

يقبل (C_f) مماسا افقيا عند النقطة $A(0;3,5)$

(2) تحقق ان: $f(x) = 1 + \frac{5x+5}{x^2+2x+2}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) جدا نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات

(5) ادرس وضعية (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y=1$.

(6) بين أن: $f(-2-x) + f(x) = 2$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(7) أرسم كلا من (Δ) و (C_f) .

08 الفدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = ax^3 + bx + c$

حيث a, b, c أعداد حقيقية. (C) هو المنحني الممثل لـ f

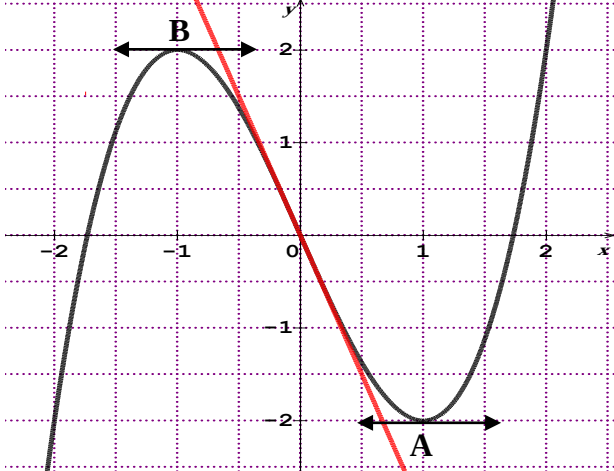
عين الأعداد a, b, c بحيث المنحني (C) يشمل النقطة

$A(1; -3)$ ويقبل في النقطة $B(0;1)$ مماسا موازيا

للمستقيم D الذي معادلته $y = -6x$

09 (C_g) المقابل هو التمثيل البياني لدالة عددية g

معرفة على المجال $[-2, +2]$ ب: $D = \{x \mid g(x) = ax^3 + bx + c\}$



(1) بقراءة بيانية عين مايلي:

أ، $g(-1)$ ، $g(1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$ ، $g'(1)$ ، $g''(0)$

ب) أكتب معادلة المماس لـ (C_g) عند النقط O و A و B

ج) شكل جدول تغيرات g

(2) باستعمال نتائج 1-أ) بين أن: $a=1$ ، $b=-3$ و $c=0$

10 الفدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ ب: $f(x) = \frac{x^2-3}{x-1}$

(1) أحسب $f'(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

(2) بين أن (C_f) يقبل مماسين ميل كل منهما يساوي 3

ثم اكتب معادلتهاذين المماسين.

(3) هل يوجد مماس لـ (C_f) توازي حامل محور الفواصل

01 أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند a في كل حالة

(1) $a = -2$ ، $f(x) = \frac{2x}{x+3}$ (2) $a = 2$ ، $f(x) = x^2 - 1$

(3) $a = 1$ ، $f(x) = x|x-1|$ (4) $a = 3$ ، $f(x) = \sqrt{x-1}$

02 أحسب $f'(x)$ في كل حالة ثم ادرس اشارته

(1) $f(x) = -x^3 + 3x + 4$ (2) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

(3) $f(x) = \frac{2x}{x^2-1}$ (4) $f(x) = (x+1)(x^2-1)$

(5) $f(x) = \sqrt{3x-6}$ (6) $f(x) = \sin x$ على المجال $[0; \pi]$

03 أكتب معادلة لمماس المنحني (C_f) عند النقطة ω

ذات الفاصلة x_0 في كل حالة:

(1) $x_0 = -1$ ، $f(x) = x^3 - x^2$ (2) $x_0 = 0$ ، $f(x) = x^2 + 3x - 4$

(3) $x_0 = 2$ ، $f(x) = \sqrt{2x-3}$ (4) $x_0 = 1$ ، $f(x) = \frac{x+3}{1-2x}$

04 الفدالة المعرفة على $[1;5]$ ب: $f(x) = 3 + \sqrt{x-1}$

واليمكن (C_f) هو التمثيل البياني لها.

(1) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+1) - f(1)}{h}$ وفسر النتيجة هندسيا.

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) باستعمال منحني دالة "الجذر التربيعي" أنشئ (C_f)

05 الفدالة معرفة على $[-1;3]$ ب: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

(1) حسب $f'(x)$ و ادرس اشارته ثم استنتج اتجاه تغير f

(2) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

(3) جد معادلة المماس (T) لـ (C_f) في نقطة ذات الفاصلة 1

(4) أرسم المماس (T) والمنحني (C_f) .

(5) اعط حصرا للعدد $f(x)$ من أجل $1 \leq x \leq 3$

06 الفدالة معرفة على $[-2;2]$ ب: $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$

(1) ادرس شفعية الدالة f . ماذا تستنتج بالنسبة لـ $\mathcal{E}_f$ ؟

(2) ادرس اتجاه تغير f على $[0;2]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) جد فواصل نقط تقاطع $\mathcal{E}_f$ مع محوري الإحداثيات.

(4) عين معادلة المماس (Δ) لـ $\mathcal{E}_f$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

(5) أنشئ بعناية المماس (Δ) والمنحني $\mathcal{E}_f$

07 الفدالة معرفة على $[-8;8]$ ب: $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x^2+2x+2}$

(1) عين العدد الحقيقيين a و b بحيث المنحني (C_f)

11 دالة معرفة على المجال $I = [-3, +3]$ بمجدول تغيراتها

x	-3	-2	-1	0	1	2	+3
$f'(x)$			0	-	-	0	
$f(x)$				0			

(1) أكمل الجدول السابق

(2) حل في I المعادلة $f(x) = 0$ استنتج إشارة $f(x)$ على I

(3) g دالة معرفة على I بـ: $g(x) = [f(x)]^2$.

(أ) بين أن $g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$ ثم استنتج إشارة $g'(x)$

(ب) ارسم جدول تغيرات الدالة g على المجال I

(ج) عين القيم الحدية المحلية لـ g ثم جد حصرا للدالة g

12 f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 + x^2 + \alpha x$

(1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون معامل

توجيه المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1 هو -4

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f من أجل $\alpha = 5$

(3) عين قيم α التي من أجلها تكون f متزايدة على $\mathbb{R}$.

13 (1) احسب نسبة التزايد عند العدد 1 للدالة f

حيث $f(x) = \frac{2}{x+1}$ ، ثم استنتج العدد الحقيقي $f'(1)$

(2) احسب $g'(1)$ علما أن نسبة تزايد الدالة g عند 1

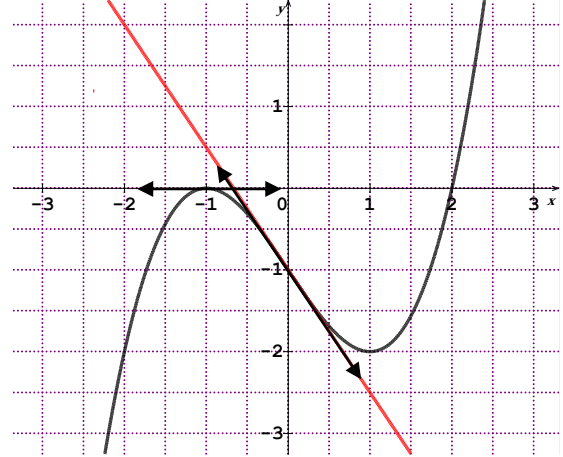
$$\frac{g(h+1) - g(1)}{h} = \frac{3h+2}{(h+1)^2} \text{ هي}$$

(3) (أ) الشكل (1) هو منحى دالة k بقراءة بيانية

أوجد: $k(-1)$ ، $k'(-1)$ ثم $k(0)$ ، $k'(0)$

(ب) استنتج معادلتى المماسين لـ (C_k) عند النقطتين

اللتين فاصلتيهما $x = -1$ و $x = 0$ على الترتيب.



(ج) أرسم المماس عند $A(-2; -2)$ علما أن $k'(-2) = \frac{9}{2}$

14 f دالة معرفة على المجال $[-1; 3]$ بالعلاقة :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

(1) عين الدالة المشتقة f' للدالة f على المجال $[-1; 3]$

(2) أحسب $f(0)$ ، $f(2)$ ، $f'(0)$ و $f'(2)$

(3) أدرس إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) أكتب معادلة المماس المنحني (Δ) للمنحني

(C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1

(5) أرسم المماس (Δ) والمنحني (C_f)

(6) أدرس بيانيا الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ)

أعط تفسيرا هندسيا للنقطة $\omega(1; 0)$.

15 f دالة معرفة على $[-2; 2] \cup [2; 8]$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد

ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، و (D) مستقيم معادلته $y = x + 2$.

(1) الأعداد a ، b و c بحيث: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$

(2) عين وضعية (C_f) بالنسبة (D)

(3) بين أن: $f'(x) = \frac{(x+1)(x-5)}{(x-2)^2}$

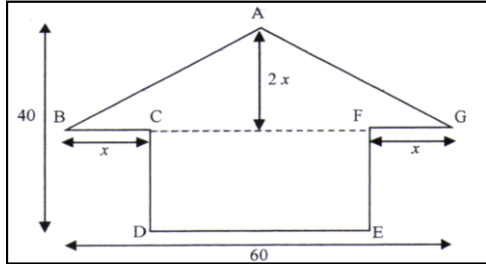
(ب) عين $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه f وشكل جدول تغيراتها

16 تريد إحدى المؤسسات صنع "رمز" لها له الشكل

و الأبعاد أدناه. وحدة الأطوال هي السنتيمتر cm.

وقصد التقليل من التكاليف، نبث عن قيمة x

التي من أجلها مساحة الشكل أدناه أصغرا يمكن



(1) عبر بدلالة x عن كل من: *الطول CD وال طول CF.

*مساحة المستطيل CDEF ومساحة المثلث ABG.

(2) بين أن مساحة الشكل هي: $f(x) = 4x^2 - 140x + 2400$

(3) أدرس اتجاه تغير f على $[0; 20]$ ثم شكل جدول تغيراتها

(4) أرسم التمثيل البياني للدالة f .

(5) استنتج مما سبق قيمة x التي تكون من أجلها مساحة

الشكل أصغرا ما يمكن. حدد هذه المساحة

حل السلسلة رقم 3 الاشتقاقية

التحري 1 =

$$1) f(x) = x^2 - 1 \quad a = 2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 1 - 3}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 + h^2 + 4h - 4}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h+4)}{h} = 4$$

ومن الدالة f قابلة للاشتقاق
عن النقطة $a = 2$ و $f'(2) = 4$

$$2) f(x) = \frac{2x}{x+3} \quad a = -2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2(-2+h)}{-2+h+3} + 4}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-4+2h}{-2+h+3} + 4}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4+2h+4h+4}{h+1}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6h}{h+1} = 6 = f'(-2)$$

$$3) f(x) = \sqrt{x-1} \quad a = 3$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h+3-1} - \sqrt{2}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{h+2} - \sqrt{2})(\sqrt{h+2} + \sqrt{2})}{h(\sqrt{h+2} + \sqrt{2})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{h+2} + \sqrt{2})} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

ومن الدالة f قابلة للاشتقاق
عن النقطة $a = 3$ و $f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$$4) f(x) = x|x-1| \quad a = 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)|1+h-1|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)|h|}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (1+h) = 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h+1)}{h} = 1$$

اذن الدالة f غير قابلة للاشتقاق
عن النقطة $a = 1$

التحري الثاني =

$$1) f'(x) = -2x + 2$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$ إشارة	+	0	-

$$2) f'(x) = -3x^2 + 3$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$ إشارة	-	0	+	0

$$3) f'(x) = (x^2 - 1) + 2x(x+1)$$

$$= 3x^2 + 2x - 1$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$ إشارة	+	0	-	+

$$4) f'(x) = \frac{2(x^2-1) - 2x(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{-2x^2-2}{(x^2-1)^2}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$ إشارة	-		-	

التمرين رقم 04 =

f دالة معرفة على [1;5] بـ :

$$f(n) = 3 + \sqrt{n-1} \quad f(1) = 3$$

(1) لحساب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+1) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h}}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{h}} = +\infty$$

التفسير : (f) يقل تصف ماس

معادلته $x=1$ على يمين 1

(2) دراسة اتجاه تغير الدالة f :

حساب المشتقة : f قابلة للتشتاق

على [1;5] و $f'(n) = \frac{1}{2\sqrt{n-1}}$

نما أن $\sqrt{n-1} > 0$ من أجل كل x من

[1;5] فإن : $f'(n) > 0$ من أجل كل

x من المجال [1;5] وبالتالي الدالة

f متزايدة على المجال [1;5]

جدول تغيرات الدالة f :

x	1	5
إشارة f'(x)		+
تغيرات f	3	5

(3) يعرف $g(n) = \sqrt{n}$ فإن :

$$f(n) = 3 + g(n-1) = g(n-1) + 3$$

ومنه (f) هو صورة (g)

بالنسبة الذي شعاعه

$$\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ أي } \vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$5) f'(n) = \frac{1}{2\sqrt{3n-6}} \times 3$$

من أجل كل x من $+\infty$; 2]

فإن $f'(n) > 0$

$$6) f'(n) = \cos(n)$$

x	0	$\pi/2$	π
إشارة f'(x)	+	0	-

حل التمرين 03 =

$$1) f(n) = n^2 + 3n - 4 \quad n_0 = 0$$

$$f'(n) = 2n + 3 \Rightarrow f'(0) = 3$$

$$f(0) = -4$$

$$(A) : y = f'(0)(n-0) + f(0)$$

$$y = 3n - 4$$

$$2) f(n) = n^3 - n^2 \quad n_0 = -1 \quad f(-1) = -2$$

$$f'(n) = 3n^2 - 2n \quad f'(-1) = 5$$

$$(A) : y = f'(-1)(n+1) + f(-1)$$

$$= 5(n+1) - 2 = 5n + 3$$

$$3) f(n) = \frac{n+3}{1-2n} \quad f'(n) = \frac{(1-2n) + 2(n+3)}{(1-2n)^2}$$

$$f'(n) = \frac{7}{(1-2n)^2} \quad f(1) = -4 / f'(1) = 7$$

$$(A) : y = f'(1)(n-1) + f(1)$$

$$= 7(n-1) - 4 = 7n - 11$$

$$4) f(n) = \sqrt{2n-3} \quad n_0 = 2 / f(2) = 1$$

$$f'(n) = \frac{2}{2\sqrt{2n-3}} = \frac{1}{\sqrt{2n-3}} \quad f'(2) = 1$$

$$(A) : y = f'(2)(n-2) + f(2)$$

$$= n - 2 + 1 = n - 1$$

(5) حصر الحد $f(x)$ من جدول التغيرات فلا حظ أن:

$$0 \leq f(x) \leq 4$$

حيث: $0 \leq f(x) \leq 2: x \in [1, 2]$
 $0 \leq f(x) \leq 4: x \in [2, 3]$
 حل التمرين 6 =

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3 \quad [-2, 2]$$

$$f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 - 3 = f(x) \quad (1)$$

وبالتالي الدالة زوجية

لنستنتج أن (f) يقبل محور التناظر لمحور تناظر له.

(2) دراسة اتجاه تغير الدالة f على $[0, 2]$ =

$$f'(x) = 4x^3 - 4x \quad \text{حساب المشتقة:}$$

$$= 4x(x^2 - 1)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \text{ أو } x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ أو } x = 1 \text{ أو } x = -1$$

x	0	1	2
إشارة $f'(x)$	-	0	+
تغيرات f	3	-4	5

(3) إيجاد خواص نقطة تقاطع (f)

- مع محور التناظر:

لدينا: $f(0) = -3$ ومنه (f) يقطع

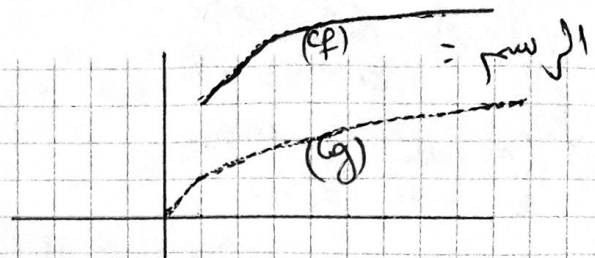
محور التناظر في النقطة $(0, -3)$

- مع محور الخواص:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ أو } x = -\sqrt{3}$$

6



التحريين 5 =

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \quad [-1, 3]$$

(1) حساب $f'(x)$ =

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = x(3x - 6)$$

دراسة إشارة المشتقة =

x	-1	0	2	3
$f(x)$	+	0	-	+

لنستنتج = الدالة f متزايدة على

المجال $[-1, 0] \cup [2, 3]$

ومتناقصة على المجال $[0, 2]$

(2) جدول التغيرات =

x	-1	0	1	2	3
إشارة $f'(x)$	+	0	-	0	+
تغيرات f	0	4	2	0	4

(3) معادلة المماس:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 / f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f(1) = 2$$

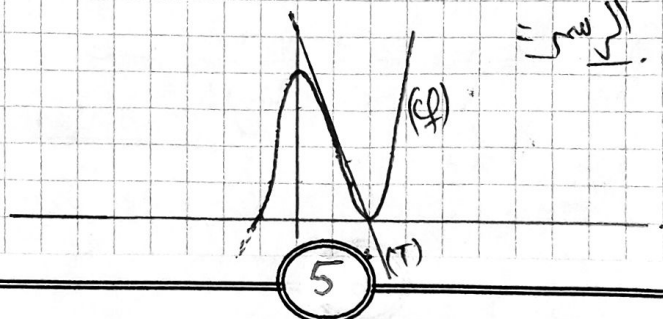
$$f'(1) = -3$$

$$(T): y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$= 2(x-1) + (-3)$$

$$= 2x - 5$$

الرسم =



5

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + 7x + 7}{x^2 + 2x + 2}$$

$$f'(x) = \frac{-5x^2 - 10x}{x^2 + 2x + 2}$$

(2) التحققات :

$$f(x) = \frac{x^2 + 7x + 7 + 2x - 2x + 2 - 2}{x^2 + 2x + 2}$$

$$= \frac{x^2 + 2x + 2 + 7x - 2x + 7 - 2}{x^2 + 2x + 2}$$

$$= \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 2} + \frac{5x + 5}{x^2 + 2x + 2}$$

$$= 1 + \frac{5x + 5}{x^2 + 2x + 2}$$

(3) دراسة اتجاه تغير الدالة f :

$$f'(x) = \frac{x(-5x - 10)}{x^2 + 2x + 2} \quad \text{لدينا}$$

مجال قابلية الاشتقاق : $[-8; 8]$
إشارة المشتقة :

x	-8	-2	0	8
إشارة f'(x)	-	0	+	-

جدول التغيرات :

x	-8	-2	0	8
إشارة f'(x)	-	0	+	-
تغيرات f		↘ -1.5	↗ 3.5	↘ 1.54

(4) نقط تقاطع (f) مع محور السينات

مع محور الفواصل :

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 7x + 7}{x^2 + 2x + 2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 7x + 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-7 - \sqrt{21}}{2} \\ x = \frac{-7 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

ومنت نقط تقاطع (f) مع حامل

محور الفواصل هي : $(\sqrt{3}; 0)$ و $(-\sqrt{3}; 0)$

(4) معادلة المماس لـ (f)

في النقطة ذات الفاصلة

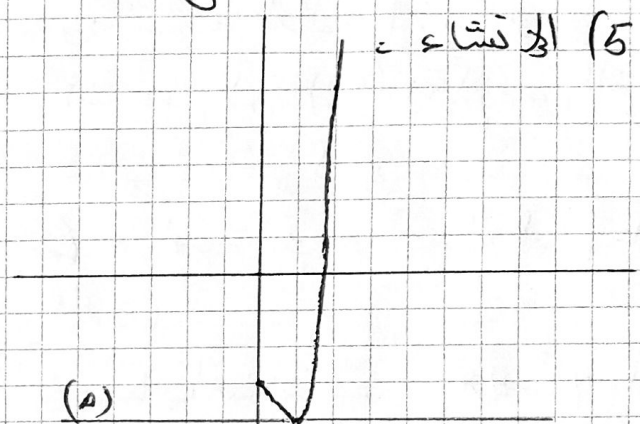
$$= a = 1$$

لدينا :

$$f(1) = -4 \quad \text{و} \quad f'(1) = 0$$

ومنت معادلة المماس هي :

$$(5) : y = -4$$



حل التمرين 7

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + 2x + 2} \quad [-8; 8]$$

$$\begin{cases} f(0) = 3.5 \\ f'(0) = 0 \end{cases}$$

$$f(0) = 3.5 \Rightarrow \frac{0^2 + a(0) + b}{0^2 + 2(0) + 2} = 3.5$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = 3.5 \Rightarrow b = 7$$

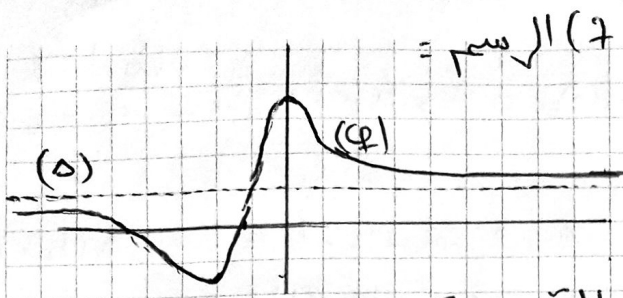
$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^2 + ax + 7}{x^2 + 2x + 2}$$

$$f'(x) = \frac{(2x + a)(x^2 + 2x + 2) - (2x + 2)(x^2 + ax + 7)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$$

$$= \frac{(2-a)x^2 - 10x + 2a - 14}{(x^2 + 2x + 2)^2}$$

$$f'(0) = 0 \Rightarrow 2a - 14 = 0$$

$$\Rightarrow a = 7 \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 7 \end{cases}$$



القرين 08 =

$f(x) = ax^3 + bx + c$ دالة معرفة بـ

$$\begin{cases} f(1) = -3 & f(1) = a + b + c = -3 \\ f'(0) = -6 & f'(x) = 3ax^2 + b \end{cases}$$

$$f'(0) = -6 \Rightarrow 3a(0)^2 + b = -6$$

$$\Rightarrow b = -6$$

$$B(0;1) \Rightarrow f(0) = 1$$

$$\Rightarrow a(0)^3 + b(0) + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$a + b + c = -3 \Rightarrow a - 6 + 1 = -3$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2x^3 - 6x + 1 \text{ وهذه:}$$

حل القرين 09 =

$$g(-1) = 2; g(1) = -2; g(0) = 0 \quad (f)$$

$$g'(1) = 0; g'(0) = \frac{-1.5 - 0}{0.5 - 0} = -3$$

$$g''(0) = 0$$

(هـ) لتأبئة معادلة المماس:

عند النقطة A

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) = -2$$

عند النقطة B

$$y = f'(1)(x+1) + f(-1) = 2$$

عند النقطة O

$$y = f'(0)(x) + f(0) = -3x$$

(ح) تشكيل جدول تغيرات الدالة g:

x	-2	-1	1	2
تغيرات g	-2	2	-2	2

وحته (f) يقطع محور القواسم في
النقطتين $(-\frac{7+\sqrt{21}}{2}; 0)$ و $(\frac{-7+\sqrt{21}}{2}; 0)$
مع محور الترتيب:

$$f(0) = 3.5 \text{ لدينا:}$$

وحته (f) يقطع محور الترتيب في
النقطة (د) (0; 3.5)

(5) دراسة وضعية (f) والمستقيم

$$y = 1 \text{ ذي المعادلة}$$

يحول إلى دراسة إشارة الفرق $f(x) - y$

$$f(x) - y = f(x) - 1 = \frac{5x+5}{x^2+2x+2}$$

لما أن $x^2+2x+2 > 0$ فإن إشارة $f(x) - y$
من إشارة $5x+5$

x	-	-1	+
$f(x) - y$	-	0	+
الوضعية النسبية	(f) يقع تحت (5)	(f) يقطع (5)	(f) يقع فوق (5)

(6) لدينا:

$$f(-2-x) = 1 + \frac{5(-2-x)+5}{(-2-x)^2+2(-2-x)+2}$$

$$= 1 + \frac{-5x-5}{x^2+4x-4-2x+2}$$

$$= 1 - \frac{5x+5}{x^2+2x+2}$$

$$f(-2-x) + f(x) = 1 - \frac{5x+5}{x^2+2x+2} + 1 + \frac{5x+5}{x^2+2x+2} = 2$$

ومنت $f(2-x) + f(x) = 2$

$$f(2-x) + f(x) = 2 \quad \text{التفسير:}$$

إن النقطة $(-1; 1) \in W$ مركز تناظر (f)

(2) لدينا $g(0) = 0 \Rightarrow a(0)^3 + (b)^3 + c = 0$
 $\Rightarrow \boxed{c = 0}$

$g(-1) = 2 \Rightarrow -a - b = 2 \Rightarrow a + b = -2$
 $g'(x) = 3ax^2 + b / g'(1) = 0$
 $\Rightarrow 3a + b = 0$

$\begin{cases} a + b = -2 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a = 1 \\ b = -3 \end{matrix}$

التقريب 10 =

$f'(x) = \frac{2x(x-1) - (x^2-3)}{(x-1)^2}$
 $= \frac{2x^2 - 2x - x^2 + 3}{(x-1)^2} = \frac{x^2 + 3 - 2x}{(x-1)^2}$

مجال المشتقات $\mathbb{R} - \{1\}$

إشارة المشتقة من إشارة البسط
 $x^2 + 3 - 2x > 0 \Rightarrow (x-1)^2$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
إشارة $f'(x)$	+		+
تغيرات f	↗		↗

$f'(x) = 3 \Rightarrow \frac{x^2 + 3 - 2x}{(x-1)^2} = 3$ (2)

$x^2 + 3 - 2x = 3(x^2 + 1 - 2x)$
 $\Rightarrow x^2 - 3x^2 - 2x + 6x + 3 - 3 = 0$
 $\Rightarrow -2x^2 + 4x = 0$

$\Rightarrow x(-2x + 4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ أو } x = 2$

(A) $y = f'(0)x + f(0) = 3x + 3$

(B) $y = f'(2)(x-2) + f(2)$
 $= 3x - 5$

(3) هل يوجد محاسن ؟
 نحل المعادلة $f'(x) = 0$
 $\Rightarrow x^2 + 3 - 2x = 0 \Rightarrow x^2 + 3 - 2x = 0$

المعادلة ليس لها حلول حقيقية

لا يوجد محاسن لـ (g) يوازي

محور القواسم

التقريب 11

1 - إكمال الجدول ...

2 - $f(x) = 0$ معناه :

$x = -2 \text{ أو } x = 0 \text{ أو } x = 2$

إشارة $f(x)$ على I :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
إشارة $f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

(3) g دالة معرفة على I بـ $g(x) = f(x)^2$

حسب المبرهنة : $(g \circ f)(x) :$

$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x) = 2f(x)f'(x)$

ب - جدول تغيرات الدالة g :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g'(x)$	-	0	+	0	+	0	+
تغيرات g	↘	↗	↗	↘	↗	↘	↗

ج - القيم الحدية للدالة g :

القيمة الحدية العظمى عند $(-3, 9)$

القيم الصغرى $(0, 0)$ و $(2, 0)$ و $(-2, 0)$

- حصر $g(x) : 0 \leq g(x) \leq 9$

حل التقريب 12

$f(x) = x^3 + x^2 + x$

تحسين « من أجل » $f'(-1) = -4$

التمرين 14 =

1/ f قابلة للاشتقاق على $[-1; 3]$

ودالتها المشتقة $f(x) = 3x^2 - 6x$

$f(0) = 2 / f(2) = -2 / f'(0) = 0$ (2)

$f'(2) = 0$

(3) دراسة إشارة المشتقة =

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+

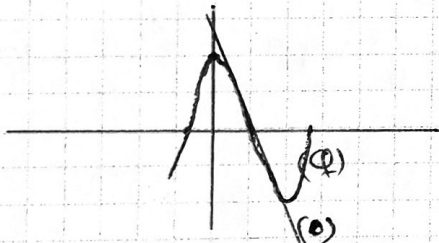
جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
تغيرات f		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

(4) كتابة معادلة المماس (A) =

(5) $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$= -3(x-1) + 0 = -3x + 3$



(6) دراسة الوضعية النسبية لـ (f)

و (5) =

$f(x) - y = x^3 - 3x^2 + 2 + 3x - 3$

$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$= (x-1)(x^2 - 2x + 1)$

الظاهر

إشارة الفرق وجدول الوضعية =

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x) - y$	-	0	+
الوضعية النسبية	φ يتقاطع تحت (5)	φ يقطع (5)	φ يتقاطع فوق (5)

$f'(x) = 3x^2 + 2x + \alpha$

$f'(-1) = 3(-1)^2 + 2(-1) + \alpha = -4$

$\Rightarrow 3 - 2 + \alpha = -4$

$\Rightarrow \alpha = -5$

ك دراسة اتجاه تغير الدالة f

من أجل $\alpha = 5$

ليبدأ $f'(x) = 3x^2 + 2x + 5$

ومن $f'(x) > 0$ وبالتالي الدالة

f متزايدة على $\mathbb{R}$.

(3) تعيين قيم α التي من أجلها

تكون f متزايدة على $\mathbb{R}$.

أي تعيين قيم α حيث :

$3x^2 + 2x + \alpha > 0$

معناه $4 - 12\alpha \leq 0$ معناه $\alpha \geq \frac{1}{3}$

معناه $\alpha \in [\frac{1}{3}, +\infty[$

حل التمرين 13 =

$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{\frac{2}{1+h+1} - 1}{h}$

$= \frac{\frac{2}{h+2} - 1}{h} = \frac{-1}{h+2}$

$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{h+2} = \frac{-1}{2}$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h+2}{(h+1)^2} = 2$ (2)

(3) أ - قراءة بيانية =

$k(-1) = 0 / k'(-1) = 0 / k(0) = -1$

$k'(0) = \frac{0.5 + 2.5}{-1 - 1} = -1.5$

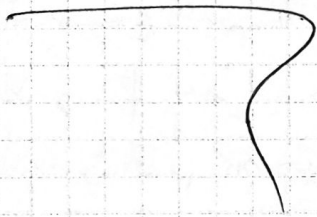
(ج) معادلة المماس لـ C_k عند

النقطة A =

$y = k'(-2)(x+2) - 2 = 4.5x + 7$

لتجاه اختيار جدول تغييرات
الدالة f

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$
إشارة $f'(x)$		$+$	$-$	$-$	$+$
تغيرات f		$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$



والله أعلم

(Φ) يقطع (Δ) عند النقطة $W(1,0)$
يجتري المساس المذني ومنه النقطة
 $W(0,0)$ هي نقطة التقاط (Φ)
القرني رقم 1:

$$f(n) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$$

$$f(n) = \frac{(ax+b)(n-2)+c}{n-2}$$

$$= \frac{ax^2 + bnx - 2ax - 2b + c}{n-2}$$

$$= \frac{ax^2 + n(b-2a) - 2b + c}{n-2}$$

بالمطابقة نجد:

$$\begin{cases} a=1 \\ b-2a=0 \\ -2b+c=5 \end{cases} \Rightarrow a=1 \quad b=2 \quad c=9$$

$$f(n) = n + 2 + \frac{9}{n-2}$$

(2) وضعية (Φ) بالنسبة لـ (Δ) :

$$f(n) - y = n + 2 + \frac{9}{n-2} - (n+2)$$

$$= \frac{9}{n-2}$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x) - y$	$-$	$+$	
الوضعية النسبية	(Φ) يقع تحت (Δ)	(Φ) يقع فوق (Δ)	

$$f(n) = \frac{2x(x-2) - (x^2 + 5)}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 4x - x^2 - 5}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x-2)^2}$$

$$\frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + x} = \frac{(x+1)(x-5)}{x(x+2)}$$