ثانوية بن حداد محند أيذير تيمزريت 2024-2025	فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات	القسم : 3 تقني رياضي يوم : 20 -11- 2024 المدّة : 2 سا

التمرين الأول : (3 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية :

f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=e-\dfrac{1+\ln x}{x}$

1) من أجل $x\in]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{\ln(x)}{x^2}$.

2) الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

3) المستقيم ذو المعادلة $y=e$ هو مقارب لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$.

التمرين الثاني : (17 نقطة)

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+(4x-8)e^{-x}$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث : $1.18<\alpha<1.19$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+(4-4x)e^{-x}$

(C_f) منحنى الدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) أ) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) .

ب) تحقق أن : $y=x-4e^{-2}$ معادلة لـ (T).

4) أحسب $f(0)$ و $f(-0.5)$ ثم مثل (T) ، (Δ) و (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)\approx0.96$)

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

الحل النموذجي لفرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

الشعبة: 3 تقني رياضي 2024 - 2025

الإجابة عن التمرين الأول:

1) صحيح: (0,5)

التبرير:

$$f'(x) = 0 - \frac{\frac{1}{x}\cdot x - 1(1+\ln x)}{x^2}$$

$$= -\frac{1-1-\ln x}{x^2}$$

$$= -\frac{-\ln x}{x^2} \quad (0,5)$$

$$= \frac{\ln x}{x^2}$$

2) خطأ (0,5)

التبرير:

إشارة $f'(x)$ من إشارة $\ln x$

$\ln x = 0$ تكافئ $x = 1$ (0,5)

x	0		1		$+\infty$
$\ln(x)$	‖	$-$	0	$+$	

الدالة f متناقصة تماما على $]0;1]$

الدالة f متزايدة تماما على $[1;+\infty[$

3) صحيح (0,5)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} e - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = e \quad (0,5)$$

إذن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = e$ بجوار $+\infty$

الإجابة عن التمرين الثاني:

1) أ) بين أن: $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ (0,75)

$\lim_{x\to-\infty}(4x-8) = -\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$

بين أن: $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$ (0,75)

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} 1 + 4\frac{x}{e^x} - \frac{8}{e^x}$$

$$= 1$$

ب) $g'(x) = 4e^{-x} + (-1)e^{-x}(4x-8)$

$$= \left[4 + (-1)(4x-8)\right]e^{-x}$$

$$= \left[4 - 4x + 8\right]e^{-x}$$

$$g'(x) = (-4x+12)e^{-x} \quad (0,1)$$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $-4x+12$

$-4x+12 = 0$ تكافئ $-4x = -12$ (0,1)

تكافئ $x = 3$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-\infty;3]$ (0,5)

الدالة g متناقصة تماما على المجال $[3;+\infty[$

$f'(x) = 1 - 4e^{-x} + (-1)e^{-x}(4-4x)$ (ن

$= 1 + [-4 + (-1)(4-4x)]e^{-x}$

$= 1 + (-4-4+4x)e^{-x}$

$= 1 + (4x-8)e^{-x}$

$f'(x) = g(x)$ (0,1)

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	ϕ	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

(0,1 ن)

$f(x) - y = x + (4-4x)e^{-x} - x$ (ب

$f(x) - y = (4-4x)e^{-x}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) - y = \lim_{x \to +\infty} \frac{4}{e^x} - 4\frac{x}{e^x}$

$= 0$ (0,75)

إذن المستقيم (Δ) مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$

إشارة $f(x) - y$ من إشارة $4-4x$

$4-4x = 0$ يكافئ $4x = 4$ يكافئ $x = 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	ϕ	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 1		(C_f) تحت (Δ)

(0,1 ن)

x	$-\infty$		3	
$g'(x)$		$+$	ϕ	$-$
$g(x)$	$-\infty$	↗	$1+4e^{-3}$	↘ 1

(0,1 ن)

الدالة g مستمرة ورتيبة تماما على $]-\infty, 3]$ و $g(]-\infty, 3]) =]-\infty, 1+4e^{-3}]$

$0 \in]-\infty, 1+4e^{-3}]$ (0,1)

$-0,008 < 0 < 0,014$ و $g(1,18) \simeq -0,009$ و $g(1,19) \simeq 0,014$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1,18 ; 1,19[$

(ب $g(x)$ إشارة

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	ϕ	$+$	

(0,5)

$f(x) = x + (4-4x)e^{-x}$ (II

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} x + \frac{4}{e^x} - 4\frac{x}{e^x}$ *

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (0,75)

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} x + (4-4x)e^{-x}$ *

$= \lim_{x \to -\infty} e^{-x}\left[\frac{x}{e^{-x}} + 4 - 4x\right]$

$= \lim_{x \to -\infty} e^{-x}\left(\underbrace{xe^x}_{0} + \underbrace{4-4x}_{+\infty}\right)$ $(-x \to +\infty)$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ (0,75)

(3

ρ) معامل توجيه (Δ) هو 1

$f'(x) = 1$ تكافئ: $g(x) = 1$

تكافئ: $1 + (4x - 8)e^{x} = 1$

تكافئ: $(4x - 8)e^{x} = 0$

تكافئ: $4x - 8 = 0$

تكافئ: $4x = 8$

تكافئ: $x = 2$ (0,1)

إذن (Cf) يقبل مماسا (T) عند النقطة ذات الفاصلة 2 معامل توجيهه 1

ب) $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

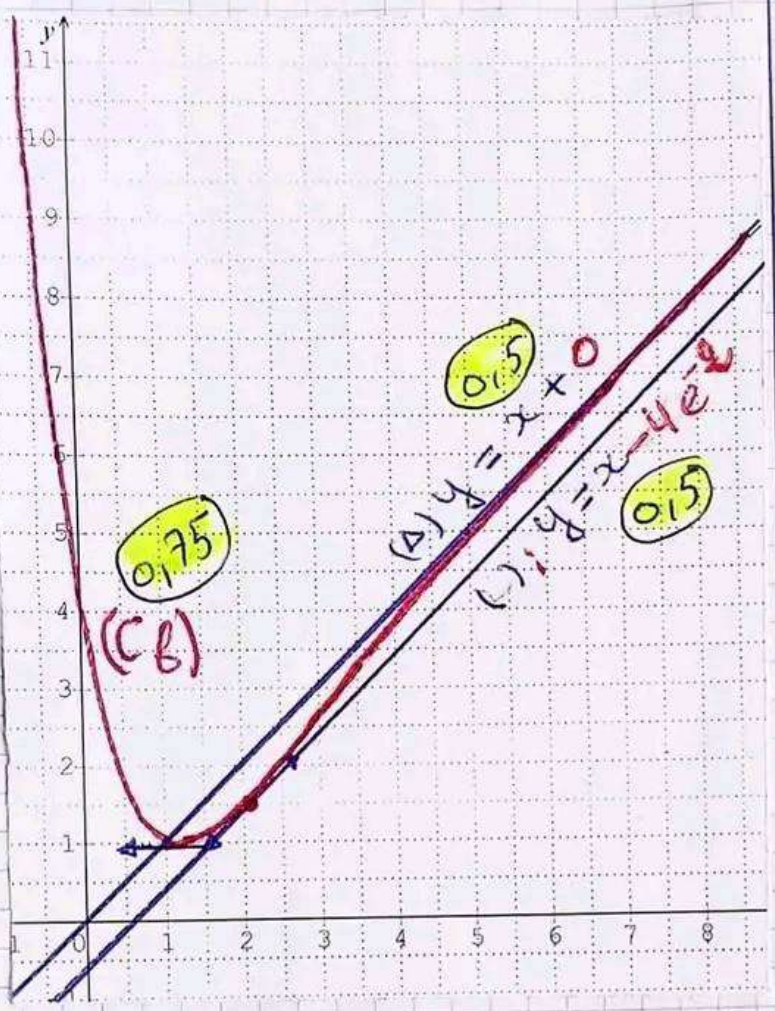
$y = 1(x-2) + 2 - 4e^{-2}$

$y = x - 2 + 2 - 4e^{-2}$ (0,75)

$(T) : y = x - 4e^{-2}$

4) $f(-0,5) \simeq 9,4$ (0,25)

$f(0) = 4$ (0,25)



(5

$m \in]-\infty ; -4e^{-2}[$ المعادلة لا تقبل حلول.

$m = -4e^{-2}$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا موجبا تماما

$m \in]-4e^{-2} ; 0[$ المعادلة تقبل حلين موجبين تماما (1,25)

$m \in [0 ; 4[$ المعادلة تقبل حلا وحيدا موجبا تماما

$m = 4$ المعادلة تقبل حلا معدوما

$m \in]4 ; +\infty[$ المعادلة تقبل حلا سالبا تماما