المذكرة رقم: 04

مذكرة رقم

الأستاذ: بن حولة عثمان

المستوى : 3 ع ت + 3 تر + 3 ر.

المادة: رياضيات

ميدان التعلم: تحليل

السنة الدراسية: 2026/2025

المحور : الدوال الأسية و اللوغاريتمية.

المدة: 01 سا

المحتوى المعرفي : الدالة اللوغاريتمية النيبيرية.

ثانوية: الاخوة عباس ـباتنة ـ

الكفاءات المستهدفة :

توظيف خواص الدالة اللوغاريتمية النيبيرية.

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	ملاحظات و توجيهات

2. التهيئة النفسية — 05 د

نشاط مقترح01 :" 1 – 1

– أنشئ المنحنى (C) منحنى الدالة exp

– أنشئ (C’) نظير المنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم الذي معادلته $y = x$

(C’) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية التي يرمز لها بالرمز ln

– عين مجال تعريف الدالة ln

– عين إشارة $ln(x)$

– عين اتجاه تغير الدالة ln

– عين نهايتي الدالة " ln " عند 0 و عند $+\infty$.

15 د — يناقش النشاط من قبل التلاميذ مع توجيه من الأستاذ

مناقشة النشاط مقترح01

نشاط مقترح02

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \ln(x)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أنقل ثم أتمم الجدول التالي باستعمال الآلة الحاسبة :

x	0.0005	0.5	1	2	e	1000
$f(x)$						

2) ماذا تلاحظ؟

3) تقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

* أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

أنشئ المنحنى (C_f) و المماس (T) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

مناقشة النشاط مقترح02

1. اللوغاريتم النيبيري لعدد

مبرهنة و تعريف: من أجل كل عدد حقيقي a من $]0;+\infty[$ ، يوجد عدد حقيقي وحيد b بحيث $e^b = a$.

يسمي هذا العدد " اللوغاريتم النيبيري للعدد a " و نرمز إليه بالرمز " $\ln a$ "

2. تعريف الدالة " ln "

تعريف: نسمي " الدالة اللوغاريتمية النيبيرية " الدالة التي نرمز إليها بالرمز " ln " و التي ترفق بكل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ العدد الحقيقي $\ln x$.

نتائج:

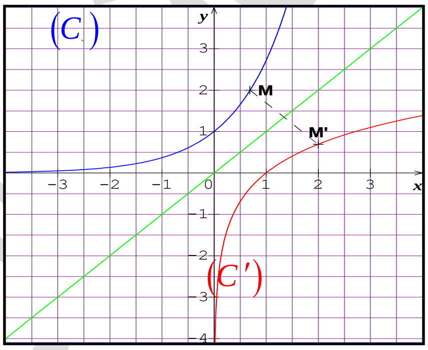
1. من أجل كل x من $]0;+\infty[$ و من أجل كل y من $\mathfrak{R}$ $x = e^y$ يعني $y = \ln x$.
2. من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $e^{\ln x} = x$.
3. من أجل كل x من $\mathfrak{R}$ ، $\ln(e^x) = x$.
4. بما أن $e^0 = 1$ فإن $\ln 1 = 0$ و بما أن $e^1 = e$ فإن $\ln e = 1$.

أمثلة :

$$\ln\left(\frac{e^3}{e^5}\right) = -2 \quad , \quad \ln(e^{-4}) = -4 \;,\; e^{\ln 5} = 5$$

خاصية: في معلم متعامد و متجانس، التمثيلان البيانيان للدالتين الأسية واللوغاريتمية النيبيرية متناظران بالنسبة إلى المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (المنصف الأول).

البرهان: نرمز بـ (C) إلى منحنى الدالة $x \mapsto e^x$ و بـ (C') إلى منحنى الدالة $x \mapsto \ln x$.



بما أن $y = e^x$ يعني $x = \ln y$ فإن القول أن النقطة $M(x;y)$ تنتمي إلى (C) يعني أن النقطة $M'(y;x)$ تنتمي إلى (C').

و بما أن $M(x;y)$ و $M'(y;x)$ متناظرتين بالنسبة إلى المستقيم ذو المعادلة $y = x$ فإن المنحنين (C) و (C') متناظرين بالنسبة إلى هذا المستقيم.

الخواص الجبرية

من أجل كل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$ ،

1) $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ 2) $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$ 3) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

4) $\ln(a^n) = n\ln a$ 5) $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln a$

أمثلة :

كتابة الأعداد التالية على أبسط شكل :

$$A=\ln(\frac{5}{2})+\ln(\frac{2}{5})$$

$$=\ln 5-\ln 2+\ln 2-\ln 5$$

$$\mathrm{A}=0$$

$$B=\frac{\ln 100}{\ln 10}=\frac{\ln 10^{2}}{\ln 10}=\frac{2\ln 10}{\ln 10}=2$$

$$\mathrm{C}=\ln((\frac{1}{e})^{2})=2\ln(\frac{1}{e})=2\times-\ln\mathrm{e}=-2$$

$$D=\ln(3^{2})-\ln 3+\ln\sqrt{3}=2\ln 3-\ln 3+\frac{1}{2}\ln 3$$

$$=\frac{3}{2}\ln 3$$

تطبيق : حل المعادلات التالية :

$lnx+\ln(2x+5)=ln3$

$\ln x(2x+5)=ln3$

تمارين منزلية 63 و 64 ص 106.

الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.
المراجع	الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة -

المذكرة رقم: 05

مذكرة رقم

الأستاذ: بن حولة عثمان

المستوى : 3 عت + 3 تر + 3 ر.

المادة: رياضيات

ميدان التعلم: تحليل

السنة الدراسية: 2026/2025

المحور : الدوال الأسية و اللوغاريتمية.

المدة: 01 سا

المحتوى المعرفي : دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية.

ثانوية: الاخوة عباس-باتنة -

الكفاءات المستهدفة : ✍ دراسة تغيرات الدالة اللوغاريتمية النيبيرية.

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	ملاحظات و توجيهات
	4. التهيئة النفسية . النهايات **خواص:** نهاية الدالة " ln " عند $+\infty$ هي $+\infty$ و نهايتها عند 0 هي $-\infty$. $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty \quad (1)$ و $\quad (2) \quad \lim\limits_{x\to 0}\ln x=-\infty$ **البرهان:** • ليكن A عددا حقيقيا موجبا تماما. الدالة " ln " متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ و منه إذا كان x عددا حقيقيا يحقق $x>e^A$ فإن $\ln x>A$ و هكذا فإن المجال $]A;+\infty[$ يشمل كل قيم $\ln x$ من أجل x كبير بالقدر الكافي. و هذا يعني أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$. • من أجل x من $]0;+\infty[$ ، نضع $X=\frac{1}{x}$ و منه $\ln X=\ln\left(\frac{1}{x}\right)=-\ln x$. لدينا: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} X=+\infty$ و من النتيجة (1) لدينا: $\lim\limits_{X\to+\infty}(-\ln X)=-\infty$ و هكذا فإن $\lim\limits_{x\to 0}\ln x=\lim\limits_{X\to+\infty}(-\ln X)=-\infty$. **1. الاستمرارية و الاشتقاقية** **خواص:** الدالة " ln " مستمرة و قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و لدينا من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $\ln'(x)=\frac{1}{x}$ **البرهان:** • نقبل بدون برهان أن الدالة " ln " مستمرة و قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$. • لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=e^{\ln x}$. f هي مركب الدالة " ln " متبوعة بالدالة " exp " فهي	05 د 15 د	يناقش النشاط من قبل التلاميذ مع توجيه من الأستاذ

إذن قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و لدينا $f'(x)=\ln'(x)\times e^{\ln x}$ و بما أن من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $e^{\ln x}=x$

فإن $f'(x)=\ln'(x)\times x$ من جهة و $f'(x)=1$ $(f(x)=x)$ من جهة ثانية. نستنتج هكذا أن $\ln'(x)=\dfrac{1}{x}$.

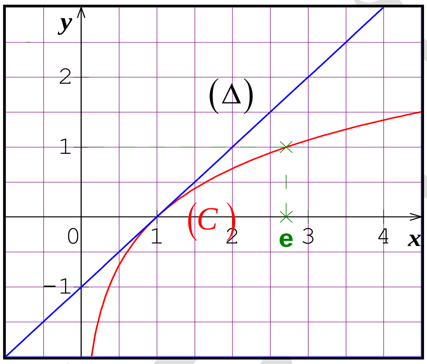
6− اتجاه تغير :

الدالة اللوغاريتمية النيبيرية " $\ln$ " متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

2. جدول تغيرات الدالة " $\ln$ "

x	0	1	$+\infty$
$\ln'(x)$		$+$	
$\ln x$	$-\infty$	0 ↗	$+\infty$

- المنحني (C) الممثل للدالة " $\ln$ " يقبل محور التراتيب كمستقيم مقارب.



- لدينا $\ln'(1)=1$ و $\ln 1=0$. إذن يقبل المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1 مماسا $(\Delta): y=x-1$.
- من تعريف العدد المشتق لدينا:

$$\lim_{h\to 0}\frac{\ln(1+h)-\ln(1)}{h}=\ln'(1)=1$$ إذن

$$\lim_{h\to 0}\frac{\ln(1+h)}{h}=1$$ أو $$\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{x-1}=1$$

نتيجة: الدالة $h\mapsto h$ هي أحسن تقريب تآلفي للدالة $h\mapsto \ln(1+h)$ بجوار 0.

أي من أجل h قريب من 0 لدينا: $\ln(1+h)\approx h$.

نتـــائج :

نتائج: من أجل كل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$:

1. $\ln a=\ln b$ يعني $a=b$.
2. $\ln a<\ln b$ يعني $a<b$.
3. $\ln a>0$ يعني $a>1$ و $\ln a<0$ يعني $0<a<1$ كما أن $\ln 1=0$.

تمرين 1: نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=(\ln x)^2-\ln x$

1. أدرس نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.
2. عين الدالة f'.أدرس إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f ثم أرسم تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس.

الحل:

1. نعلم أن $\lim\limits_{x\to 0}\ln x=-\infty$ و منه $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to 0}(\ln x)^2=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to 0}(-\ln x)=+\infty$.

لدينا $f(x)=\ln x\left[(\ln x)-1\right]$ و بما أن $\lim\limits_{x\to +\infty}\ln x=+\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$.

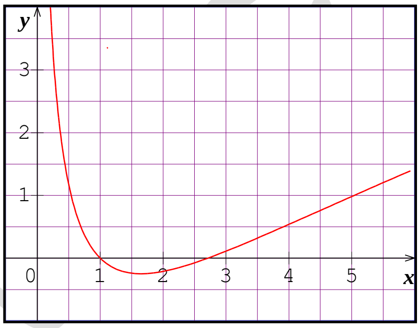
2. بما أن الدالة " $\ln$ " قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ فإن الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و لدينا من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=2\times\frac{1}{x}\times\ln x-\frac{1}{x}=\frac{1}{x}(2\ln x-1)$. بما أن $x>0$ فإن إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $(2\ln x-1)$. لدينا $2\ln x-1\geq 0$ تعني $\ln x\geq\frac{1}{2}$ أي $x\geq e^{\frac{1}{2}}$ ومنه:

- من أجل كل x من $\left]0;e^{\frac{1}{2}}\right]$ ، $f'(x)\leq 0$ و بالتالي f متناقصة تماما على $\left]0;e^{\frac{1}{2}}\right]$.
- من أجل كل x من $\left[e^{\frac{1}{2}};+\infty\right[$ ، $f'(x)\geq 0$ و بالتالي f متزايدة تماما على $\left[e^{\frac{1}{2}};+\infty\right[$

جدول تغيرات :

x	0		$e^{\frac{1}{2}}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	-	0	+	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$-\frac{1}{4}$	↗	$+\infty$

باستعمال قيم مساعدة نحصل على التمثيل البياني للدالة f.



تطبيق :

f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-xlnx$$

1. ادرس نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.
2. أ- ادرس تغيرات الدالة f .

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

تطبيق :

f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=(lnx)^2-4lnx$

1. ادرس نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.
2. أ- ادرس تغيرات الدالة f .

ب-عين نقاط تقاطع المنحنى مع محور الفواصل

الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.		
المراجع	الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة .		

المذكرة رقم: 06

الأستاذ: بن حولة عثمان

مذكرة رقم

المستوى : 3 عت + 3 تر + 3 ر.

ميدان التعلم: تحليل

المحور : الدوال الأسية و اللوغاريتمية.

المحتوى المعرفي : المعادلات والمتراجحات

المادة: رياضيات

السنة الدراسية: 2026/2025

المدة: 01 سا

ثانوية: الاخوة عباس-باتنة -

الكفاءات المستهدفة : ✍ حل معادلات ومتراجحات باستعمال خواص اللوغاريتم النيبيري

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	ملاحظات و توجيهات
	1. التهيئة النفسية : 1 - 1 " **التذكير بخواص " ln "** **المعادلات و المتراجحات :** **طريقة:** لحل معادلة من الشكل $\ln[u(x)]=p$ (على التوالي متراجحة من الشكل $\ln[u(x)]<p$) : • نعين D مجموعة تعريف المعادلة (على التوالي المتراجحة). • نحل في D المعادلة $u(x)=e^p$ (على التوالي المتراجحة $u(x)<e^p$). **مثال: حل المعادلة و المتراجحتين التالية:** $\ln(2x-1)=2 \quad (1)$ $\quad \ln(x-1)\geq -3 \quad (2)$ $\quad \ln(x+2)\leq 5 \quad (3)$ **الحل:** 1. لدينا $D=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$. (1) تعني $2x-1=e^2$ أي $x=\frac{1+e^2}{2}$ و منه مجموعة الحلول هي $S=\left\{\frac{1+e^2}{2}\right\}$ 2. لدينا $D=]1;+\infty[$. (2) تعني $x-1>e^{-3}$ أي $x>1+e^{-3}$ و منه مجموعة الحلول هي $S=]1+e^{-3};+\infty[$ 3. لدينا $D=]-2;+\infty[$. (3) تعني $x+2\leq e^5$ أي $x\leq e^5-2$ و منه مجموعة الحلول هي $S=]-2;e^5-2]$ **. طريقة :** **طريقة:** لحل المعادلة $\ln[u(x)]=\ln[v(x)]$ (على التوالي المتراجحة $\ln[u(x)]<\ln[v(x)]$) : • نعين D مجموعة تعريف المعادلة (على التوالي المتراجحة). • نحل في D المعادلة $u(x)=v(x)$ (على التوالي المتراجحة $u(x)<v(x)$).	05 د 15 د	يناقش النشاط من قبل التلاميذ مع توجيه من الأستاذ

مثال: حل المعادلة و المتراجحة التاليتين:

$$\ln\left(x^2-1\right)=\ln(x)\quad(1)\qquad\qquad \ln\left(x^2-1\right)\leq\ln(x)\quad(2)$$

الحــل:

1. تكون المعادلة معرفة من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x^2-1>0$ و $x>0$ و منه $D=]1;+\infty[$.

(1) تعني $x^2-1=x$ أي $x^2-x-1=0$. حلول المعادلة $x^2-x-1=0$ هما $x''=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $x'=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.

نلاحظ أن x'' عنصر من D بينما x' لا تنتمي إلى D. و هكذا مجموعة الحلول هي $S=\left\{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$.

2. مجموعة تعريف المتراجحة هي $D=]1;+\infty[$. لدينا (2) تعني $x^2-x-1\leq 0$.

مجموعة حلول المتراجحة $x^2-x-1\leq 0$ هي $\left[\dfrac{1-\sqrt{5}}{2};\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$ و بالتالي فمجموعة حلول المتراجحة (2) هي تقاطع مجموعة التعريف D مع المجال $\left[\dfrac{1-\sqrt{5}}{2};\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$.

نجد هكذا أن مجموعة الحلول هي: $\left]1;\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$.

تمارين 67 و 68 ص 107 واجب منزلي

الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.
المراجع	الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة -

المذكرة رقم: 07

مذكرة رقم

الأستاذ: بن حولة عثمان

المستوى : 3 عت + 3 تر + 3 ر.
ميدان التعلم: تحليل
المـــــــحور : الدوال الأسية و اللوغاريتمية.
المـــحتوى المعــرفي : دراسة الدالة $\ln o u$.

المـادة: ريـاضيات
السنة الدراسية: 2026/2025
المـدة: 01 سا
ثانوية: الاخوة عباس_باتنة -

الكفاءات المستهـدفة : ✍ دراسة تغيرات الدالة $\ln o u$

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	ملاحظات و توجيهات
	2. التهيئة النفسية **. النهايات** لدراسة نهاية دالة $\ln o u$ نستعمل المبرهنة الخاصة بنهاية دالة مركبة. مثال: نعتبر الدالة f المعرفة على $]2;+\infty[$ بـ $f(x)=\ln(x-2)$. • لدينا $\lim\limits_{x\to 2}(x-2)=0$ و بما أن $\lim\limits_{X\to 0}\ln X=-\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to 2}\ln(x-2)=-\infty$ أي $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=-\infty$ • لدينا $\lim\limits_{x\to +\infty}(x-2)=+\infty$ و بما أن $\lim\limits_{X\to +\infty}\ln X=+\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to +\infty}\ln(x-2)=+\infty$ أي $\lim\limits_{x\to +\infty}f(x)=+\infty$ **. اتجاه التغيرات** خاصية: إذا كانت u دالة معرفة و موجبة تماما على مجال I فإن للدالتين u و $\ln o u$ نفس اتجاه التغيرات على المجال I. البرهان: نعلم أن الدالة " $\ln$ " متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. إذن حسب المبرهنة الخاصة باتجاه تغير دالة مركبة يكون للدالتين u و $\ln o u$ نفس اتجاه التغيرات على المجال I. مثال: نعتبر الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ $f(x)=\ln\left(\frac{3}{x-1}\right)$. نلاحظ أن $f=\ln o u$ حيث u هي الدالة المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ $u(x)=\frac{3}{x-1}$. بما ان الدالة u متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$ فإن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$.	05 د 15 د	

. المشتقة

خاصية: إذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق و موجبة تماما على مجال I فإن الدالة $\ln\circ u$ قابلة للاشتقاق على I

و لدينا من أجل كل x من I، $(\ln\circ u)'(x)=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$.

البرهان:

إذا كانت الدالة u قابلة للاشتقاق و موجبة تماما على I و علما ان الدالة " $\ln$ " قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ فإن الدالة المركبة $\ln\circ u$ قابلة للاشتقاق على I و بتطبيق قاعدة حساب مشتقة دالة مركبة يكون لدينا:

من أجل كل x من I، $(\ln\circ u)'(x)=u'(x)\times(\ln)'[u(x)]=u'(x)\times\dfrac{1}{u(x)}$

أي من أجل كل x من I، $(\ln\circ u)'(x)=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$.

مثـــال:

* مشتقةالدالة f المعرفةعلى R بـ : $f(x)=\ln(x^2+x+1)$ هي $f'(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

* مشتقة الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x)=\ln(e^x+1)$ هي $g'(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$

تمـــرين 01:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ $f(x)=\ln(x^2+1)-\ln(x^2-1)$

أدرس نهايتي الدالة f عند 1 و عند $+\infty$.

الحـــل:

• لدينا من جهة: $\lim\limits_{x\to1}(x^2+1)=2$ وبما أن $\lim\limits_{X\to2}\ln X=\ln 2$ فإن $\lim\limits_{x\to1}\ln(x^2+1)=\ln 2$

ولدينا من جهة ثانية: $\lim\limits_{x\to1}(x^2-1)=0$ وبما أن $\lim\limits_{X\to0}\ln X=-\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to1}\ln(x^2-1)=-\infty$

نستنتج مما سبق أن $\lim\limits_{x\to1}[\ln(x^2+1)-\ln(x^2-1)]=+\infty$ أي $\lim\limits_{x\to1}f(x)=+\infty$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+1)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-1)=+\infty$. لدينا إذن حالة عدم التعيين.

من أجل كل x من $]1;+\infty[$، $f(x)=\ln\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)$. بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)=1$ و علما أن $\lim\limits_{X\to1}\ln X=0$ نستنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)=0$ أي $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$.

تمرين 02:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ بـ $f(x)=x+3\ln(2x-1)$

1. أحسب $f'(x)$

2. عين معادلة لـ (Δ) مماس المنحني (C) الممثل للدالة f عند النقطة التي فاصلتها 1.

الحـــل:

1.من أجل كل x من $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $f'(x)=1+3\times\frac{2}{2x-1}=\frac{2x+5}{2x-1}$.

2.لدينا: $f(1)=1$ و $f'(1)=7$. لدينا $(\Delta):y=f'(1)(x-1)+f(1)$ و منه $(\Delta):y=7x-6$.

تمـرين03:

جدول التغيرات المقابل هو دالة u

استنتج جدول تغيرات الدالة f المعرفة

على $]-3;+\infty[$ كما يلي:

$f(x)=\ln[u(x)]$

x	$+\infty$	1	-3
$u(x)$	$+\infty$ ↘	e	↗ 3

الحـــل:

نلاحظ من جدول تغيرات الدالة u أنه من أجل كل x من $]-3;+\infty[$، $u(x)\geq 0$ و منه فالدالة u موجبة تماما على المجال $]-3;+\infty[$. إذن للدالتين u و $f=\ln\circ u$ نفس مجموعة التعريف. نعلم بالإضافة إلى ذلك أن لهما نفس اتجاه التغير. لدينا $f(-3)=\ln[u(-3)]=\ln 3$ و $f(1)=\ln[u(1)]=\ln e=1$.

بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}u(x)=+\infty$ فإن

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln[u(x)]=+\infty$

x	-3	1	$+\infty$
$f(x)$	$\ln 3$ ↘	1	↗ $+\infty$

<u>تطبيق :</u>

f دالة معرفة علىR بـ : $f(x)=ln(x^2+1)$

1. ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
2. أ- ادرس تغيرات الدالة f .

<u>تطبيق :</u>

f دالة معرفة على$]1,+\infty[$ بـ : $f(x)=ln\left(\frac{2}{x-1}\right)$

1. ادرس نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
2. أ- ادرس تغيرات الدالة f .

حل تمرين 88 ص 108

الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.		
المراجع	الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة -		

المذكرة رقم:08

الأستاذ: بن حولة عثمان

مذكرة رقم

المستوى : 3 عت + 3 تر + 3 ر.

ميدان التعلم: تحليل

المـــــــحور : الدوال الأسية و اللوغاريتمية.

المـــــحتوى المعــرفي : دالة اللوغاريتم العشري.

المادة: رياضيات

السنة الدراسية: 2026/2025

المدة: 01 سا

ثانوية: الاخوة عباس–باتنة -

الكفاءات المستهدفة :

دراسة تغيرات دالة اللوغاريتم العشري

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	ملاحظات و توجيهات
	• التهيئة النفسية : " 1 – 1 " **نشاط مقترح :** **نعتبر الدالة** $f : x \to \frac{\ln x}{\ln 10}$ المعرفة على $]0;+\infty[$. **1) أحسب** $f(1)$ و $f(10)$. 2) بين أنه من أجل كل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$ ، $f(a.b)=f(a)+f(b)$. $f(\frac{1}{b})=-f(b)$ $f(\frac{a}{b})=f(a)-f(b)$ $f(a^n)=nf(a)$ **مناقشة النشاط المقترح :** **.1 حساب** $f(1)$ و $f(10)$. $f(1)=\frac{\ln 1}{\ln 10}=0$ و $f(10)=\frac{\ln 10}{\ln 10}=1$ **.2** $f(a.b)=\frac{\ln(a.b)}{\ln 10}=\frac{\ln a+\ln b}{\ln 10}=\frac{\ln a}{\ln 10}+\frac{\ln b}{\ln 10}=f(a)+f(b)$ • $f(\frac{1}{b})=\frac{\ln(\frac{1}{b})}{\ln 10}=\frac{\ln 1-\ln b}{\ln 10}=\frac{-\ln b}{\ln 10}=-f(b)$ • $f(\frac{a}{b})=\frac{\ln(\frac{a}{b})}{\ln 10}=\frac{\ln a-\ln b}{\ln 10}=\frac{\ln a}{\ln 10}-\frac{\ln b}{\ln 10}=f(a)-f(b)$ • $f(a^n)=\frac{\ln(a^n)}{\ln 10}=\frac{n\ln a}{\ln 10}=n\frac{\ln a}{\ln 10}=nf(a)$. دالة اللوغاريتم العشري **تعريف:** نسمي دالة اللوغاريتم العشري الدالة التي نرمز إليها بالرمز" log " و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $\log x=\frac{\ln x}{\ln 10}$	05 د 15 د	يناقش النشاط من قبل التلاميذ مع توجيه من الأستاذ

خواص :

6. $\log 1 = 0$ و $\log 10 = 1$.

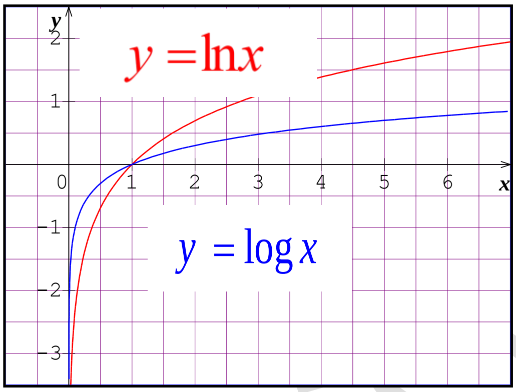
7. من أجل كل عدد صحيح نسبي n، $\log\left(10^n\right) = n$ لأن $\log 10 = 1$.

و $\log\left(ab\right) = \log a + \log b$.

8. من أجل كل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$، $\log\left(\dfrac{a}{b}\right) = \log a - \log b$.

9. من أجل كل عدد حقيقي a من $]0;+\infty[$ و من أجل كل عدد صحيح نسبي n،
$\log\left(a^n\right) = n\log a$

خاصية2: الدالة " $\log$ " متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.



البرهان:من أجل كل x من $]0;+\infty[$، $\log x = \dfrac{1}{\ln 10} \times \ln x$

و بما أن $\ln 10 > 0$ فإن للدالتين " $\log$ " و" $\ln$ " نفس اتجاه التغيرات.و بما أن الدالة" $\ln$ " متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

فإن الدالة" $\log$ " متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

يستنتج التمثيل البياني للدالة " $\log$ " انطلاقا من التمثيل البياني للدالة " $\ln$ ".

نتيجة: إذا كان x عددا حقيقيا حيث $10^n \leq x \leq 10^{n+1}$ فإن $n \leq \log x \leq n+1$

مثال:

نعتبر العدد الحقيقي x بحيث $x = 3,87 \times 10^7$.

لدينا $10^7 < x < 10^8$ و منه $\log 10^7 < \log x < \log 10^8$ نجد هكذا أن $7 < \log x < 8$

ملاحظة:

لدالة اللوغاريتم العشري تطبيقات عديدة و هامة في مختلف المواد و بصفة خاصة في الفيزياء، الكيمياء و الجغرافيا.

تمرين:

نعتبر العدد الطبيعي n حيث: $n = 3^{10518}$

1. عين باستعمال حاسبة الجزء الصحيح للعدد $\log n$.
2. استنتج الحصر التالي: $10^{5018} \leq n < 10^{5019}$.
3. حدد عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد n.

الحل:

1. لدينا $\log\left(3^{10518}\right)=10518\log 3$. تعطي الحاسبة: $E\left(10518\log 3\right)=5018$.	قدرة ذاكرة الحاسبات لا تسمح باعتبار أعداد كبيرة جدا بقدر العدد n .

2. من $E\left(\log n\right)=5018$ نستنتج الحصر :
$5018\leq\log n<5019$
و يمكن كتابة هذا الحصر كما يلي: $\log\left(10^{5018}\right)\leq\log n<\log\left(10^{5019}\right)$
و بما أن الدالة " $\log$ " متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ فإن $10^{5018}\leq n<10^{5019}$
.

10.يثبت الحصر السابق أن الكتابة العشرية للعدد n تتكون من 5019 رقما.

حل تمرين 100 ص 109 :

حل في $\Re$ المعادلات التالية:

(1 $\log x=5$; $D=]0;+\infty[$

$\log x=5$ معناه $\frac{\ln x}{\ln 10}=5$ ومنه $\ln x=5\ln 10$ أي $\ln x=\ln 10^5$ أي $x=10^5$ وبالتالي
$S=\left\{10^5\right\}$

(2 $\log x=-3$ و $D=]0;+\infty[$

$\log x=-3$ معناه $\frac{\ln x}{\ln 10}=-3$ ومنه $\ln x=-3\ln 10$ أي $\ln x=\ln 10^{-3}$ أي $x=10^{-3}$ لدينا
$10^{-3}\in D$ وبالتالي $S=\left\{10^{-3}\right\}$

(3 $\log x=0,01$, $D=]0;+\infty[$

$\log x=0,01$ هناه $\frac{\ln x}{\ln 10}=0.01$ ومنه $\ln x=0.01\ln 10$ أي $\ln x=\ln 10^{0.01}$ أي
$x=10^{0.01}$ لدينا $10^{0.01}\in D$ وبالتالي $S=\left\{10^{0.01}\right\}$

حل تمرين 101 ص 109 :

حل في $\Re$ المتراجحات التالية:

(1 $\log x>4$ و $D=]0;+\infty[$

$\log x>4$ معناه $\frac{\ln x}{\ln 10}\succ 4$ ومنه $\ln x\succ 4\ln 10$ أي $\ln x\succ\ln 10^4$ أي $x\succ 10^4$ وبالتالي
$S=\left]10^4;+\infty\right[$

(2 $\log x<-10$; $D=]0;+\infty[$

$\log x<-10$ هناه $\frac{\ln x}{\ln 10}\prec -10$ ومنه $\ln x\prec -10\ln 10$ أي $\ln x\prec\ln 10^{-10}$ أي
$x\prec 10^{-10}$ أي $x\in\left]-\infty;10^{-10}\right[$ وبالتالي $S=\left]0;10^{-10}\right[$

(3 $\log x\geq 0,1$; $D=]0;+\infty[$

	$\log x \geq 0,1$ معناه $\frac{\ln x}{\ln 10} \geq 0.1$ ومنه $\ln x \geq 0.1\ln 10$ أي $\ln x \geq \ln 10^{0.1}$ أي $x \geq 10^{0.1}$ وبالتالي $S=\left[10^{0.1};+\infty\right[$ 4) $\log x < \log(1-x)$ لدينا $D_1=]0;+\infty[$ و $D_2=\{x\in\Re/(x-1)\succ 0\}$ أي $D_2=\{x\in\Re/x\prec 1\}$ أي $D_2=]-\infty;1[$. ومنه $D=D_1\cap D_2=]0;1[$ لدينا $\log x<\log(1-x)$ معناه $\frac{\ln x}{\ln 10}\prec\frac{\ln(x-1)}{\ln 10}$ ومنه $\ln x\prec\ln(1-x)$ أي $x\prec 1-x$ أي $x\prec\frac{1}{2}$ أي $x\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ وبالتالي $S=\left]0;\frac{1}{2}\right[$ تطبيق 01: نعتبر العدد الطبيعي $n=2^{1234}$ عين الجزء الصحيح للعدد $logn$ استنتج الحصر التالي $10^{371}\leq n\leq 10^{372}$ *تطبيق02 :* حل المعادلة $logx=3$ حل المتراجحة $logx>2$		
الوسائل التعليمية	**الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.**		
المراجع	**الكتاب المدرسي – المنهاج – الوثيقة المرافقة -.**		

الأستاذ: بن حولة عثمان

مذكرة رقم

المذكرة رقم:09

المستوى : 3 عت + 3 تر + 3 ر.

المادة: رياضيات

ميدان التعلم: تحليل

السنة الدراسية: 2026/2025

المحور : الدالتان الأسية و اللوغاريتمية.

المدة:02 سا

المحتوى المعرفي : المعادلة التفاضلية من الشكل $y'=ay+b$

ثانوية: الاخوة عباس-باتنة -

الكفاءات المستهدفة : حل مشكلات بتوظيف الدوال الأسية

المراحل	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	المدة	ملاحظات و توجيهات
	1. التهيئة النفسية :" 1 – 1 تمهيد : ✓ المعادلات التفاضلية هي معادلة المجهول فيها دالة يرمز لها غالبا بـ y . ✓ كل معادلة تشمل الدالة ومشتقتها نسميها معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى . ✓ حل معادلة تفاضلية من الشكل $y'=ay+b$ يعني البحث عن كل الدوال f القابلة للاشتقاق على $\mathfrak{R}$ والتي تحقق $f'(x)=a\ f(x)+b$ **أعمال موجهة ص 97** **أعمال موجهة ص 97** **المعادلة التفاضلية من الشكل** $y'=ay+b$ تعريف: حل المعادلة التفاضلية $y'=ay+b$ هو تعيين كل الدوال f القابلة للاشتقاق على ℝ و التي تحقق من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=a\ f(x)+b$ حيث a وb عددان حقيقيان مع $a\neq 0$. ملاحظة: العديد من المسائل في العلوم التجريبية، الاقتصاد، الكهرباء و الميكانيك تؤدي إلى دراسة هذا النوع من المعادلات التفاضلية و التي غالبا ما نكتبها على الشكل: $\frac{dy}{dx}=ay+b$ 1. المعادلة التفاضلية $y'=ay$ مع $a\neq 0$ مبرهنة: a عدد حقيقي غير معدوم. حلول المعادلة التفاضلية $y'=ay$ على $\mathfrak{R}$ هي الدوال $x\mapsto Ce^{ax}$ حيث C عدد حقيقي ثابت كيفي. مثال تطبيقي: لنحل في $\mathfrak{R}$ المعادلة التفاضلية: $3y'-2y=0$. لدينا $y'-2y=0$ تكافئ $y'=2y$ ومنه حلول المعادلة التفاضلية $y'=2y$ في $\mathfrak{R}$ هي الدوال من الشكل $x\mapsto Ce^{2x}$ حيث C عدد حقيقي ثابت كيفي.	05 د 15 د	يناقش النشاط من قبل التلاميذ مع توجيه من الأستاذ

2. المعادلة التفاضلية $y'=ay+b$ مع $a\neq 0$

مبرهنة: a و b عددان حقيقيان مع a غير معدوم.الحلول على $\Re$ للمعادلة التفاضلية $y'=ay+b$ هي الدوال $x\mapsto Ce^{ax}-\frac{b}{a}$ حيث C عدد حقيقي ثابت كيفي.

تطبيق: لنحل في $\Re$ المعادلة التفاضلية: $y'-2y=3$.

لدينا $y'+5y=3$ تكافئ $y'=-5y+3$ ومنه

حلول المعادلة التفاضلية $y'=-5y+3$ في $\Re$ هي الدوال من الشكل $x\mapsto Ce^{-5x}+\frac{3}{5}$

حيث C عدد حقيقي ثابت كيفي.

خاصية: من أجل كل ثنائية أعداد حقيقية $(x_0;y_0)$، المعادلة التفاضلية $y'=ay+b$ مع $a\neq 0$ تقبل حلا وحيدا f معرفة على $\Re$ و تحقق الشرط: $f(x_0)=y_0$.

البرهان: إذا كانت $f(x)=Ce^{ax}-\frac{b}{a}$ بين أن $C=e^{-ax_0}\left(y_0+\frac{b}{a}\right)$.

تطبيق: نعتبر المعادلة التفاضلية $2y'+y=1 \quad (1)$

1. حل في $\Re$ المعادلة (1) .
2. عين الحل الخاص f للمعادلة (1) بحيث $f(-1)=2$.

الحل :

1. حل في $\Re$ المعادلة (1) .

لدينا $2y'+y=1$ تكافئ $y'=-\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}$ ومنه

حلول المعادلة التفاضلية $y'=-\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}$ في $\Re$ هي الدوال $x\mapsto Ce^{-\frac{1}{2}x}+1$ حيث C عدد حقيقي ثابت

2. نعيين الحل الخاص f للمعادلة (1) بحيث $f(-1)=2$.

لدينا $f(-1)=2$ معناه $Ce^{-\frac{1}{2}(-1)}+1=2$ ومنه $Ce^{\frac{1}{2}}=1$ ومنه $C=\frac{1}{e^{\frac{1}{2}}}$ أي $C=e^{-\frac{1}{2}}$

إذن $f(x)=e^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x}+1$

حل تمرين 105 ص 110

إيجاد معادلة تفاضلية من الشكل $y'=ay$ بحيث الدالة f تكون حلا لهذه المعادلة

حلول $y'=ay$ المعادلة هي الدوال من الشكل : $\begin{cases} f(x)=Ce^{ax} \\ f(x)=2e^{-5x} \end{cases}$ ومنه $a=-5$ و $C=2$

إذن $y'=-5y$

الوسائل التعليمية	الكتاب المدرسي – السبورة – المسطرة- كوس – أقلام - أنترنيت.		