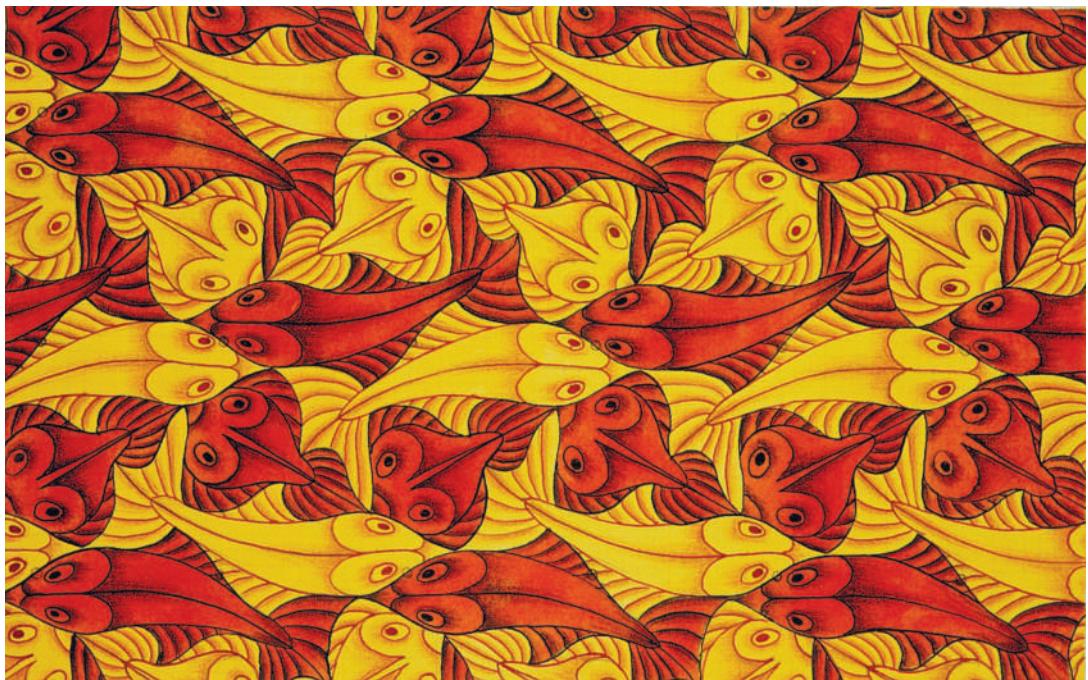


الأَشْعَةُ وَالْأَسْنَابُ

من الحِيَاةِ الْيَوْمَيَّةِ

الفنان الهولندي (1898-1972) M. C. Escher يشتهر بلوحاته البلاطية المستوحاة من الرياضيات، مما جعله رائداً في مجال محاولة تمثيل المفارقات الرياضية عن طريق الفن.



مصدر الصورة: Maurits Cornelis Escher, Two fish (n° 58) (1942, aquarelle, encre)



الأشعة والرسوم

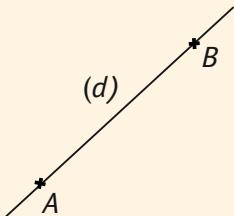
الرجاء مثل الأرقام لا يكتسبون قيمة إلا من خلال مواجه قعهم (نابليون بونابرت 1839 - 1899)

مفهوم الشعاع

أذكر درس...

(d) مستقيم ، A و B نقطتان منه.

الثانية النقطية (B; A) تعين ، نرمز له بالرمز أو برمز آخر مثل



ميزات الشعاع :

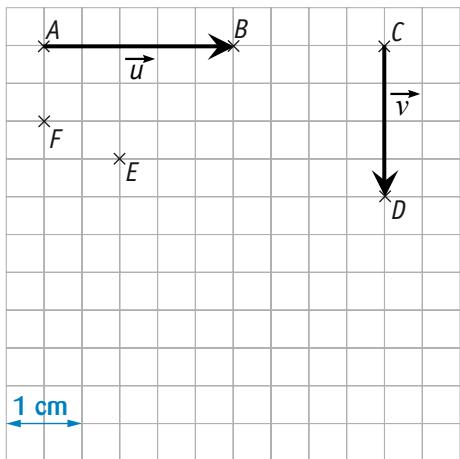
المنحي: ، الاتجاه: ، الطولية: ،

الشعاع \overrightarrow{AA} يسمى ونرمز له بالرمز ،

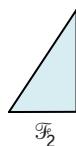
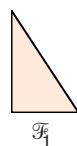
3 اذكر العناصر المميزة للشعاع المعدوم.

1 بلاحظة الشكل أدناه ، عين نوع التحويل في كل حالة.

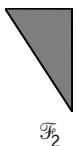
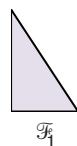
4 باستعمال المرصوفة :



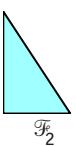
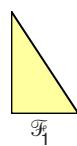
1 حدّد العناصر المميزة للشعاعين \overrightarrow{u} و \overrightarrow{v} .



1 (1) الحالة الأولى ،



1 (2) الحالة الثانية ،



1 (3) الحالة الثالثة ،

أنشئ النقطة M صورة النقطة M' بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{AB}



2 على المرصوفة السابقة ، أنشئ مثلاً آخرًا للشعاع \overrightarrow{u} مبدئه E .

3 على المرصوفة السابقة ، أنشئ مثلاً آخرًا للشعاع \overrightarrow{v} مبدئه F .

4 أنشئ مثلاً للشعاع \overrightarrow{w} حيث منحاه عمودي ، إتجاهه نحو الأعلى و طولته 3 cm .

5 أنشئ مثيلين للشعاع \overrightarrow{t} حيث منحاه يصنع زاوية 45° مع الأفق ، إتجاهه نحو الأعلى و طولته 2 cm .

أجب بـ: صـح أو خطـأ على العـبارـات التـالـية، مـسـعـيـناـ بالـاـنـشـاءـ إـنـ لـزـمـ الـأـمـرـ:

..... $\vec{AB} = \vec{FG}$ يعني أنـ $ABFG$ متـواـزـيـ أـضـلاـعـ (1)

..... $\vec{AB} = \vec{FG}$ يعني أنـ $FGBA$ متـواـزـيـ أـضـلاـعـ (2)

..... $AB = FG$ يعني أنـ $\vec{AB} = \vec{FG}$ (3)

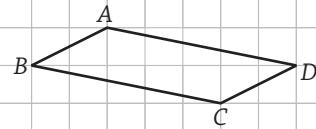
..... $AB = FG$ يعني أنـ $ABGF$ متـواـزـيـ أـضـلاـعـ (4)

..... $\vec{FG} = \vec{CD}$ يعني أنـ $\vec{AB} = \vec{FG}$ (5)

..... $\vec{FI} = \vec{GI}$ يعني أنـ I منـصـفـ $[FG]$ (6)

..... $FI = IG$ يعني أنـ I منـصـفـ $[FG]$ (7)

في الشـكـلـ أدـنـاهـ، $ABCD$ متـواـزـيـ أـضـلاـعـ.



(1) تـكـنـ I صـورـةـ النـقـطـةـ A بـالـاـنـسـحـابـ الذـيـ شـعـاعـهـ \vec{CD} .

(a) أـكـمـلـ المـساـواـةـ الشـعـاعـيـةـ التـالـيـةـ: $\vec{CD} = \vec{A}$

(b) أـكـمـلـ الجـمـلـةـ التـالـيـةـ:

الـمـساـواـةـ الشـعـاعـيـةـ السـابـقـةـ تـسـمـحـ بـالـقـولـ أنـ CD متـواـزـيـ أـضـلاـعـ.

(c) اـسـتـنـجـ إـنـشـاءـ النـقـطـةـ I بـاسـتـخـدـامـ الـمـرـصـوـفـةـ.

(2) بـرـ المـساـواـةـ الشـعـاعـيـةـ التـالـيـةـ: $\vec{CD} = \vec{BA}$.

(3) أـذـكـرـ مـنـ الشـكـلـ الأـشـعـةـ المـساـواـةـ لـلـشـعـاعـ \vec{CD} .

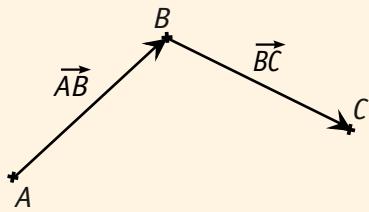
(4) تـكـنـ E نـظـيرـةـ النـقـطـةـ C بـالـنـسـبـةـ لـلـنـقـطـةـ D .

(a) أـنـشـيـءـ النـقـطـةـ E .

(b) بـرـ المـساـواـةـ الشـعـاعـيـةـ التـالـيـةـ: $\vec{CD} = \vec{DE}$.

(5) أـثـبـتـ أـنـ $\vec{AD} = \vec{IE}$.

(6) تـكـنـ O مـرـكـزـ مـتـواـزـيـ أـضـلاـعـ $CDIA$. أـثـبـتـ أـنـ O لـيـسـ بـأـنـ $[BE]$ ، $[IC]$ ، $[AD]$ نفسـ المـنـتـصـفـ.



..... + = ونكتب: ■ مجموع الشعاعين \vec{AB} و \vec{BC} هو الشعاع حيث نهاية الشعاع هي بداية الشعاع هذه المساواة تسمى A, B, C

- 1 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{z}$.
- 2 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{s} + \vec{w}$.
- 3 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{w}$.
- 4 أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{v}$.
- 5 اشرح النتيجة التي تم الحصول عليها من أجل $\vec{u} + \vec{v}$.

متوازي أضلاع 10

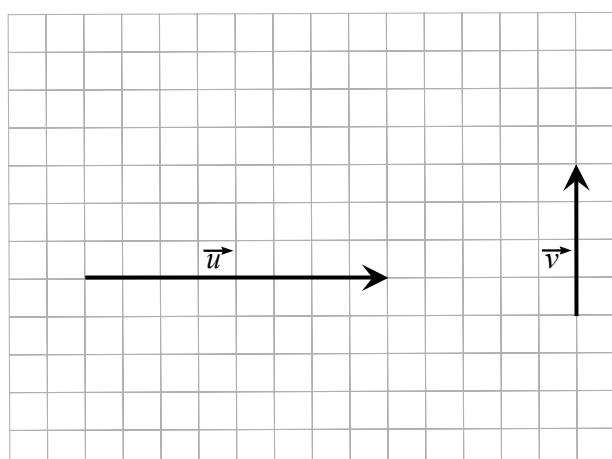
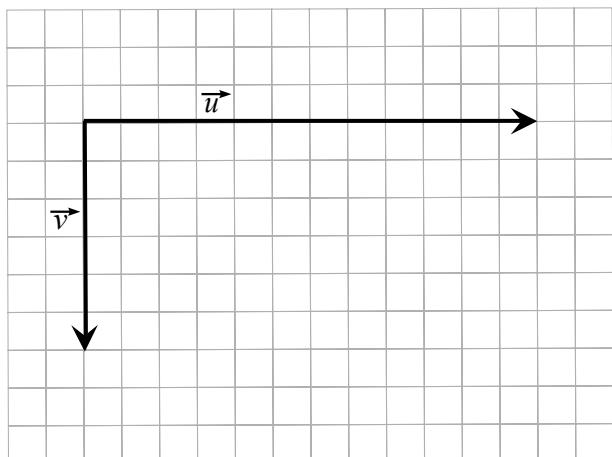
1 أنشئ بالمدور النقطة D حتى يكون $ABCD$ متوازي أضلاع.

A *

B * C *

شعاعان مختلفان المنحى 12

في كل من الأشكال أدناه ، أنشئ مجموع الشعاعان \vec{u} و \vec{v} .



(1)

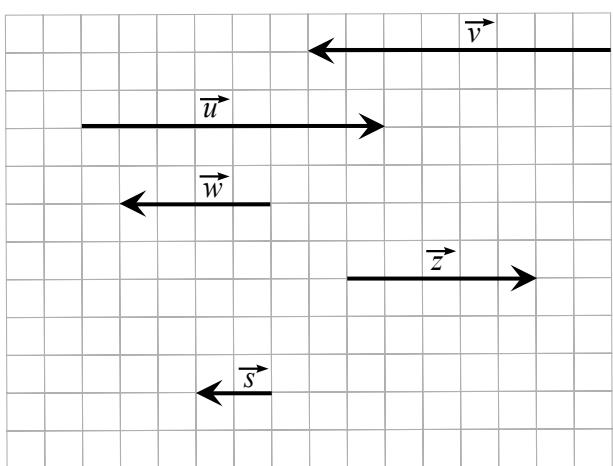
(2)

2 عرف ممثلاً للشعاع $\vec{BA} + \vec{BC}$

3 عرف ممثلاً للشعاع $\vec{AD} + \vec{AB}$

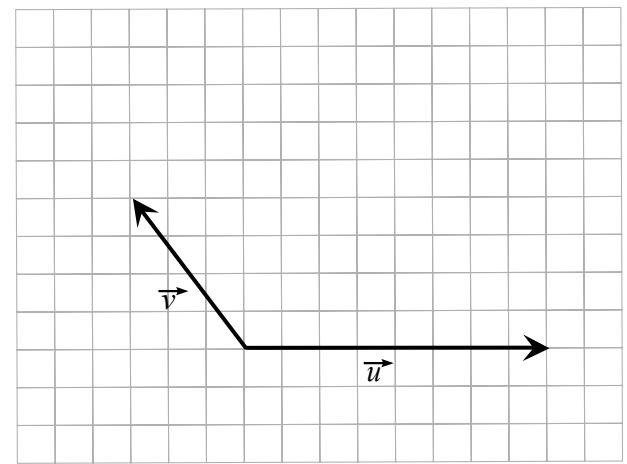
4 عرف ممثلاً للشعاع $\vec{DA} + \vec{BC}$

مع أشعة لها نفس المنحى 11



d) $-\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

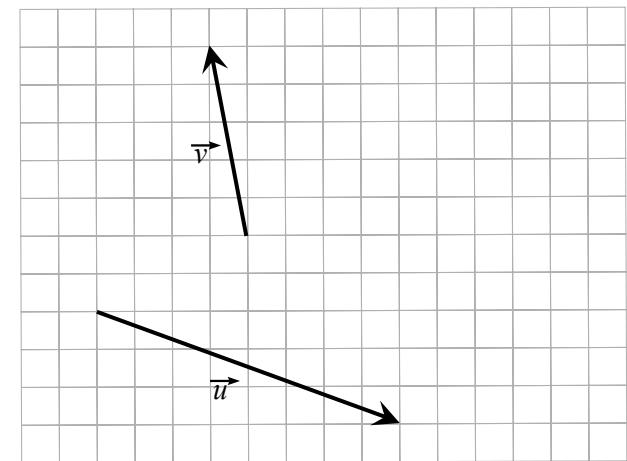
.....
.....
.....



(3)

e) $\vec{AB} - \vec{CD} + \vec{BD} = \vec{AC}$

.....
.....
.....



(4)

f) $-\vec{AB} + \vec{CB} + \vec{AC} = \vec{DD}$

.....
.....
.....

13 رباعي محدب .

أجب بـ : صح أو خطأ على العبارات التالية مع التبرير:

a) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BD}$

.....
.....
.....

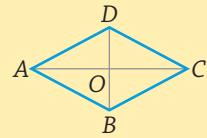
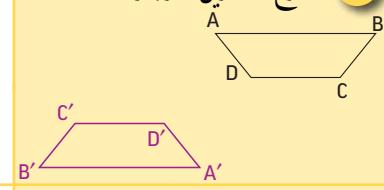
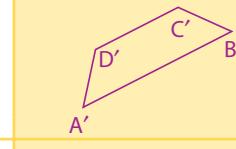
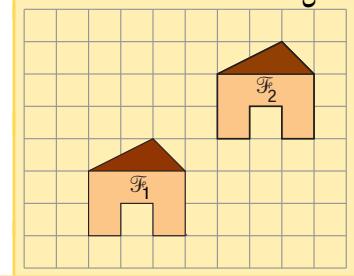
b) $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$

.....
.....
.....

c) $\vec{BA} - \vec{CA} = \vec{BC}$

.....
.....
.....

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطارات حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة .
تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة ! يجب العثور عليهم جميعا . !

D	C	B	A	النص
$\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{O}$	$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD}$	$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$	14) معين مركب $ABCD$. 
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$	15) من أجل كل النقط A, B و C من المستوى: أ) A, B و C ثلاثة نقاط حيث: ب) A, B و C متساوية طول الشعاع $AB = AC$.
النقطة الثالث على اسقامة واحدة	و C متساوية إلى A والنسبة إلى B	و B متساوية إلى A والنسبة إلى C	و C متساوية إلى B والنسبة إلى A	16) ، إذن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$
25	5	$\sqrt{7}$	7	17) مثلث قائم في A حيث: $AC = 3$ و $AB = 4$. طول الشعاع $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ هو:
تطابق	تناهُر مركب	انسحاب	تناهُر محوري	18) ما نوع التحويل الموجود أدناه? 
تطابق	تناهُر مركب	انسحاب	تناهُر محوري	19) ما نوع التحويل الموجود في هذا الشكل؟ 
تطابق	تناهُر مركب	انسحاب	تناهُر محوري	20) ما نوع التحويل الموجود في هذا الشكل؟ 

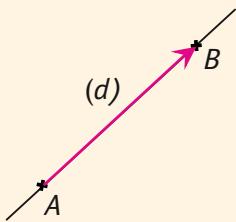
الرجان مثل الأرقام لا يكتسبون قيمة إلا من خلال مواجه قعهم (نابليون بونابرت 1839 - 1899)

مفهوم الشعاع

أذكر درس...

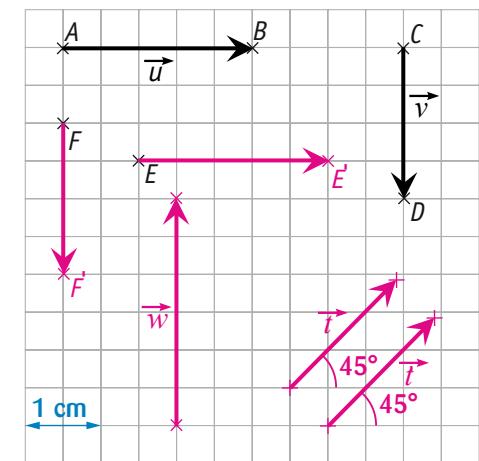
(d) مستقيم، A و B نقطتان منه.

- الثانية الخطية (B; A) تعين شعاعاً، نرمز له بالرمز \vec{AB} أو برمز آخر مثل \vec{u} أو برمز آخر مثل \vec{v} أو برمز آخر مثل \vec{t} أو برمز آخر مثل \vec{w} ونرمز له بالرمز \vec{AA} يسمى الشعاع المعدوم.
- مميزات الشعاع \vec{AB} :
 - المنحي: هو منح المستقيم (AB) .
 - الاتجاه: من A إلى B .
 - الطولية: هي طول القطعة $[AB]$.

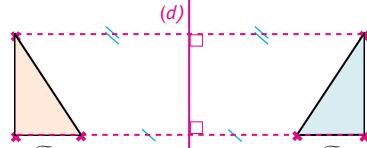


3 اذكر العناصر المميزة للشعاع المعدوم.

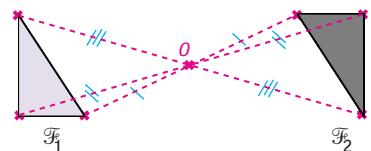
1 بمحاطة الشكل أدناه، عين نوع التحويل في كل حالة.



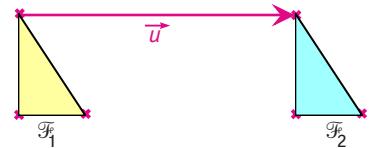
1 حدّد العناصر المميزة للشعاعين \vec{u} و \vec{v} .



1 (الحالة الأولى) تناظر محوري بالنسبة للمستقيم (d) .



2 (الحالة الثانية) تناظر مروري بالنسبة للنقطة O .



3 (الحالة الثالثة) انسحاب شعاعه \vec{u} .

2.5cm: منحى منحى المستقيم (AB) ، اتجاهه من A نحو B وطولته

2cm: منحى منحى المستقيم (CD) ، اتجاهه من C نحو D وطولته

2 على الموصفة السابقة، أنشئ مثلاً آخر للشعاع \vec{u} مبدئه E .

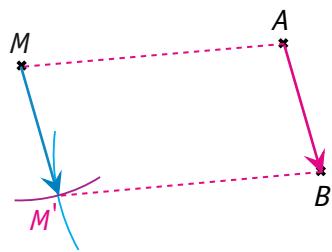
3 على الموصفة السابقة، أنشئ مثلاً آخر للشعاع \vec{v} مبدئه F .

4 أنشئ مثلاً للشعاع \vec{w} حيث منحاه عمودي، إتجاهه

نحو الأعلى وطولته 3cm.

5 أنشئ مثلاً للشعاع \vec{t} حيث منحاه يصنع زاوية 45° مع الأفق،

إتجاهه نحو الأعلى وطولته 2cm.



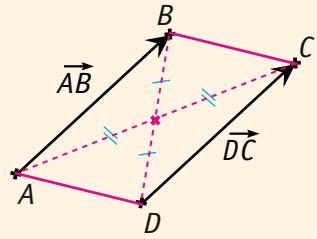
2 أنشئ النقطة M' صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} .

أذكر الدرس...

الشعاعان المتساويان ، الشعاعان المتعاكسان

الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما نفس النجح ونفس الاتجاه ونفس الطول

لاحظ الشكل المقابل:



إذا كان $\vec{AB} = \vec{DC}$ نستنتج أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

نستنتج أيضاً أن للقطعين $[AC]$ و $[BD]$ نفس المنتصف

إذا كان $\vec{AI} = \vec{IB}$ فإن I منتصف $[AB]$

الشعاع \vec{BA} يسمى الشعاع المعاكس للشعاع \vec{AB} ونكتب: $\vec{AB} = -\vec{BA}$

للشعاعان المتعاكسان نفس النجح ونفس الاتجاه ونفس الطول وتحاين متعاكسين

أكمل المساويات الشعاعية التالية ، ثم عين على المرصوفة أدناه

6

النقط

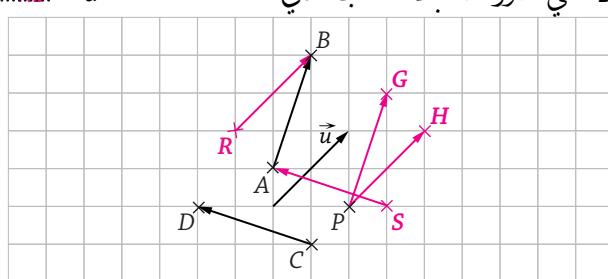
G, H, R و S

: $\vec{G} = \vec{AB}$ تتحول إلى G بـ P بالانسحاب الذي يحول A إلى B (1)

$\vec{PH} = \vec{u}$ تتحول إلى H بـ P بالانسحاب الذي شعاعه \vec{u} :

$\vec{SA} = \vec{CD}$ هي صورة S بـ A بالانسحاب الذي يحول C إلى D (3)

$\vec{RB} = \vec{u}$ هي صورة R بـ B بالانسحاب الذي شعاعه \vec{u} :



نعتبر الشكل أدناه حيث $ABCD$ مربع مرکز I وحيث ADO و

مثليان قائمين ومتباوبي الساقين في كل من A و F على الترتيب.

أجب بـ: صح أو خطأ على العبارات التالية:

صح

$AC = FE$ (1)

صح

للشعاع \vec{AC} نفس منحى الشعاع \vec{EF} .

صح

$\vec{FE} = \vec{DO}$ (3)

خطأ

$\vec{CF} = \vec{BI}$ (4)

صح

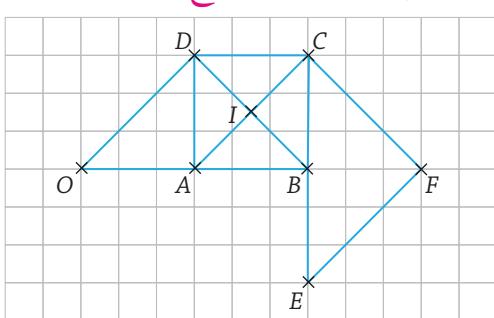
$\vec{EA} = \vec{DB}$ (5)

خطأ

للشعاعين \vec{DO} و \vec{AI} نفس الاتجاه.

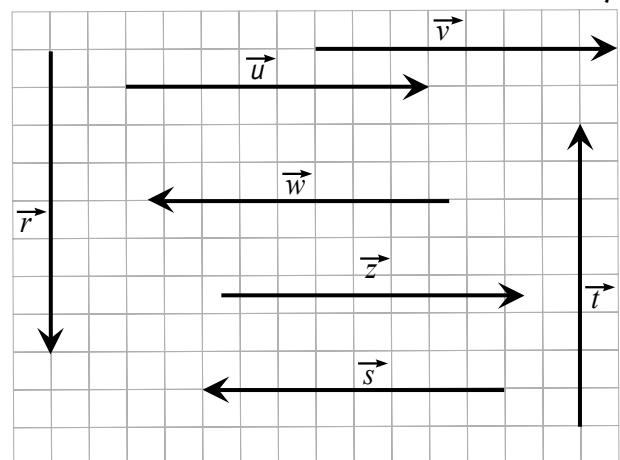
صح

$\vec{AD} = \vec{EB}$ إذن $\vec{DB} = \vec{AE}$ (7)



باستعمال المرصوفة :

5



(1) اختر الأشعة المساوية للشعاع \vec{u} .

\vec{r}

\vec{v}

\vec{s}

\vec{w}

\vec{t}

\vec{z}

(2) اختر الأشعة المعاكسة للشعاع \vec{u} .

\vec{r}

\vec{v}

\vec{s}

\vec{w}

\vec{t}

\vec{z}

(3) اختر الأشعة التي لها نفس منحى الشعاع \vec{u} .

\vec{r}

\vec{v}

\vec{s}

\vec{w}

\vec{t}

\vec{z}

أجب بـ: صح أو خطأ على العبارات التالية، مستعيناً بالإنشاء إن لزم الأمر:

خطأ $\vec{AB} = \vec{FG}$ يعني أن $ABFG$ متوازي أضلاع (1)

صح $\vec{AB} = \vec{FG}$ يعني أن $FGBA$ متوازي أضلاع (2)

صح $AB = FG$ يعني أن $\vec{AB} = \vec{FG}$ (3)

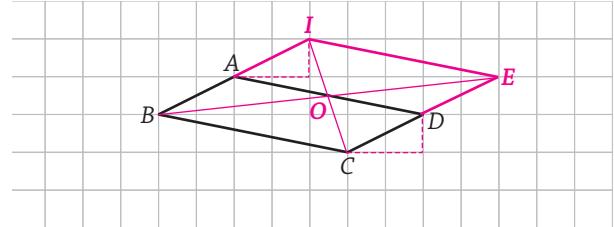
خطأ $AB = FG$ يعني أن $ABGF$ متوازي أضلاع (4)

صح $\vec{FG} = \vec{CD}$ يعني أن $\vec{AB} = \vec{FG}$ (5)

خطأ $\vec{FI} = \vec{GI}$ يعني أن FG منتصف $[FI]$ (6)

خطأ $FI = IG$ يعني أن FG منتصف $[FI]$ (7)

في الشكل أدناه، $ABCD$ متوازي أضلاع.



(1) تكن I صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه \vec{CD} .

(a) أكمل المساواة الشعاعية التالية: $\vec{CD} = \vec{A}.$ (1)

(b) أكمل الجملة التالية:

المساواة الشعاعية السابقة تسمح بالقول أن $CDIA$ متوازي أضلاع.

(c) استنتج إنشاء النقطة I باستخدام المرصوفة.

(2) برر المساواة الشعاعية التالية: $\vec{CD} = \vec{BA}$.

متوازي أضلاع $ABCD$.

(3) أذكر من الشكل الأشعة المتساوية للشعاع \vec{CD} .

\vec{BA} و \vec{AI} .

(4) تكن E نظيرة النقطة C بالنسبة للنقطة D .

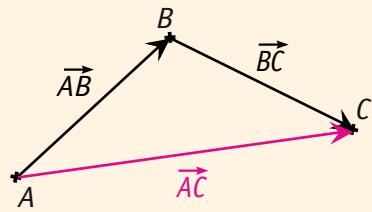
(a) أنشئ النقطة E .

(b) برر المساواة الشعاعية التالية: $\vec{CD} = \vec{DE}$.

النقطة E نظيرة النقطة C بالنسبة لـ D ، إذن النقطة

منتصف القطعة $[CE]$ وعليه يكون: $\vec{CD} = \vec{DE}$.

A, B, C ثلاثة نقط.



مجموع شعاعين

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

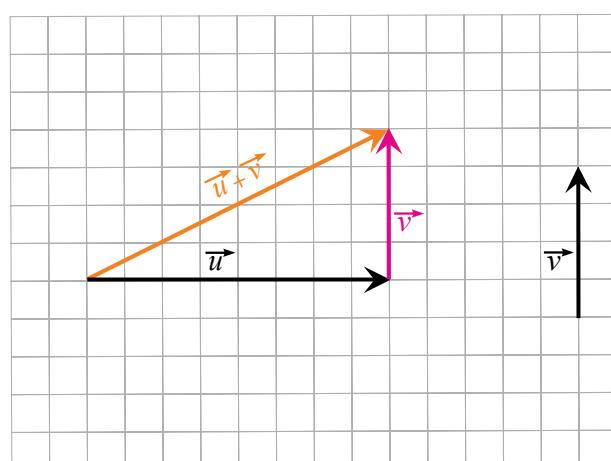
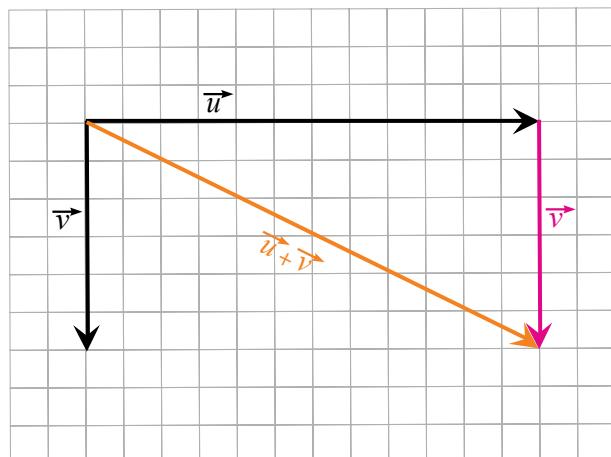
■ مجموع الشعاعين \vec{AB} و \vec{BC} هو الشعاع \vec{AC} ونكتب: \vec{BC} هي بداية الشعاع \vec{AB} حيث نهاية الشعاع \vec{AB} علاقة شال هذه المساواة تسمى

- (1) أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{z}$.
- (2) أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{s} + \vec{w}$.
- (3) أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{w}$.
- (4) أنشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u} + \vec{v}$.
- (5) اشرح النتيجة التي تم الحصول عليها من أجل $\vec{u} + \vec{v}$.

الشعاعان \vec{u} و \vec{v} متعاكسان وعليه مجموعهما يساوي الشعاع المدوع.

شعاعان مختلفان المنحى

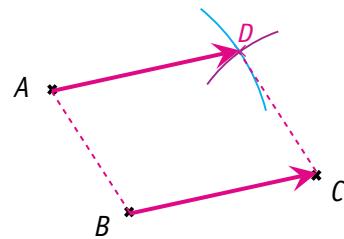
في كل من الأشكال أدناه ، أنشئ مجموع الشعاعان \vec{u} و \vec{v} .



(1)

(2)

10 متوازي أضلاع (1) أنشئ بالمدور النقطة D حتى يكون $ABCD$ متوازي أضلاع.



(2) عرف ممثلاً للشعاع $\vec{BA} + \vec{BC}$.

$$\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AD} = \vec{BD}$$

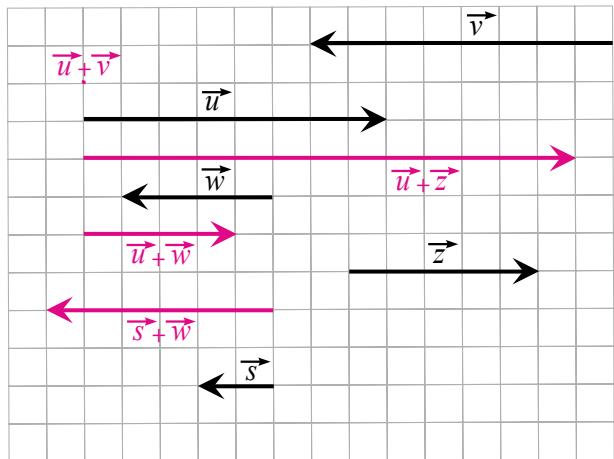
(3) عرف ممثلاً للشعاع $\vec{AD} + \vec{AB}$.

$$\vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$$

(4) عرف ممثلاً للشعاع $\vec{DA} + \vec{BC}$.

$$\vec{DA} + \vec{BC} = \vec{DA} + \vec{AD} = \vec{DD} = \vec{0}$$

11 مع أشعة لها نفس المنحى



d) $-\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ خطأ

$$-\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BF}$$

البرهان: للشعاعان \vec{BA} و \vec{BC} نفس المبدأ B ، اذن مجموعهما هو الشعاع \vec{BF} حيث F هي النقطة التي تحمل الرباعي متوازي أضلاع.

e) $\vec{AB} - \vec{CD} + \vec{BD} = \vec{AC}$ ص

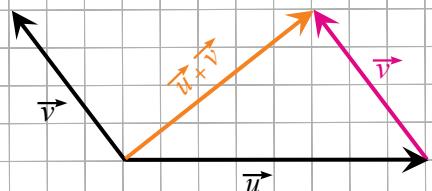
$$\vec{AB} - \vec{CD} + \vec{BD} = \vec{AB} + \vec{DC} + \vec{BD}$$

$$= \vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$$

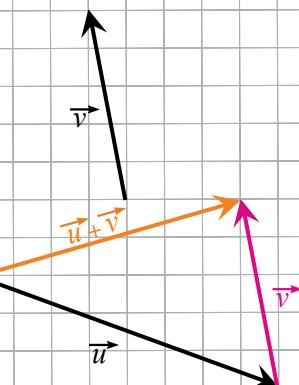
f) $-\vec{AB} + \vec{CB} + \vec{AC} = \vec{DD}$ ص

$$-\vec{AB} + \vec{CB} + \vec{AC} = \vec{BA} + \vec{CB} + \vec{AC}$$

$$= \vec{BA} + \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{BC} + \vec{CB} = \vec{BB} = \vec{0} = \vec{DD}$$



(3)



(4)

13 رباعي محدب.

أجب بـ: ص أو خطأ على العبارات التالية مع البرهان:

a) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BD}$ خطأ

البرهان: للشعاعان \vec{AB} و \vec{AC} نفس المبدأ A ، اذن مجموعهما

هو الشعاع \vec{AF} حيث F هي النقطة التي تحمل الرباعي متوازي أضلاع.

b) $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$ ص

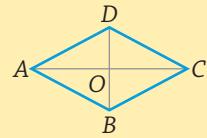
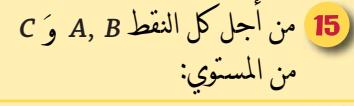
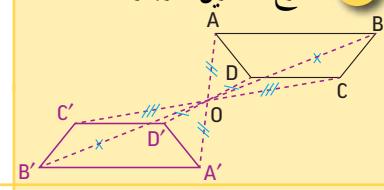
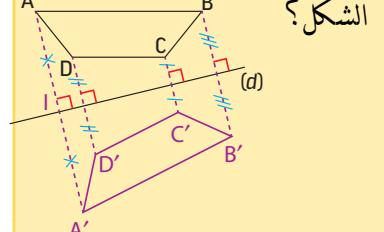
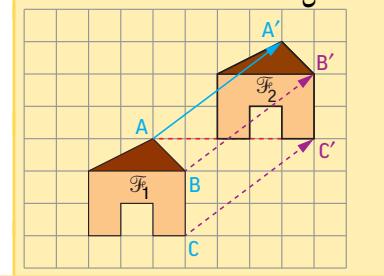
البرهان: $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$

c) $\vec{BA} - \vec{CA} = \vec{BC}$ ص

البرهان: $\vec{BA} - \vec{CA} = \vec{BA} + \vec{AC} = \vec{BC}$

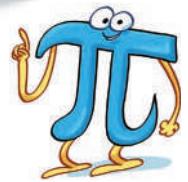
لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطارات حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة.

تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة! يجب العثور عليهم جميعاً !

D	C	B	A	النص
$\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{O}$	$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD}$	$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$	$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$	14) معيّن مركزه O . 
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$	15) من أجل كل النقط A, B و C من المستوى: 
النقطة الثالث على استقامة واحدة	و C متناظرتان بالنسبة إلى B	و B متناظرتان بالنسبة إلى C	و C متناظرتان بالنسبة إلى A	16) A, B و C ثلاثة نقط حيث: إذن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$
25	5	$\sqrt{7}$	7	17) مثلث قائم في A حيث: $AC = 3$ و $AB = 4$. طول الشعاع $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ هو:
تطابق	تناظر مركزي	انسحاب	تناظر محوري	18) ما نوع التحويل الموجود أدناه؟ 
تطابق	تناظر مركزي	انسحاب	تناظر محوري	19) ما نوع التحويل الموجود في هذا الشكل؟ 
تطابق	تناظر مركزي	انسحاب	تناظر محوري	20) ما نوع التحويل الموجود في هذا الشكل؟ 



والآن ،
هل يمكننا اكتشاف
التحولات الموجودة في لوحة
؟ Escher



صفحة: فيلدز في الرياضيات

ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظي عادل