

اليوم: 2025/11/26
المدة: ساعتان

فرض الفصل الأول : مادة الرياضيات
السنة الثانية ثانوي شعبة رياضيات

ولاية سيدي بلعباس
ثانوية العقيد سي الحواس

التمرين الأول (17 نقاط)

نعتبر f كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -2x^3 + x^2 + 5x + 2$.

① $f(-1) = 0$: تحقق أن :

عين الأعداد الحقيقية a و b و c التي تحقق : $f(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$.

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$ ثم أدرس إشارة كثير الحدود $f(x)$.

استنتج حلول المتراجحة : $f(x) \leq 0$.

② نعتبر العددان الحقيقيان x و y حيث $x < y$ و المعرفان بالجملة :

$$\begin{cases} 3x + 3y + 5 = 0 \\ 3xy + 2 = 0 \end{cases}$$

عين العددان الحقيقيان x و y .

③ ليكن g_m كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ : $g_m(x) = (m+3)x^2 + 2mx + m - 5$ مع m وسيط حقيقي .

تحقق أن : $\Delta = 4(2m + 15)$.

أكتب كلا من $P = \frac{c}{a}$ و $S = -\frac{b}{a}$ بدلالة m .

ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $g_m(x) = 0$.

عين قيمة الوسيط الحقيقي m حتى تكون α و β حلان للمعادلة $g_m(x) = 0$ بحيث تحققان :

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = -1$$

التمرين الثاني (03 نقاط)

ليكن Q كثير حدود من الدرجة الثالثة معرف بـ :

$$Q(x) = x^3 + ax^2 + bx + 18$$
 مع a و b عدنان من $\mathbb{R}$.

① عين العددان الحقيقيان a و b حتى يقبل $Q(x)$ القسمة على $x^2 - 9$.

حلل كثير الحدود $Q(x)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ كلا من $Q(x) = 0$ و $Q(x) > 0$.

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $Q(x^2 + 3) = 0$.

① ➤ التحقق :

$$\begin{aligned} f(-1) &= -2(-1)^3 + (-1)^2 + 5(-1) + 2 \\ f(-1) &= 0 \end{aligned}$$

➤ تعيين الاعداد الحقيقية a و b و c :

	-2	1	5	2
-1	0	2	-3	-2
	-2	3	2	0

$$f(x) = (x+1)(-2x^2 + 3x + 2)$$

➤ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ (x+1)(-2x^2 + 3x + 2) &= 0 \\ -2x^2 + 3x + 2 &= 0 \text{ أو } x+1 = 0 \\ x &= 2 \text{ أو } x = -\frac{1}{2} \text{ أو } x = -1 \end{aligned}$$

➤ اشارة $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$x+1$	-	0	+	+	+
$-2x^2 + 3x + 2$	-	-	0	+	-
$f(x)$	+	0	-	0	-

➤ حلول المتراجحة :

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x \in \left[-1; -\frac{1}{2} \right] \cup [2; +\infty[\right\}$$

② ➤ تعيين العددين الحقيقيين x و y :

$$\begin{cases} x + y = -\frac{5}{3} \\ xy = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة :

$$\begin{aligned} z^2 - Sz + p &= 0 \\ z^2 + \frac{5}{3}z - \frac{2}{3} &= 0 \\ 3z^2 + 5z - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\Delta &= (2m)^2 - 4(m+3)(m-5) \\ \Delta &= 4m^2 - 4(m^2 - 2m - 15) \\ \Delta &= 4m^2 - 4m^2 + 4(2m - 15) \\ \Delta &= 4(2m - 15)\end{aligned}$$

حساب P و S :

$$\begin{aligned}P &= \frac{m-5}{m+3} \\ S &= -\frac{2m}{m+3}\end{aligned}$$

المناقشة الوسيطة :

m	$-\infty$	$-\frac{15}{2}$	-3	0	5	$+\infty$
Δ	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
P	$+$	$+$	$-$	$-$	0	$+$
S	$-$	$-$	$+$	0	$-$	$-$

$-\infty; -\frac{15}{2}$	$-\frac{15}{2}; -3$	$]-3; 0[$	$]0; 5[$	$]5; +\infty[$
لا يوجد حلول في $\mathbb{R}$	حلان سالبان تماما	حلان مختلفان في الاشارة	حلان مختلفان في الاشارة	حلان سالبان تماما

قيمة الوسيط الحقيقي m مع $m \neq -3$:

$$\begin{aligned}(\alpha + 1)(\beta + 1) &= -1 \\ \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 &= -1 \\ P + S &= -2 \\ \frac{m-5}{m+3} - \frac{2m}{m+3} &= -2 \\ \frac{m-5-2m}{m+3} &= -2 \\ \frac{m+5}{m+3} &= 2 \\ m+5-2(m+3) &= 0 \\ m+5-2m-6 &= 0 \\ -m-1 &= 0 \\ m &= -1\end{aligned}$$

①  تعيين العددين الحقيقيين a و b من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$Q(x) = (x^2 - 9)(x + a) + (b + 9)x + 9x + 8$$

$$(b + 9)x + 9a + 18 = 0x + 0$$

$$\begin{cases} b + 9 = 0 \\ 9a + 18 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} b = -9 \\ a = -2 \end{cases}$$

 التحليل :

$$Q(x) = (x^2 - 9)(x - 2)$$

$$Q(x) = 0$$

$$(x^2 - 9)(x - 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ أو } x^2 - 9 = 0$$

$$x = 2 \text{ أو } x^2 = 9$$

$$x = 2 \text{ أو } |x| = 3$$

$$x = 2 \text{ أو } x = \pm 3$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x \in \{-3; 2; 3\}\}$$

 حل المتراجحة :

x	$-\infty$	-3	2	3	$+\infty$		
$x^2 - 9$	+	0	-	-	0	+	
$x - 2$	-		-	0	+	+	
$Q(t)$	-	0	+	0	-	0	+

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x \in]-3; 2[\cup]3; +\infty[\}$$

 حل المعادلة :

$$Q(x) = (x - 3)(x + 3)(x - 2)$$

$$Q(x^2 + 3) = (x^2 + 3 - 3)(x^2 + 3 + 3)(x^2 + 3 - 2)$$

$$Q(x^2 + 3) = x^2(x^2 + 6)(x^2 + 1)$$

وفي النهاية نجد :

$$Q(x^2 + 3) = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$