4 متوسط

بنك تمارين

الرياضيات في الطور المتوسط

من تأليف الأساتذة :

فرقوس عبدالحق — عفيصة سايح

بوجلال محمد — حسين صيد

هامل حسين — ...

... — ...

أنشطة هندسية

(نسخة تجريبية) 072020 – v00

الجزء الثاني:

أنشطة هندسية

التمرين رقم 1

الحل موجود في الصفحة 19

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$. وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

1. علم النقطتين $S\,(0;+4)$ و $P\,(-5;+2)$.
2. احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{PS}$ ثم استنتج الطول PS.
3. علما أن $OS = 4$ و $OP = \sqrt{29}$، ما نوع المثلث POS ؟ علل.
4. احسب إحداثيتي النقطة T حيث $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{OT}$.
5. احسب إحداثيتي النقطة M، مركز تناظر الرباعي $STOP$.

التمرين رقم 2

الحل موجود في الصفحة 19

(I) رتب تصاعديا الأعداد $4\sqrt{5}$، $\sqrt{125}$ ، $\sqrt{45}$ مع التعليل.

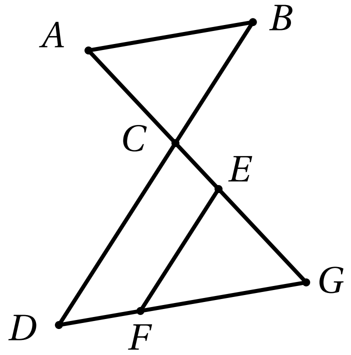
(II) وحدة الطول هي السنتيمتر.

ABC مثلث حيث $AB = 4\sqrt{5}$ ، $AC = \sqrt{125}$ و $BC = \sqrt{45}$.

- 1• ا) بين أن المثلث ABC قائم.
  - ب) احسب محيط هذا المثلث و اكتب النتيجة على الشكل $a\sqrt{5}$.
  - ج) احسب مساحة المثلث ABC.
- 2• نعتبر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.
  - ا) عين موضع مركزها K بدقة مع التعليل.
  - ب) احسب نصف قطر هذه الدائرة و اكتب النتيجة على الشكل $\dfrac{a\sqrt{c}}{b}$.
- 3• لتكن D النقطة بحيث يكون الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع و النقطة O مركزه.
  - ا) بين أن المستقيمين (BC) و (OK) متوازيان.
  - ب) احسب الطول OK.

التمرين رقم 3

الحل موجود في الصفحة 20



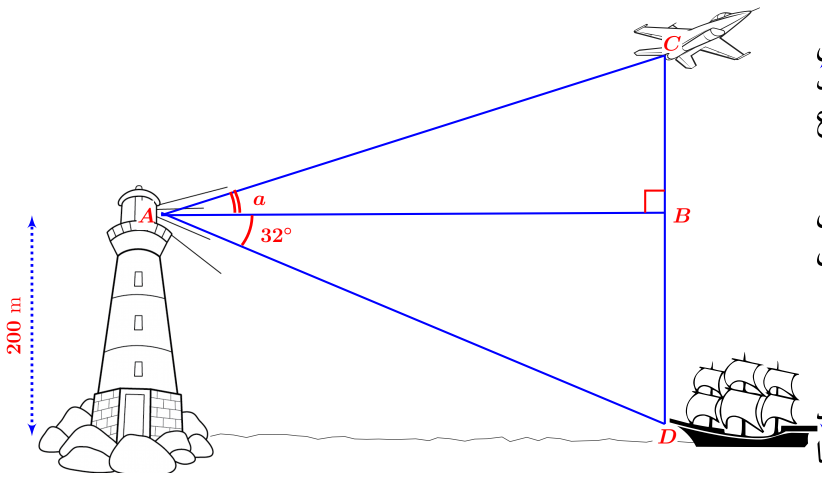
وحدة الطول هي السنتيمتر.

الشكل المقابل ليس مرسوما بالأبعاد الحقيقية حيث فيه : $(AB) \,//\, (DG)$ ؛
$AB = 4,2$ ؛ $AC = 3$ ؛ $GD = 6,3$ ؛ $GF = 2,8$ ؛ $EG = 2$.

1. احسب الطول CG.
2. هل المستقيمان (EF) و (CD) متوازيان ؟ علل.

التمرين رقم 4

الحل موجود في الصفحة 20



يقف راصد في أعلى برج مراقبة على ارتفاع $200\,\mathrm{m}$.
شاهد الراصد سفينة تقترب من البرج و في نفس اللحظة مرت طائرة فوق السفينة على ارتفاع $293\,\mathrm{m}$.

1. احسب المسافة التي تفصل السفينة عن البرج (الطول AB).
2. احسب الطول BC.
3. استنتج قيس زاوية الرصد $\widehat{BAC}$ التي رأى وفقها الطائرة.

التمرين رقم 5

الحل موجود في الصفحة 21

x هو قيس زاوية حادة حيث $\cos x = 0,6$.

1. احسب القيمة المضبوطة للعدد $\sin x$.
2. أنشئ، بدون استعمال المنقلة، زاوية قيسها x.

التمرين رقم 6

الحل موجود في الصفحة 21

1. ارسم مثلثا ABC متقايس الأضلاع طول ضلعه $4\,\mathrm{cm}$.
2. أنشئ النقطة M ، صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.
3. ما نوع الرباعي $ABMC$ ؟ علل.
4. (ا) أنشئ النقطة N بحيث : $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.
   (ب) بين أن المثلث ANB متقايس الأضلاع.
5. (ا) بين أن : $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BN}$.
   (ب) ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة B ؟
6. أتمم باستعمال نقط الشكل :
   (ا) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \cdots$ (ب) $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{BC} = \cdots$ (ج) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} = \cdots$

التمرين رقم 7

الحل موجود في الصفحة 21

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A.

1. (ا) أنشئ النقطة D ، صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$.
   (ب) ما نوع الرباعي $ADBC$ ؟ علل.
2. (ا) أنشئ النقطة E بحيث : $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$.

(ب) بين أن النقطة A هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCE.

3. أنشئ النقطة F ، نظيرة النقطة D بالنسبة إلى A.
4. بين أن $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EF}$.
5. أتمم باستعمال نقط الشكل :

(ا) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \cdots$ (ب) $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BD} = \cdots$ (ج) $\overrightarrow{CA} + \cdots = \overrightarrow{0}$.

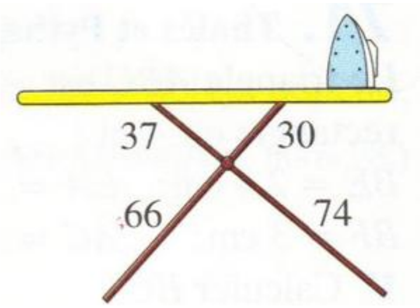
التمرين رقم 8

الحل موجود في الصفحة 22

وحدة الطول هي السنتيمتر.

الشكل المقابل يمثل طاولة كيّ الملابس.

هل سطح هذه الطاولة أفقي (يوازي سطح الأرض) ؟ علل.



التمرين رقم 9

الحل موجود في الصفحة 22

$(\mathcal{C})$ دائرة مركزها O و نصف قطرها r. $[AC]$ قطر لهذه الدائرة.
نرسم وترين $[AB]$ و $[AD]$ بحيث $\widehat{BAC} = 45°$ و $\widehat{CAD} = 30°$.

1. ما نوع المثلث ABC ؟
2. احسب الطول AB بدلالة r.
3. ما نوع المثلث COD ؟

(من ش.ت.م 1981).

التمرين رقم 10

الحل موجود في الصفحة 22

1. α هو قيس زاوية حادة. برهن ما يلي :

(ا) $(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 = 1 + 2\sin\alpha\cos\alpha$ (ب) $(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 + (\cos\alpha - \sin\alpha)^2 = 2$

2. ABC مثلث قائم في A . نضع $\widehat{ABC} = \alpha$ برهن أن : $\cos\alpha + \sin\alpha > 1$.

التمرين رقم 11

الحل موجود في الصفحة 22

$(\mathcal{C})$ دائرة مركزها O و $[AC]$ قطر لها حيث $AC = 7\,\text{cm}$.
B نقطة من الدائرة $(\mathcal{C})$ بحيث $AB = 3\,\text{cm}$.

1. أنشئ الشكل.
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{BCA}$ بالتدوير إلى الوحدة.
3. احسب الطول BC بالتدوير إلى المليمتر.

التمرين رقم 12
الحل موجود في الصفحة 22

التمرين رقم 13
الحل موجود في الصفحة 23

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
نعتبر النقط $A\,(1;0)$ ، $B\,(-2;4)$ ، $C\,(2,7)$.

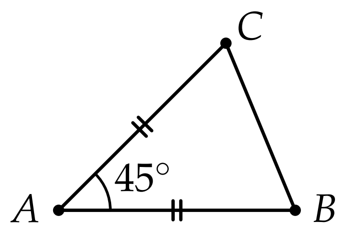
1. علم النقط A ، B ، C.
2. احسب إحداثيتي النقطة M ، منتصف القطعة $[AC]$.
3. احسب الطول AB.
4. إذا علمت أن $AC=5\sqrt{2}$ و $BC=5$ فما نوع المثلث ABC ؟
5. احسب إحداثيتي النقطة D بحيث $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$.

التمرين رقم 14
الحل موجود في الصفحة 23

$[AB]$ قطعة مستقيم حيث $AB=4\,\text{cm}$.

1. أنشئ النقطة C ، صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب.
2. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.

التمرين رقم 15
الحل موجود في الصفحة 23



1. بين أن C هي صورة B بدوران يطلب تعيين مميزاته.
2. أنشئ النقطة D ، صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته $45°$ في الاتجاه السالب.
3. بين أن D هي صورة A بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.

التمرين رقم 16
الحل موجود في الصفحة 24

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ النقطة $A\,(0;-4)$ و المستقيم (d) الذي معادلته $(d): y=3x+6$.

1. علم النقطة A و ارسم المستقيم (d).
2. بين بالحساب أن النقطتين $B\,(-2,0)$ و $C\,(-1;3)$ تنتميان إلى المستقيم (d).
3. لتكن النقطة $H\,(-3;-3)$.

(ا) هل النقطة H تنتمي إلى المستقيم (d) ؟ علل.

(ب) بين أن المثلث AHC قائم في H.

(ج) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم (d).

4. لتكن $(\mathcal{C})$ الدائرة التي مركزها A و تمس المستقيم (d).

(ا) ما هو نصف قطر الدائرة $(\mathcal{C})$ ؟

(ب) بين أن النقطة $E\,(3;-5)$ تنتمي إلى هذه الدائرة.

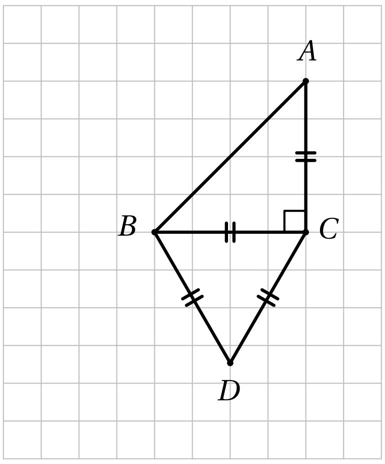
5. لتكن $(\mathcal{C}')$ صورة $(\mathcal{C})$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{HC}$.

(ا) جد إحداثيي النقطة I ، مركز الدائرة $(\mathcal{C}')$.

(ب) ما نوع الرباعي $AICH$ ؟ علل.

التمرين رقم 17

الحل موجود في الصفحة 25



1. تأمل في الشكل المقابل ثم حدد مركز، زاوية و اتجاه الدوران الذي :

(ا) يحول A إلى B.

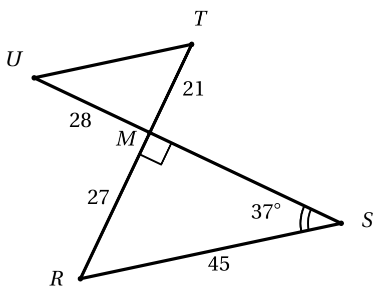
(ب) يحول B إلى C.

(ج) يحول D إلى A.

2. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه B و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب.

التمرين رقم 18

الحل موجود في الصفحة 25



وحدة الطول هي السنتيمتر.

الشكل المقابل غير مرسوم بالقياسات الحقيقية.

1. احسب الطول MS بالتدوير إلى الوحدة.

2. بين أن المستقيمين (RS) و (TU) متوازيان.

التمرين رقم 19

الحل موجود في الصفحة 25

1. لتكن $\widehat{A}$ زاوية حادة بحيث $\cos\widehat{A} = \dfrac{12}{13}$.

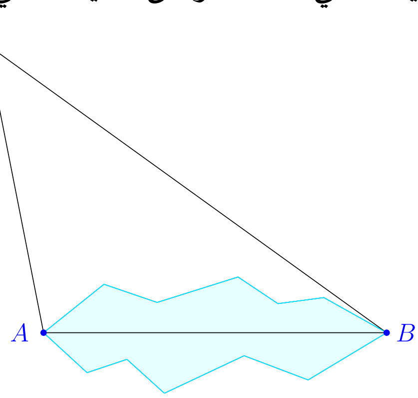
احسب $\sin\widehat{A}$ و $\tan\widehat{A}$.

2. $\widehat{B}$ زاوية حادة بحيث $\tan\widehat{B} = 2\sqrt{2}$.

احسب $\cos\widehat{B}$ و $\sin\widehat{B}$.

التمرين رقم **20** الحل موجود في الصفحة 26

تحلق طائرة P أفقيا و على ارتفاع $1050\,\text{m}$ قرب بحيرة تفصل بين مدينتين A و B كما هو ممثل في الشكل أدناه.
المسافة التي تفصل الطائرة عن المدينة A هي $1850\,\text{m}$ و عن المدينة B هي $2460\,\text{m}$.



جد قيس الزاوية التي يرى بها الطيار البحيرة و احسب طول البحيرة (الطول AB).

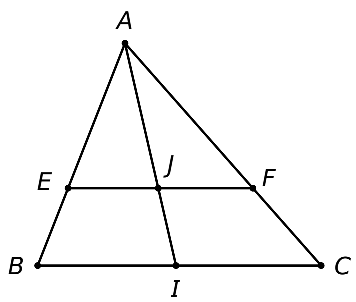
التمرين رقم **21** الحل موجود في الصفحة 26

وحدة الطول هي السنتيمتر.
ABC مثلث بحيث $AB = 10$ ، $AC = 12$ و $BC = 16$. نسمي H المسقط العمودي للنقطة A على الضلع $[BC]$.
نضع $AH = h$ و $BH = x$.

1. بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث ABH، عبّر عن h^2 بدلالة x .
2. بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث ACH، جِد علاقة أخرى بين h^2 و x .
3. حُل جملة المعادلتين التي تحصلت عليها في السؤالين السابقين.
4. جِد أقياس زوايا المثلث ABC .
5. احسب مساحة المثلث ABC .

التمرين رقم **22** الحل موجود في الصفحة 26

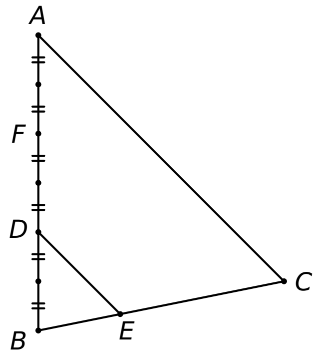
تأمل في الشكل التالي الذي فيه : $(EF) // (BC)$ ، $AE = 5$ ، $EB = 3$ ، $AI = 6$ ، $FC = 4$ ، $EF = 7$ ، $IC = 8$.



احسب الأطوال AJ ، AC ، JF و BI.

التمرين رقم **23** الحل موجود في الصفحة 27

تأمل في الشكل التالي الذي فيه :
$AF = FD = DB$ ، $(DE) // (AC)$ و مساحة المثلث BDE تساوي $6\,\text{cm}^2$.

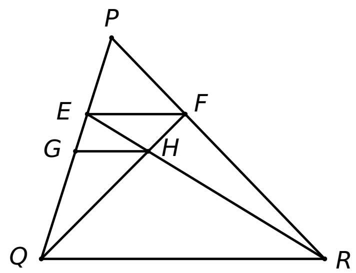


احسب مساحة شبه المنحرف $ACED$.

التمرين رقم 24

الحل موجود في الصفحة 27

تأمل في الشكل التالي الذي فيه :
المستقيمات (EF) ، (GH) ، (QR) متوازية ؛ $PE = \frac{1}{3}PQ = 3\,\text{cm}$ ؛ $FR = 8\,\text{cm}$ ؛ $QR = 15\,\text{cm}$ ؛ $QE = 6\,\text{cm}$ ؛ $HR = 9,6\,\text{cm}$.

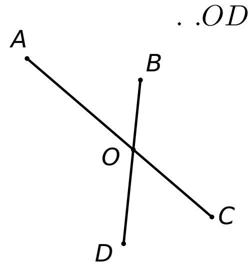


احسب الأطوال EF ، PF ، EH ، GH و GQ.

التمرين رقم 25

الحل موجود في الصفحة 28

تأمل في الشكل التالي الذي فيه :
$OA = 85$ ؛ $OB = 39$ ؛ $OC = 51$ ؛ $OD = 65$.

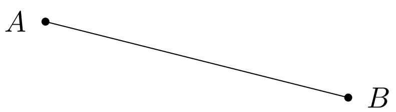


هل الرباعي (غير المتصالب) $ABCD$
1. متوازي الأضلاع ؟ علل.
2. شبه منحرف ؟ علل.

التمرين رقم 26

الحل موجود في الصفحة 28

باستعمال مسطرة غير مدرجة و مدور فقط، قسِّم القطعة $[AB]$ إلى 5 أجزاء متقايسة مع شرح الطريقة.

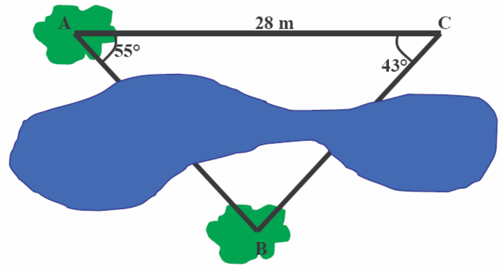


التمرين رقم 27

الحل موجود في الصفحة 28

يريد محمد حساب المسافة بين شجرتين A و B تفصل بينهما بحيرة. من أجل ذلك، يقف في نقطة تبعد عن A بِـ $28\,\mathrm{m}$ بحيث يمكنه رؤية الشجرتين من هذه النقطة.

من النقطة C ، يقيس بالمزولة (Le théodolite) الزاوية $\widehat{ACB}=43°$ و من النقطة A ، يقيس الزاوية $\widehat{CAB}=55°$.



1. اشرح لماذا لا يمكن تطبيق النسب المثلثية في المثلث ABC.
2. لهذا السبب، قرر محمد رسم الارتفاع $[BH]$ المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC.
   نضع $AH=x$ و $BH=h$.
   احسب x و h بالتدوير إلى الجزء من مائة.
3. احسب المسافة بين الشجرتين بالتدوير إلى $0,01$.

التمرين رقم 28

الحل موجود في الصفحة 29

1. علم، في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، النقط $A(3;-2)$ ، $B(-1;4)$ و $C(5;2)$.
2. حدد إحداثيتي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.
3. حدد إحداثيتي مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.

التمرين رقم 29

الحل موجود في الصفحة 29

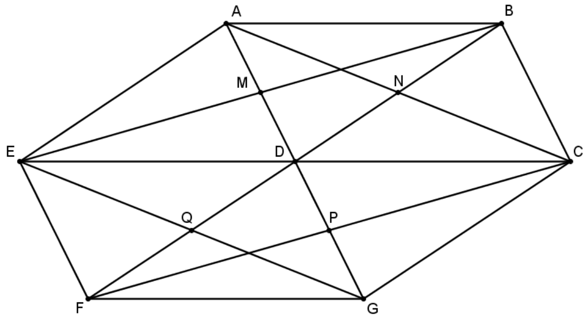
1. علم، في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، النقط $F(-1;2)$ ، $H(1;3)$ ، $K(3;-5)$ و $L(-2;-2)$.
2. حدد معادلة ديكارتية لكل من المستقيمين (FH) و (KL).
3. حدد إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (FH) و (KL).
4. حدد إحداثيتي النقطة J ، نقطة تقاطع المستقيم (KL) مع حامل محور الفواصل.

التمرين رقم 30

الحل موجود في الصفحة 30

نعتبر الشكل أدناه الذي فيه

- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{FG}$
- $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DG}$



1. بين، باستعمال المعطيات و علاقة شال، أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{EG}$ و استنتج طبيعة الرباعي $ACGE$.
2. أتمم، إن أمكن، المساويات التالية :

(ا) $\overrightarrow{AM}=\cdots\cdot\overrightarrow{MG}$ (ب) $\overrightarrow{DQ}=\cdots\cdot\overrightarrow{DB}$

(ج) $\overrightarrow{EM}=\cdots\cdot\overrightarrow{ED}$ (د) $\overrightarrow{FB}=\cdots\cdot\overrightarrow{AE}$

(هـ) $\overrightarrow{BB}=\cdots\cdot\overrightarrow{EN}$ (و) $\overrightarrow{DQ}=\cdots\cdot\overrightarrow{DN}$

3. حدد ممثلا للأشعة التالية باستعمال نقط الشكل فقط : (ا) $\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{PD}$ (ب) $\overrightarrow{FC}-\overrightarrow{ED}-\overrightarrow{PG}$

(ج) $\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{QE}+\overrightarrow{FP}$ (د) $\overrightarrow{QD}-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GQ}$

التمرين رقم 31

الحل موجود في الصفحة 31

سلم طوله $3,50\,\mathrm{m}$ ، يستند إلى جدار و يصنع معه زاوية قيسها $20°$.

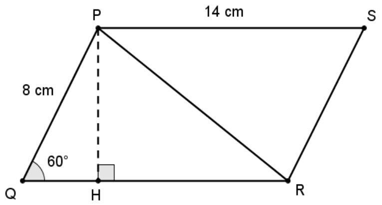
1. احسب ارتفاع نقطة تماس السلم مع الجدار عن سطح الأرض.
2. حدد ارتفاع منتصف السلم عن الأرض بالتدوير إلى السنتيمتر.
3. احسب المسافة بين أسفل السلم و الجدار.

التمرين رقم 32

الحل موجود في الصفحة 31

تأمل في الشكل ثم احسب :

1. طول الارتفاع $[PH]$.
2. طول القطر $[PR]$.
3. مساحة متوازي الأضلاع $PQRS$.



التمرين رقم 33

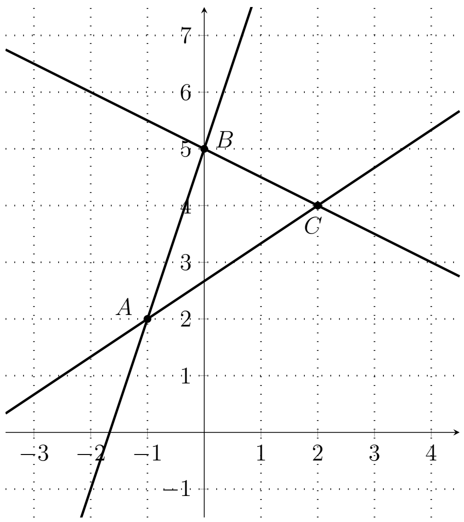
الحل موجود في الصفحة 32

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A ، فيه طول الارتفاع المتعلق بالقاعدة $[BC]$ يساوي طول هذه القاعدة.
احسب أقياس زوايا هذا المثلث بالتدوير إلى 10^{-2}.

التمرين رقم **34** الحل موجود في الصفحة 32

رأى راصد من نقطة B على سطح الأرض برجا بزاوية قيسها 18° و رأى راصد آخر هذا البرج من الجهة المقابلة من نقطة C و بزاوية قيسها 14°.
احسب ارتفاع البرج إذا علمت أن المسافة بين الراصدين هي $BC = 200\,\mathrm{m}$ (نهمل قامتَيْ الراصدين أي نعتبر أن أعينهما في مستوى سطح الأرض).

التمرين رقم **35** الحل موجود في الصفحة 33



1. حدد معادلة ديكارتية لكل من (AB) ، (AC) و (BC).
2. حدد، من كل مستقيم، نقطتين إحداثيتَيْ كل منهما أعداد صحيحة.
3. هل النقطة $P\,(2018;1348)$ تنتمي إلى أحد هذه المستقيمات؟

التمرين رقم **36** الحل موجود في الصفحة 33

نعتبر عائلة المستقيمات $(d_m) : 3x - my + 2m = 0$ حيث m وسيط حقيقي.

1. حدد قيمة m حتى يمر المستقيم (d_m) من النقطة $A\,(-5;9)$ ثم اكتب معادلة هذا المستقيم في أبسط شكل.
   مثل بيانيا هذا المستقيم في معلم متعامد متجانس وحدته $0,5\,\mathrm{cm}$.
2. حدد قيمة m حتى يكون معامل توجيه المستقيم (d_m) يساوي $-\dfrac{1}{2}$ ثم اكتب معادلته في أبسط شكل.
   مثل بيانيا هذا المستقيم في المعلم السابق.
3. بين أن النقطة $I\,(0;2)$ تنتمي إلى كل المستقيمات (d_m).
   هل النقطة $J\,(1;2)$ تنتمي إلى كل المستقيمات (d_m) ؟

التمرين رقم **37** الحل موجود في الصفحة 34

في معلم متعامد و متجانس، علم النقط التالية :
$A\,(-2;3)$ ؛ $B\,(1;4)$ ؛ $C\,(-3;-2)$ ؛ $D\,(0;-1)$.

1. احسب مركبتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$.
2. استنتج نوع الرباعي $ABDC$.

أ.المستوى : 4 م

بنك تمارين الرياضيات لمرحلة المتوسط

v01 (072020)

التمرين رقم 38

الحل موجود في الصفحة 34

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس.

1. علم النقط : $A(1;3)$ ؛ $B(-3;-2)$ ؛ $C(4;1)$.
2. جِد مركبتي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ حسابيا و بيانيا.
3. $\overrightarrow{V}$ شعاع في هذا المستوي بحيث $\overrightarrow{V}\begin{pmatrix}8-x\\y+9\end{pmatrix}$.
احسب العددين x و y علما أن $\overrightarrow{V}=\overrightarrow{AC}$.

التمرين رقم 39

الحل موجود في الصفحة 34

$\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1. علم النقط : $A(3;7)$ ؛ $B(3;-3)$ ؛ $C(-1;-1)$.
2. احسب الأطوال AB ، AC و BC.
3. بين أن المثلث ABC قائم.
4. ارسم الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ثم احسب احداثيتي مركزها E.
5. بين أن المستقيم (AC) مماس للدائرة التي قطرها $[BC]$.

التمرين رقم 40

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. علم النقط : $A(2;2)$ ؛ $B(-3;-1)$ ؛ $C(5;-3)$.
2. احسب الطول AB.
3. علما أن $AC=\sqrt{34}$ و $BC=2\sqrt{17}$، ما نوع المثلث ABC ؟
4. احسب إحداثيتي النقطة D حيث $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$.
5. ما نوع الرباعي $ABDC$ ؟ احسب إحداثيتي النقطة M ، نقطة تلاقي قطريه.

التمرين رقم 41

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$.
وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط : $A(-3;2)$ ؛ $B(-2;4)$ ؛ $C(2;2)$.
2. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
3. محور الضلع $[BC]$ يقطعه في H و يقطع الضلع $[AC]$ في G.
– احسب إحداثيتي النقطة H.
4. استنتج مما سبق الطول GH.
5. عين النقطة D، نظيرة B بالنسبة إلى G.
– ما نوع الرباعي الناتج ؟ علل.

6. احسب إحداثيتي النقطة D.

التمرين رقم 42

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. علم النقط $A\,(-3;4)$ ، $B\,(-2;1)$ ، $C\,(3;-3)$ ، $D\,(6;2)$.
2. احسب مركبتي الشعاع $\vec{u}$ حيث $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.
3. علم النقطة I حيث $\overrightarrow{OI}=\vec{u}$.

التمرين رقم 43

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

A نقطة خاضعة لثلاث قوى ممثلة بالأشعة $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\vec{w}$ حيث $A\,(3;-1)$ ، $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ ، $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$ ، $\vec{w}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$.

1. مثل هذه المعطيات.
2. ما هي محصلة القوى التي تخضع لها النقطة A ؟ ماذا تستنتج ؟
3. احسب شدة كل قوة.

التمرين رقم 44

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. علم النقط $A\,(-2;2)$ ، $B\,(2;-1)$ ، $C\,(5;3)$ ، $D\,(1;6)$.
2. احسب إحداثيتي K ، منتصف $[AC]$.
3. احسب إحداثيتي L ، منتصف $[BD]$.
4. استنتج نوع الرباعي $ABCD$.
5. احسب الأطوال AB ، AC ، BC.
6. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
7. استنتج نوع الرباعي $ABCD$.

التمرين رقم 45

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. علم النقط $A\,(-1;6)$ ، $B\,(7;-2)$ ، $C\,(1;-2)$ ، $D\,(9;6)$.
2. بين أن النقطة $E\,(4;3)$ مركز دائرة تشمل النقط A ، B ، C و D. ما هو نصف قطر هذه الدائرة ؟
3. بين أن النقطة $M\,(4;1)$ تنتمي إلى القطعة $[AB]$ و إلى القطعة $[CD]$.
4. قارن بين $MA\times MB$ و $MC\times MD$.
5. بين أن $(BC)\,//\,(AD)$.

التمرين رقم 46

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.
وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط $A(-2;-3)$ ، $B(-4;4)$ ، $C(3;6)$.
2. احسب مركبتي كل من $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BC}$.
3. (ا) احسب الأطوال AB ، AC و BC.
   (ب) ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
4. لتكن النقطة D بحيث $ABCD$ متوازي الأضلاع.
   (ا) احسب إحداثيتي النقطة D.
   (ب) ما نوع الرباعي $ABCD$ ؟ علل.
5. عين مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.
6. بين أن النقطة D تنتمي إلى هذه الدائرة.
7. جد إحداثيتي E ، صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
8. ما نوع الرباعي $ABEC$ ؟ علل.
9. احسب مساحة الرباعي $ABEC$.

التمرين رقم 47

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس (وحدة الطول هي السنتيمتر).

1. علم النقط $A(-3;1)$ ، $B(0;4)$ ، $C(1;-3)$.
2. احسب مركبتَي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم استنتج الطول AB.
3. بين أن المثلث ABC قائم في A إذا علمت أن $AC = 4\sqrt{2}$ و $BC = 5\sqrt{2}$.
4. عيّن على الشكل النقطة D، صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم اقرأ إحداثييها.
5. احسب إحداثيي النقطة M ، مركز تناظر الرباعي $ABDC$.

التمرين رقم 48

الحل موجود في الصفحة 36

ABC مثلث كيفي. ترجم بمساواة شعاعية العبارات التالية ثم أنشئ النقط D ، E ، F ، G ، H.

1. D نظيرة B بالنسبة إلى A.
2. C منتصف القطعة $[BE]$.
3. F صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.
4. $BDGF$ متوازي الأضلاع.
5. H مركز متوازي الأضلاع $ADGC$.

التمرين رقم 49

الحل موجود في الصفحة 36

A ، B ، C ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة.

1. أنشئ النقطة D بحيث $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.
2. أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$.
3. استنتج نوع الرباعي $CEDB$.

التمرين رقم 50

الحل موجود في الصفحة 36

ABC مثلث قائم في A.

أنشئ النقط D ، E ، F ، G ، H و I بحيث :

$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AC}$ ؛ $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{BC}$ ؛ $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF}$ ؛ $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AH}$ ؛ $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$.

التمرين رقم 51

الحل موجود في الصفحة 37

$ABCD$ معين. مثِّل الأشعة التالية :

$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$ ؛ $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ ؛ $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB}$.

التمرين رقم 52

الحل موجود في الصفحة 37

$EFGH$ متوازي الأضلاع و I منتصف $[EF]$.

1. أنشئ الشكل.
2. (ا) ما هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ؟
   (ب) ما هي صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ؟ علِّل.
3. أنشئ النقطة J ، صورة I بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$.
   ماذا تمثل النقطة J بالنسبة للقطعة $[GH]$ ؟ علِّل.
4. أنشئ النقطة K بحيث $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EH}$.
   بين أن J منتصف $[EK]$.

التمرين رقم 53

الحل موجود في الصفحة 38

1. أنشئ متوازي الأضلاع $ABCD$ ثم النقط E ، F ، G و H بحيث :

   $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{0}$ ؛ $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ ؛ $2\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CD}$ ؛ $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{FB}$.
2. ماذا تمثل النقط E ، F ، G ، H بالنسبة للقطع $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ ، $[DA]$ على الترتيب ؟
3. استنتج نوع الرباعي $EFGH$.

التمرين رقم 54 — الحل موجود في الصفحة 38

A ، B ، C ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة.

1. (ا) أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BE}$.
   (ب) بين أن الرباعي $ABEC$ متوازي الأضلاع.
2. (ا) أنشئ النقطة G ، صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$.
   (ب) بين أن A منتصف $[GC]$.
   (ج) استنتج $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AC}$.
3. (ا) أنشئ النقطة H بحيث $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AG}$.
   (ب) بين أن : $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$.

التمرين رقم 55 — الحل موجود في الصفحة 38

ABC مثلث كيفي.

1. عين النقطة H بحيث $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BH}$.
2. عين النقطة E بحيث $\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{CE}$.
3. برهن أن $(AE)//(BC)$.

التمرين رقم 56 — الحل موجود في الصفحة 39

ABC مثلث كيفي.

1. أنشئ النقطتين D و N بحيث :
   $\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
2. بين أن B منتصف $[DN]$.

التمرين رقم 57 — الحل موجود في الصفحة 39

1. ارسم مثلثا MEC ثم عين K ، منتصف $[CM]$.
2. أنشئ النقطة N ، نظيرة E بالنسبة إلى K.
3. بين أن $\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{EM}$.
4. (ا) أنشئ النقطة D ، صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CN}$.
   (ب) ماذا تمثل النقطة M بالنسبة للقطعة $[ED]$ ؟ علل.
5. أتمم المساويات التالية باستعمال نقط الشكل :
   (ا) $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{MD}=\dots$ (ب) $\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{ND}=\dots$ (ج) $\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EC}=\dots$

التمرين رقم 58 الحل موجود في الصفحة 39

EFG مثلث كيفي.

1. أنشئ النقطة K ، صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FG}$.
2. أنشئ النقطة L حيث $\overrightarrow{EK}+\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EL}$.
3. بين أن النقطة G منتصف القطعة $[FL]$.

التمرين رقم 59 الحل موجود في الصفحة 39

المستوي مزود بمعلم م.م $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$. وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط $A(-3;2)$ ، $D(4;3)$ و $F(5;-4)$.
2. بين أن المثلث ADF متساوي الساقين رأسه الأساسي D علما أن $DF=\sqrt{50}$.
3. بين أن F هي صورة A بدوران يُطلب تحديد عناصره.
4. احسب إحداثيتي النقطة E حتى يكون الرباعي $DAEF$ معينا.

التمرين رقم 60 الحل موجود في الصفحة 40

1. أنشئ مثلثا ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث $BC=4\,\text{cm}$ و $\widehat{ABC}=43°$.
2. أنشئ E ، صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $180°$.
3. بين نوع المثلث BEC ثم ارسم الدائرة المحيطة به.
4. احسب قيس الزاوية $\widehat{CAE}$.
5. نسمي H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC).
احسب الطول AH و استنتج مساحة المثلث ABC.
6. احسب الطول EC.

التمرين رقم 61 الحل موجود في الصفحة 41

ارسم مثلثا كيفيا ABC.

1. أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{0}$.
2. عين النقطة F بحيث $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{FC}$.
3. عين النقطة I ، منتصف$[BC]$.
4. برهن أن المستقيمين (BC) و (AF) متوازيان.
5. نسمي J نقطة تقاطع (BF) و (AC).
بين أن النقط E ، I و J في استقامية.

التمرين رقم 62

الحل موجود في الصفحة 42

علم، في م.م.م، النقط $A(2;3)$ ، $B(-1;2)$ ، $C(4;-1)$ ، $D(-4;1)$ و $E(6;-5)$.

1. بين أن B منتصف $[AD]$ و C منتصف $[AE]$.
2. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (BC) و (DE) ؟

التمرين رقم 63

الحل موجود في الصفحة 42

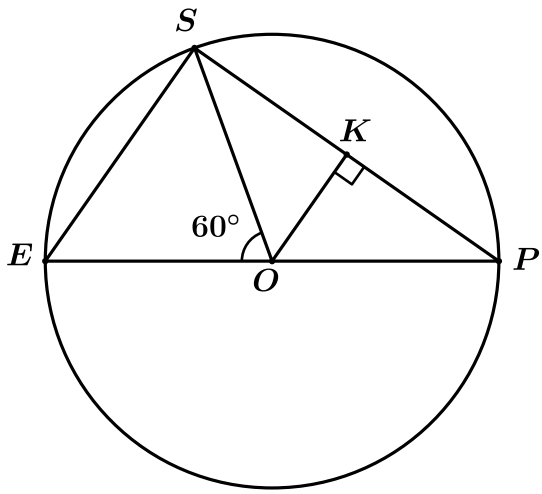
المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط $A(-1;3)$ ؛ $B(5;5)$ ؛ $C(3;1)$.
2. احسب الطول AC.
3. بين أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين علما أن $BC=2\sqrt{5}$ و $AB=2\sqrt{10}$.
4. أنشئ النقطة D ، صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$.
   - ما نوع الرباعي $ACBD$ ؟ علل.

التمرين رقم 64

الحل موجود في الصفحة 43

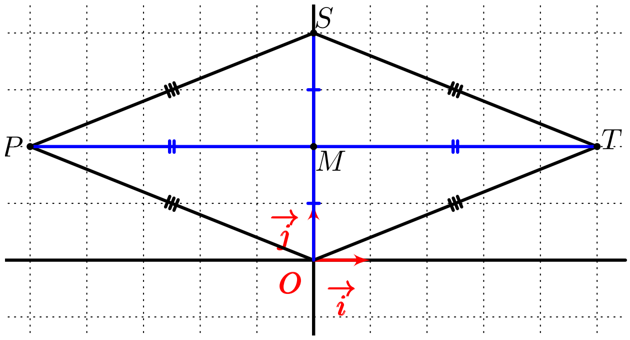
الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي السنتيمتر).
يُعطى : $EP=8$.



1. بين أن S هي صورة E بدوران يطلب تعيين مركزه، اتجاهه و زاويته.
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{EPS}$.
3. احسب الطولين PS و PK (بالتدوير إلى الوحدة).

حل التمرين رقم 1

للعودة إلى التمرين 1



1. تعليم النقطتين $S(0;4)$ و $P(-5;2)$.

2. $\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix}x_S-x_P\\ y_S-y_P\end{pmatrix}$ منه $\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix}0-(-5)\\ 4-2\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$.

منه $PS=\sqrt{5^2+2^2}\,\text{cm}=\sqrt{25+4}\,\text{cm}=\boxed{\sqrt{29}\,\text{cm}}$.

3. بما أن $OP=PS=\sqrt{29}\,\text{cm}$ فإن المثلث POS متساوي الساقين رأسه الأساسي P.

4. $\overrightarrow{OT}=\overrightarrow{PS}$ معناه $\overrightarrow{OT}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ إذن $\boxed{T(5;2)}$ (إحداثيتا النقطة T هما مركبتا الشعاع $\overrightarrow{OT}$).

5. بما أن $\overrightarrow{OT}=\overrightarrow{PS}$ فإن الرباعي $STOP$ متوازي الأضلاع و بالتالي فمركز تناظره هو نقطة تلاقي قطريه منه M منتصف $[OS]$ و بالتالي : $x_M=\dfrac{x_O+x_S}{2}=\dfrac{0+0}{2}=0$ و $y_M=\dfrac{y_O+y_S}{2}=\dfrac{0+4}{2}=2$ إذن $\boxed{M(0;2)}$.

حل التمرين رقم 2

للعودة إلى التمرين 2

(I) لدينا : $4\sqrt{5}=\sqrt{4^2}\times\sqrt{5}=\sqrt{16}\times\sqrt{5}=\sqrt{16\times 5}=\sqrt{80}$.
و بما أن $45<80<125$ فإن $\sqrt{45}<\sqrt{80}<\sqrt{125}$ أي $\sqrt{45}<4\sqrt{5}<\sqrt{125}$.

(II) ABC مثلث حيث $AB=4\sqrt{5}$ ، $AC=\sqrt{125}$ و $BC=\sqrt{45}$.

•1 ا) من الجزء الأول : $BC<AB<AC$ و $AB=\sqrt{80}$.
من جهة أخرى $AC^2=\left(\sqrt{125}\right)^2=125$ و $AB^2+BC^2=\left(\sqrt{80}\right)^2+\left(\sqrt{45}\right)^2=80+45=125$ أي $AB^2+BC^2=AC^2$
فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في B (الوتر هو $[AC]$).

ب) محيط هذا المثلث هو $\boxed{12\sqrt{5}\,\text{cm}}$.

$\mathcal{P}_{ABC}=AB+BC+AC=4\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{125}=4\sqrt{5}+\sqrt{9\times 5}+\sqrt{25\times 5}=$
$4\sqrt{5}+34\sqrt{5}+54\sqrt{5}=(4+3+5)\sqrt{5}=12\sqrt{5}$

ج) احسب مساحة المثلث ABC هي $\boxed{30\,\text{cm}^2}$.

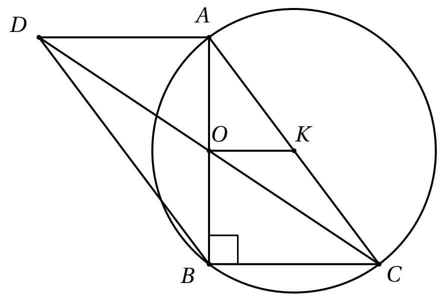
$$\mathcal{S}_{ABC}=\frac{AB\times BC}{2}=\frac{4\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}}{2}=\frac{12\times\left(\sqrt{5}\right)^2}{2}=6\times 5=30$$

•2 نعتبر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.
ا) مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم هي منتصف وتره إذن K منتصف $[AC]$.

ب) نصف قطر هذه الدائرة هو $\boxed{\dfrac{5\sqrt{5}}{2}\,\text{cm}}$.

$$AK=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{125}}{2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$$

•3 لتكن النقطة D بحيث يكون الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع و لتكن O مركزه.
قطرا متوازي الأضلاع متناصفان إذن O منتصف $[AB]$. و بما أن K منتصف $[AC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج:
ا) أن المستقيمين (BC) و (OK) متوازيان.
ب) و أن $OK=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{\sqrt{45}}{2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}\,\text{cm}$.



حل التمرين رقم 3

للعودة إلى التمرين 3

1. في المثلث ABC لدينا : $G \in (CA)$ و $D \in (CB)$ بحيث $(DG) // (AB)$ فحسب خاصية طاليس :
$\frac{AB}{DG} = \frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CG}$ أي $\frac{4,2}{6,3} = \frac{CB}{CD} = \frac{3}{CG}$ منه $4,5 = \frac{18,9}{4,2} = \frac{6,3 \times 3}{4,2} = CG$. إذن $\boxed{CG = 4,5\,\text{cm}}$.

2. نبدأ بمقارنة النسبتين $\frac{GE}{CC}$ و $\frac{GF}{GD}$. لدينا : $\frac{GE}{GC} = \frac{2}{4,5}$ و $\frac{GF}{GD} = \frac{2,8}{6,3}$.
بما أن $2,8 \times 4,5 = 12,6$ و $6,3 \times 2 = 12,6$ أي $2,8 \times 4,5 = 6,3 \times 2$ فإن $\frac{2}{4,5} = \frac{2,8}{6,3}$ أي $\boxed{\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GD}}$.
النقط G ، E ، C من جهة و النقط G ، F ، D من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب بحيث $\frac{GF}{GD} = \frac{GE}{GC}$ فحسب الخاصية العكسية لخاصية طاليس : $(EF) // (CD)$.

حل التمرين رقم 4

للعودة إلى التمرين 4

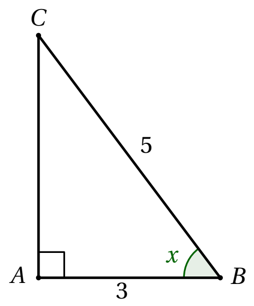
1. في المثلث ABD القائم في B لدينا : $\tan \widehat{BAD} = \frac{DB}{AB}$ أي $\tan 32° = \frac{200}{AB}$ منه :
$AB = \frac{200}{\tan 32°} \approx \frac{200}{0,6249} \approx 320,05$
إذن فالمسافة التي تفصل السفينة عن البرج هي $\boxed{AB = 320\,\text{m}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

2. لدينا : $BC = CD - BD = 293\,\text{m} - 200\,\text{m} = \boxed{93\,\text{m}}$.

3. في المثلث ABC القائم في B لدينا : $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{93}{320} \approx 0,2906$ منه $\widehat{BAC} = \boxed{\tan}\ \boxed{2\text{ndf}}\ \boxed{0,2906} \approx 16,2°$.
إذن زاوية الرصد التي يرى وفقها الطائرة هي $\boxed{\widehat{BAC} = 16°}$ بالتدوير إلى الوحدة.

حل التمرين رقم 5

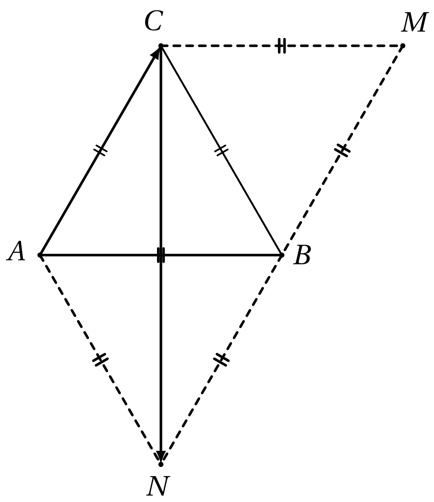
للعودة إلى التمرين 5



1. نعلم أن $\cos^2 x+\sin^2 x = 1$ أي $(0,6)^2+\sin^2 x = 1$ أي $0,36+\sin^2 x = 1$ منه $\sin^2 x = 1 - 0,36 = 0,64$ و بما أن x قيس زاوية حادة فإن $\sin x > 0$ منه $\sin x = \sqrt{0,64} = \boxed{0,8}$.
2. لدينا : $\cos x = 0,6 = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5} = \cdots$.
نرسم مثلثا ABC قائما في A بحيث $AB = 3\,\text{cm}$ و $BC = 5\,\text{cm}$ فيكون $\cos\widehat{B} = \dfrac{BA}{BC} = \dfrac{3}{5} = 0,6$ إذن $x = \widehat{B}$.

حل التمرين رقم 6

للعودة إلى التمرين 6



1. الشكل.
2. الشكل.
3. بما أن M صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$ فإن الرباعي $ABMC$ متوازي الأضلاع و بما أن $AB = AC$ فهو معين (له ضلعان متتاليان متقايسان).
4. (ا) الشكل.
(ب) بما أن $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$ فإن الرباعي $ANBC$ متوازي الأضلاع و بالتالي $AN = BC$ و $NB = AC$. لكن $AB = AC = BC$ و بالتالي $AB = NB = AN$ و هذا يعني أن المثلث ANB متقايس الأضلاع.
5. (ا) بما أن $ABMC$ متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CA}$ و بما أن $ANBC$ متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CA}$.
نستنتج إذاً أن $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BN}$.
(ب) بما أن $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BN}$ فإن B منتصف $[MN]$.
6. (ا) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$
(ب) $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{\boldsymbol{BA}}$
(ج) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{\boldsymbol{BM}} + \overrightarrow{\boldsymbol{MB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{BB}} = \overrightarrow{0}$

حل التمرين رقم 7

للعودة إلى التمرين 7

1. (ا) الشكل.
(ب) بما أن D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ فإن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ و هذا يعني أن الرباعي $ADBC$ متوازي الأضلاع.
2. (ا) الشكل.
(ب) بما أن $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$ فإن A منتصف $[BE]$ منه $AB = AE$. لكن $AB = AC$ إذن $AB = AC = AE$ و هذا يعني أن A مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCE (و بالتالي فهو قائم في C). . . . .
3. الشكل.

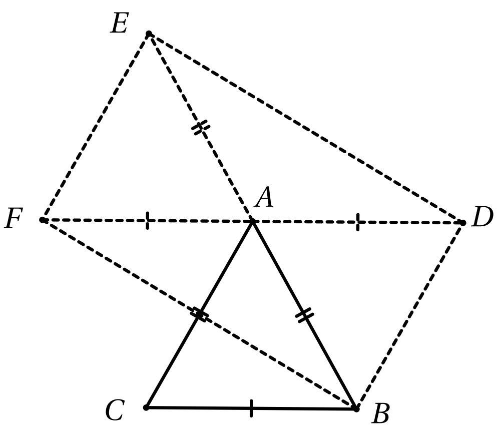
4. بما أن F نظيرة D بالنسبة إلى A فإن $AF = AD$.

و نعلم أن $AB = AE$ إذن فقطريْ الرباعي $BFED$ متناصفان و بالتالي فهو متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EF}$.

5. (ا) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{\overrightarrow{BD}}$ أو $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{\overrightarrow{CA}}$ أو $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AE}=\boldsymbol{\overrightarrow{FE}}$

(ب) $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{\overrightarrow{BE}}$ (قاعدة متوازي الأضلاع)

(ج) $\overrightarrow{CA}+\boldsymbol{\overrightarrow{AC}}=\overrightarrow{0}$ أو $\overrightarrow{CA}+\boldsymbol{\overrightarrow{DB}}=\overrightarrow{0}$ أو $\overrightarrow{CA}+\boldsymbol{\overrightarrow{EF}}=\overrightarrow{0}$



حل التمرين رقم 8

للعودة إلى التمرين 8

نقارن النسبتين $\frac{37}{74}$ و $\frac{30}{66}$. بما أن : $37\times 66 = 2442$ و $74\times 30 = 2220$ أي $37\times 66 \neq 74\times 30$ فإن $\frac{30}{66} \neq \frac{37}{74}$.
و حسب العكس النقيض لخاصية طاليس نستنتج أن سطح طاولة الكي لا يوازي سطح الأرض ما يعني أن الطاولة ليست أفقية.

حل التمرين رقم 9

للعودة إلى التمرين 9

حل التمرين رقم 10

للعودة إلى التمرين 10

حل التمرين رقم 11

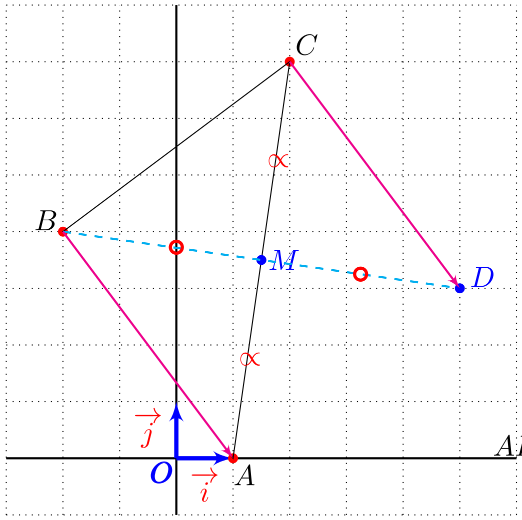
للعودة إلى التمرين 11

حل التمرين رقم 12

للعودة إلى التمرين 12

حل التمرين رقم 13

للعودة إلى التمرين 13



1. الشكل.

2. لدينا : $M\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$

منه $M\left(\frac{1+2}{2};\frac{0+7}{2}\right)$ أي $M\,(1,5\ ;\ 3,5)$

3. لدينا : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

أي $AB=\sqrt{(-2-1)^2+(4-0)^2}=\sqrt{(-3)^2+4^2}$

$AB=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=\boxed{5}$

4. بما أن $AB=BC$ فإن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي B.

من جهة أخرى : $AC^2=(5\sqrt{2})2=25\times 2=50$ و $AB^2+BC^2=5^2+5^2=25+25=50$ أي $AB^2+BC^2=AC^2$ فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في B. إذاً فالمثلث ABC قائم في B و متساوي الساقين.

5. لدينا : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}x_A-x_B\\y_A-y_B\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$ منه $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}1-(-2)\\0-4\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-2\\y_D-7\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-2\\y_D-7\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$ معناه $\begin{cases}x_D-2&=3\\y_D-7&=-4\end{cases}$ منه $\begin{cases}x_D&=3+2\\y_D&=-4+7\end{cases}$ أي $\begin{cases}x_D&=5\\y_D&=3\end{cases}$ إذاً $D\,(5;3)$.

حل التمرين رقم 14

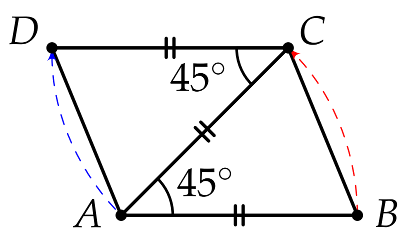
للعودة إلى التمرين 14

حل التمرين رقم 15

للعودة إلى التمرين 15

1. بما أن $AB=AC$ و $\widehat{BAC}=45°$ فإن C هي صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $45°$ في الاتجاه الموجب (عكس عقارب الساعة). (1,5ن)

2. الشكل. (1,5ن)

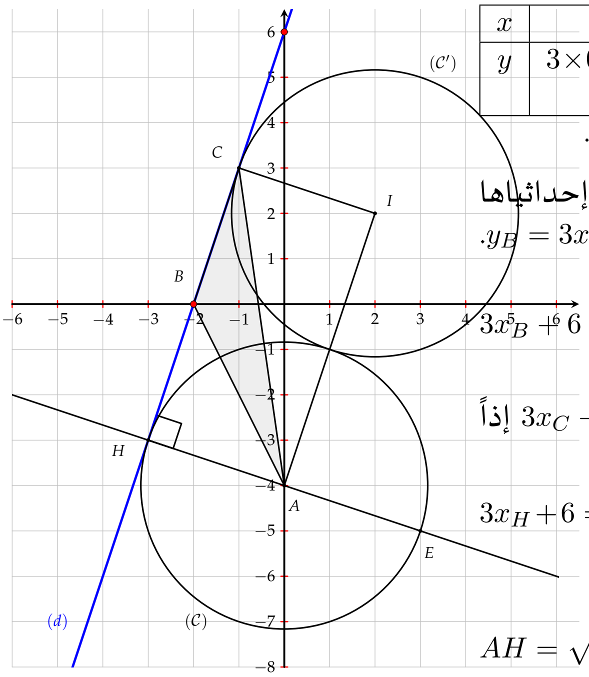


3. بما أن D صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته $45°$ فإن $CA=CD$ و $\widehat{ACD}=45°$.

لدينا إذاً $\widehat{BAC}=\widehat{ACD}=45°$ (زاويتان متبادلتان داخليا و متقايستان) و بالتالي $(AB)\,//\,(CD)$. و بما أن $AB=AC$ و $AC=CD$ فإن $AB=CD$ و هذا يعني أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع (له ضلعان متقابلان متقايسان و حاملاهما متوازيان) منه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و بالتالي فإن D هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$. (2ن)

1. تعليم النقطة A.

لرسم المستقيم ، نحتاج إلى نقطتين منه :



x	0	-2
y	$3\times0+6=0+6=\mathbf{6}$	$3\times(-2)+6=-6+6=\mathbf{0}$

المستقيم (d) يشمل النقطتين $(0;6)$ و $(-2;0)$.

2. النقطة B تنتمي إلى المستقيم (d) إذا كان إحداثياها يحققان معادلة المستقيم (d) أي إذا كان $y_B=3x_B+6$.
(انظر أيضا السؤال السابق)

لكن : $3x_B+6=3\times(-2)+6=-6+6=0=y_B$
إذاً $B\in(d)$.

بالمثل : $3x_C+6=3\times(-1)+6=-3+3=y_C$ إذاً
$C\in(d)$.

3. (ا) لدينا : $3x_H+6=3\times(-3)+6=-9+6=-3=y_H$
إذاً $H\in(d)$.

(ب) لدينا :
$$AH=\sqrt{(x_H-x_A)^2+(y_H-y_A)^2}$$
$$=\sqrt{(-3-0)^2+(-3-(-4))^2}=\sqrt{(-3)^2+(-3+4)^2}$$
$$=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$$

$$CH=\sqrt{(x_H-x_C)^2+(y_H-y_C)^2}=\sqrt{(-3-(-1))^2+(-3-3)^2}=\sqrt{(-3+1)^2+(-6)^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}$$
$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(-1-0)^2+(3-(-4))^2}=\sqrt{(-1)^2+(3+4)^2}=\sqrt{1+49}=\sqrt{50}$$
منه $AH^2+CH^2=\sqrt{10}^2+\sqrt{40}^2=10+40=50$ و $AC^2=\sqrt{50}^2=50$ أي $AH^2+CH^2=AC^2$ و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث AHC قائم في H.

(ج) بما أن $(d)\perp(AH)$ فإن بعد النقطة A عن المستقيم (d) يساوي الطول AH أي $\sqrt{10}$.

4. (ا) بما أن (d) مماس للدائرة $(\mathcal{C})$ فإن نصف قطرها r يساوي بُعد المركز A عن المستقيم (d) إذاً $r=AH=\sqrt{10}$.

(ب) النقطة E تنتمي إلى الدائرة $(\mathcal{C})$ لأن $AE=\sqrt{10}=r$.
$$AE=\sqrt{(x_E-x_A)^2+(y_E-y_A)^2}=\sqrt{(3-0)^2+(-5-(-4))^2}=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}=r$$

5. (ا) I هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{HC}$ منه $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{HC}$ منه $\begin{pmatrix}x_I-x_A\\y_I-y_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_C-x_H\\y_C-y_H\end{pmatrix}$

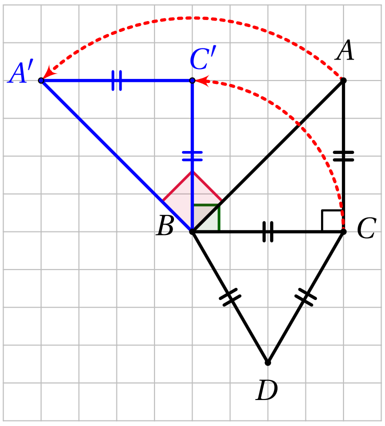
أي $\begin{pmatrix}x_I-0\\y_I-(-4)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1-(-3)\\3-(-3)\end{pmatrix}$

أي $\begin{pmatrix}x_I\\y_I+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1+3\\3+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$ منه $\begin{cases}x_I&=2\\y_I+4&=6\end{cases}$ أي $\begin{cases}x_I=&2\\y_I=&6-4=2\end{cases}$ إذاً $I\,(2;2)$.

(ب) بما أن $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{HC}$ فإن الرباعي $AICH$ متوازي الأضلاع و بما أن $\widehat{AHC}=90°$ فهو مستطيل (ليس مربعا لأن $AH\neq HC$).

حل التمرين رقم 17

للعودة إلى التمرين 17



1. (ا) B هي صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب.
(ب) C هي صورة B بالدوران الذي مركزه D و زاويته $60°$ في الاتجاه السالب.
(ج) A هي صورة D بالدوران الذي مركزه C و زاويته $150°$ $(90°+60°)$ في الاتجاه السالب.

2. • صورة B بالدوران الذي مركزه B و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب هي B نفسها (صورة مركز الدوران هي المركز نفسه).
• صورة A بهذا الدوران هي النقطة A' بحيث $BA' = BA$ و $\widehat{A'BA} = 90°$.
• صورة C بهذا الدوران هي النقطة C' بحيث $C'B = CB$ و $\widehat{C'BC} = 90°$.

حل التمرين رقم 18

للعودة إلى التمرين 18

1. في المثلث MRS القائم في M لدينا : $\cos \widehat{MSR} = \dfrac{MS}{SR}$ أي $\cos 37° = \dfrac{MS}{45}$ منه

$MS = 45 \times \cos 37° \approx 45 \times 0,7986 = 35,937 \approx 36$

إذاً $\boxed{MS = 36\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

طريقة أخرى : $\tan 37° = \dfrac{MR}{MS}$ منه $MS = \dfrac{MR}{\tan 37°} = \dfrac{27}{\tan 37°} \approx \dfrac{27}{0,7536} = 35,828 \approx 36$.

طريقة أخرى : بتطبيق نظرية فيثاغورث نجد $MS^2 = RS^2 - RM^2 = 45^2 - 27^2 = 1296$ منه $MS = \sqrt{1296}\,\text{cm} = 36\,\text{cm}$.

2. لدينا : $\dfrac{MR}{MT} = \dfrac{27 \div 3}{21 \div 3} = \dfrac{9}{7}$ و $\dfrac{MS}{MU} = \dfrac{36 \div 4}{28 \div 4} = \dfrac{9}{7}$ أي $\dfrac{MR}{MT} = \dfrac{MS}{MU}$.

النقط R ، M ، T من جهة و النقط S ، M ، U من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب بحيث $\dfrac{MR}{MT} = \dfrac{MS}{MU}$ فحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس نستنتج أن $(RS) // (TU)$.

حل التمرين رقم 19

للعودة إلى التمرين 19

1. لدينا $\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$ منه

$$\sin^2 \widehat{A} = 1 - \cos^2 \widehat{A} = 1 - \left(\tfrac{12}{13}\right)^2 = 1 - \tfrac{144}{169} = \tfrac{25}{169}$$

و بالتالي $\sin \widehat{A} = \sqrt{\tfrac{25}{169}} = \tfrac{5}{13}$.

من جهة أخرى :

$$\tan \widehat{A} = \frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}} = \tfrac{5}{13} \div \tfrac{12}{13} = \tfrac{5}{13} \times \tfrac{13}{12} = \tfrac{5 \times \cancel{13}}{\cancel{13} \times 12} = \tfrac{5}{12}$$

2. لدينا : $\tan^2 \widehat{B} = \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 4 \times 2 = 8$.

من جهة أخرى $\tan^2 \widehat{B} = \left(\dfrac{\sin \widehat{B}}{\cos \widehat{B}}\right)^2 = \dfrac{\sin^2 \widehat{B}}{\cos^2 \widehat{B}}$ إذا $\dfrac{\sin^2 \widehat{B}}{\cos^2 \widehat{B}} = 8$. منه $\sin^2 \widehat{B} = 8\cos^2 \widehat{B}$.

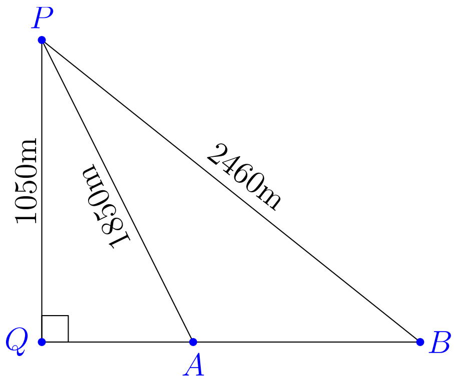
لكن $\cos^2 \widehat{B} + \sin^2 \widehat{B} = 1$ منه $\cos^2 \widehat{B} + 8\cos^2 \widehat{B} = 1$ أي $9\cos^2 \widehat{B} = 1$ منه $\cos^2 \widehat{B} = \tfrac{1}{9}$ و بالتالي $\cos \widehat{B} = \sqrt{\tfrac{1}{9}} = \tfrac{1}{3}$.

نستنتج أنّ : $\sin \widehat{B} = \cos \widehat{B} \times \tan \widehat{B} = \tfrac{1}{3} \times 2\sqrt{2} = \tfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

حل التمرين رقم 20

للعودة إلى التمرين 20

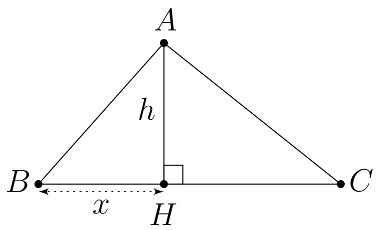
لدينا : $\cos\widehat{APQ} = \frac{PQ}{PA} = \frac{1050}{1850} \approx 0,568$ منه $\widehat{APQ} = \cos^{-1}(0.568) \approx 55°$.
بالمثل : $\cos\widehat{BPQ} = \frac{PQ}{PB} = \frac{1050}{2460} \approx 0,427$ منه $\widehat{BPQ} = \cos^{-1}(0.427) \approx 65°$ و بالتالي قيس الزاوية التي يرى تحتها الطيار البحيرة هو $\widehat{APB} = \widehat{BPQ} - \widehat{APQ} \approx 10°$.



من جهة أخرى : $\tan\widehat{APQ} = \frac{AQ}{PQ}$ منه
$AQ = PQ \times \tan\widehat{APQ} = 1850\,\text{m} \times \tan 55° \approx 1850\,\text{m} \times 1,428 = 1499,4\,\text{m}$.
بالمثل : $\tan\widehat{BPQ} = \frac{BQ}{PQ}$ إذا :
$BQ = PQ \times \tan\widehat{BPQ} = 1850\,\text{m} \times \tan 65° \approx 1850\,\text{m} \times 2,144 = 2251,2\,\text{m}$.
و بالتالي طول البحيرة هو $AB = BQ - AQ = 2251,2\,\text{m} - 1499,4\,\text{m} = 751,8\,\text{m}$.

حل التمرين رقم 21

للعودة إلى التمرين 21



1. $AB^2 = h^2 + x^2$ منه $100 = h^2 + x^2$ أي $h^2 = 100 - x^2$ . . . . (1)
2. $AC^2 = h^2 + HC^2$ منه $144 = h^2 + (16-x)^2$ أي $h^2 = 144 - (16-x)^2$ . . . . (2)
3. من (1) و (2) ينتج : $100 - x^2 = 144 - (16-x)^2$
أي $100 - x^2 = 144 - \left(256 - 32x + x^2\right)$ أي $100 - \cancel{x^2} = 144 - 256 + 32x - \cancel{x^2}$ منه $100 = -112 + 32x$ منه $32x = 212$ منه $x = \frac{212}{32} = \frac{53}{8}$.
من (1) نستنتج أن $h^2 = 100 - x^2 = 100 - \left(\frac{53}{8}\right)^2 = \frac{3591}{64}$ منه $h = \sqrt{\frac{3591}{64}} = \frac{3\sqrt{399}}{8}$.
4. لدينا $\tan\widehat{B} = \frac{h}{x} = \frac{3\sqrt{399}}{53}$ منه $\widehat{B} = \tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{399}}{53}\right) \approx 49°$.
بالمثل $\tan\widehat{C} = \frac{h}{16-} = \frac{3\sqrt{399}}{8} \div \left(16 - \frac{53}{8}\right) = \frac{3\sqrt{399}}{75}$ منه $\widehat{C} = \tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{399}}{75}\right) \approx 37°$.
أخيرا $\widehat{A} = 180° - \left(\widehat{B} + \widehat{C}\right) \approx 180° - (49° + 37°) = 94°$

حل التمرين رقم 22

للعودة إلى التمرين 22

1. في المثلث ABI لدينا : $E \in (AB)$ و $J \in (AI)$ بحيث $(EJ) \,//\, (BI)$ فحسب خاصية طاليس : $\frac{AJ}{AI} =$

$\frac{JE}{IB} = \frac{AE}{AB}$ منه $\frac{5}{8} = \frac{5}{5+3} = \frac{AJ}{6}$ منه $AJ = \frac{5\times 8}{8} = \frac{30}{8} = \frac{30\div 2}{8\div 2} = \boxed{\frac{15}{4}}$.

2. في المثلث ABC لدينا : $E \in (AB)$ و $F \in (AC)$ بحيث $(EF) // (BC)$ فحسب خاصية طاليس:

$\frac{FE}{CB} = \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ منه $\frac{5}{8} = \frac{AF}{AF+4}$ منه $8AF = 5(AF+4)$ أي $8AF = 5AF + 20$ منه

$8AF - 5AF = 20$ أي $3AF = 20$ منه $AF = \frac{20}{3}$ و بالتالي :

$$AC = AF + FC = \frac{20}{3} + 4 = \frac{20}{3} + \frac{12}{3} = \frac{20+12}{3} = \boxed{\frac{32}{3}}.$$

3. في المثلث ACI لدينا : $F \in (AC)$ و $J \in (AI)$ بحيث $(FJ) // (CI)$ فحسب خاصية طاليس:

$\frac{JF}{IC} = \frac{AF}{AC} = \frac{AJ}{AI}$ منه $\frac{5}{8} = \frac{15\div 3}{24\div 3} = \frac{15\times 1}{4\times 6} = \frac{1}{6} \times \frac{15}{4} = \frac{\frac{15}{4}}{6} = \frac{JF}{8}$ منه :

$$JF = \frac{5\times \cancel{8}}{\cancel{8}} = \boxed{5}.$$

4. من السؤال الثاني : $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ أي $\frac{5}{8} = \frac{7}{BC}$ منه $BC = \frac{7\times 8}{5} = \frac{56}{5}$ و بالتالي :

$$BI = BC - IC = \frac{56}{5} - 8 = \frac{56}{5} - \frac{8\times 5}{5} = \frac{56}{5} - \frac{40}{5} = \frac{56-40}{5} = \boxed{\frac{16}{5}}$$

حل التمرين رقم 23

للعودة إلى التمرين 23

في المثلث ABC لدينا : $D \in (BA)$ و $E \in (BC)$ بحيث $(DE) // (AC)$ إذاً فالمثلثان BDE و BAC في وضعية طاليس و بالتالي فالمثلث BAC تكبير للمثلث BDE و معامل التكبير هو :

$$k = \frac{BA}{BD} = \frac{6}{2} = 3.$$

نستنتج أن مساحة المثلث BAC تساوي :

$$S_{BAC} = k^2 \times S_{BDE} = 3^2 \times S_{BDE} = 9 \times 6\,\text{cm}^2 = 54\,\text{cm}^2$$

و بالتالي فمساحة شبه المنحرف $ACED$ تساوي :

$$S_{ACED} = S_{BAC} - S_{BDE} = 54\,\text{cm}^2 - 6\,\text{cm}^2 = \boxed{48\,\text{cm}^2}.$$

حل التمرين رقم 24

للعودة إلى التمرين 24

1. في المثلث PQR لدينا : $E \in (PQ)$ و $F \in (PR)$ بحيث $(EF) // (QR)$ فحسب خاصية طاليس :

$\frac{EF}{QR} = \frac{PF}{PR} = \frac{PE}{PQ}$ منه $\frac{EF}{15} = \frac{1}{3}$ منه $EF = \frac{15\times 1}{3} = 5$ إذاً $\boxed{EF = 5\,\text{cm}}$.

2. من المساواة $\frac{EF}{QR} = \frac{PF}{PR} = \frac{PE}{PQ}$ نستنتج أن $\frac{PF}{PF+8} = \frac{PE}{PQ}$ أي $\frac{PF}{PF+8} = \frac{1}{3}$ منه $3\times PF =$

$1\times(PF+8)$ أي $3PF = PF + 8$ منه $3PF - PF = 8$ أي $2PF = 8$ منه $PF = \frac{8}{2} = 4$ إذاً

$\boxed{PF = 4\,\text{cm}}$.

3. المستقيمان (ER) و (FQ) متقاطعان في النقطة H بحيث $(EF) // (QR)$ فحسب خاصية طاليس (وضعية الفراشة) : $\frac{EF}{QR} = \frac{HF}{HQ} = \frac{HE}{HR}$ منه $\frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \frac{HE}{9,6}$ منه $HE = \frac{9,6\times 1}{3} = 3,2$

إذاً $\boxed{HE = 3,2\,\text{cm}}$.

4. في المثلث EQR لدينا : $G \in (EQ)$ و $H \in (ER)$ بحيث $(GH) // (QR)$ فحسب خاصية طاليس :

$\frac{GH}{QR} = \frac{EH}{ER} = \frac{EG}{EQ}$ منه $\frac{3,2}{12,8} = \frac{3,2}{3,2+9,6} = \frac{GH}{15}$ منه $GH = \frac{15\times 3,2}{12,8} = 3,75$

إذاً $\boxed{GH = 3,75\,\text{cm}}$.

5. في المثلث QEF لدينا : $G \in (QE)$ و $H \in (QF)$ بحيث $(GH)//(EF)$ فحسب خاصية طاليس :

$\frac{GH}{EF} = \frac{QH}{QF} = \frac{QG}{QE}$ منه $\frac{3,75}{5} = \frac{QG}{6}$ منه $QG = \frac{6 \times 3,75}{5} = 4,5$ إذاً $\boxed{QG = 4,5\,\text{cm}}$.

حل التمرين رقم 25

للعودة إلى التمرين 25

1. الرباعي (غير المتصالب) $ABCD$ ليس متوازي الأضلاع لأن قطريه AC و BD ليسا متناصفين $(OA \neq OC)$.

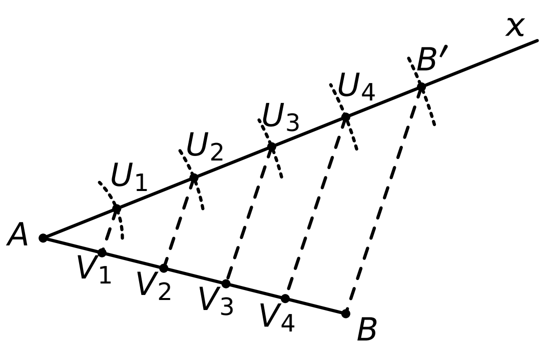
2. لدينا : $\frac{OA}{OC} = \frac{85}{51} = \frac{85 \div 17}{51 \div 17} = \frac{5}{3}$ و $\frac{OD}{OB} = \frac{65}{39} = \frac{65 \div 13}{39 \div 13} = \frac{5}{3}$

أي : $\frac{OD}{OB} = \frac{OA}{OC}$.

النقط A ، O ، C من جهة و النقط D ، O ، B من جهة أخرى على استقامة واحة و بنفس الترتيب بحيث $\frac{OD}{OB} = \frac{OA}{OC}$ فحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس نستنتج أن $(AD)//(BC)$ و هذا يعني أن الرباعي (غير المتصالب) $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AD]$ و $[BC]$ (متوازيتان).

حل التمرين رقم 26

للعودة إلى التمرين 26

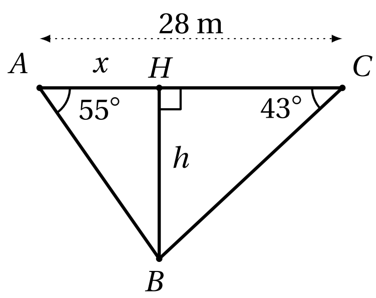


نرسم نصف مستقيم $[Ax)$ مبدؤه A و نعين عليه 5 نقط U_1 ، U_2 ، U_3 ، U_4 و B' متساوية المسافة فيما بينها ثم نرسم القطعة $[BB']$ و المستقيمات التي تشمل U_1 ، U_2 ، U_3 و U_4 على الترتيب و توازي (BB'). هذه المستقيمات تقطع القطعة $[AB]$ في النقط V_1 ، V_2 ، V_3 و V_4 على الترتيب و التي تجزئ القطعة $[AB]$ إلى 5 قطع متقايسة. بالفعل،

فحسب خاصية طاليس لدينا : $\frac{AV_1}{AB} = \frac{AU_1}{AB'} = \frac{1}{5}$ ، $\frac{AV_2}{AB} = \frac{AU_2}{AB'} = \frac{2}{5}$ ، $\frac{AV_3}{AB} = \frac{AU_3}{AB'} = \frac{3}{5}$ ، $\frac{AV_4}{AB} = \frac{AU_4}{AB'} = \frac{4}{5}$.

حل التمرين رقم 27

للعودة إلى التمرين 27



1. المثلث ABC ليس قائما لأن :

$$\widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 43° + 55° = 98° \neq 90°$$

و بالتالي لا يمكن تطبيق النسب المثلثية فيه.

2. في المثلث AHB لدينا :

$\tan 55° = \frac{h}{x}$ منه $h = x \cdot \tan 55° \quad \ldots\ldots \quad (1)$

و في المثلث CHB لدينا :

$\tan 43° = \frac{h}{28 - x}$ منه $h = (28 - x) \cdot \tan 43° \quad \ldots \quad (2)$

من المساواتين (1) و (2) نستنتج أن : $x \cdot \tan 55° = (28 - x) \cdot \tan 43°$

منه $x \cdot \tan 55° = 28 \cdot \tan 43° - x \cdot \tan 43°$

منه $x \cdot \tan 55° + x \cdot \tan 43° = 28 \cdot \tan 43°$

منه $x \cdot (\tan 55° + \tan 43°) = 28 \cdot \tan 43°$

منه $x = \dfrac{28 \cdot \tan 43°}{\tan 55° + \tan 43°}$

منه $x \approx \dfrac{28 \times 0.9325}{1.4281 + 0.9325} = \dfrac{26,11}{2,3606} \approx 11,06$

إذاً $\boxed{x = 11,06\,\mathrm{m}}$ بالتدوير إلى الجزء من مائة.

و بالتالي : $h = x \cdot \tan 55° \approx 11,06 \times 1,4281 \approx 15,80$

أي $\boxed{h = 15,80\,\mathrm{m}}$ بالتدوير إلى الجزء من مائة.

3. في المثلث AHB القائم في H لدينا :

$\cos 55° = \dfrac{x}{AB}$ منه $AB = \dfrac{x}{\cos 55°} \approx \dfrac{11,06}{0,5736} \approx 19,28$

إذاً فالمسافة بين الشجرتين هي $\boxed{AB = 19,28\,\mathrm{m}}$ بالتدوير إلى $0,01$.

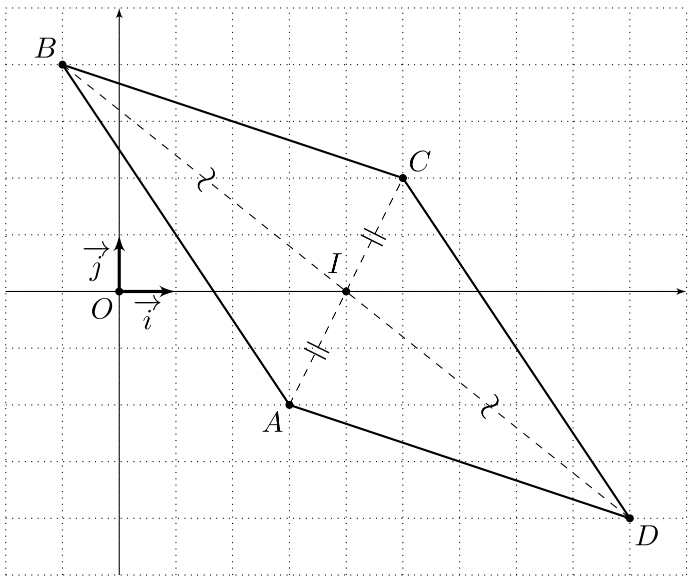
حل التمرين رقم 28

للعودة إلى التمرين 28

1. $ABCD$ متوازي الأضلاع معناه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ أي $(5 - x_D; 2 - y_D) = (-1-3; 4-(-2))$ أي $(-4; 6) =$ $(5 - x_D; 2 - y_D)$ منه $\begin{cases} 5 - x_D = -4 \\ 2 - y_D = 6 \end{cases}$ منه $\begin{cases} x_D = 5 + 4 = 9 \\ y_D = 2 - 6 = -4 \end{cases}$.

إذاً $D\,(9; -4)$.

2. مركز متوازي الأضلاع $ABCD$ هو منتصف قطريه إذاً I هي منتصف $[AC]$ (و منتصف $[BD]$) منه $I\left(\dfrac{x_A + x_C}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$ أي $I\left(\dfrac{3+5}{2}; \dfrac{-2+2}{2}\right)$ أي $I\,(4; 0)$.



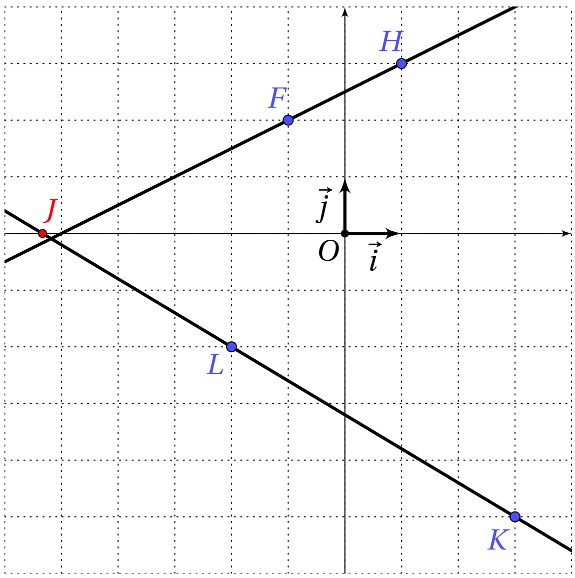
حل التمرين رقم 29

للعودة إلى التمرين 29

1. معادلة المستقيم (FH) هي من الشكل $y = ax + b$ حيث $\dfrac{1}{2} = \dfrac{3-2}{1-(-1)} = \dfrac{y_H - y_F}{x_H - x_F} = a$ منه $y = \dfrac{1}{2}x + b$ و بما أن H تنتمي إلى هذا المستقيم فإن $y_H = \dfrac{1}{2}x_H + b$ أي $3 = \dfrac{1}{2} \times 1 + b$ منه

إذاً معادلة المستقيم (FH) هي $b = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ هي $\boxed{y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$.

معادلة المستقيم (KL) هي من الشكل $y = \alpha x + \beta$ حيث $\alpha = \frac{y_L - y_K}{x_L - x_K} = \frac{-2-(-5)}{-2-3} = -\frac{3}{5}$ منه $y = -\frac{3}{5}x + \beta$ و بما أن L تنتمي إلى هذا المستقيم فإن $y_L = -\frac{3}{5}x_L + \beta$ أي $-2 = -\frac{3}{5} \times (-2) + \beta$ أي $-2 = \frac{6}{5} + \beta$ منه $\beta = -2 - \frac{6}{5} = -\frac{16}{5}$ إذاً معادلة المستقيم (KL) هي $\boxed{y = -\frac{3}{5}x - \frac{16}{5}}$.



2. لإيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (FH) و (KL) نحل جملة المعادلتين
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} & (1) \\ y = -\frac{3}{5}x - \frac{16}{5} & (2) \end{cases}.$$
و بالتعويض ينتج $\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = -\frac{3}{5}x - \frac{16}{5}$.

بضرب الطرفين في المقام المشترك 10 ينتج $5x + 25 = -6x - 32$ منه $5x + 6x = -32 - 25$ أي $11x = -57$ منه $x = -\frac{57}{11}$.

بالتعويض في المعادلة (1) (مثلا) ينتج :
$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{57}{11}\right) + \frac{5}{2} = \frac{-57}{22} + \frac{5 \times 11}{2 \times 11} = \frac{-57+55}{22} = \frac{-2}{22} = -\frac{1}{11}$$
إذاً نقطة تقاطع المستقيمين هي $\boxed{\left(-\frac{57}{11}; -\frac{1}{11}\right)}$.

3. لدينا : $y_J = 0$ و $-\frac{3}{5}x_J - \frac{16}{5}$ بضرب الطرفين في 5 ينتج $-3x_J - 16 = 0$ منه $-3x_J = 16$ منه $x_J = -\frac{16}{3}$.

نقطة تقاطع المستقيم (KL) مع حامل محور الفواصل هي $\boxed{J\left(-\frac{16}{3}; 0\right)}$.

حل التمرين رقم **30**

للعودة إلى التمرين **30**

1. حسب علاقة شال : $\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC}$

لكن، و من المعطيات : $\vec{AD} = \vec{DG}$ و $\vec{DC} = \vec{ED}$

و بالتالي : $\vec{AC} = \vec{DG} + \vec{ED} = \vec{ED} + \vec{DG} = \vec{EG}$

و هذا يعني أن الرباعي $ACGE$ متوازي الأضلاع.

2. (ا) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{MG}$ (ب) $\overrightarrow{DQ} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{DB}$

(ج) $\overrightarrow{EM} = \times \cdot \overrightarrow{ED}$ لا يمكن (ليس لهما نفس المنحى). (د) $\overrightarrow{FB} = -2 \cdot \overrightarrow{AE}$

(هـ) $\overrightarrow{BB} = 0 \cdot \overrightarrow{EN}$ (و) $\overrightarrow{DQ} = (-1) \cdot \overrightarrow{DN}$

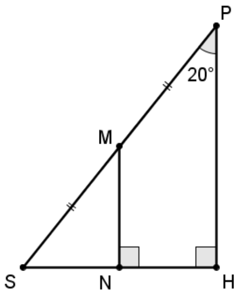
3.

- $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{PN}$
- $\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{PG} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{GP} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{FM}$
- $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{QE} + \overrightarrow{FP} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{PA}$
- $\overrightarrow{QD} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GQ} = \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{GP}$

حل التمرين رقم 31

للعودة إلى التمرين 31

لدينا : $SP = 3,50\,\text{m}$ و $\widehat{P} = 20°$.



1. في المثلث PHS القائم في H لدينا : $\cos 20° = \dfrac{PH}{PS} = \dfrac{PH}{3,50}$

منه $PH = 3,50 \times \cos 20° \approx 3,50 \times 0,9397 \approx 3,289$

إذاً، ارتفاع نقطة تماس السلم مع الجدار عن سطح الأرض هو $PH = 3,29\,\text{m}$بالتدوير إلى السنتيمتر.

2. بما أن $(MN) \perp (SH)$ و $(PH) \perp (SH)$ فإن $(MN) \,//\, (PH)$.

في المثلث PHS لدينا : $M \in (SP)$ و $N \in (SH)$ بحيث $(MN) \,//\, (PH)$

فحسب خاصية طاليس : $\dfrac{SN}{SH} = \dfrac{SM}{SP} = \dfrac{MN}{PH}$.

لكن $\dfrac{SM}{SP} = \dfrac{1}{2}$ (لأن M منتصف $[SP]$) و بالتالي : $\dfrac{MN}{PH} = \dfrac{1}{2}$ منه $MN = \dfrac{PH}{2} = \dfrac{3,29}{2} = 1,645$ إذاً، ارتفاع منتصف السلم عن الأرض هو $MN = 1,65\,\text{m}$ بالتدوير إلى السنتيمتر.

3. في المثلث PHS القائم في H لدينا : $\sin 20° = \dfrac{SH}{SP} = \dfrac{PH}{3,50}$

منه $SH = 3,50 \times \cos 20° \approx 3,50 \times 0,3420 = 1,197$

إذاً، المسافة بين أسفل السلم و الجدار هي $SH = 1,20\,\text{m}$بالتدوير إلى السنتيمتر.

حل التمرين رقم 32

للعودة إلى التمرين 32

1. في المثلث PHQ القائم في H لدينا : $\sin 60° = \dfrac{PH}{PQ} = \dfrac{PH}{8}$

منه $PH = 8 \sin 60° = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

إذاً، طول الارتفاع هو $\boxed{PH = 4\sqrt{3}\,\text{cm}}$.

2. في المثلث PHQ القائم في H لدينا : $\cos 60° = \dfrac{QH}{QP} = \dfrac{QH}{8}$

منه $QH = 8\cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4$

منه $QH = 4\,\text{cm}$ و بالتالي $HR = QR - QH = 14 - 4 = 10$ أي $HR = 10\,\text{cm}$.

و حسب نظرية فيثاغورث : $PR^2 = PH^2 + HR^2 = (4\sqrt{3})^2 + 10^2 = 16\times 3 + 100 = 48 + 100 = 148$

منه $PR = \sqrt{148} = \sqrt{4\times 37} = 2\sqrt{37}$

إذاً، طول القطر هو $\boxed{PR = 2\sqrt{37}}$.

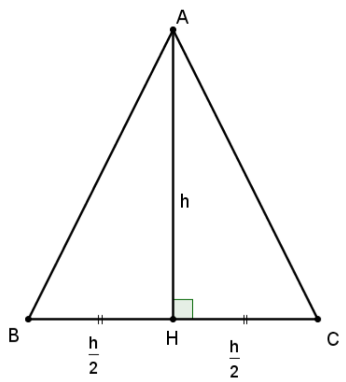
3. $\mathcal{A}_{PQRS} = QR \times PH = 14 \times 4\sqrt{3} = 56\sqrt{3}$

مساحة متوازي الأضلاع $PQRS$ تساوي $\boxed{56\sqrt{3}\,\text{cm}^2}$.

حل التمرين رقم 33

للعودة إلى التمرين 33

لدينا : $BC = AH = h$.



في المثلث المتساوي الساقين، الارتفاع المتعلق بالقاعدة هو أيضا محور القاعدة، المتوسط المتعلق بالقاعدة و منصف زاوية الرأس الاساسي.
نستنتج أن H منتصف $[BC]$ و بالتالي :
$BH = HC = \frac{BC}{2} = \frac{h}{2}$.

في المثلث AHB القائم في H لدينا : $\tan\widehat{B} = \frac{AH}{BH} = \frac{h}{\frac{h}{2}} = \cancel{h} \times \frac{2}{\cancel{h}} = 2$

منه $\widehat{B} = 2\ \boxed{\text{2ndf}}\ \boxed{\tan} \approx 63,43^\circ$

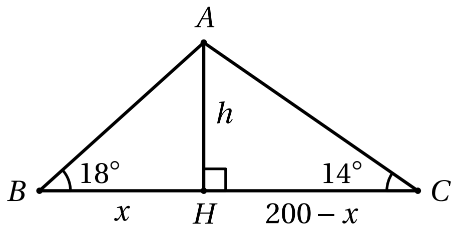
و بما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A فإن $\widehat{C} = \widehat{B} = 63,43^\circ$

من جهة أخرى : $\widehat{A} = 180^\circ - 2\times\widehat{B}180^\circ - 2\times 63,43^\circ = 180^\circ - 126,86^\circ = 53,14^\circ$

في الأخير، أقياس زوايا المثلث ABC هي $\boxed{\widehat{A} = 53,14^\circ \ ; \ \widehat{B} = \widehat{C} = 63,43^\circ}$ بالتدوير إلى 10^{-2}.

حل التمرين رقم 34

للعودة إلى التمرين 34



نسمي $h = AH$ ارتفاع البرج و $x = BH$ بُعد النقطة B عن البرج.
بُعد النقطة C عن البرج هو إذاً $CH = 200 - x$.

لدينا : $\tan 14^\circ = \frac{h}{200 - x}$ منه $h = (200 - x)\cdot\tan 14^\circ$

من جهة أخرى : $\tan 18^\circ = \frac{h}{x}$ منه $h = x\cdot\tan 18^\circ$.

و بالمطابقة نجد : $x\cdot\tan 18^\circ = (200 - x)\cdot\tan 14^\circ$

منه $x\cdot\tan 18^\circ = 200\cdot\tan 14^\circ - x\cdot\tan 14^\circ$ أي $x\cdot\tan 18^\circ + x\cdot\tan 14^\circ = 200\cdot\tan 14^\circ$

منه $(\tan 18^\circ + \cdot\tan 14^\circ)\,x = 200\cdot\tan 14^\circ$ منه $x = \frac{200\cdot\tan 14^\circ}{\tan 18^\circ + \cdot\tan 14^\circ}$

أي $x \approx \frac{200\times 0,2493}{0,3249 + 0,2493} = \frac{49,86}{0,5742} \approx 86,83$.

و بالتالي : $h = x\cdot\tan 18^\circ \approx 86,83 \times 0,3249 \approx 28,21$

إذاً، ارتفاع البرج هو حوالي $\boxed{28,21\text{ m}}$.

حل التمرين رقم 35

للعودة إلى التمرين 35

1. • معادلة المستقيم (AB) هي من الشكل $y = ax + b$ حيث نقرأ بيانيا $a = 3$ (نتقدم بوحدة نحو اليمين ثم نصعد بثلاث وحدات نحو الأعلى).
التربيب إلى المبدأ لهذا المستقيم هو المعامل b إذاً $b = 5$.
معادلة المستقيم (AB) هي $\boxed{(AB) : y = 3x + 5}$.
• معادلة المستقيم (AC) هي من الشكل $y = ax + b$ حيث نقرأ بيانيا $a = \frac{2}{3}$ (نتقدم بثلاث وحدات نحو اليمين ثم نصعد بوحدتين نحو الأعلى) إذاً $(AC) : y = \frac{2}{3}x + b$.
و بما أن هذا المستقيم يمر من النقطة $A(-1; 2)$ فإن $2 = \frac{2}{3} \times (-1) + b$ منه $b = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$.
إذاً، معادلة المستقيم هي $\boxed{(AB) : y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}}$.
• معادلة المستقيم (BC) هي من الشكل $y = ax + b$ حيث نقرأ بيانيا $a = -\frac{1}{2}$ (نتقدم بوحدتين نحو اليسار ثم نصعد بوحدة نحو الأعلى).
التربيب إلى المبدأ لهذا المستقيم هو المعامل b إذاً $b = 5$.
معادلة المستقيم (BC) هي $\boxed{(BC) : y = -\frac{1}{2}x + 5}$.

2. بعض النقط $M(x; y)$ ذات الإحداثيات الصحيحة التي تنتمي إلى :

• المستقيم (AB) :

x	-2	-1	0	1
y	-1	2	5	8

• المستقيم (AC) :

x	-4	-1	2	5
y	0	2	4	6

• المستقيم (BC) :

x	-2	0	2	4
y	6	5	4	3

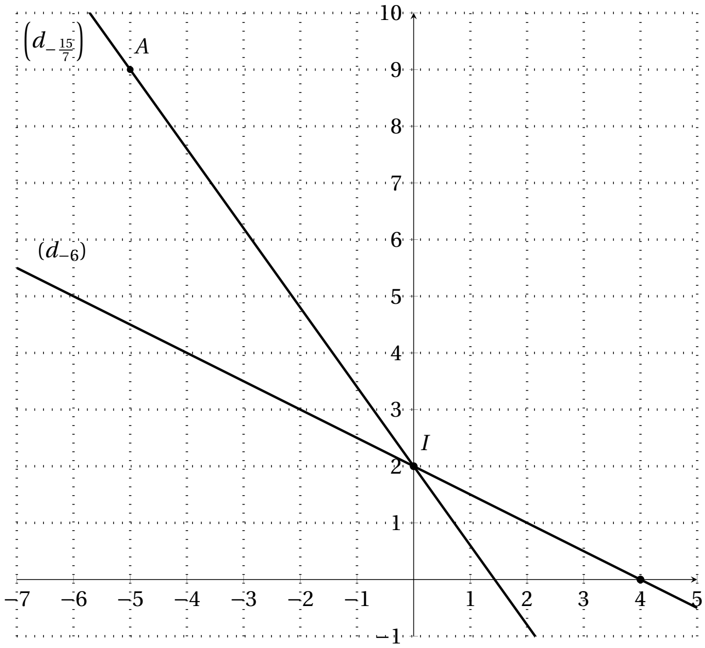
3. • بما أن $3 \times 2018 + 5 \neq 1348$ فإن $P \notin (AB)$.
• بما أن $\frac{2}{3} \times 2018 + \frac{8}{3} = 1348$ فإن $P \notin (AC)$.
• بما أن $-\frac{1}{2} \times 2018 + 5 \neq 1348$ فإن $P \notin (BC)$.

حل التمرين رقم 36

للعودة إلى التمرين 36

1. $A(-5; 9) \in (d_m)$ معناه $3 \times (-5) - m \times 9 + 2m = 0$ أي $-15 - 9m + 2m = 0$ أي $-15 - 7m = 0$
منه $7m = -15$ منه $m = -\frac{15}{7}$ ، إذاً : $\left(d_{-\frac{15}{7}}\right) : 3x + \frac{15}{7} - \frac{30}{7} = 0$.
بضرب طرفي هذه المعادلة في 7 ثم التبسيط تصبح $21x + 15y - 30 = 0$ ،
ثم بقسمة طرفيها على 3 تصبح $\boxed{7x + 5y - 10 = 0}$.
لتمثيل هذا المستقيم بيانيا، نحتاج إلى نقطتين منه.

• من أجل $x = 0$ نجد $5y - 10 = 0$ منه $y = \frac{10}{5} = 2$ منه النقطة $(0; 2)$.
• و من أجل $x = 5$ نجد $35 + 5y - 10 = 0$ منه $y = -\frac{25}{5} = -5$ منه النقطة $(5; -5)$.



2. من أجل $m \neq 0$، نكتب معادلة (d_m) في الشكل $y = ax + b$ فيكون a معامل توجيه المستقيم (d_m).

$3x - my + 2m = 0$ منه $my = 3x + 2m$ منه $y = \dfrac{3x + 2m}{m} = \dfrac{3x}{m} + \dfrac{2m}{m} = \dfrac{3}{m}x + 2$ إذاً $a = \dfrac{3}{m}$.

حتى يكون معامل توجيه المستقيم (d_m) يساوي $-\dfrac{1}{2}$ يجب أن يكون $\dfrac{3}{m} = -\dfrac{1}{2}$

أي $m = \dfrac{-2 \times 3}{1} = -6$.

معادلة هذا المستقيم هي : $(d_{-6}) : 3x - (-6)y + 2(-6) = 0$ أي $3x + 6y - 12 = 0$.

بقسمة الطرفين على 3 ثم التبسيط نجد : $x + 2y - 4 = 0$. لتمثيل هذا المستقيم بيانيا، نحتاج إلى نقطتين منه.

- من أجل $x = 0$ نجد $6y - 12 = 0$ منه $y = \dfrac{12}{6} = 2$ منه النقطة $(0; 2)$.
- و من أجل $x = 4$ نجد $4 + 2y - 4$ منه $y = 0$ منه النقطة $(4; 0)$.

3.
- بما أن $3 \times 0 - 2 \times m + 2m = -2m + 2m = 0$ فإن النقطة $(0; 2)$ تحقق معادلة المستقيم (d_m) أي تنتمي إليه.

  إذاً، فالنقطة $I\,(0; 2)$ تنتمي إلى كل المستقيمات (d_m).
- بما أن $3 \times 1 - 2 \times m + 2m = 3 - 2m + 2m = 3 \neq 0$ فإن النقطة $(1; 2)$ لا تحقق معادلة المستقيم (d_m) أي لا تنتمي إليه.

  إذاً، فالنقطة $J\,(1; 2)$ لا تنتمي إلى أي من المستقيمات (d_m).

حل التمرين رقم **37**

للعودة إلى التمرين **37**

حل التمرين رقم **38**

للعودة إلى التمرين **38**

حل التمرين رقم **39**

للعودة إلى التمرين **39**

حل التمرين رقم 40

للعودة إلى التمرين 40

حل التمرين رقم 41

للعودة إلى التمرين 41

حل التمرين رقم 42

للعودة إلى التمرين 42

حل التمرين رقم 43

للعودة إلى التمرين 43

حل التمرين رقم 44

للعودة إلى التمرين 44

حل التمرين رقم 45

للعودة إلى التمرين 45

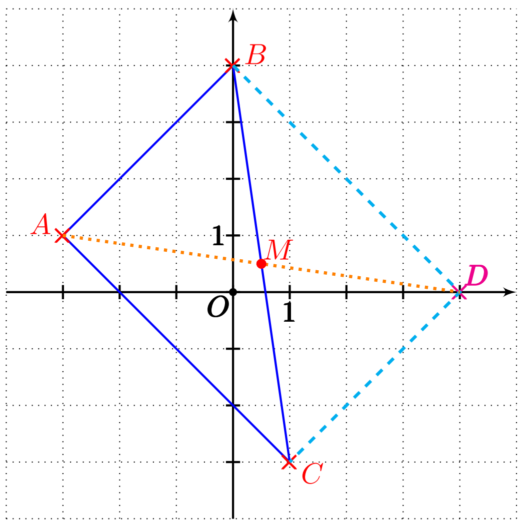
حل التمرين رقم 46

للعودة إلى التمرين 46

حل التمرين رقم 47

للعودة إلى التمرين 47

1. تعليم النقط.



2. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 0-(-3) \\ 4-1 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

منه : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{9\times 2} = 3\sqrt{2}$

إذاً : $\boxed{AB = 3\sqrt{2}\,\text{cm}}$.

3. لدينا : $BC^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 = 25\times 2 = 50$

و $AB^2 + AC^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2 =$
$9\times 2 + 16\times 2 = 18 + 32 = 50$

أي $AB^2 + AC^2 = BC^2$

و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في A.

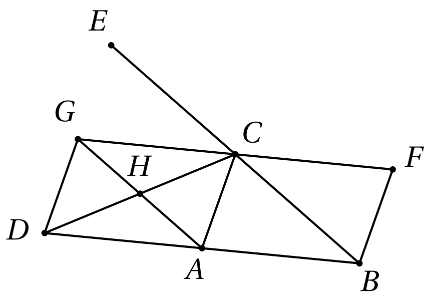
4. تعيين النقطة D ، صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

نقرأ بيانيا : $D\,(4;0)$.

5. بما أن D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإن الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع و بالتالي مركز تناظره M هو منتصف قطره $[BC]$ منه $M\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ أي $M\left(\frac{0+1}{2};\frac{4+(-3)}{2}\right)$ أي $.M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

حل التمرين رقم 48

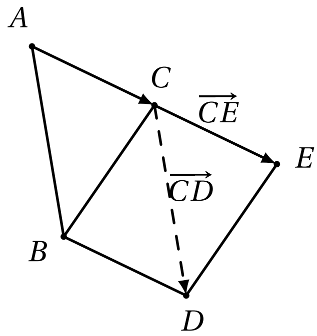
للعودة إلى التمرين 48



1. مثلا $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AB}$ أو $.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{0}$
2. مثلا $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{CB}$ أو $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{0}$ أو $\overrightarrow{EC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$ أو $.\overrightarrow{EB}=2\overrightarrow{EC}$
3. مثلا $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BF}$ أو $.\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AB}$
4. مثلا $\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{DB}$ أو $.\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{BF}$
5. مثلا $\overrightarrow{CH}=\overrightarrow{HD}$ و $\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{HA}$
أو $.\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{0}$

حل التمرين رقم 49

للعودة إلى التمرين 49

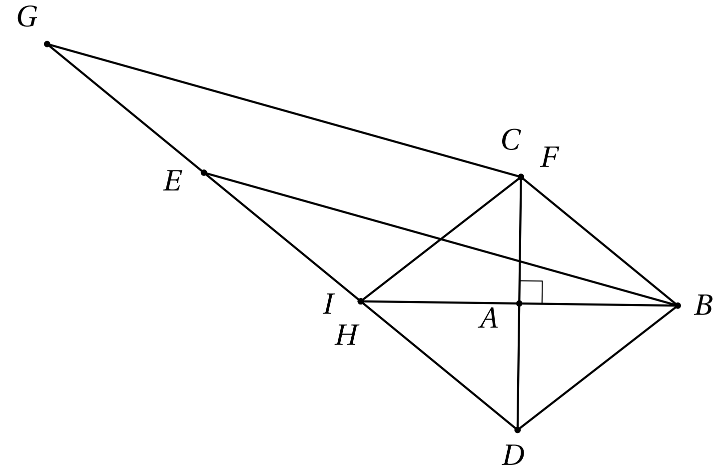


1. ننشئ النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع.
2. $\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$ يعني $\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{CA}$ أي $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AC}$ و بالتالي C هي منتصف $[AE]$ أي E نظيرة A بالنسبة إلى $.C$
3. نعلم، من السؤال الأول، أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$ و من السؤال الثاني أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CE}$ نستنتج إذاً أن $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CE}$ و هذا يعني بالضبط أن الرباعي $CEDB$ متوازي الأضلاع.

حل التمرين رقم 50

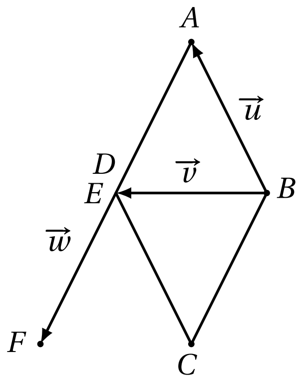
للعودة إلى التمرين 50

1. D هي نظيرة C بالنسبة إلى $.A$
2. للشعاعين $\overrightarrow{DE}$ و $\overrightarrow{BC}$ نفس المنحى ، نفس الاتجاه و $.DE=2BC$
3. حسب علاقة شال : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ إذاً $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}$ و بالتالي فالنقطة F تنطبق على النقطة $.C$
4. للشعاعين $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{BF}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة G بحيث يكون $BEGF$ متوازي الأضلاع.
5. ليس للشعاعين $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{BD}$ نفس المبدأ إذاً ننشئ النقطة H بحيث $.\overrightarrow{FH}=\overrightarrow{BD}$
6. الشعاعان $\overrightarrow{IA}$ و $\overrightarrow{BA}$ متعاكسان إذاً I هي نظيرة B بالنسبة إلى A أي I تنطبق على $.H$



حل التمرين رقم 51

للعودة إلى التمرين 51



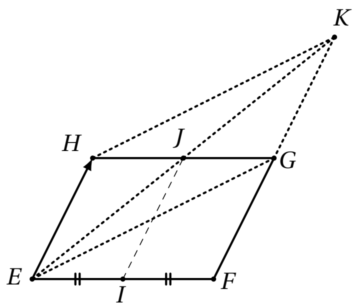
1. حسب علاقة شال : $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}$ إذاً $\vec{u}=\overrightarrow{BA}$.
2. للشعاعين $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع :
ننشئ النقطة E بحيث يكون $ABCE$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AE}$
و بالتالي E تنطبق على D. لدينا إذاً : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=$
$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BD}$ منه $\vec{v}=\overrightarrow{BD}$.
3. لدينا : $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}+\left(-\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$.

ليس للشعاعين $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BD}$ نفس المبدأ إذاً ننشئ النقطة F بحيث $\overrightarrow{DF}=$
$\overrightarrow{BC}$ فيكون $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AF}$.
إذاً $\vec{w}=\overrightarrow{AF}$.

حل التمرين رقم 52

للعودة إلى التمرين 52

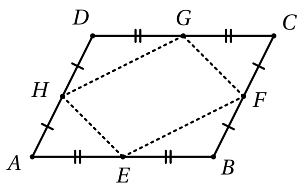
1. الشكل.
2. بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ، صورة النقطة E هي النقطة H.
3. بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ، صورة النقطة F هي النقطة G لأن $EFGH$ متوازي الأضلاع.



4. الانسحاب يحول منتصف قطعة إلى منتصف قطعة و بما أن صورة القطعة $[EF]$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ هي القطعة $[GH]$ فإن منتصف $[GH]$ هي صورة منتصف $[EF]$ أي J منتصف $[GH]$.
5. حسب قاعدة متوازي الأضلاع : الرباعي $EGKH$ متوازي الأضلاع إذاً قطراه متناصفان أي J هي منتصف $[EK]$ (و هي منتصف $[GH]$).

حل التمرين رقم 53

للعودة إلى التمرين 53



1. الشكل.
2. العلاقات التي عرفت بها النقط E ، F ، G ، H تعني بالضبط أنها منتصفات القطع $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ ، $[DA]$ على الترتيب.
3. بما أن $ABCD$ متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$ منه :

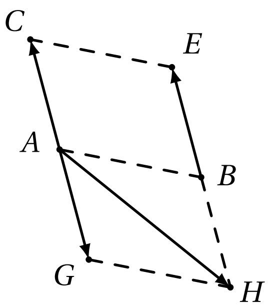
$$\overrightarrow{AH}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{FC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{EA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CG}$$

منه : $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{FC}$ و حسب علاقة شال : $\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CG}$ أي $\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{FG}$

و هذا يعني أن الرباعي $EFGH$ متوازي الأضلاع.

حل التمرين رقم 54

للعودة إلى التمرين 54

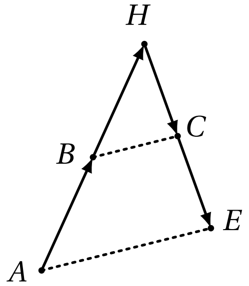


1. (ا) الشكل.
(ب) بما أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BE}$ فإن $AC=BE$ و $(AC)\,//\,(BE)$ إذاً للرباعي $ABEC$ ضلعان متقابلان متقايسان و حاملاهما متوازيان و بالتالي فهو متوازي الأضلاع.
2. (ا) الشكل.
(ب) لدينا : $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AC}$ و هذا يعني أن النقطة A هي منتصف $[GC]$.
(ج) بما أن $\overrightarrow{AG}=-\overrightarrow{AC}$ فإن $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{0}$.
3. للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AG}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة H بحيث يكون $ABHG$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{AG}$.
4. حسب علاقة شال :

$$\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}}_{\overrightarrow{AE}}+\underbrace{\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CA}}_{\overrightarrow{EA}}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{0}$$

حل التمرين رقم 55

للعودة إلى التمرين 55

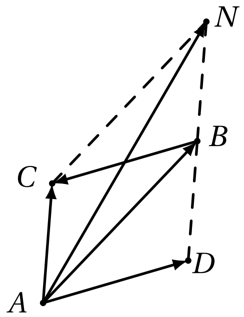


1. $\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{AB}$ إذاً H هي نظيرة A بالنسبة إلى B أي B منتصف $[AH]$.
2. $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{HC}$ إذاً E هي نظيرة H بالنسبة إلى C أي C منتصف $[HE]$.
3. بما أن B منتصف $[AH]$ و C منتصف $[HE]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن $(BC)\,//\,(AE)$ و $BC=\frac{1}{2}AE$).

ملاحظة : يمكن أيضا تطبيق النظرية العكسية لنظرية طاليس.

حل التمرين رقم 56

للعودة إلى التمرين 56

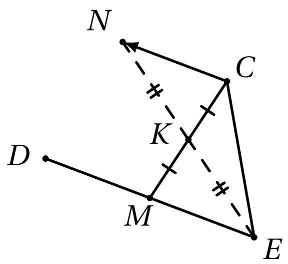


1. بما أن $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$ فإن $ACBD$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC}$.
   للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة N بحيث يكون $ABNC$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AC}$.
2. بما أن $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AC}$ فإن $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BN}$ و هذا يعني أن B منتصف $[DN]$.

حل التمرين رقم 57

للعودة إلى التمرين 57

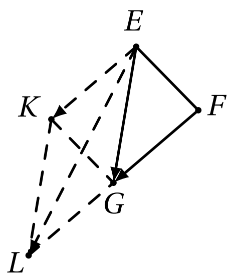
1. الشكل.
2. الشكل.
3. الرباعي $MECN$ متوازي الأضلاع لأن قطريه $[MC]$ و $[EN]$ متناصفان و بالتالي $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{CN}$ و $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{EC}$.



4. (ا) D صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CN}$ معناه $CNDM$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CN}$.
   (ب) بما أن $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{EM}$ و $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CN}$ فإن $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{MD}$ و هذا يعني أن M منتصف $[ED]$.
5. (ا) بما أن $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CN}$ فإن $\overrightarrow{EN} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{MD}$ حسب علاقة شال.
   (ب) حسب علاقة شال : $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{CD}$.
   (ج) حسب علاقة شال : $\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{EN}$.

حل التمرين رقم 58

للعودة إلى التمرين 58



1. K صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FG}$ معناه $FGKE$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{FG}$.
2. للشعاعين $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EK}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة L بحيث يكون $EGLK$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{GL} = \overrightarrow{EK}$.
3. بما أن $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EK}$ و $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{GL}$ فإن $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{GL}$ و هذا يعني أن G منتصف $[FL]$.

حل التمرين رقم 59

للعودة إلى التمرين 59

1. تعليم النقط $A(-3;2)$ ، $D(4;3)$ و $F(5;-4)$ (انظر الشكل).

.2 $AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(4-(-3))^2 + (3-2)^2}$

$AD = \sqrt{(4+3)^2 + 1^2} = \sqrt{7^2+1} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = 5\sqrt{2}$

و بما أن $DF = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ فإن $DF = AD$ و هذا يعني أن المثلث ADF متساوي الساقين رأسه الأساسي D.

.3 $AF = \sqrt{(x_F - x_A)^2 + (y_F - y_A)^2} = \sqrt{(5-(-3))^2 + (-4-2)^2}$

$AF = \sqrt{(5+3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{8^2+36} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

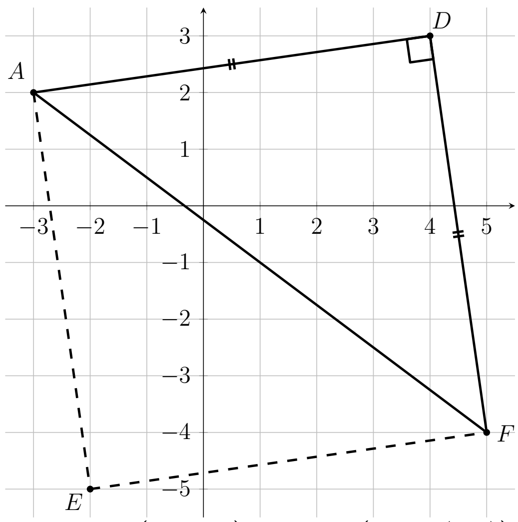
لدينا : $AF^2 = 10^2 = 100$

و $AD^2 + DF^2 = \left(\sqrt{50}\right)^2 + \left(\sqrt{50}\right)^2 = 50 + 50 = 100$

أي $AD^2 + DF^2 = AF^2$ و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ADF قائم في D منه $\widehat{FAD} = 90°$.

لدينا إذن $DF = DA$ و $\widehat{FAD} = 90°$ و هذا يعني أن F هي صورة A بالدوران الذي مركزه D و زاويته $90°$ في الاتجاه الموجب.

.4 حتى يكون الرباعي $DAEF$ معينا (مربعا) يجب (و يكفي) أن تكون E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DF}$ أي أن يكون $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DF}$



من جهة : $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E - (-3) \\ y_E - 2 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E + 3 \\ y_E - 2 \end{pmatrix}$.

و من جهة أخرى : $\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix} x_F - x_D \\ y_F - y_D \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 5-4 \\ -4-3 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$.

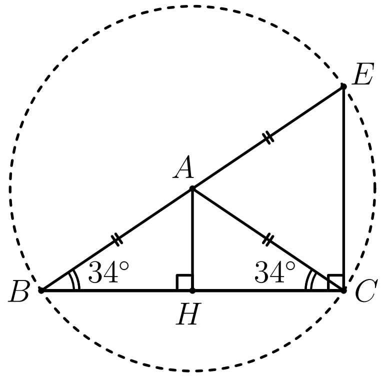
إذاً : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DF}$ معناه $\begin{cases} x_E + 3 = 1 \\ y_E - 2 = -7 \end{cases}$ منه $\begin{cases} x_E = 1 - 3 = -2 \\ y_E = -7 + 2 = -5 \end{cases}$.

نستنتج أن $\boxed{E\,(-2;-5)}$.

حل التمرين رقم **60**

للعودة إلى التمرين **60**

.1 إنشاء مثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث $BC = 4\,\text{cm}$ و $\widehat{ABC} = 43°$.



2. إنشاء E ، صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $180°$ (أي E نظيرة B بالنسبة إلى A).

3. بما أن E نظيرة B بالنسبة إلى A فإن A منتصف $[BE]$ و بالتالي $AC = AB = \frac{1}{2}BE$ و هذا يعني أن طول المتوسط $[CA]$ المتعلق بالضلع $[BE]$ يساوي نصف طول هذا الضلع و حسب النظرية العكسية لنظرية طول المتوسط المتعلق بالوتر نستنتج أن المثلث BEC قائم و وتره هو الضلع $[BE]$ أي قائم في C.

4. الزاوية المركزية $\widehat{CAE}$ تحصر نفس القوس $\widehat{CE}$ مع الزاوية المحيطية $\widehat{CBE}$ و بالتالي $\widehat{CAE} = 2\times\widehat{CBE} = 2 \times 34° = \boxed{68°}$.

5. بما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A فإن الارتفاع $[AH]$ المتعلق بالقاعدة $[BC]$ هو أيضا محور هذه القاعدة و بالتالي H منتصف $[BC]$ منه $BH = \frac{4\,\text{cm}}{2} = 2\,\text{cm}$.

في المثلث ABH القائم في H لدينا : $\tan\widehat{ABH} = \frac{AH}{BH}$

أي $\tan 34° = \frac{AH}{2}$ منه $AH = 2 \times \tan 34° \approx 2 \times 0,67 = 1,34$

إذاً $\boxed{AH \approx 1,3\,\text{cm}}$ و مساحة المثلث ABC هي :

$$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{4 \times 1,3}{2} = \boxed{2,6\,\text{cm}^2}$$

6. في المثلث ACE القائم في C لدينا : $\tan\widehat{EBC} = \frac{EC}{BC}$

أي $\tan 34° = \frac{EC}{4}$ منه $EC = 4 \times \tan 34° \approx 4 \times 0,67 = 2,68$

إذاً $\boxed{EC \approx 2,7\,\text{cm}}$.

ملاحظة : يمكن أيضا تطبيق نظرية طاليس أو النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين.

حل التمرين رقم 61

للعودة إلى التمرين 61

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{0}$ معناه A منتصف $[BE]$ أي E نظيرة B بالنسبة إلى A.

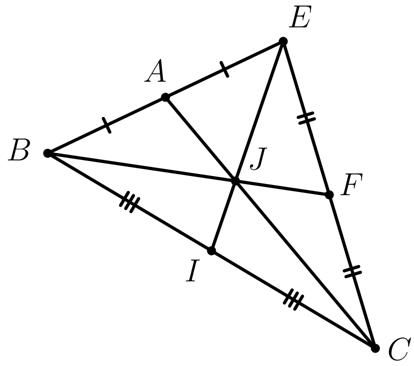
2. $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FC}$ معناه F منتصف $[EC]$.

3. عين النقطة I ، منتصف$[BC]$.

4. المستقيمان (BC) و (AF) متوازيان حسب نظرية مستقيم المنتصفين.

5. نسمي J نقطة تقاطع (BF) و (AC).

بما أن $[BF]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[EC]$ في المثلث EBC و $[CA]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BE]$ فإن نقطة تقاطعهما J هي مركز ثقل المثلث EBC و بالتالي J تنتمي إلى المتوسط الثالث $[EI]$ أي $J \in [EI]$ و هذا يعني أن النقط E ، I و J في استقامية.



حل التمرين رقم 62

للعودة إلى التمرين 62

1. إحداثيا منتصف $[AD]$ هما :

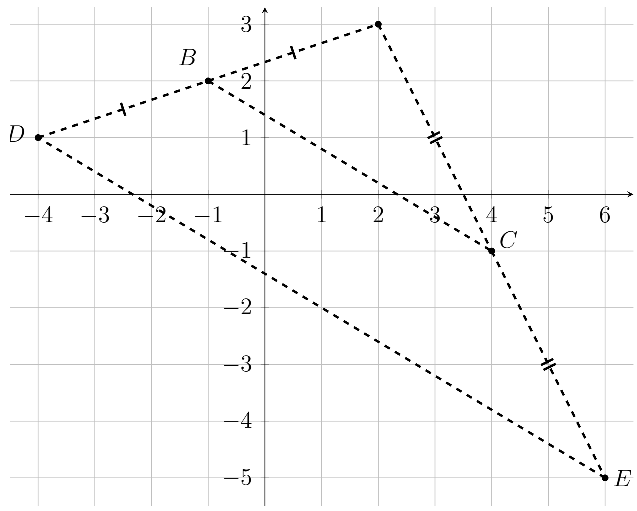
$$\left(\frac{x_A+x_D}{2};\frac{y_A+y_D}{2}\right)=\left(\frac{2+(-4)}{2};\frac{3+1}{2}\right)=(-1;3)$$

و هما إحداثيا B إذاً B هي منتصف $[AD]$.
إحداثيا منتصف $[AE]$ هما :

$$\left(\frac{x_A+x_E}{2};\frac{y_A+y_E}{2}\right)=\left(\frac{2+6}{2};\frac{3+(-5)}{2}\right)=(4;-1)$$

و هما إحداثيا C إذاً C هي منتصف $[AE]$.

2. نستنتج أن المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان حسب نظرية مستقيم المنتصفين.



حل التمرين رقم 63

للعودة إلى التمرين 63

1. تعليم النقط $A\,(-1;3)$ ، $B\,(5;5)$ و $C\,(3;1)$. (انظر الشكل).

2. حساب الطول AC :

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(3-(-1))^2+(1-3)^2}$$
$$=\sqrt{(3+1)^2+(-2)^2}=\sqrt{4^2+4}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=\boxed{2\sqrt{5}}$$

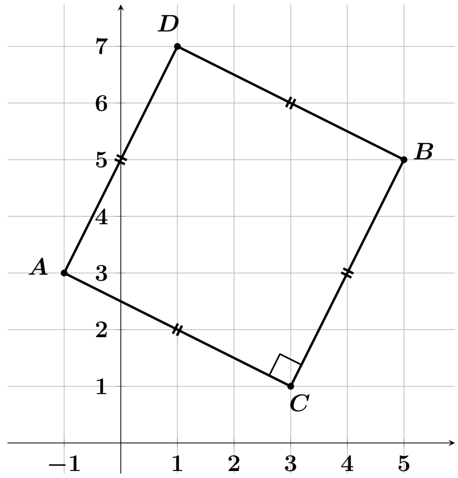
3. إثبات أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين :

لدينا : $AC^2+BC^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=20+20=40$ و $AB^2=\left(2\sqrt{10}\right)^2=4\times10=40$ أي $AC^2+BC^2=AB^2$ و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث فالمثلث ABC قائم في C.

و بما أن $AC = BC = 2\sqrt{5}$ فإنه متساوي الساقين أي ABC مثلث قائم في C و متساوي الساقين.

4. إنشاء النقطة D ، صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$ (انظر الشكل).

– نوع الرباعي $ACBD$: بما أن D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$ فإن الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع. و بما أن $AC = BC$ و $\widehat{ACB} = 90°$ فإن الرباعي $ACBD$ مربع.



حل التمرين رقم 64

للعودة إلى التمرين 64

1. تبيين أن S هي صورة E بدوران يطلب تعيين مركزه، اتجاهه و زاويته :

لدينا E و S نقطتان من الدائرة التي مركزها O إذن $OS = OE$ و بما أن $\widehat{SOE} = 60°$ فإن S هي صورة E بالدوران الذي مركزه O و زاويته $60°$ في الاتجاه السالب.

2. حساب قيس الزاوية $\widehat{EPS}$:

الزاوية $\widehat{EPS}$ محيطية و تحصر نفس القوس $\widehat{ES}$ مع الزاوية المركزية $\widehat{EOS}$ نستنتج إذن أن :

$\widehat{EPS} = \dfrac{\widehat{EOS}}{2} = \dfrac{60°}{2} = 30°$ أي $\boxed{\widehat{EPS} = 30°}$.

3. •حساب الطول PS:

<u>طريقة 1</u> : المثلث EPS قائم في S لأن ضلعه $[EP]$ قطر للدائرة المحيطة به منه $\cos\widehat{EPS} = \dfrac{PS}{PE}$ أي $\dfrac{PS}{8} = \cos 30°$ منه $PS = 8 \times \cos 30° \approx 8 \times 0,866 = 6,928$.

إذن $\boxed{PS = 7\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

<u>ملاحظة</u> : لدينا أيضا $PS = PE \times \sin\widehat{PES} = 8\,\text{cm} \times \sin 60° \approx 7\,\text{cm}$.

<u>طريقة 2</u> : المثلث OSE متقايس الأضلاع منه $ES = OE = \dfrac{EP}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$ و بما أن المثلث EPS قائم في S فحسب نظرية فيثاغورث : $PS^2 = PE^2 - ES^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$ منه $PS = \sqrt{48}\,\text{cm} \approx 6,928$.

إذن $\boxed{PS = 7\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

•حساب الطول PK:

<u>طريقة 1</u> : بما أن $(PS) \perp (OK)$ و $(PS) \perp (ES)$ فإن $(OK)//(ES)$.

في المثلث EPS لدينا : $O \in (PE)$ و $K \in (PS)$ بحيث $(OK)//(ES)$ فحسب خاصية طاليس :

$\dfrac{OK}{ES} = \dfrac{PO}{PE} = \dfrac{PK}{PS}$ أي $\dfrac{OK}{ES} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{PK}{7}$ منه $PK = \dfrac{7 \times 1}{2} = 3,5$ أي $PK = 3,5\,\text{cm}$.

إذن $\boxed{PK = 4\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

طريقة **2** : $PK = PO \times \cos\widehat{OPK} = 4\,\text{cm} \times \cos 30° \approx 3,5\,\text{cm}$ إذن $\boxed{PK = 4\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة. طريقة **3** : حسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين K منتصف $[PS]$ و بالتالي :

$PK = \dfrac{PS}{2} = \dfrac{7\,\text{cm}}{2} = 3,5\,\text{cm}$. إذن $\boxed{PK = 4\,\text{cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.