الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية غليزان
المستوى: السنة الأولى ثانوي
الشعبة: جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

ثانوية: محمد بوضياف – مديونة
يوم: الأربعاء 19 نوفمبر 2025

الفرض المحروس الثاني للفصل الأول في مادة: الرياضيات — المدة: 75 دقيقة

**ملاحظة: يمنع منعا باتا استعمال القلم الأحمر**

## التمرين الأول:

1) نعتبر العددين الحقيقيين $a = 4\sqrt{2}$ و $b = 3\sqrt{5}$.

ا) بين أن: $a - b = \dfrac{-13}{4\sqrt{2}+3\sqrt{5}}$، ثم استنتج مقارنة بين $a$ و $b$ .

ب) استنتج مقارنة بين $a^2$ و $b^2$ ، ثم بين $\dfrac{1}{a}$ و $\dfrac{1}{b}$.

ج) أنشر ثم بسط العدد $(4\sqrt{2}-3\sqrt{5})^2$، ثم استنتج كتابة مبسطة للعدد $A = \sqrt{77-24\sqrt{10}}$.

2) $x$ ، $y$ و $z$ أعداد حقيقية حيث: $-6 \le x \le 4$ ، $\left|y - \dfrac{11}{2}\right| \le \dfrac{5}{2}$ و $\dfrac{13}{2} \le \dfrac{-3z+4}{2} \le 5$.

ا) بين أن $3 \le y \le 8$ و $-2 \le z \le -3$.

ب) جد حصرا للعددين $A = \dfrac{1-x^2}{2}$ و $B = \dfrac{x+y}{1+xy}$.

ج) جد حصرا للعدد $\dfrac{2-z}{3}$، ثم استنتج مقارنة بين الأعداد $\dfrac{2-z}{3}$، $\dfrac{(2-z)^2}{9}$ و $\dfrac{(2-z)^3}{27}$.

## التمرين الثاني:

أنقل ثم أتمم الجدول التالي مع توضيح طريقة الحساب.

| صيغة الحصر | صيغة المجال | مركز المجال | نصف قطر المجال | صيغة المسافة | صيغة القيمة المطلقة |
|---|---|---|---|---|---|
| $-3 \le x \le 4$ | | | | | |
| | $x \in ]-9,3[$ | | | | |
| | | | | $d\left(x,\dfrac{1}{2}\right) < \dfrac{1}{3}$ | |
| | | | | | $\lvert x+3\rvert \le 2$ |

## التمرين الثالث:

بالاعتماد على مفهوم المسافة، حل في $\mathbb{R}$ مايلي: $|x+1|+|x-1| = 2$، $|x| \le |x+2|$، $|2x-1| \ge 4$.

انتهى الموضوع — بالتوفيق للجميع

## حل التمرين الأول:

1) أ/ تبيان أن: $a-b=\frac{-13}{4\sqrt{2}+3\sqrt{5}}$

لدينا: $a-b=4\sqrt{2}-3\sqrt{5}$

$$=\frac{(4\sqrt{2}-3\sqrt{5})(4\sqrt{2}+3\sqrt{5})}{4\sqrt{2}+3\sqrt{5}}$$

$$=\frac{(4\sqrt{2})^2-(3\sqrt{5})^2}{4\sqrt{2}+3\sqrt{5}}$$

$$=\frac{32-45}{4\sqrt{2}+3\sqrt{5}}.$$

إذن: $a-b=\frac{-13}{4\sqrt{2}+3\sqrt{5}}$.

ب) استنتاج مقارنة بين a و b:

لدينا: $a-b<0$ إذن: $a<b$.

ب) استنتاج مقارنة بين $a^2$ و $b^2$ ثم بين $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$:

لدينا a و b عددان موجبان تماما و $a<b$

إذن: $a^2<b^2$ و $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$.

ج) نشر و تبسيط العدد $(4\sqrt{2}-3\sqrt{5})^2$:

$$(4\sqrt{2}-3\sqrt{5})^2=(4\sqrt{2})^2+(3\sqrt{5})^2-2\times4\sqrt{2}\times3\sqrt{5}$$

$$=32+45-24\sqrt{10}$$

$$=77-24\sqrt{10}.$$

* استنتاج كتابة مبسطة للعدد A:

$$A=\sqrt{77-24\sqrt{10}}=\sqrt{(4\sqrt{2}-3\sqrt{5})^2}$$

$$=|4\sqrt{2}-3\sqrt{5}|$$

$$=-(4\sqrt{2}-3\sqrt{5})$$

$$=3\sqrt{5}-4\sqrt{2}.$$

2) أ/ تبيان أن: $-3\leq z\leq-2$ و $3\leq y\leq5$:

$\frac{1}{2}\leq|y-\frac{11}{2}|\leq\frac{5}{2}$ تكافئ: $\frac{11}{2}-\frac{5}{2}\leq y\leq\frac{11}{2}+\frac{5}{2}$

تكافئ: $3\leq y\leq8$.

$10\leq-3z+4\leq13$ تكافئ: $\frac{10}{2}\leq\frac{-3z+4}{2}\leq\frac{13}{2}$.

تكافئ: $10-4\leq-3z\leq13-4$

تكافئ: $6\leq-3z\leq9$

تكافئ: $\frac{6}{-3}\geq z\geq\frac{9}{-3}$

تكافئ: $-3\leq z\leq-2$

ب/ استنتاج حصر A و B:

* لدينا: $3\leq y\leq5$ و $-3\leq z\leq-2$ إذن: $16\leq x^2\leq36$ أي $4\leq x\leq6$

و منه: $35\leq1-x^2\leq-15$ إذن: $-36\leq-x^2\leq-16$

و بالتالي: $-\frac{35}{2}\leq\frac{1-x^2}{2}\leq-\frac{15}{2}$ أي: $-\frac{35}{2}\leq A\leq-\frac{15}{2}$.

* لدينا: $4+3\leq x+y\leq6+8$ و $4\times3\leq xy\leq6\times8$

إذن: $7\leq x+y\leq14$ و $12\leq xy\leq48$

و منه: $7\leq x+y\leq14$ و $13\leq1+xy\leq49$

إذن: $7\leq x+y\leq14$ و $\frac{1}{49}\leq\frac{1}{1+xy}\leq\frac{1}{13}$

و بالتالي: $\frac{7}{49}\leq\frac{x+y}{1+xy}\leq\frac{14}{13}$ أي $\frac{1}{7}\leq B\leq\frac{14}{13}$.

3) حصر العدد $\frac{2-z}{3}$:

لدينا: $-3\leq z\leq-2$ إذن: $3\geq-z\geq2$

و منه: $5\geq2-z\geq4$ إذن: $\frac{5}{3}\geq\frac{2-z}{3}\geq\frac{4}{3}$

* استنتاج حصر $\frac{(2-z)^2}{9}$ و $\frac{(2-z)^3}{27}$:

بما أن: $\frac{2-z}{3}>1$ فإن: $\left(\frac{2-z}{3}\right)^2<\left(\frac{2-z}{3}\right)^3$

إذن: $\frac{2-z}{3}<\frac{(2-z)^2}{9}<\frac{(2-z)^3}{27}$.

## حل التمرين الثاني:

إتمام الجدول:

| الحصر | الأجال | مركز الأجال | نصف قطر الأجال | المسافة | القيمة المطلقة |
|---|---|---|---|---|---|
| $-3\leq x\leq4$ | $x\in[-3;4]$ | $c=\frac{1}{2}$ | $r=\frac{7}{2}$ | $d(x;\frac{1}{2})\leq\frac{7}{2}$ | $\lvert x-\frac{1}{2}\rvert\leq\frac{7}{2}$ |
| $-9<x<3$ | $x\in]-9;3[$ | $c=-3$ | $r=6$ | $d(x;-3)<6$ | $\lvert x+3\rvert<6$ |
| $\frac{1}{6}<x<\frac{5}{6}$ | $x\in]\frac{1}{6};\frac{5}{6}[$ | $c=\frac{1}{2}$ | $r=\frac{1}{3}$ | $d(x;\frac{1}{2})<\frac{1}{3}$ | $\lvert x-\frac{1}{2}\rvert<\frac{1}{3}$ |
| $-5\leq x\leq1$ | $x\in[-5;1]$ | $c=-3$ | $r=2$ | $d(x;-3)\leq2$ | $\lvert x+3\rvert\leq2$ |

التوضيح:

الحالة 1: لدينا: $-3\leq x\leq4$ تكافئ: $x\in[-3;4]$

حساب c و r: $c=\frac{a+b}{2}=\frac{-3+4}{2}=\frac{1}{2}$ و $r=\frac{b-a}{2}=\frac{4-(-3)}{2}=\frac{7}{2}$.

إذن: $d(x;c)\leq r$ و $|x-c|\leq r$.

إذن: $d(x;\frac{1}{2})\leq\frac{7}{2}$ و $|x-\frac{1}{2}|\leq\frac{7}{2}$.

الحالة 2: $x \in ]-9;3[$ تكافئ $-9 < x < 3$ .

حساب $c$ و $r$:

$c = \frac{-9+3}{2} = -3$ ، $r = \frac{3-(-9)}{2} = 6$

الحالة 3: $d(x;\frac{1}{2}) < \frac{1}{3}$ تكافئ $x \in ]c-r; c+r[$

حيث: $c = \frac{1}{2}$ و $r = \frac{1}{3}$

$x \in ]\frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \frac{1}{2} + \frac{1}{3}[$ تكافئ

$x \in ]\frac{1}{6}; \frac{5}{6}[$ تكافئ

$\frac{1}{6} < x < \frac{5}{6}$ تكافئ .

الحالة 4:

$|x+3| \leq 2$ تكافئ $d(x;-3) \leq 2$

$x \in [c-r; c+r]$ تكافئ

حيث: $c = -3$ و $r = 2$

$x \in [-5; -1]$ تكافئ

$-5 \leq x \leq -1$ تكافئ

حل المتراجحات التالية:

حل في $\mathbb{R}$ ما يلي:

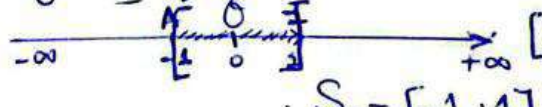
ليكن (d) المستقيم العددي المزود بالمعلم $(O;I)$، و لتكن النقط $A(-1)$ ، $B(-2)$ و $C(\frac{1}{2})$ و $M(x)$ نقطة من المستقيم (d) .

* المعادلة (1) ... $|x+1| + |x-1| = 2$

تكافئ $d(x;-1) + d(x;1) = 2$

تكافئ $MA + MI = 2$

حلول المعادلة (1) هي فواصل النقط M من المستقيم (d) التي تحقق $MA+MI=2$ أي هي فواصل القطعة $[AI]$



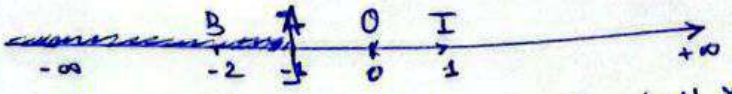

إذن: $S_1 = [-1;1]$ .

* المتراجحة (2) ... $|x+2| \leq |x|$

تكافئ $d(x;-2) \leq d(x;0)$

تكافئ $MB \leq MO$

حلول المتراجحة (2) هي فواصل النقط M من المستقيم (d) التي تحقق $MB \leq MO$ أي هي فواصل نصف المستقيم $[AB]$ إذن: $S_2 = ]-\infty;-1]$




* المتراجحة (3) ... $|2x-1| \geq 4$

تكافئ $|x - \frac{1}{2}| \geq 2$

تكافئ $d(x;\frac{1}{2}) \geq 2$

تكافئ $MC \geq 2$

حلول المتراجحة (3) هي فواصل النقط M التي من المستقيم (d) تحقق $MC \geq 2$ .

إذن: $S_3 = ]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup [\frac{5}{2}; +\infty[$