ثانوية الشهيد مصطفى بن بولعيد - المعاضيد - المسيلة

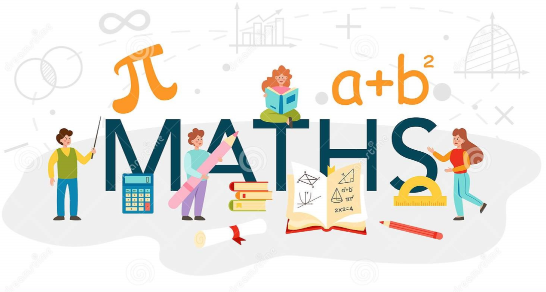
يسرني أن أتقدم لكم بهذا العمل المتواضع والمتمثل في مذكرات مادة الرياضيات لسنة ثالثة ثانوي شعبة:

علوم تجريبية ★ رياضيات ★ تقني رياضي

يتضمن هذا العمل:

- **مذكرة 29:** التزايد المقارن.
- **مذكرة 30:** قوى عدد حقيقي موجب تماما .
- **مذكرة 31:** الجذر النوني لعدد حقيقي موجب.

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبكم في الله الأستاذ: فراحتية المحفوظ



آخر تحديث: 25 / 11 / 2025

السنة الدراسية: 2026 / 2026

ثانوية : الشهيد مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
المستوى : 3 ع ت + 3 ت ر + 3 ريا
المدة : 1 ساعة

الوحدة التعلمية: التزايد المقارن
ميدان التعلم: التحليل
موضوع الحصة : النهايات المألوفة للدالة الأسية و اللوغاريتمية

المكتسبات القبلية : خواص الدالة الأسية و اللوغاريتمية
الكفاءات المستهدفة : معرفة خواص الدالة الأسية و اللوغاريتمية، وتفسير النهايات
المراجع : الكتاب المدرسي ،الأنترنت

المراحل	عناصر المدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق		
بنــــاء معـــارف		

التهيئة النفسية : التذكير بالمكتسبات القبلية.

نشاط مقترح

نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2}$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة f على $[0, +\infty[$
2. أحسب $f(0)$ ثم استنتج اشارة $f(x)$ على $[0, +\infty[$
3. استنتج انه من أجل $x \in \mathbb{R}^+$: $e^x \geq \frac{x^2}{2}$
4. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x$

التزايد المقارن $x \mapsto e^x$ و $x \mapsto x$

خواص

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$$

تطبيق :

أحسب النهايتين التاليتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} (e^x - 2x)$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} (2x+3)e^x$

التزايد المقارن $x \mapsto \ln x$ و $x \mapsto x$

خواص

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \qquad \lim_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x = 0^-$$

البـرهـان

1) من أجل $x > 0$ نضع $X = \ln x$ ومنه $x = e^X$ مع $\lim\limits_{X\to+\infty} = +\infty$

و بالتالي: $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = \lim\limits_{X\to+\infty} \frac{X}{e^X} = 0$

2) نضع $x = \frac{1}{X}$ ومنه لما x يؤول إلى 0 بقيم أكبر فإن X يؤول الى $+\infty$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x = \lim_{X\to+\infty} \frac{1}{X}\ln\left(\frac{1}{X}\right) = \lim_{X\to+\infty} -\frac{\ln(X)}{X} = 0^-$$

■

تطبيق :

أحسب النهايتين التاليتين : $\lim_{x\to+\infty}(x^2-\ln x)$ ، $\lim_{x \overset{>}{\to} 0}\frac{1}{x\ln x}$

خواص

✍ من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^n}=0 \qquad \lim_{x \overset{>}{\to} 0} x^n\ln x = 0^- \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}=0 \qquad \lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$$

البـــرهـان

حل تمرين 39 صفحة 137

■

الخلاصة

✍ كل الدوال $x\mapsto e^x$ ، $x\mapsto \ln x$ و $x\mapsto x^n$ $(n\in\mathbb{N}^*)$ تؤول إلى $+\infty$ لما x يؤول إلى $+\infty$ إلا أنها سلوكها مختلف عند اللانهاية تتفوق الدالة الأسية على الدالة قوة و تتفوق الدالة قوة على الدالة اللوغاريتمية النيبيرية

التقويم

تطبيق

حل تمرين 67 و 96 صفحة 140 و 141

تطبيق :

احسب النهايات التالية :

1 $\lim_{x\to-\infty}\frac{\ln(e^x+1)}{e^x}$ ، $\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{1+x}{x}\right)$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln\sqrt{x}}{x}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+2)}{x}$ ،
$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x^2+2)}{x}$ ، $\lim_{x\to-\infty}\frac{\ln(x^2+2)}{x}$

2 $\lim_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}}-x$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x^2}}{x}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2+3x}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x+3}}{x}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x+3}}{x^2+3x}$ ،
$\lim_{x\to0}\frac{e^{4x}-1}{x}$ ، $\lim_{x\to0}\frac{\ln(4x+1)}{x}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{3e^{2x}-3e^x-3}{e^{3x}+4}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x+2x}{e^x+3}$ ،
$\lim_{x\to+\infty}(x^2-2x+3)e^{-x}$ ، $\lim_{x\to-\infty} 1+2xe^{4x-3}$ ، $\lim_{x\to-\infty}(x^2-3x)e^x-3x$

ملاحظات حول سير الدرس :

....

....

....

● احسب النهايات التالية:

1 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\sqrt{x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}}-x$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x^2}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{4x}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(4x+1)}{x}$ ،

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{2x}-3e^x-3}{e^{3x}+4}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x+2x}{e^x+3}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-2x+3)e^{-x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}1+2xe^{4x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-3x)e^x-3x$

● احسب النهايات التالية:

1 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\sqrt{x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}}-x$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x^2}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{4x}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(4x+1)}{x}$ ،

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{2x}-3e^x-3}{e^{3x}+4}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x+2x}{e^x+3}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-2x+3)e^{-x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}1+2xe^{4x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-3x)e^x-3x$

● احسب النهايات التالية:

1 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\sqrt{x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}}-x$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x^2}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{4x}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(4x+1)}{x}$ ،

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{2x}-3e^x-3}{e^{3x}+4}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x+2x}{e^x+3}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-2x+3)e^{-x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}1+2xe^{4x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-3x)e^x-3x$

● احسب النهايات التالية:

1 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\sqrt{x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}}-x$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x^2}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x^2+3x}$ ،

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{4x}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(4x+1)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{2x}-3e^x-3}{e^{3x}+4}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x+2x}{e^x+3}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-2x+3)e^{-x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}1+2xe^{4x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-3x)e^x-3x$

● احسب النهايات التالية:

1 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\sqrt{x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}}-x$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x^2}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{4x}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(4x+1)}{x}$ ،

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{2x}-3e^x-3}{e^{3x}+4}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x+2x}{e^x+3}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-2x+3)e^{-x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}1+2xe^{4x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-3x)e^x-3x$

● احسب النهايات التالية:

1 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\sqrt{x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}}-x$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x^2}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{4x}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(4x+1)}{x}$ ،

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{2x}-3e^x-3}{e^{3x}+4}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x+2x}{e^x+3}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-2x+3)e^{-x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}1+2xe^{4x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-3x)e^x-3x$

● احسب النهايات التالية:

1 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\sqrt{x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(x^2+2)}{x}$

2 $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{\frac{1}{x}}-x$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x^2}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x+3}}{x^2+3x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{4x}-1}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(4x+1)}{x}$ ،

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{2x}-3e^x-3}{e^{3x}+4}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x+2x}{e^x+3}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-2x+3)e^{-x}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}1+2xe^{4x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-3x)e^x-3x$

ثانوية : الشهيد مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
المستوى : 3 ع ت + 3 ت ر + 3 ريا
المدة : 1 ساعة

الوحدة التعلمية: التزايد المقارن
ميدان التعلم: التحليل
موضوع الحصة : قوى عدد حقيقي موجب تماما

المكتسبات القبلية : خواص الدالة الأسية و اللوغاريتمية
الكفاءات المستهدفة : حل مشكلات بتوظيف الدوال الأسية
المراجع : الكتاب المدرسي ،الأنترنت.

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق	**التهيئة النفسية :** التذكير بالمكتسبات القبلية.	
	مناقشة نشاط 01 صفحة 120	
بناء معارف	**قوى عدد حقيقيق موجب تماما**	
	تمهيد	
	ليكن a عدد حقيقيق موجب تماما و ليكن n عددا صحيحا نسبيا .	
	نعلم أن $\ln(a^n) = n\ln(a)$ و بالتالي $a^n = e^{n\ln(a)}$.	
	و بما أن $\ln(e) = 1$ فإن من أجل كل عدد حقيقي x ، $e^x = e^{x\ln(e)}$	
	تعريف	
	نضع $a^b = e^{b\ln(a)}$ من أجل كل عدد ين حقيقين a و b حيث $a > 0$ و b كيفي	
	مـلاحظة: يقرأ a^b "a أس b" أو "a قوى b"	
	مــثال	
	$2^{\sqrt{2}} = e^{\sqrt{2}\ln(2)} \approx 3,329$	
	قواعد الحساب	
	خواص	
	من أجل كل عددين حقيقين موجبين تماما a ، b و من أجل كل عددين حقيقين x ، y لدينا:	
	❶ $\ln(a^x) = x\ln(a)$ ❷ $a^x a^y = a^{x+y}$ ❸ $a^{-y} = \frac{1}{a^y}$	
	❹ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ ❺ $(a^x)^y = a^{xy}$ ❻ $(ab)^x = a^x b^x$ ❼ $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$	
	تعريف	
	a عدد حقيقي موجب تماما.	
	تسمى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = a^x = e^{x\ln(a)}$ ، الدالة الأسية ذات الأساس a .	

التقويم

تطبيق :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = a^x$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما

1. أحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$ من أجل $a \in]0;1[$ ، ثم من أجل $a > 1$
2. أحسب $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f من أجل $a \in]0;1[$ و من أجل $a > 1$
3. إستنتج مما سبق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $f(x) > 0$
4. شكل جدول تغيرات الدالة f من أجل $a = 5$

تطبيق :

حل المعادلات و المتراجحات التالية : $6^x = 6$ ، $9^x = 8$ ، $5^{x-1} \geq 9$ ، $2 \times 7^{2x} - 10 \times 7^x + 12 = 0$ ، $3 \times 5^{2x} - 9 \times 5^x - 12 = 0$

تطبيق :

الجزء الأول

1. نعتبر الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = 3^x - x\ln 3 - 1$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ تكون: $g'(x) > 0$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة g على $[0;+\infty[$

ب) أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج أن $g(x) > 0$ و هذا من أجل كل $x > 0$

2. نعتبر الدالة h المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $h(x) = (2 - x\ln 3)3^x - 1$

أ) أدرس تغيرات الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ب) بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين $1,6$ و $1,7$

ج) إستنتج إشارة الدالة h على $[0;+\infty[$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{3^x - 1}{3^x - x\ln 3}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أ) بين أنه من أجل كل $x \geq 0$ تكون: $f'(x) = \dfrac{1 - 3^{-x}}{1 - x\ln 3 \times 3^{-x}}$

ب) إستنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ج) بين أنه من أجل كل $x \geq 0$ تكون: $f'(x) = \dfrac{h(x) \times \ln 3}{(3^x - x\ln 3)^2}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2. أ) بين أنه من أجل كل $x \geq 0$ يكون: $f(x) - x\ln 3 = \dfrac{(1 - x\ln 3)g(x)}{3^x - x\ln x}$

ب) إستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (D) ذي المعادلة : $y = x\ln 3$

3. أ) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) . (الوحدة $5cm$)

ملاحظات حول سير الدرس :

....

....

....

تطبيق : **الجزء الأول :**

1 نعتبر الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=3^x - x\ln 3 - 1$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ تكون: $g'(x)>0$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة g على $[0;+\infty[$

ب) أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج أن $g(x)>0$ و هذا من أجل كل $x>0$

2 نعتبر الدالة h المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $h(x)=(2-x\ln 3)3^x - 1$

أ) أدرس تغيرات الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ب) بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين $1,6$ و $1,7$

ج) إستنتج إشارة الدالة h على $[0;+\infty[$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3^x-1}{3^x-x\ln 3}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$

1 أ) بين أنه من أجل كل $x\geq 0$ تكون: $f'(x)=\dfrac{1-3^{-x}}{1-x\ln 3\times 3^{-x}}$

ب) إستنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ج) بين أنه من أجل كل $x\geq 0$ تكون: $f'(x)=\dfrac{h(x)\times \ln 3}{(3^x-x\ln 3)^2}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2 أ) بين أنه من أجل كل $x\geq 0$ يكون: $f(x)-x\ln 3=\dfrac{(1-x\ln 3)g(x)}{3^x-x\ln x}$

ب) إستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (D) ذي المعادلة : $y=x\ln 3$

3 أ) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) . (الوحدة $5cm$)

تطبيق : **الجزء الأول :**

1 نعتبر الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=3^x - x\ln 3 - 1$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ تكون: $g'(x)>0$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة g على $[0;+\infty[$

ب) أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج أن $g(x)>0$ و هذا من أجل كل $x>0$

2 نعتبر الدالة h المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ $h(x)=(2-x\ln 3)3^x - 1$

أ) أدرس تغيرات الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ب) بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين $1,6$ و $1,7$

ج) إستنتج إشارة الدالة h على $[0;+\infty[$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3^x-1}{3^x-x\ln 3}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$

1 أ) بين أنه من أجل كل $x\geq 0$ تكون: $f'(x)=\dfrac{1-3^{-x}}{1-x\ln 3\times 3^{-x}}$

ب) إستنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ج) بين أنه من أجل كل $x\geq 0$ تكون: $f'(x)=\dfrac{h(x)\times \ln 3}{(3^x-x\ln 3)^2}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2 أ) بين أنه من أجل كل $x\geq 0$ يكون: $f(x)-x\ln 3=\dfrac{(1-x\ln 3)g(x)}{3^x-x\ln x}$

ب) إستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (D) ذي المعادلة : $y=x\ln 3$

3 أ) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) . (الوحدة $5cm$)

ثانوية : الشهيد مصطفى بن بولعيد – المعاضيد
المستوى : 3 ع ت + 3 ت ر + 3 ريا
المدة : 1 ساعة

الوحدة التعلمية: التزايد المقارن
ميدان التعلم: التحليل
موضوع الحصة : الجذر النوني لعدد حقيقي موجب

المكتسبات القبلية : خواص الدالة الأسية و اللوغاريتمية
الكفاءات المستهدفة : معرفة خواص الدالة الأسية و اللوغاريتمية، وتفسير النهايات
المراجع : الكتاب المدرسي ،الأنترنت

المراحل	عناصر الدرس	المدة

مرحلة الإنطلاق

التهيئة النفسية : التذكير بالمكتسبات القبلية.

مناقشة نشاط 02 صفحة 120

الدالة الجذر النوني

الدالة $f_n : \mapsto x^n$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم
مستمرة و متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ ، كما أن $f_n(0)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)=+\infty$
إذن من أجل كل عدد حقيقي موجب a المعادلة $x^n=a$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[0;+\infty[$

x	0 $\quad\quad$ $+\infty$
x^n	$0 \nearrow +\infty$

بنـــاء معـــارف

مبرهنــة وتعريف

من أجل كل عدد حقيقي موجب a و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، يوجد عدد حقيقي موجب وحيد b يحقق $b^n=a$ يسمى b الجذر النوني للعدد a و نرمز له بالرمز $\sqrt[n]{a}$ تسمى الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ حيث : $x\mapsto\sqrt[n]{x}$ الدالة الجذر النوني

مـــثال

$\sqrt[n]{0}=0$ ، $\sqrt[n]{1}=1$ ، $\sqrt[3]{8}=2$ ، $\sqrt[3]{81}=4$ ، $\sqrt[4]{4}=\sqrt{2}$

خــاصية

من أجل كل عدد حقيقي موجب a و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$

التقويم

تطبيق :

1 عيّن الدالة المشتقة للدالة f_n المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f_n(x)=\sqrt[n]{x}$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم

2 أدرس تغير الدالة g المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\sqrt[4]{x^2-1}$

ملاحظات حول سير الدرس :

....