



اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (... ن)

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$ و (C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أدرس تغيرات الدالة f .

(ب) احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$, فسر النتائج هندسيا.

(2) بين أن النقطة $A(0; \frac{1}{2})$ مركز تناظر للمنحني (C) .

(3) عين معادلة المماس T للمنحني (C) عند النقطة A .

(4) لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x)$

(أ) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{4(1 + e^x)^2}$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة g .

(ج) استنتج إشارة g على \mathbb{R} .

(د) استنتج الوضعية النسبية للمنحني (C) و المستقيم T .

(5) ارسم T و (C) .

أقلب الصفحة

الجزء 1: نعتبر الدالة u المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $u(x) = 2x^3 - 1 + 2 \ln |x|$

1. ادرس تغيرات الدالة u على \mathbb{R}^* .

2. ادرس نهايات الدالة u عند 0 و $+\infty$.

3. نعتبر المعادلة $u(x) = 0$

أ- بين أن هذه المعادلة تقبل حلا واحد α حيث $\alpha \in \left[\frac{1}{2}; 1 \right]$

ب- أعط حصرا بعددين كسريين للعدد α من الشكل: $\frac{n}{10}$ و $\frac{n+1}{10}$ حيث n عدد طبيعي.

4. استنتج إشارة $u(x)$ على \mathbb{R}^* .

الجزء 2: نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = 2x - \frac{\ln |x|}{x^2}$ نرمز بـ (C) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. ادرس نهايات الدالة f عند 0 , $-\infty$ و $+\infty$. (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x)}{x^2} = 0$)

2. احسب $f'(x)$.

3. ادرس اتجاه تغير لدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4. أ- بين أن $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{1}{2\alpha^2}$.

ب- باستعمال حصر α في الجزء 1-3 بين أن: $1,6 < f(\alpha) < 2,1$ (لا يطلب رسم المنحني (C))

الجزء 3: لتكن النقطة $M(x; y)$ و $M'(x'; y')$ حيث M' هي نظير M بالنسبة لمحور الترتيب.

1. عين x' و y' بدلالة x و y .

2. أ- بين أنه إذا كانت تتغير على المنحني (C) فإن النقطة M' تتغير على المنحني (Γ) الذي معادلته $y = -2x - \frac{\ln|x|}{x^2}$.

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (Γ) .

نعتبر فيما يلي المستوي منسوب للمعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول 1cm

التمرين الثاني: ((07ن))

• لتكن f الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{-2; -1\}$ بـ: $f(x) = \frac{3x^2 + 9x + 7}{x^2 + 3x + 2}$ و (C_f) منحناها البياني.

1. بين أن الدالة تكتب على الشكل: $f(x) = 3 + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$

2. بين أن: $f'(x) = \frac{-(2x+3)}{(x^2 + 3x + 2)^2}$

3. أحسب النهايات عند أطراف مجال التعريف.

4. استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى البياني.

5. (Δ) مستقيم معادلته $y = 3$ أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

6. استنتج تغيرات الدالة f

7. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي من $\mathbb{R} - \{-2; -1\}$:

8. ماذا تستنتج؟

9. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.

10. أنشء (Δ) ، (C_f)

التمرين الثالث: ((07ن))

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$ و $f(0) = 0$.

نرمز بـ (\mathcal{C}) إلى المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; I, J)$ حيث وحدة الأطوال هي 5cm.

الجزء 1: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{1+x^2}$

1. احسب g' مشتقة الدالة g بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2(x^2-1)}{x(1+x^2)^2}$

2. ادرس إشارة $g'(x)$ حسب قيم x . عين نهايات g عند $+\infty$ و عند 0.

3. شكل جدول تغيرات g .

4. استنتج انه يوجد عدد حقيقي وحيد α يحقق $g(\alpha) = 0$. تحقق أن: $0,5 < \alpha < 0,6$.

استنتج من الأسئلة السابقة إشارة $g(x)$ حسب قيم x . (لا يطلب إنشاء منحنى الدالة g).

الجزء 2:

1. أ- احسب نهاية $xf(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$. (يمكن وضع $X = \frac{1}{x^2}$).

ب- استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

ج- بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$.

د- شكل جدول تغيرات f على المجال $]0; +\infty[$.

2. بين أن نهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$. ماذا تستنتج ؟

ب- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 .

ج- عين معادلة المماس للمنحني (c) عند النقطة O .

3. ارسم (c) .