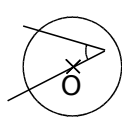
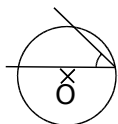
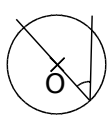
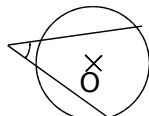
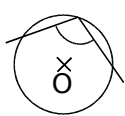
a. Les points D, U et O appartiennent au cercle de centre S.

L'angle  $\widehat{DUO}$  est-il un angle inscrit dans le cercle ?



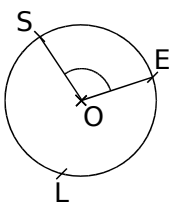
Le sommet de l'angle  $\widehat{DUO}$  ..... au cercle et ses côtés ..... et ..... coupent le cercle en deux points distincts du sommet donc l'angle  $\widehat{DUO}$  ..... dans le cercle.

b. Entoure les figures pour lesquelles l'angle marqué est un angle inscrit dans le cercle (O est le centre du cercle).

**2** Être au centre

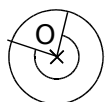
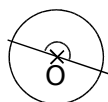
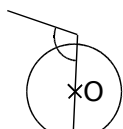
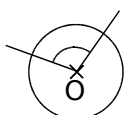
a. Les points S, E et L appartiennent au cercle de centre O.

L'angle  $\widehat{SOE}$  est-il un angle au centre dans le cercle ?



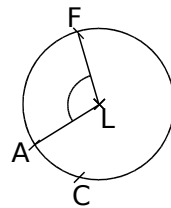
Le sommet de l'angle  $\widehat{SOE}$  est le ..... du cercle et ses côtés ..... et ..... le cercle donc l'angle  $\widehat{SOE}$  ..... dans le cercle.

b. Entoure les figures pour lesquelles l'angle marqué est un angle au centre dans le cercle (O est le centre du cercle).

**3** Intercepter un arc

a. Les points F, C et A appartiennent au cercle de centre L. Colorie en rouge l'angle  $\widehat{FLA}$  puis repasse en rouge l'arc intercepté par l'angle  $\widehat{FLA}$ .

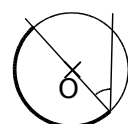
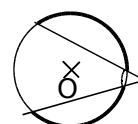
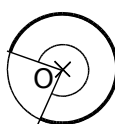
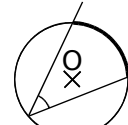
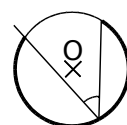
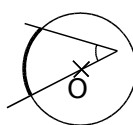
Les côtés ..... et ..... de l'angle  $\widehat{FLA}$  coupent le cercle en ..... et ..... : l'arc intercepté par l'angle  $\widehat{FLA}$  est le ..... arc compris entre les points ..... et ..... .



b. Sur la figure précédente, colorie en vert l'angle  $\widehat{FAC}$  puis repasse en vert l'arc intercepté par l'angle  $\widehat{FAC}$ .

Les côtés ..... et ..... de  $\widehat{FAC}$  coupent le cercle en ..... et ..... : l'arc intercepté par l'angle  $\widehat{FAC}$  est le grand arc compris entre les points ..... et ..... .

c. Entoure les figures pour lesquelles l'angle marqué intercepte l'arc en gras (O est le centre du cercle).

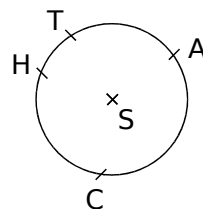
**4** Le même arc ?

a. Les points C, H, A et T appartiennent au cercle de centre S. Les angles  $\widehat{CHA}$  et  $\widehat{CTA}$  interceptent-ils le même arc ?

L'angle  $\widehat{CHA}$  intercepte le ..... arc .....

L'angle  $\widehat{CTA}$  intercepte le ..... arc .....

Ainsi les angles  $\widehat{CHA}$  et  $\widehat{CTA}$  ..... .

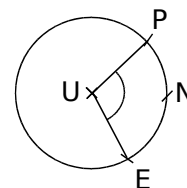


b. Les points P, N et E appartiennent au cercle de centre U. Les angles  $\widehat{PNE}$  et  $\widehat{PUE}$  interceptent-ils le même arc ?

L'angle  $\widehat{PNE}$  intercepte le ..... arc .....

L'angle  $\widehat{PUE}$  intercepte le ..... arc .....

Ainsi les angles  $\widehat{PNE}$  et  $\widehat{PUE}$  ..... .



## Le cours avec les aides animées

**Q1.** Si deux angles sont inscrits dans un même cercle et s'ils interceptent le même arc de cercle, que peut-on dire de leurs mesures ?

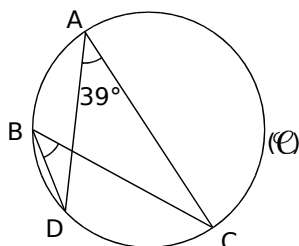
**Q2.** Si un angle inscrit dans un cercle et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, que peut-on dire de leurs mesures ?

## Les exercices d'application

**1** Angles inscrits

Les points A, B, C et D sont sur le cercle (C).

Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{DBC}$ .



Le sommet de l'angle  $\widehat{DBC}$  appartient au cercle et ses côtés recoupent le cercle en D et C donc l'angle  $\widehat{DBC}$  est un angle ..... dans le cercle (C).

De même, l'angle ..... est aussi un angle ..... dans le cercle (C).

Les angles  $\widehat{DBC}$  et ..... interceptent tous les deux l'arc ..... donc les angles  $\widehat{DBC}$  et ..... ont la même mesure.

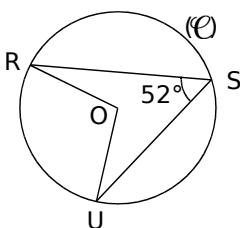
L'angle ..... mesure .....°;

donc l'angle  $\widehat{DBC}$  mesure .....°.

**2** Angle au centre (1)

R, S et U sont sur le cercle (C) de centre O.

Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{ROU}$ .

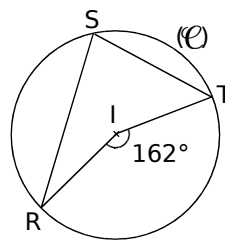


Dans le cercle (C), l'angle inscrit ..... et l'angle au centre ..... interceptent le même arc  $\widehat{RU}$ .

Donc l'angle au centre ..... mesure le ..... de l'angle inscrit .....

Donc  $\widehat{ROU} = \dots\dots\dots$

L'angle  $\widehat{ROU}$  mesure donc .....°.

**3** Angle au centre (2)

I est le centre du cercle (C) passant R, S et T.

Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{RST}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

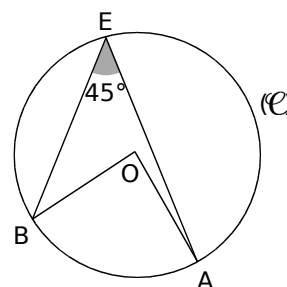
.....

.....

**4** Triangle particulier

A, B et E sont sur le cercle (C) de centre O.

On veut démontrer que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O.



Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{BOA}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Justifie que  $OA = OB$ .

.....

.....

.....

Conclus.

.....

.....

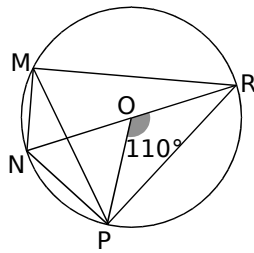
.....

.....

.....

**5** Par étapes

Le cercle ci-contre a pour centre O ;  
[NR] est un diamètre  
et  $\widehat{POR} = 110^\circ$ .



a. Détermine la mesure de l'angle  $\widehat{PMR}$ .

Dans ce cercle, l'angle inscrit  $\widehat{PMR}$  et l'angle au centre ..... interceptent le même arc .....  
Donc .....

b. Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{RMN}$  ? Justifie.

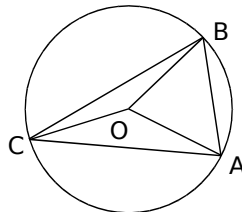
c. Dédus-en la mesure de l'angle  $\widehat{NMP}$  puis la mesure de l'angle  $\widehat{NRP}$ .

**6** Extrait du Brevet

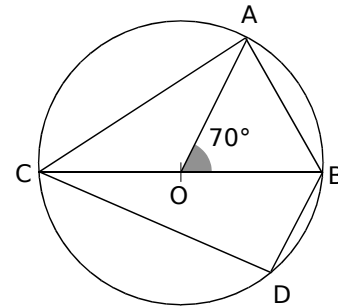
O est le centre du cercle passant par les points A, B et C.

$\widehat{AOB} = 50^\circ$  et  $\widehat{BOC} = 150^\circ$ .

Déterminer les mesures des angles du triangle ABC.

**7** À l'aide de la trigonométrie

Le cercle ci-dessous a pour centre O et [BC] est un diamètre.  $OC = 4$  cm,  $BD = 3$  cm et  $\widehat{AOB} = 70^\circ$ .



a. Calcule, en justifiant, la mesure de l'angle  $\widehat{ACB}$ .

b. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.

c. Calcule la longueur AB, donne le résultat arrondi au dixième.

d. Calcule une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle  $\widehat{CBD}$ .

e. Dédus-en une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle  $\widehat{COD}$ .

## Le cours avec les aides animées

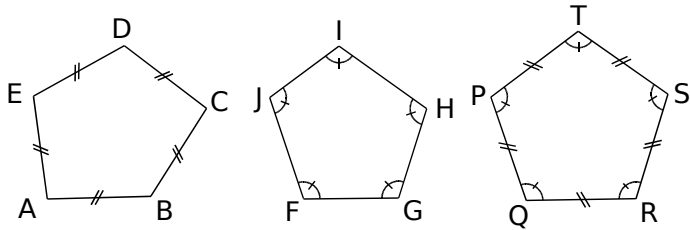
**Q1.** Quelles conditions un polygone doit-il vérifier pour être dit régulier ?

**Q2.** Donne les différents noms des polygones ayant de 3 à 10 côtés.

## Les exercices d'application

**1** Pentagone (1)

Les pentagones ci-dessous sont-ils des polygones réguliers ? Justifie ta réponse.



**a.** Le pentagone ABCDE.

Le pentagone ABCDE a ses ..... de même longueur mais ses angles ..... donc ..... un polygone régulier.

**b.** Le pentagone FGHIJ.

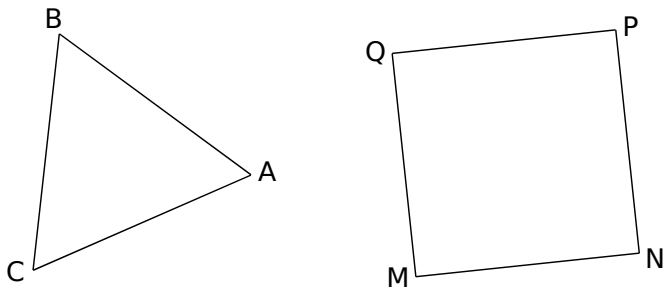
Le pentagone FGHIJ a ses ..... de même mesure mais ses côtés ..... donc ..... un polygone régulier.

**c.** Le pentagone PQRST.

Le pentagone PQRST a ses ..... de même longueur ainsi que ses angles ..... donc ..... un polygone régulier. Les cinq sommets de ce pentagone sont donc sur un .....

**2** Cercle circonscrit

**a.** Construis le cercle circonscrit à chacun de ces polygones réguliers. Appelle O le centre du triangle ABC et O' celui du carré MNPQ.



**b.** Détermine la mesure des angles  $\widehat{AOB}$  et  $\widehat{MO'N}$ .

Le cercle circonscrit au triangle équilatéral ABC peut être découpé en ..... de même mesure. Donc  $\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{\dots} = \dots^\circ$ .

Le cercle circonscrit au carré MNPQ .....  
Donc  $\widehat{MO'N} = \frac{\dots^\circ}{\dots} = \dots^\circ$ .

**3** Construction

Complète la figure ci-dessous pour construire le triangle équilatéral ABC de centre O. Explique ta méthode.

Un triangle équilatéral est un polygone ..... Ses sommets sont donc sur le ..... de centre ..... passant par .....

Les angles au centre ....., ..... et ..... sont de même mesure .....°.

$\times^A$

$\times^O$

**4** Pentagone (2)

**a.** Détermine la mesure des angles au centre d'un pentagone régulier.

Le cercle circonscrit à un ..... peut être partagé en ..... parties .....  
 $\frac{\dots^\circ}{\dots} = \dots^\circ$  donc la mesure des angles au centre d'un pentagone régulier est de .....°.

**b.** Construis le pentagone régulier KLMNO de centre I.

$\times^K$

$\times^I$

**5** Octogone

a. Quelle est la mesure des angles au centre d'un octogone régulier ?

.....  
 .....

b. Construis un octogone ABCDEFGH inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 3 cm.

c. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{ABC}$ .

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABO} + \dots\dots\dots$$

Le triangle AOB est .....

.....  
 .....  
 .....

**6** Construction au compas

On considère un hexagone régulier EFGHIJ de centre O.

a. Calcule la mesure de l'angle au centre  $\widehat{EOF}$ .

.....  
 .....

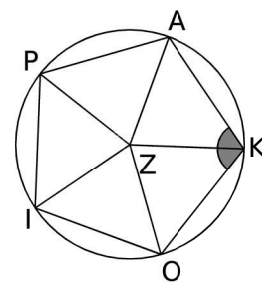
b. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{EFG}$ .

.....  
 .....  
 .....

c. Construis l'hexagone régulier EFGHIJ.

**7** Mesures d'angles

OKAPI est un pentagone régulier de centre Z.



a. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{OKA}$ .

L'angle  $\widehat{OKA}$  est un angle ..... dans le cercle qui intercepte l'arc .....

L'angle au ..... qui intercepte le même arc est l'angle ..... (Marque-le sur la figure.)

Donc .....

b. On considère le pentagone croisé PKIAO.

Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{POA}$  formé par deux côtés de cette étoile.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

**8** Décagone

ABCDEFGHIJ est un décagone de centre O.

a. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{EFG}$ .

$\widehat{EFG}$  est un ..... dans le cercle qui .....

l'arc ..... L'angle au ..... qui intercepte le ..... est l'angle .....

Il mesure .....

Donc .....

b. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{GCJ}$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....

c. Calcule la mesure de l'angle  $\widehat{EJC}$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....

