

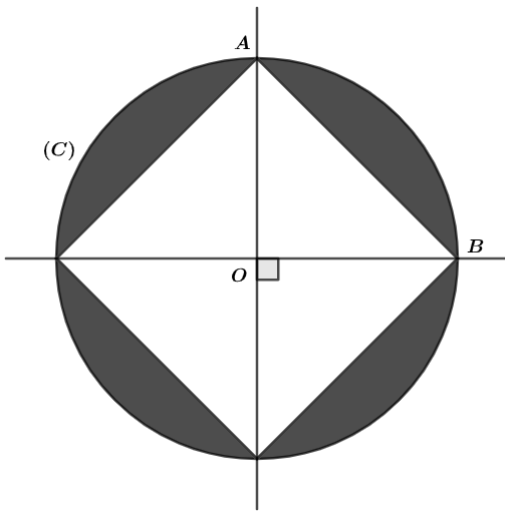


الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

(I) - ليكن x و y عددين حقيقيين حيث: $2 < x < 3$ و $-2 < y < -1$

(1) عين حصرا لـ $x^2 - 1$ ، $x \times y$ و $\frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}$.

(2) استنتج مقارنة للأعداد: $x^2 - 1$ ، $(x^2 - 1)^{2024}$ و $(x^2 - 1)^{2025}$.(II) - (C) دائرة مركزها O ونصف قطرها r كما هو موضح بالشكل المقابل (الأطوال في الرسم ليست حقيقية ووحدة الطول هي cm)إذا علمت أن $3.14 < \pi < 3.15$ ونصف القطر في الشكل يحقق $4 < r < 5$ (1) عين حصرا لطول القطعة المستقيمة $[AB]$.(2) عين حصرا لمساحة الجزء الملون باللون الأسود (تعطى مساحة الدائرة بـ πr^2).

التمرين الثاني:

(1) نعتبر $J = [4; +\infty[$ و $K =]-6; -2]$ ولتكن المجموعة H المعرفة بـ:

$$H = \{x \in \mathbb{R}; |x - 1| - 3 \leq 0\}$$

أ- بين أن $H = [-2; 4]$ ب- مثل على مستقيم عددي مزود بمعلم (O, I) كل من J, K و H (التمثيل يكون على نفس المستقيم العددي).ج- عين $J \cap K$ و $J \cup H$ ، $J \cap H$.

2 أكمل الجدول التالي:

| المجال | الحصر | المسافة | القيمة المطلقة |
|-----------------|-------|-------------------|----------------|
| $x \in [-1; 6]$ | | | |
| | | $d(x; -8) \leq 2$ | |

(3) حل في \mathbb{R} المعادلة: $|x + 4| = 2$ (4) حل في \mathbb{R} بإستعمال مفهوم المسافة المتراجحة: $|2x + 8| \geq 2$

النصحیح النموذجي للفرض المقتراح الثاني للفصل الثاني في مادة الرياضيات

حل التمرين الأول :

(I) ليكن x و y عدنان حقيقيان حيث: $2 < x < 3$ و $-2 < y < -1$

(1) ◀ تعيين حصر ل $x^2 - 1$

لدينا: $2 < x < 3$ إذن: $2^2 < x^2 < 3^2$ ومنه: $4 < x^2 < 9$ اذن: $3 < x^2 - 1 < 8$

◀ تعيين حصر ل $x \times y$

لدينا: $-2 < y < -1$ ومنه: $1 < -y < 2$ ولدينا: $2 < x < 3$ اذن: $2 < -xy < 6$ اذن: $-6 < xy < -2$

◀ تعيين حصر ل $\frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}$

لدينا: $-2 < y < -1$ ومنه: $(-2)^2 > y^2 > (-1)^2$ اذن: $1 < y^2 < 4$ ومنه: $2 < y^2 + 1 < 5$

من جهة أخرى: $\frac{x^2 - 1}{y^2 + 1} = (x^2 - 1) \times \frac{1}{y^2 + 1}$

لدينا: $2 < y^2 + 1 < 5$ ومنه: $\frac{1}{5} < \frac{1}{y^2 + 1} < \frac{1}{2}$ اذن: $\frac{1}{5} < \frac{1}{y^2 + 1} < \frac{1}{2}$ ومنه: $3 \times \frac{1}{5} < (x^2 - 1) \times \frac{1}{y^2 + 1} < 8 \times \frac{1}{2}$ ومنه: $\frac{3}{5} < \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1} < 4$

(2) استنتاج مقارنة بين $x^2 - 1$ و $(x^2 - 1)^{2024}$ و $(x^2 - 1)^{2025}$

بأن $x^2 - 1 > 1$ اذن: $x^2 - 1 < (x^2 - 1)^{2024} < (x^2 - 1)^{2025}$

(II) (C) دائرة مركزها O ونصف قطرها r (الوحدة بـ cm) علما أن $3.14 < \pi < 3.15$ و $4 < r < 5$

(1) تعيين حصر لطول القطعة المستقيمة [AB]

لدينا: OAB مثلث قائم في O، حسب

مبرهنة فيثاغورس: $AB^2 = OA^2 + OB^2 = r^2 + r^2 = 2r^2$ اذن: $AB = r\sqrt{2}$

لدينا: $4 < r < 5$ ومنه: $4\sqrt{2} < r\sqrt{2} < 5\sqrt{2}$ أي: $4\sqrt{2} < AB < 5\sqrt{2}$

(2) ◀ تعيين حصر لمساحة الرباعي الدائري S_1 :

لدينا: $S_1 = AB^2 = 2r^2$ اذن: $4 < r < 5$ ومنه: $(4)^2 < r^2 < (5)^2$ أي $16 < r^2 < 25$ ومنه $32 < 2r^2 < 50$

اذن: $32 < S_1 < 50$

◀ تعيين حصر لمساحة الدائرة S_2 :

لدينا:

$S_2 = \pi r^2$ لدينا: $4 < r < 5$ ومنه: $16 < r^2 < 25$ أي $3.14 \times 16 < \pi r^2 < 3.15 \times 25$ ومنه $50.24 < \pi r^2 < 78.75$

أي: $50.24 < S_2 < 78.75$

◀ تعيين حصر لمساحة الجزء الملون S :

لدينا: $S = S_2 - S_1$ لدينا: $32 < S_1 < 50$ ومنه: $-50 < -S_1 < -32$ ولدينا: $50.24 < S_2 < 78.75$

ومنه: $50.24 + (-50) < S_2 + (-S_1) < 78.75 + (-32)$ اذن: $0.24 < S_2 - S_1 < 46.75$

ومنه: $0.24 < S < 46.75$

حل التمرين الثاني :

(1) نعتبر J و K مجالين حيث: $J = [4; +\infty[$ و $K =]-6; -2[$ ، ولتكن المجموعة H المعرفة بـ:

$$H = \{x \in \mathbb{R}; |x-1|-3 \leq 0\}$$

أ) تبيان أن $H = [-2; 4]$

$$\begin{aligned} H &= \{x \in \mathbb{R}; |x-1|-3 \leq 0\} \\ &= \{x \in \mathbb{R}; |x-1| \leq 3\} \\ &= \{x \in \mathbb{R}; -3 \leq x-1 \leq 3\} \\ &= \{x \in \mathbb{R}; -3+1 \leq x \leq 3+1\} \\ &= \{x \in \mathbb{R}; -2 \leq x \leq 4\} \\ &= \{x \in \mathbb{R}; x \in [-2; 4]\} \\ &= \mathbb{R} \cap [-2; 4] \\ &= [-2; 4] \end{aligned}$$

ب) التمثيل في مستقيم عددي مزود بمعلم (O, I) كل من K, J و H



$$J \cap H = [4; +\infty[\cap [-2; 4] = \{4\}$$

ج) $J \cap H$ تعين ◀

$$J \cup H = [4; +\infty[\cup [-2; 4] = [-2; +\infty[$$

◀ تعين $J \cup H$

$$J \cap K = [4; +\infty[\cap]-6; -2[= \emptyset$$

◀ تعين $J \cap K$

(2) أكمل الجدول التالي:

| المجال | الحصر | المسافة | القيمة المطلقة |
|-------------------|----------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $x \in [-1; 6]$ | $-1 \leq x \leq 6$ | $d(x; \frac{5}{2}) \leq \frac{7}{2}$ | $ x - \frac{5}{2} \leq \frac{7}{2}$ |
| $x \in [-10; -6]$ | $-10 \leq x \leq -6$ | $d(x; -8) \leq 2$ | $ x + 8 \leq 2$ |

(3) حل في \mathbb{R} المعادلة: $|x+4| = 2$ لدينا: $|x+4| = 2$ تعني: $x+4 = 2$ أو $x+4 = -2$

$$\text{ومنه: } x = 2-4 \text{ أو } x = -2-4$$

$$\text{اذن: } x = -6 \text{ أو } x = -2$$

$$\text{ومنه مجموعة حلول المعادلة: } S = \{-6; -2\}$$

(4) حل في \mathbb{R} باستعمال مفهوم المسافة المتراجحة: $|2x+8| \geq 2$

$$\text{لدينا: } |2x+8| \geq 2 \text{ تكافئ } |x+4| \geq 1$$

نسمي M النقطة التي فاصلتها x ، النقطة التي فاصلتها -4 ، لدينا: $|x+4| = |x - (-4)| = d(x; -4)$ ومنه المتراجحة تصبح: $AM \geq 1$

$$\text{ومنه مجموعة حلول المتراجحة هي: } S =]-\infty; -5] \cup [-3; +\infty[$$

