تمارين و مسائل

صحيح أو خاطئ

1 1 • كل مستقيم يقطع كرة هو محور لها.

2 • مركز كرة هو مركز الدوائر الكبرى.

3 • مقطع كل مستو لجلة وفق قرص مركزه مركز الجلة.

4 • خطوط الطول كلها متقايسة و لها نفس المركز.

5 • دوائر العرض كلها متقايسة.

6 • حجم جلة صغيرة هو $1\ cm^3$. إذا ضربنا نصف قطرها في 5 نتحصل على جلة حجمها يمثل 25 مرات حجم الجلة الصغيرة.

7 • مقطع مستو لمكعب هو دائما مربع.

8 • مقطع مستو لجلة هو دائرة.

تمارين

الكرة و الجلة ، تعريف وتمثيل

2 لكرة نصف قطر طوله 1,5 cm و O هو مركزها. (الشكل)

نعتبر مستقيما يقطع الكرة في نقطتين A و B.

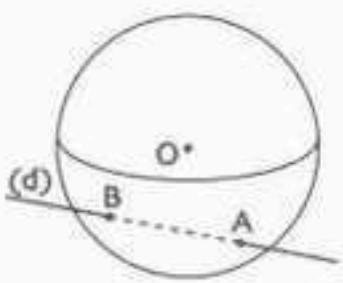
هل يمكن أن يكون :

؟ AB = 1 cm

؟ AB = 1,5 cm

؟ AB = 3 cm

؟ AB = 4 cm



• علّل إجابتك في كل حالة.

3 يقطع مستقيم (d) كرة مركزها O و نصف قطرها 2 cm في نقطتين A و B بحيث AB = 2 cm.

1 • برهن أن $\widehat{AOB} = 60°$.

2 • I هو منتصف [AB]. احسب OI.

4 A و B نقطتان من كرة مركزها النقطة O منتصف [AB] و نصف قطرها 2 cm.

M و N نقطتان بحيث :

$\widehat{AMB} = 90°$ و MA = MB.

• برهن أن M نقطة من الكرة.

5 • مثّل كرة مركزها O و [AB] قطرا لها، M و N نقطتين منها بحيث $\widehat{MON} = 90°$.

6 • مثّل جلة مركزها O و قطرها 3cm

M و N نقطتين منها بحيث :

$\widehat{MON} = 90°$ و OM = ON = 1 cm.

7 • مثّل كرة مركزها O و نصف قطرها 1,5 cm و نقطة A منها تبعد بمسافة 0,5 cm عن أحد محاورها.

8 1 • مثّل كرة أرضية مبيّنا قطبيها (الشمالي و الجنوبي) خط الإستواء، خط طول غرينتش و إحدى دوائر العرض.

2 • إذا كان 6400 km هو نصف قطر الأرض، احسب المسافة التي تفصل القطب الشمالي و إحدى نقط خط الاستواء (يقصد بالمسافة أقصر مسافة التي يجب قطعها على سطح الأرض بإتباع أحد خطوط الطول)

مساحة كرة - حجم جلة

9 $\mathcal{A}$ هي مساحة كرة نصف قطرها R و V هو الحجم.

1 • برهن أن $V = \frac{\mathcal{A} \times R}{3}$.

2 • احسب مساحة كرة نصف قطرها 12 cm.

استنتج حجم الجلة.

تعطى النتائج بتقريب $1\ cm^2$ بالنسبة إلى المساحة و بتقريب $1\ cm^3$ بالنسبة إلى الحجم.

https://prof27math.weebly.com/

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

10 • احسب نصف قطر كرة مساحتها $12,56\ cm^2$ بتقريب 1 mm.

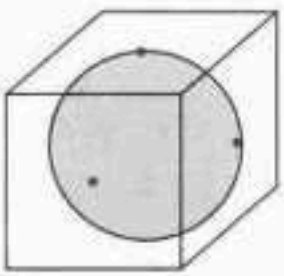
• احسب حجم الجلة بتقريب $1\ mm^3$.

11 • احسب مساحة كرة نصف قطرها 1,5 cm

بوضع $\pi = 3,14$.

• احسب حجم الجلة الناتجة.

12 نضع كرة داخل مكعب ضلعه R بحيث تمس الكرة كل وجه من المكعب.



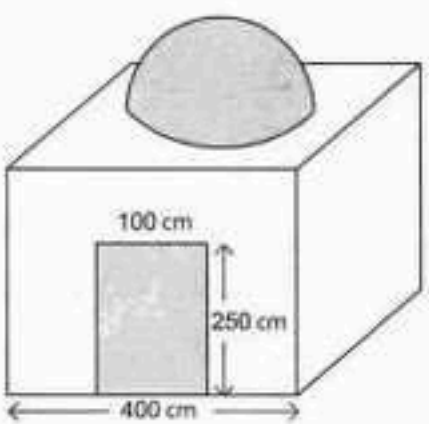
• احسب نصف قطر الكرة علما أن حجم المكعب هو $8\ cm^3$.

13 يمثل الشكل المقابل مبنى مكون من مكعب و نصف كرة قطرها 300 cm.

في هذا المبنى خصّص باب كما هو مبين في الشكل.

• ما هي كتلة الجير اللازمة لطلي المبنى علما أن 1 kg من الجير يغطي $4\ m^2$ ؟

(تعطى الكتلة بتقريب 1 kg)

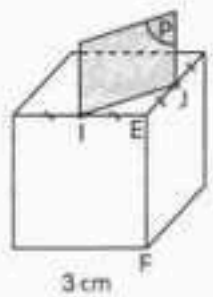


14 جلة من حديد مفرغة قطرها الخارجي 12 cm و سمكها 2 cm.

• ما هو حجم الحديد المكونة منه ؟

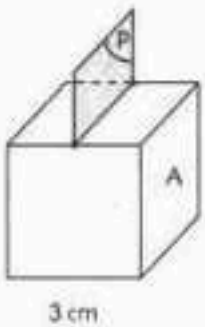
المقاطع المستوية لمجسمات مألوفة

15 • ارسم بالقياسات الحقيقية مع التعليل المقاطع التالية للمستوي (P) مع المكعب في كل من الحالتين 1 و 2.



(1)

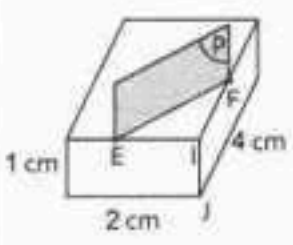
• (P) يشمل منتصفي حرفين و يوازي الحرف [EF].



(2)

• (P) يوازي الوجه A.

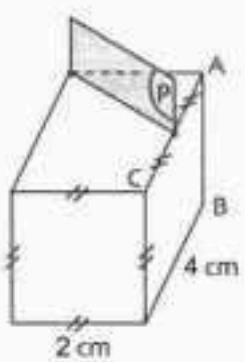
16 • ارسم بالقياسات الحقيقية مع التعليل مقاطع المستوي (P) لمتوازي المستطيلات التالي في كل من الحالتين 1 و 2.



(1)

• $EF = 2\ cm$

• (P) يوازي الحرف [IJ].

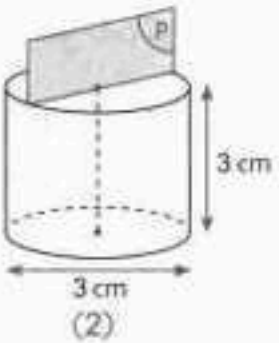


(2)

• (P) يوازي الحرف [AB] ويشمل منتصف [AC].

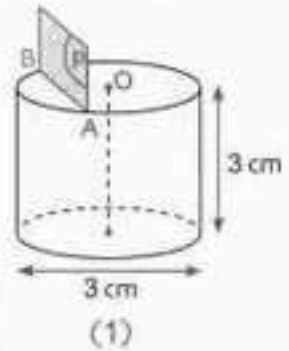
17 • ارسم بالقياسات الحقيقية مع التعليل مقاطع المستوي (P) للأسطوانة في كل الحالتين 1 و 2.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/



(2)

• (P) يشمل محور الأسطوانة.

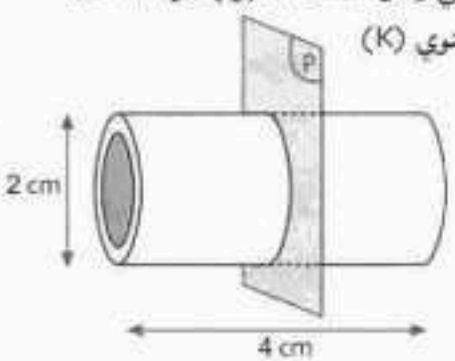


(1)

• (P) يوازي محور الأسطوانة و AB = 2 cm.

18 • لاحظ الشكل ثم أرسم بالقياسات الحقيقية مقطع المستوي (P) للأنبوب المثل علما أن (P) يوازي قاعدة الأنبوب الأسطواني و أن سمك الأنبوب هو 2 mm.

• ارسم مقطع لمستوي (K) للأنبوب علما أن (K) يشمل محور الأنبوب.



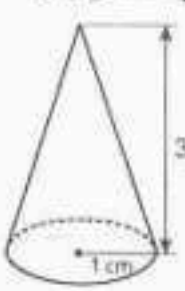
19 • ارسم بالقياسات الحقيقية مع التعليل مقطع المستوي (P) للكرة التي نصف قطرها 1,5 cm علما أن مركز المقطع يبعد عن مركز الكرة بمسافة 1 cm.

20 جلة خشبية نصف قطرها 2 cm تطفو على سطح مائي و تغمر داخل الماء بعمق 1 cm.

• ارسم بالقياسات الحقيقية مقطع المستوي المائي للكرة.

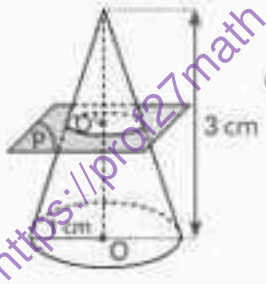
21 • ارسم بالقياسات الحقيقية مقطع المستوي (P) لمخروط الدوران المثل في الشكل التالي :

المستوي (P) يشمل محور المخروط الدوراني الذي نصف قطر قاعدته 1 cm و ارتفاعه 3 cm.



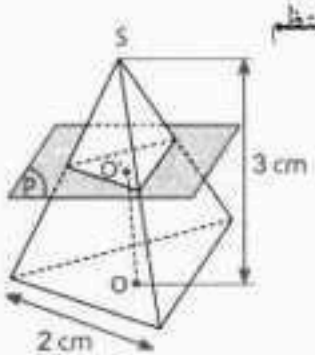
22 • ارسم بالقياسات الحقيقية مقطع المستوي (P) لمخروط الدوران المثل في الشكل التالي :

علما أن OO' = 1,5 cm.



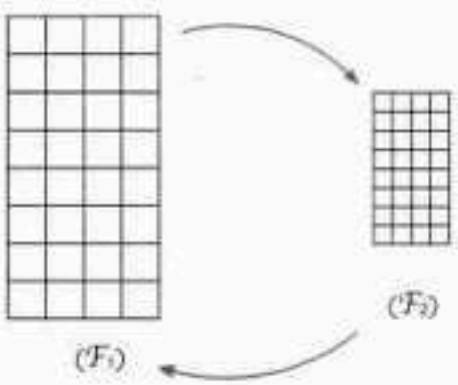
23 • ارسم بالقياسات الحقيقية مقطع المستوي (P) للهرم المنتظم المثل في الشكل التالي :

بحيث المستوي يوازي القاعدة و OO' = 2 cm.



التكبير و التصغير

24 لاحظ أبعاد المرصوفتين $(\mathcal{F}_1)$ و $(\mathcal{F}_2)$



ثم أكمل :

نسبة تكبير أبعاد $(\mathcal{F}_2)$ هي .....

نسبة تصغير أبعاد $(\mathcal{F}_1)$ هي .....

تضرب أبعاد $(\mathcal{F}_1)$ في ..... للحصول على $(\mathcal{F}_2)$.

تضرب أبعاد $(\mathcal{F}_2)$ في ..... للحصول على $(\mathcal{F}_1)$.

25 • استعمل مرصوفتي التمرين 24 لإتمام الجمل التالية :

تمثل مساحة $(\mathcal{F}_2)$ % ..... من مساحة $(\mathcal{F}_1)$.

تمثل مساحة $(\mathcal{F}_1)$ % ..... من مساحة $(\mathcal{F}_2)$.

https://prof27math.weebly.com/

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

26 يكبر نصف قطر كرة بنسبة % 25.

1 • بأي نسبة مئوية تكبر مساحتها ؟

2 • بأي نسبة مئوية يكبر حجم الجلة ؟

27 ABC مثلث.

M و N منتصفا الضلعين [AB] و [AC] على الترتيب

(BN) و (CM) يتقاطعان في I.

1 • برهن أن المثلث IMN هو تصغير للمثلث BIC.

• ما هي نسبة التصغير ؟

2 • بأي نسبة يتم تصغير مساحة المثلث BIC ؟

28 تنجز تكبير لأبعاد مخروط دوران بنسبة % 30.

• بأي نسبة يكبر حجمه ؟

مسائل

29 ارتفاع مخروط الدوران هو 8 cm و قطره 12 cm

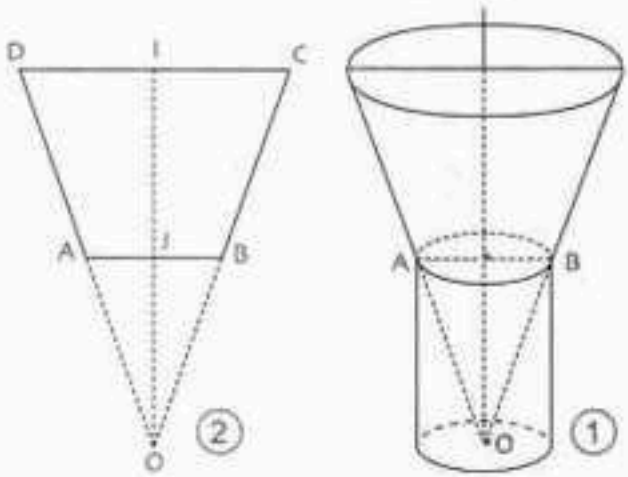
يقطع هذا المخروط بستو موازٍ للقاعدة عن بعد 5 cm من الرأس.

1 • ما هو قطر المخروط المحصل عليه ؟

2 • ما هي نسبة حجم هذا المخروط من حجم المخروط الأصلي ؟

30 يمثل الشكل 1 خزان ماء.

(الجزء السفلي هو حامل الخزان).



الجزء العلوي هو جزئ من مخروط الدوران. الشكل 2 يمثل مقطع الجزء العلوي بشمل (OI) محور المخروط.

يعطى OI = 10 m و OJ = 5 m و AB = 3 m

• احسب سعة الخزان.

31 هرم منتظم إرتفاعه 8 cm و قاعدته على شكل مربع طول ضلعه 8 cm يوضع داخل مكعب طول حرفه 8 cm.

1 • احسب حجم كل من المكعب و الهرم.

ما هي نسبة حجم الهرم على حجم المكعب ؟

2 • نفس الأسئلة إذا عوضنا الهرم بمخروط الدوران قطر قاعدته 8 cm و إرتفاعه 8 cm.

قارن النسبتين.

32 تقع مدينتان A و B على خط الإستواء. خط طول A هو 10°E و خط طول B هو 25°E.

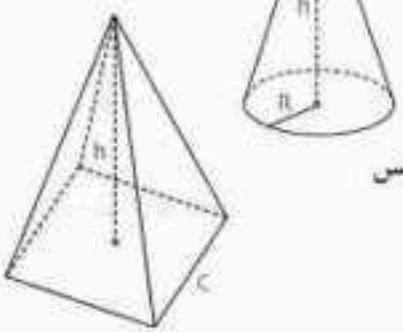
احسب المسافة التي تفصل A و B علما أن طول خط الاستواء هو 40000 km تقريبا.

على أي خط طول تقع نقطة مقابلة للمدينة A على خط الاستواء ؟

33 هرم منتظم قاعدته مربع و ضلعه C.

مخروط الدوران نصف قطره R .

للهرم و المخروط نفس الإرتفاع و الحجم.



• احسب النسبة $\frac{C}{R}$.

34 لمخروط الدوران نصف قطر R و لهرم منتظم مربع القاعدة نفس الإرتفاع h ،و ضلع الهرم يساوي قطر المخروط.

• احسب نسبة حجم المخروط على حجم الهرم.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

14 - الهندسة في الفضاء الكرة الجلة - المقاطع المستوية

1 الجمل الصحيحة هي 2 و 4.

rof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

2 A و B نقطتان من الكرة أي [AB] وتر من دائرة كبرى لا يمكن أن يتجاوز الطول $2\times1,5$ أي طول قطر.

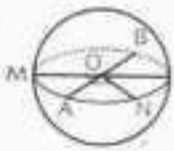
3 المثلث AOB متقايس الأضلاع

إذن $\widehat{AOB} = \widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 60°$

$OI = OA\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

4 $MA = MB$

M تختلف عن A و B. المستوي الذي يشمل M و A و B يقطع الكرة وفق دائرة كبرى قطرها [AB]. بما أن $\widehat{AMB} = 90°$ فإن M نقطة من هذه الدائرة. و بالتالي M نقطة من الكرة.

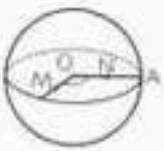


5 $OA = OB$

$\widehat{MON} = 90°$

نمثل الزاوية القائمة.

في الشكل $\widehat{MON}$ يبدو أكبر من $90°$.



6 $OA = 1,5\ cm$

$OM = ON = 1\ cm$

$\widehat{MON} = 90°$

في الشكل $\widehat{MON}$ تبدو أكبر من $90°$.

و ON يبدو أصغر من OM.

7 (d) محور للكرة.

تبعد A بـ 0,5 cm عن (d).

يوجد كل من المحور و النقطة A في مستوي الورقة.

8 1 . الشكل.

2 . المسافة المطلوبة هي نصف طول أحد خطوط الطول أي ربع دائرة كبرى.

المسافة هي $\dfrac{2\pi\times6400}{4}\ km$

أي 10053 km بتقريب 1 km.

9 1 . $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi R^2 \times \dfrac{R}{3} = \dfrac{A\times R}{3}$

2 . $A = 4\pi R^2 = 4\pi\times(1,5)^2$

$A = 28,26\ cm^2$

$V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\times(1,5)^3$

$V = 14,13\ cm^3$

belhocine : https://pro

https://prof27math.weebly.com/

10 نصف قطر كرة مساحتها $12,56\ cm^2$.

$\mathcal{A} = 4\pi R^2 = 12,56$

$R^2 = \frac{12,56}{4\pi} \approx 1$

$R \approx 1\ cm$ بتقريب $1\ mm$

حجم الجلة : $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi}{3} R \approx 4,19\ mm^3$ بتقريب $1\ mm^3$.

11 مساحة كرة نصف قطرها $1,5\ cm$.

$\mathcal{A} = 2\pi(1,5)^2 \approx 28,27$

$\mathcal{A} \approx 28,27\ cm^2$

حجم الجلة : $V = \frac{4}{3}\pi(1,5)^3 = \frac{28,27 \times 1,5}{3}$

$V \approx 14,13\ cm^3$

12 طول قطر الكرة هو طول ضلع المكعب $2^3 = 8$

إذن قطر الكرة هو $2\ cm$ و نصف قطرها $1\ cm$.

13 . المساحة الجانبية للمكعب هي مجموع مساحات 4 أوجه ناقصا مساحة الباب $4(4\times4) = 64$ ؛ $2,5\times1 = 2,5$

. المساحة الجانبية هي $61,5\ m^2$.

. مساحة السقف عبارة عن مساحة مربع ناقصا مساحة قرص قطره هو قطر الكرة زائدا مساحة نصف كرة. $300\ cm = 3\ m$

$4\times4 - \pi\frac{3^2}{4} + \frac{4\pi}{2} \times 1,5^2 = 16 - 2,25\pi + 4,5\pi$

$= 16 + 2,25\pi \approx 23,1$

. المساحة الكلية القابلة للطلي بالجير هي مجموع المساحتين

أي $84,6\ m^2$ بتقريب $1\ m^2$.

. كتلة الجير اللازمة هي $22\ kg$ بتقريب $1\ kg$.

14 حجم الحديد المكون للجلة المفرغة هو فرق حجمي جلتين، الأولى خارجية قطرها $12\ cm$ و الثانية داخلية قطرها $(12 - 4)cm$

أي $8\ cm$.

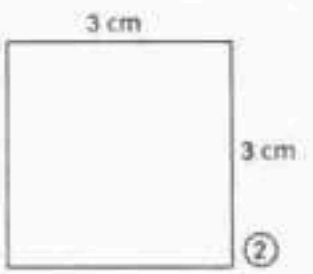
انصاف الأقطار هما 6 و 4 على الترتيب.

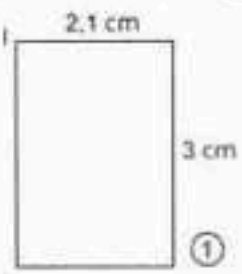
حجم الجلة هو $\frac{4}{3}\pi(6^3 - 4^3)$

$\frac{4}{3}\pi(216 - 64) \approx 636,7$

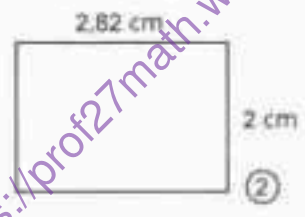
حجم الجلة هو $638,7\ cm^3$ بتقريب $1\ cm^3$.

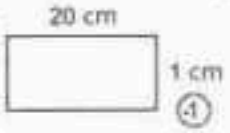
15 $1,5\sqrt{2} \approx 2,1\ cm$ إذن $U \approx 2,1\ cm$



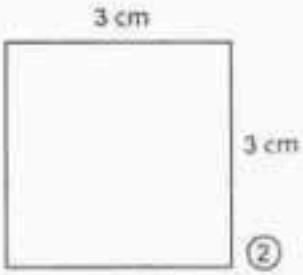


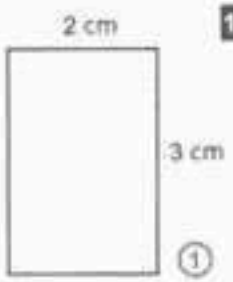
16 $2\sqrt{2} \approx 2,82\ cm$



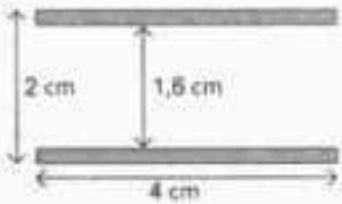


17





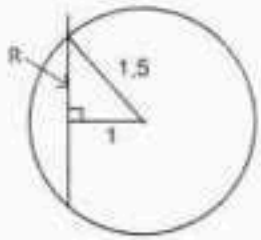
18

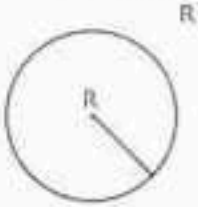


19 R هو نصف قطر المقطع

$R^2 = (1,5)^2 - 1^2 \approx 1,25$

$R \approx 1,12\ cm$





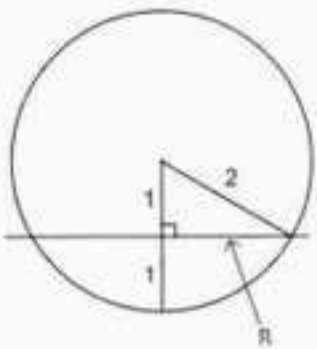
المقطع

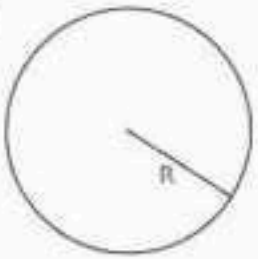
20 R هو نصف قطر المقطع.

$R^2 = 2^2 - 1^2$

$R = \sqrt{3}$

$R \approx 1,73$





المقطع

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

https://prof27math.weebly.com/

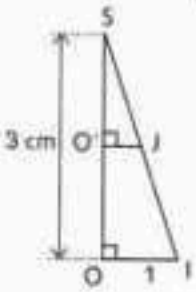
21 المقطع

22 O منتصف [SO]

$SO = \frac{1}{2}OI = 0,5$

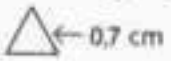
R هو نصف قطر المقطع

$R = 0,5$ cm



23 القاعدة هي مثلث متقايس الأضلاع

$\frac{SO}{SO} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$ إذن طول ضلع قاعدة المقطع هو $\left(\frac{1}{3} \times 2\right)$ أي 0,7 cm بتقريب 1 mm



24 نسبة تكبير أبعاد $(\mathcal{F}_2)$ هي 2.

نسبة تصغير أبعاد $(\mathcal{F}_1)$ هي $\frac{1}{2}$.

لتضرب أبعاد $(\mathcal{F}_1)$ في $\frac{1}{2}$ للحصول على $(\mathcal{F}_2)$.

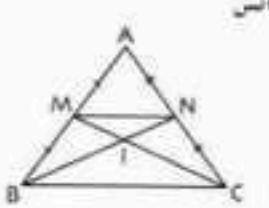
تضرب أبعاد $(\mathcal{F}_2)$ في 2 للحصول على $(\mathcal{F}_1)$.

25 تمثل مساحة $(\mathcal{F}_2)$ 25% من مساحة $(\mathcal{F}_1)$.

تمثل مساحة $(\mathcal{F}_1)$ 400% من مساحة $(\mathcal{F}_2)$.

26 يكبر نصف القطر بنسبة 25% يعني يضرب في 1,25 و تضرب مساحتها في $(1,25)^2$ أي تضرب في 1,56 إذن تكبر المساحة بنسبة 56% يضرب الحجم في $(1,25)^3$ أي في 1,95 يكبر الحجم بنسبة 95%.

27 المثلثان IMN و BIC في وضعية طالس



إذن $\frac{IM}{IC} = \frac{IN}{IB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$

IMN تصغير للمثلث BIC بنسبة $\frac{1}{2}$.

نسبة تصغير المساحة هي $\frac{1}{4}$.

يقدر التصغير بـ $(100-25)$% أي 75%.

28 تضرب أبعاد المخروط في (1,3) و يضرب حجمه في $(1,3)^3$

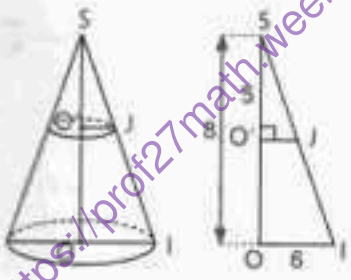
أي في 2,2 إذن يكبر الحجم بـ 220%.

29 1. $\frac{O'J}{OI} = \frac{5}{8} = \frac{O'J}{6}$

و بالتالي $O'J = \frac{6 \times 5}{8}$

$O'J = 3,75$

القطر هو 7,5 cm



2. $\mathcal{V}$ الحجم الأصلي. $\mathcal{V}'$ حجم المخروط العلوي

نسبة $\mathcal{V}'$ على الحجم $\mathcal{V}$ هي $\left(\frac{5}{8}\right)^3$ أي 0,24 بتقريب $\frac{1}{100}$

يمثل $\mathcal{V}'$ 24% من $\mathcal{V}$.

30 سعة الخزان هي فرق سعتي مخروطين أحدهما تصغير لآخر.

$\mathcal{V}$ هي سعة الخزان

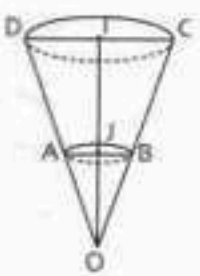
$\mathcal{V} = \frac{\pi IC^2 \times OI}{3} - \frac{\pi JB^2 \times OJ}{3}$

$= \frac{\pi}{3}(IC^2 \times 10 - 1,5^2 \times 5)$

$\frac{JB}{IC} = \frac{OJ}{OI}$

$IC = 1,5 \times \frac{10}{5} = 3$

بعد التعويض و الحساب نجد $\mathcal{V} \approx 82,5\ m^3$



31 1. حجم المكعب $\mathcal{V}_1 = 8^3$ إذن $\mathcal{V}_1 = 512\ cm^3$

حجم الهرم $\mathcal{V}_2 = \frac{8 \times 8 \times 8}{3}$ إذن $\mathcal{V}_2 = 170,7\ cm^3$

نسبة حجم الهرم على حجم المكعب هي $\frac{1}{3}$. $\frac{\mathcal{V}_2}{\mathcal{V}_1} = \frac{1}{3}$

2. حجم المخروط $\mathcal{V}_3 = \frac{\pi}{3}\frac{8^2}{4} \times 8$

لدينا $\frac{\mathcal{V}_3}{\mathcal{V}_1} = \frac{\pi}{12}$ $\frac{\pi}{12} = \frac{1}{3} \times \frac{\pi}{4}$

$\pi < 4$ إذن $\frac{\pi}{4} < 1$ و بالتالي $\frac{\pi}{12} < \frac{1}{3}$. ينتج أن $\frac{\mathcal{V}_3}{\mathcal{V}_1} < \frac{\mathcal{V}_2}{\mathcal{V}_1}$

32 قيس الزاوية المركزية هي $25° - 10°$ أي $15°$

المسافة بين المدينتين هي طول القوس $\overset{\frown}{AB}$ من الدائرة التي طولها 40 000 km.

لدينا : $\frac{\text{طول } \overset{\frown}{AB}}{15} = \frac{40\,000}{360}$ المسافة هي 1667 km بتقريب 1 km.

33 لدينا $\frac{C^2 \times h}{3} = \frac{\pi R^2 \times h}{3}$

و منه $\frac{C}{R} = \sqrt{\pi}$. $\frac{C^2}{R^2} = \pi$

34 $\mathcal{V}_1$ حجم المخروط $\mathcal{V}_1 = \frac{\pi R^2 h}{3}$

$\mathcal{V}_2$ حجم الهرم $\mathcal{V}_2 = \frac{(2R)^2 h}{3}$: $\frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_2} = \frac{\pi}{4}$

belhocine : https://prof27math.weebly.com/