الوحدة 1

الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

من الحيـــاة اليوميـــة

ولد معاذ في 29 فيفري 2004. في عام 2016 ، احتفل بعيد ميلاده بحفاوة وفرح منقطعي النظير ... لأن هذا لا يحدث كل عام !

تكون سنة كبيسة اذا كانت
قابلة للقسمة على 4
وغير قابلة للقسمة على 100،
إلا ان كانت تقبل القسمة على 400

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

1 الأعداد الصحيحية والأعداد الناطقة

كيف يحدث أن تكون الرياضيات وهي نتاج الفكر الإنساني و المستقلّة عن كل تجربة ،
متوافقة بهذه الطريقة الرائعة مع الأشياء الواقعية (ألبرت أينشتاين 1879 - 1955)

أتـــذكـــر الـــدرس...

قابلية القسمة

a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$.

■ نقول أن b قاسم لـ a عندما يوجد عدد طبيعي n حيث: $a =$ .....

1 أنجز القسمات الإقليدية التالية:

a) 523 على 7 **b)** 535 على 12 **c)** 1283 على 59

a)

5	2	3	7
.....	.....	.....	.....
.....			

اذن ..... = ... + ... × 7

b)

5	3	5	1	2
.....	.....	.....	.....	.....
.....				

اذن .....

c)

1	2	8	3	5	9
.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....				

اذن .....

2 أكمل الجدول التالي بـ "نعم" أو "لا" .

قابل للقسمة على	2	3	4	5	9
413	.....	.....	.....	.....	.....
540	.....	.....	.....	.....	.....
7834	.....	.....	.....	.....	.....
2175	.....	.....	.....	.....	.....
81316	.....	.....	.....	.....	.....

3 أكمل المساويات التالية:

a)
56 = 1 × .....
56 = 2 × .....
56 = 4 × .....
56 = 7 × .....

b)
42 = 1 × .....
42 = 2 × .....
42 = 3 × .....
42 = 6 × .....

قواسم العدد 42 هي: .....
قواسم العدد 56 هي: .....
القواسم المشتركة لـ 42 و 56 هي: .....

4 1) اعط جميع قواسم كل من الأعداد التالية:

a) 48 **b)** 63 **c)** 75 **d)** 59 **e)** 51

a) قواسم العدد 48 هي: .....
b) قواسم العدد 63 هي: .....
c) قواسم العدد 75 هي: .....
d) قواسم العدد 59 هي: .....
e) قواسم العدد 51 هي: .....

5 نسمي عددا أوليا كلّ عدد طبيعي يقبل بالضبط قاسمين مختلفين (1 والعدد نفسه) . لكل من الأعداد التالية ، برّرما إذا كان أوليّا أم لا .

a) 77 **b)** 31 **c)** 19 **d)** 91

a) .....
b) .....
c) .....
d) .....

ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظ عادل صفحة: فيلدز في الرياضيات
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

أتـــذكـر الـدرس...

مفهوم الـ PGCD

a و b عددان طبيعيان غير معدومان.

نرمز بـ $PGCD(a;b)$ إلى ..... للعددين a و b .

نقول عن عددان طبيعيان غير معدومان أنهما **أوليان فيما بينهما** عندما .....

6 أكمل مايلي:

1) قواسم العدد 24 هي: .....

قواسم العدد 36 هي: .....

القواسم المشتركة لـ 24 و 36 هي: .....

اذن PGCD (24 ; 36) =.....

2) قواسم العدد 80 هي: .....

.....

قواسم العدد 105 هي: .....

القواسم المشتركة لـ 80 و 105 هي: .....

اذن PGCD (80 ; 105) =.....

7 بالإستعانة بطريقة التمرين السابق ، احسب قيم الـ PGCD التالية:

1) PGCD (54 ; 49)

.....

.....

.....

.....

2) PGCD (91 ; 65)

.....

.....

.....

.....

8 أكمل حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1078 و 322 بتطبيق خوارزمية إقليدس.

الباقي	القاسم	المقسوم
112	322	1 078
.....	112	322
.....	.....	.....
.....	.....	.....

PGCD(1 078 ; 322) = PGCD (322 ; 112)

= PGCD (.....)

= PGCD (.....)

= .....

9 حدّد القاسم المشترك الأكبر للعددين 592 و 999.

الباقي	القاسم	المقسوم
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

.....

.....

.....

.....

10 **1)** هل العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

قواسم العدد 32 هي: 1, 2, 4, 8, 16, 32

.....

.....

.....

العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما .

2) برّر ، دون حساب ، أنَّ العددان 965 وَ 7 610 ليسا أوليان فيما بينهما .

.....

.....

.....

.....

11 **1)** هل العددان 115 و231 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

.....

.....

.....

2) هل العددان 225 و 744 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

.....

.....

.....

.....

ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظ عادل صفحة: فيلدز في الرياضيات
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

أتـــذكـــر الـــدرس...

- إذا كان بسطُ و مقامُ كسر عددان أوليان فيما بينهما ، نقول أنَّ هذا الكسر .....
- إذا قسمنا بسطَ و مقامَ كسر على ..... ، يكون الكسر الناتج غير قابل للإختزال.

12 اجعل الكسور التالية غير قابلة للإختزال:

a) $\frac{45}{36} = \frac{45 \div \ldots\ldots}{36 \div \ldots\ldots} = \ldots\ldots$

b) $\frac{48}{72} = \ldots\ldots$

c) $\frac{77}{121} = \ldots\ldots$

d) $\frac{92}{115} = \ldots\ldots$

e) $\frac{78}{42} = \ldots\ldots$

f) $\frac{225}{175} = \ldots\ldots$

13 1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و231

الباقي	القاسم	المقسوم
.....	.....	.....
.....	.....	.....

.....

.....

2) اجعل الكسر $\frac{264}{231}$ غير قابل للإختزال.

$\frac{264}{231} = \ldots\ldots$

14 1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 680 و935

الباقي	القاسم	المقسوم
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

.....

.....

.....

.....

2) اجعل الكسر $\frac{680}{935}$ غير قابل للإختزال.

$\frac{680}{935} = \ldots\ldots$

15 قرَّر جامع طوابع بريدية توزيع جزء مماَّ بحوزته ،
وهي 3283 طابع فرنسي وَ 2144 طابع أجنبي.
لهذا الغرض ، يودُّ توزيعها بشكل مجموعات على النحو التالي:

- كل المجموعات متماثلة من حيث عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية.
- يجب توزيع مخزون الطوابع بالكامل.

حدّد أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها ،
مع ذكر عدد الطوابع الفرنسية و الأجنبية في كل مجموعة.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظ عادل
صفحة: فيلدز في الرياضيات
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة.

تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة ! يجب العثور عليهم جميعا .

النص	A	B	C	D
16 12 هو	مضاعف للعدد 3	قاسم للعدد 3	مضاعف للعدد 36	قاسم للعدد 36
17 2724 قابل للقسمة على	2	3	5	6
18 قواسم العدد 42 هي	6 , 7	1, 6, 7, 42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 , 42	1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21 et 42
19 العددان 36 وَ 30 لهما بالضبط	قاسم مشترك	قاسمان مشتركان	ثلاثة قواسم مشتركة	أربعة قواسم مشتركة
20 العددان 31 وَ 23	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
21 العددان 51 وَ 76	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
22 PGCD (68 ; 85) هو	1	2	5	17
23 PGCD (2 268 ; 1400) هو	1	2	28	81
24 لجعل الكسر $\frac{256}{192}$ غير قابل للإختزال ، نبسطّه بـ	2	4	64	PGCD (256 ; 192)
25 تريد متوسطة تقسيم 279 فتاة و217 فتى في فرق مختلطة. عدد الفتيات وعدد الأولاد يجب أن يكون نفسه في كل فريق. وعدد الفرق يجب أن يكون أكبر ما يمكن. لذا . . .	هناك 31 فتاة في كلّ فريق.	هناك 7 فتيان بكل فريق.	هناك 16 لاعب في كل فريق.	هناك 31 فريق.

ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظ عادل صفحة: فيلدز في الرياضيات
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

1 الأعداد الصحيحية والأعداد الناطقة

كيف يحدث أن تكون الرياضيات وهي نتاج الفكر الإنساني و المستقلّة عن كل تجربة ،
متوافقة بهذه الطريقة الرائعة مع الأشياء الواقعية (ألبرت أينشتاين 1879 - 1955)

أتـــذكـــر الـــدرس...

قابلية القسمة

a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$.

■ نقول أن b قاسم لـ a عندما يوجد عدد طبيعي n حيث: $a = n \times b$

1 أنجز القسمات الإقليدية التالية:

a) 523 على 7 **b)** 535 على 12 **c)** 1283 على 59

a)

5	2	3	7
3	3	7	4
5			

اذن $523 = 7 \times 74 + 5$

b)

5	3	5	1	2
5	5	4	4	
7				

اذن $535 = 12 \times 44 + 7$

c)

1	2	8	3	5	9
1	0	3	2	1	
4	4				

اذن $1283 = 59 \times 21 + 44$

2 أكمل الجدول التالي بـ "نعم" أو "لا" .

قابل للقسمة على	2	3	4	5	9
413	لا	لا	لا	لا	لا
540	نعم	نعم	نعم	نعم	نعم
7834	نعم	لا	لا	لا	لا
2175	لا	نعم	لا	نعم	لا
81316	نعم	لا	نعم	لا	لا

3 أكمل المساويات التالية:

a)
$56 = 1 \times 56$
$56 = 2 \times 28$
$56 = 4 \times 14$
$56 = 7 \times 8$

b)
$42 = 1 \times 42$
$42 = 2 \times 21$
$42 = 3 \times 14$
$42 = 6 \times 7$

قواسم العدد 42 هي: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

قواسم العدد 56 هي: 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

القواسم المشتركة لـ 42 و 56 هي: 1, 2, 7, 14

4 1) اعط جميع قواسم كل من الأعداد التالية:

a) 48 **b)** 63 **c)** 75 **d)** 59 **e)** 51

a) قواسم العدد 48 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, 24, 48

b) قواسم العدد 63 هي: 1, 3, 7, 9, 21, 63

c) قواسم العدد 75 هي: 1, 3, 5, 15, 25, 75

d) قواسم العدد 59 هي: 1, 59

e) قواسم العدد 51 هي: 1, 3, 17, 51

5 نسمي عددا أوليا كلّ عدد طبيعي يقبل بالضبط قاسمين مختلفين (1 والعدد نفسه) . لكل من الأعداد التالية ، برّرما إذا كان أوليّا أم لا .

a) 77 **b)** 31 **c)** 19 **d)** 91

a) 77 ليس عددا أوليا ، لأنه يقبل القسمة على 11.

b) 31 عدد أوليّ

c) 19 عدد أوليّ

d) 91 ليس عددا أوليا ، لأنه يقبل القسمة على 7.

ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظ عادل صفحة: فيلدز في الرياضيات
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

أتـــذكـــر الـــدرس...

مفهوم الـ PGCD

a و b عددان طبيعيان غير معدومان.

نرمز بـ $PGCD(a;b)$ إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.

نقول عن عددان طبيعيان غير معدومان أنهما **أوليان فيما بينهما** عندما يكون قاسمهما المشترك الأكبر يساوي 1.

6 أكمل مايلي:

1) قواسم العدد 24 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

قواسم العدد 36 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

القواسم المشتركة لـ 24 و 36 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 12

اذن $PGCD(24;36) =$ 12

2) قواسم العدد 80 هي: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

قواسم العدد 105 هي: 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105

القواسم المشتركة لـ 80 و 105 هي: 1, 5

اذن $PGCD(80;105) =$ 5

7 بالإستعانة بطريقة التمرين السابق ، احسب قيم الـ PGCD التالية:

1) $PGCD(54;49)$

قواسم العدد 54 هي: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

قواسم العدد 49 هي: 1, 7, 49

القواسم المشتركة لـ 54 و 49 هي: 1

اذن $PGCD(54;49) = 1$

2) $PGCD(91;65)$

قواسم العدد 91 هي: 1, 7, 13, 91

قواسم العدد 65 هي: 1, 5, 13, 65

القواسم المشتركة لـ 91 و 65 هي: 1, 13

اذن $PGCD(91;65) = 13$

8 أكمل حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1078 و 322 بتطبيق خوارزمية إقليدس.

الباقي	القاسم	المقسوم
112	322	1 078
98	112	322
14	98	112
0	14	98

$PGCD(1\,078;322) = PGCD(322;112)$

$= PGCD(112;98)$

$= PGCD(98;14)$

$= 14$

9 حدّد القاسم المشترك الأكبر للعددين 592 و 999.

الباقي	القاسم	المقسوم
407	592	999
185	407	592
37	185	407
0	37	185

$PGCD(999;592) = PGCD(592;407)$

$= PGCD(407;185)$

$= PGCD(185;37)$

$= 37$

10 **1)** هل العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

قواسم العدد 32 هي: 1, 2, 4, 8, 16, 32

قواسم العدد 27 هي: 1, 3, 9, 27

القواسم المشتركة لـ 32 و 27 هي: 1

اذن $PGCD(32;27) = 1$

العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما .

2) برّر ، دون حساب ، أنَّ العددان 965 وَ 7 610 ليسا أوليان فيما بينهما .

العددان 965 وَ 7610 يقبلان القسمة على 5 .

ومنه نستنتج أنَّ العددان 965 وَ 7610 ليسا أوليان فيما بينهما .

11 **1)** هل العددان 115 و231 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

$115 = 115 \times 1$ وَ $231 = 115 \times 2 + 1$

اذن $PGCD(231;115) = PGCD(115;1)$

العددان 115 و231 أوليان فيما بينهما

2) هل العددان 225 و 744 أوليان فيما بينهما ؟ برّر إجابتك.

العددان 225 وَ 744 يقبلان القسمة على 3 .

ومنه نستنتج أنَّ العددان 225 وَ 744 ليسا أوليان فيما بينهما .

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

أتـــذكـــر الـــدرس...

الكسر غير القابل للإختزال

- إذا كان بسطُ و مقامُ كسر عددان أوليان فيما بينهما ، نقول أنَّ هذا الكسر ..... غير قابل للإختزال .....
- إذا قسمنا بسطَ و مقامَ كسر على ..... قاسمهما المشترك الأكبر ..... ، يكون الكسر الناتج غير قابل للإختزال .

12 اجعل الكسور التالية غير قابلة للإختزال:

a) $\frac{45}{36} = \frac{45 \div 9}{36 \div 9} = \frac{5}{4}$

b) $\frac{48}{72} = \frac{48 \div 24}{72 \div 24} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{77}{121} = \frac{77 \div 11}{121 \div 11} = \frac{7}{11}$

d) $\frac{92}{115} = \frac{92 \div 23}{115 \div 23} = \frac{4}{5}$

e) $\frac{78}{42} = \frac{78 \div 6}{42 \div 6} = \frac{13}{7}$

f) $\frac{225}{175} = \frac{225 \div 25}{175 \div 25} = \frac{9}{7}$

13 1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و231

الباقي	القاسم	المقسوم
33	231	264
0	33	231

PGCD (264 ; 231) = PGCD (231 ; 33)

= 33

2) اجعل الكسر $\frac{264}{231}$ غير قابل للإختزال .

$\frac{264}{231} = \frac{264 \div 33}{231 \div 33} = \frac{8}{7}$

14 1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 680 و935

الباقي	القاسم	المقسوم
255	680	935
170	255	680
85	170	255
0	85	170

PGCD (935 ; 680) = PGCD (680 ; 255)

= PGCD (255 ; 170)

= PGCD (170 ; 85)

= 85

2) اجعل الكسر $\frac{680}{935}$ غير قابل للإختزال .

$\frac{680}{935} = \frac{680 \div 85}{935 \div 85} = \frac{8}{11}$

15 قرَّر جامع طوابع بريدية توزيع جزء مماَّ بحوزته ،
وهي 3283 طابع فرنسي وَ 2144 طابع أجنبي .
لهذا الغرض ، يودُّ توزيعها بشكل مجموعات على النحو التالي:

- كل المجموعات متماثلة من حيث عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية .
- يجب توزيع مخزون الطوابع بالكامل .

حدّد أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها ،
مع ذكر عدد الطوابع الفرنسية و الأجنبية في كل مجموعة .

اختيار المجهول:

نسمي x أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها .

إعداد المعادلة:

العدد x هو عدد طبيعي ، يجب أن يكون قاسم مشترك للعددين 3283 و 2144

بالإضافة الى ذلك ، يجب أن يكون x أكبر ما يمكن .

اذن: $x = PGCD\ (3283 ; 2144)$

الحل:

الباقي	القاسم	المقسوم
1139	2144	3283
1005	1139	2144
134	1005	1139
67	134	1005
0	67	134

PGCD (3283 ; 2144) = PGCD (2144 ; 1139)

= PGCD (1139 ; 1005)

= PGCD (1005 ; 134)

= PGCD (134 ; 67)

= 67

خلاصة:

الجامع يمكن أن يشكّل 67 مجموعة .

إضافة الى ذلك ، $2144 : 67 = 32$ وَ $3283 : 67 = 49$

اذن كل مجموعة تحوي 49 طابع فرنسي وَ 32 طابع أجنبي .

ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظي عادل
صفحة: فيلدز في الرياضيات
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

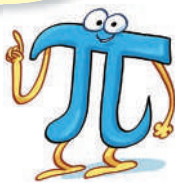
لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة.

تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة ! يجب العثور عليهم جميعا .

النص	A	B	C	D
16 12 هو	مضاعف للعدد 3	قاسم للعدد 3	مضاعف للعدد 36	قاسم للعدد 36
17 2724 قابل للقسمة على	2	3	5	6
18 قواسم العدد 42 هي	6 , 7	1, 6, 7, 42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 , 42	1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21 et 42
19 العددان 36 وَ 30 لهما بالضبط	قاسم مشترك	قاسمان مشتركان	ثلاثة قواسم مشتركة	أربعة قواسم مشتركة
20 العددان 31 وَ 23	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
21 العددان 51 وَ 76	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
22 PGCD (68 ; 85) هو	1	2	5	17
23 PGCD (2 268 ; 1400) هو	1	2	28	81
24 لجعل الكسر $\frac{256}{192}$ غير قابل للإختزال ، نبسطّه بـ	2	4	64	PGCD (256 ; 192)
25 تريد متوسطة تقسيم 279 فتاة و217 فتى في فرق مختلطة. عدد الفتيات وعدد الأولاد يجب أن يكون نفسه في كل فريق. وعدد الفرق يجب أن يكون أكبر ما يمكن. لذا . . .	هناك 31 فتاة في كلّ فريق.	هناك 7 فتيان بكل فريق.	هناك 16 لاعب في كل فريق.	هناك 31 فريق.

ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظ عادل صفحة: فيلدز في الرياضيات
belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تكون سنة كبيسة اذا كانت
قابلة للقسمة على 4
وغير قابلة للقسمة على 100،
إلا ان كانت تقبل القسمة على 400



ترجمة الأستاذ: عبد الحفيظ عادل

صفحة: فيلدز في الرياضيات

belhocine : https://prof27math.weebly.com/