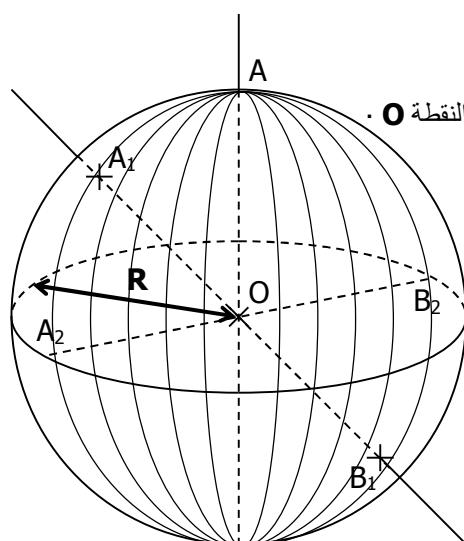


الهندسة في الفضاء (منهجية درس)
الهندسة في الفضاء (القطعون درس)
التكبير - التصغير (التأثير على المساحات درس)
القطوع المستوية
القطوع المستوية للمجسمات (مستوي مواز لوجه)
التكبير - التصغير
تمارين من شهادات (الجزء الأول)
تمارين من شهادات (الجزء 2)
التدريب على حساب الحجوم

المحتوى	الكافاءات المستهدفة	التعليق
الكرة .	معرفة أن قطع كرة بواسطة مستوى هو دائرة . ومعرفة كيفية وضع مركز هذه الدائرة وحساب نصف قطرها مع علم نصف قطر الكرة والمسافة بين المستوى ومركز الكرة. تمثيل الكرة ببعض دوائرها الكبيرة. سنسط الضوء على الدوائر الكبيرة في الكرة، وعلى أزواج القاطط المقابلة قطرية. سندرس الحالة الخاصة التي يكون فيها المستوى مماساً للكرة.	سنقوم بالربط مع المعرفة التي يمتلكها الطالب بالفعل في الكرة الأرضية ، خاصة فيما يتعلق بالمسائل المرتبطة بخطوط الطول والعرض.
مسائل في القطوع على المجسمات	معرفة طبيعة قطوع المكعب، و متوازي المستويات بمستوى مواز لأحد جوهه ، أو إلى أحد أحرفه .معرفة طبيعة قطوع أسطوانة دورانية بمستوى مواز أو عمودي على محورها. تمثيل وتحديد قطوع مخروط دوراني أو هرم بمستوى مواز للقاعدة.	المعالجات الأولية (قطوع مجسمات من البولسترين على سبيل المثال) تجعل من الممكن تخمين أو توضيح طبيعة القطوع المستوية المدروسة. ستكون هذه فرصة القيام بحسابات على الأطول واستخدام الخصائص التي تمت معرفتها في محاور أخرى أو سنوات سابقة. بالنسبة للأهرامات ، ستقصر الأنشطة على تلك التي تركز البحث على الارتفاع والحرف الوجه الجانبي والأهرامات المنتظمة تسمح بإيجاد المضلعات التي تمت دراستها في مكان سابق .
حسابات على المساحات والحجم	حساب مساحة سطح الكرة بنصف قطر معين. حساب حجم جلة بنصف قطرها معين.	إن العمل بالقواعد ، الحث على حفظها ، سيسمح بإعادة الاستثمار والحفظ على المكتسبات في السنوات السابقة: ونقصد مساحات الأسطح وأحجام المجسمات التي تمت دراستها في هذه السنوات.

I. الكرة .

a-تعريف:
نقطة في الفضاء.



نسمى الكرة " O " التي مركزها O ونصف قطرها R ، هي جميع النقاط في الفضاء التي تقع على مسافة R من النقطة O .

القطع $[AB]$ ، $[A_1B_1]$ و $[A_2B_2]$ هي أقطار للكرة.

نقول أن النقطتين A و B متقابلتان قطريا .

ملاحظة: الكرة وداخلها تسمى الجلة ذات المركز O

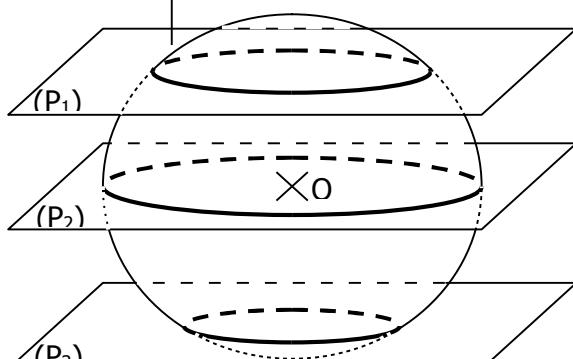
b. مساحة سطح الكرة .

مساحة سطح الكرة التي نصف قطرها R تعطي بالعبارة:

$$\mathcal{A} = 4 \pi R^2$$

c. حجم الجلة :

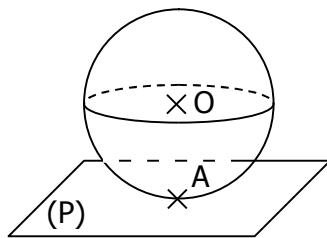
حجم الجلة التي نصف قطرها R تعطي بالعلاقة :

**II. قطع كرة بمستوى .**

قطع كرة بمستوى هو دائرة.

ملاحظة:

عندما يمر المستوى بمركز الكرة O (المستوى P_2) ، الدائرة لها نفس نصف قطر الكرة. نقول عنها أنها دائرة كبيرة للكرة.



حالة خاصة:

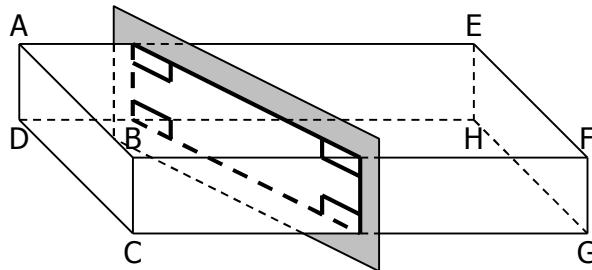
عندما يكون تقاطع الكرة مع المستوى نقطة وحيدة
أي دائرة قطرها معدوم "نقول أن هذا المستوى هو مماس للكرة".

III. قطع بلاطة (متوازي مستطيلات) بمستوى.

قطع متوازي المستطيلات بمستوى مواز لوجه من حروفه هو مستطيل.

مثال:

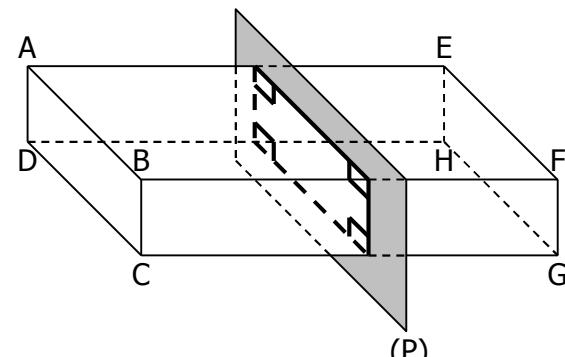
المستوى (P) يوازي الحرف [FG] أو [AD] أو [BC]



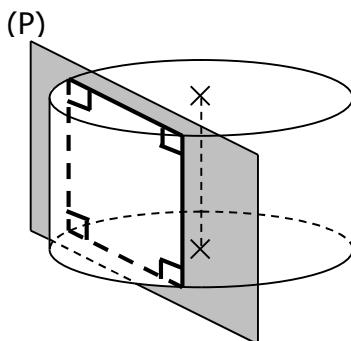
قطع متوازي المستطيلات بمستوى مواز لوجه من وجوهه هو مستطيل مطابق لهذا الوجه.

مثال:

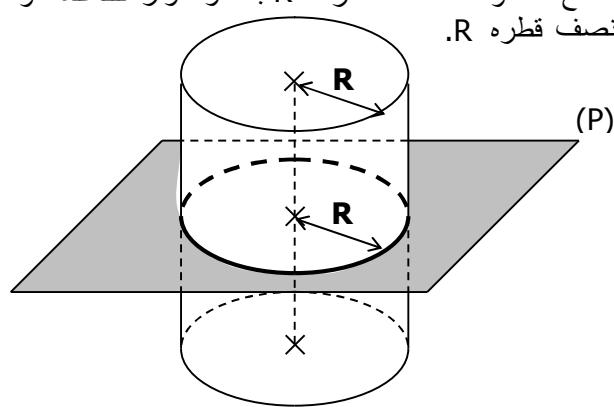
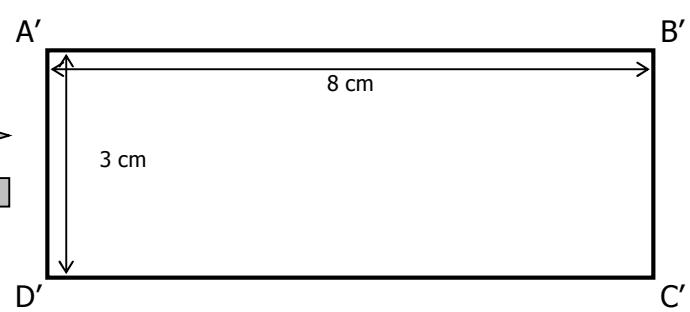
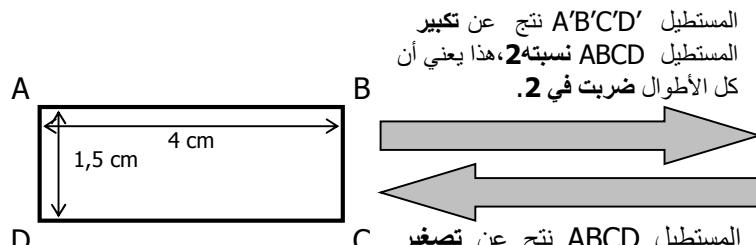
المستوى (P) موازي لوجه ABCD أو EFGH

IV. قطع أسطوانة بمستوى.

قطع أسطوانة بمستوى مواز لمحورها هو مستطيل.

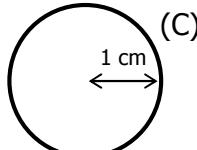


قطع أسطوانة نصف قطرها R بمستوى مواز لقاعدتها هو قرص نصف قطره R.

a. التكبير والتصغير (أمثلة):

b. تأثير التكبير أو التصغير على المساحات أو الحجوم:

$$\begin{aligned} A &= \pi R^2 \\ A &\approx 3,14 \times 1^2 \\ A &\approx 3,14 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

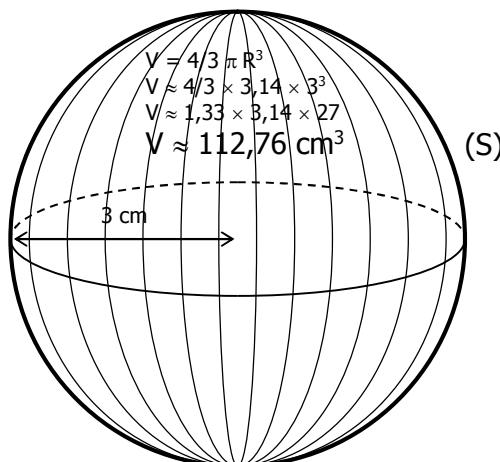


تم الحصول على القرص (C') من القرص (C) بتكبير نسبته 3

- تم ضرب الأطوال في 3
- تتضاعف المساحة بمقدار $3^2 = 9$

$$\begin{aligned} A &= \pi R^2 \\ A &\approx 3,14 \times 3^2 \\ A &\approx 3,14 \times 9 \\ A &\approx 28,26 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3 cm

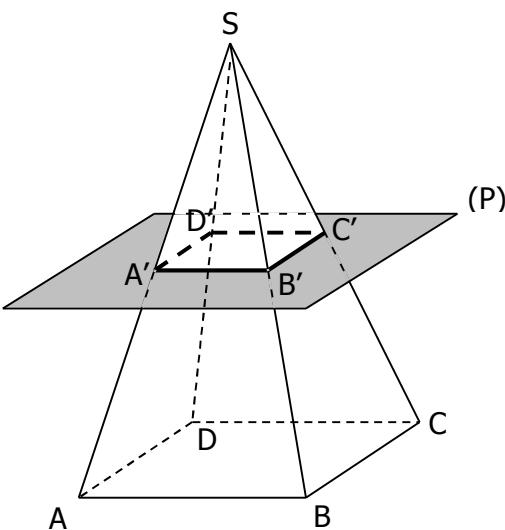


تم الحصول على الكرة (S') من الكرة (S) من خلال تصغيرها بنسبة 1/3.

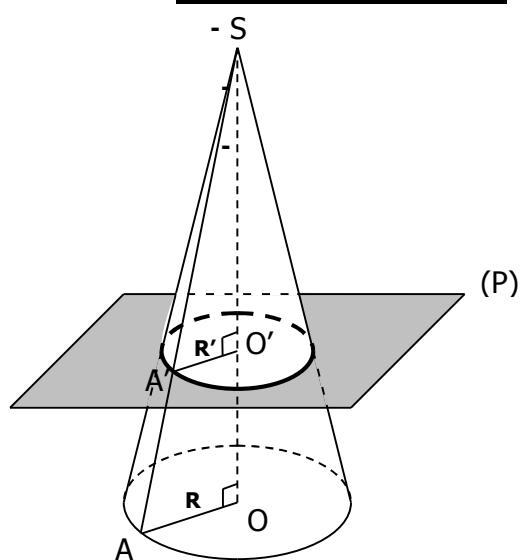
- تم قسمة الأطوال على 3 (أو مضروبة في 1/3).
- تم قسمة الحجم إلى $3^3 = 27$ (أو مضروبة في 1/27).

$$\begin{aligned} V &= 4/3 \pi R^3 \\ V &\approx 4/3 \times 3,14 \times 1^3 \\ V &\approx 1,33 \times 3,14 \times 1 \\ V &\approx 4,18 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

خواص : التكبير والتصغير لا يغيران طبيعة المجسمات. التكبير والتصغير لا يغيران أقياس الزوايا

يسمى العدد k : سلم للتکبير ($k > 1$) أو سلم التصغير ($1 < k < 0$).إذا كبرنا أو صغينا مجسمًا بالسلم k فإن: أبعاده تتضاعف في العدد k . مساحتها تتضاعف في العدد k^2 . حجمه يتضاعف في العدد k^3 .**c.** مقطع هرم أو مخروط بمستوى

مقطع هرم أو مخروط دوراني بمستوى مواز للقاعدة هو تصغير للفاعدة. وهذا يعني أنها شكل ذات طبيعة واحدة (مستطيل ، مربع ، قرص ...) ولكن أطواله تتناسب مع أطوال القاعدة.

**الهرم**

نستنتج أن :

$$(AB) \parallel (A'B') \quad (BC) \parallel (B'C') \quad (CD) \parallel (C'D') \quad (DA) \parallel (D'A')$$

وبحسب خاصية طالس، يمكن أن نكتب :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA} = k$$

إنها نسبة التصغير إذن: ($1 < k < 1$)**المخروط الدوراني**

نستنتج أن :

$$(OA) \parallel (O'A')$$

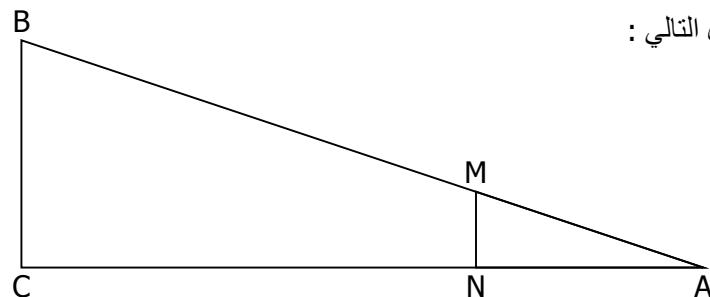
وبحسب خاصية طالس، يمكن أن نكتب :

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{AO'}{AO} = k$$

إنها نسبة التصغير إذن: ($1 < k < 1$)

نـاـشـط 2.1
نذكر بقاعدة حساب مساحة مثلث قائم :

$$A = \frac{\text{جـاء طـولي الضـلـعـين الـقـائـمـين}}{2}$$



نعتبر الشكل التالي :

1. قس أطوال أضلاع «المثلث الصغير» ثم احسب مساحته

$$A_{AMN} = \dots \quad \text{مساحة المثلث}$$

$$MN =$$

$$AN =$$

$$AM =$$

2. قس أطوال أضلاع «المثلث الكبير» ثم احسب مساحته

$$A_{ABC} = \dots \quad \text{مساحة المثلث}$$

$$BC =$$

$$AC =$$

$$AB =$$

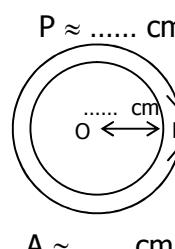
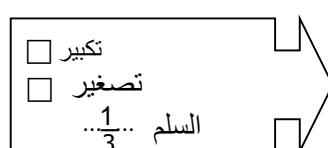
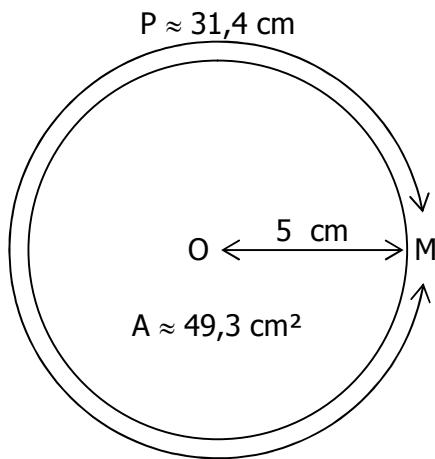
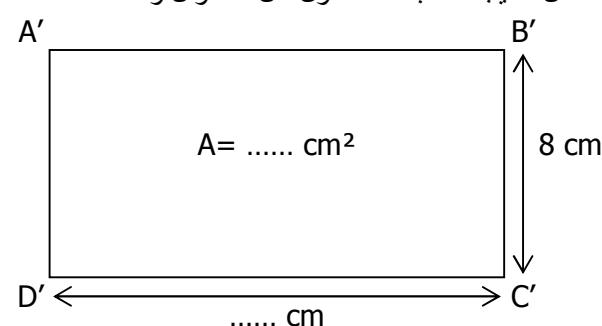
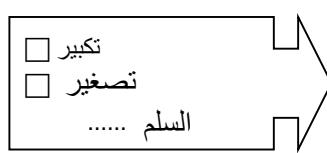
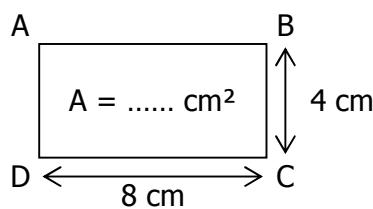
يمكن تطبيق على المثلثين « خاصية طالس » لأن أطوال أضلاعهما فعلياً متناسبة ، نستنتج بأن أطوال المثلث الصغير الأضلاع مضروبة في معامل تكبير لنصل إلى أطول أضلاع الكبير .

3. a. ما هو معامل التكبير ؟

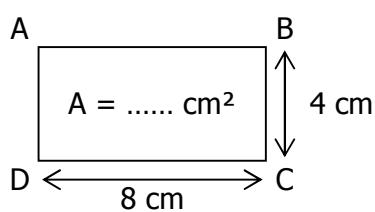
نتيجة : معامل التكبير k للحصول على مساحة المثلث الكبير تضرب المساحة المثلث الصغير في

نـاـشـط 2.2

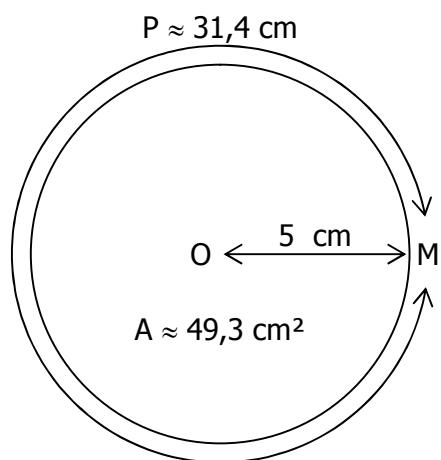
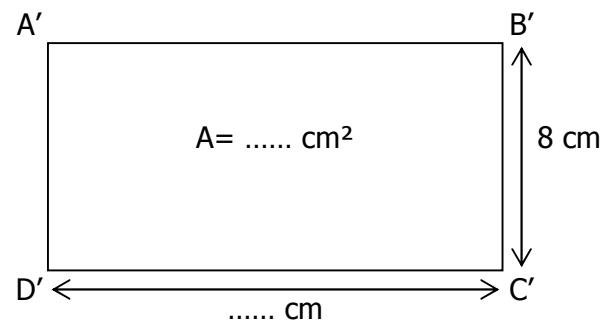
استعمل النتيجة السابقة للحصول على الأطوال والمساحات الناقصة :



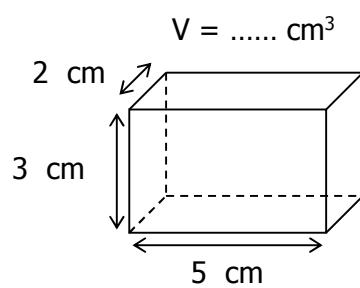
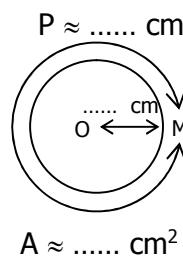
تمرين : أوجد الأطوال والمساحات والحجم المنشئ.



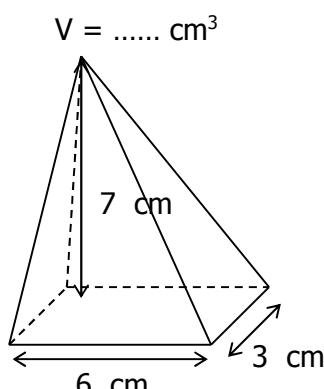
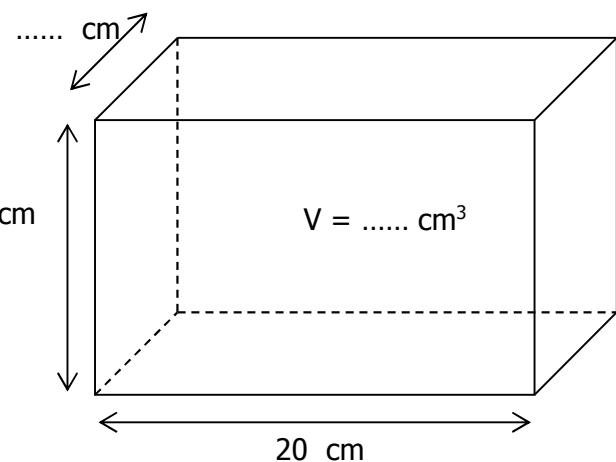
<input type="checkbox"/> تكبير	<input type="checkbox"/> تصغير
المعامل ...	السلم ...



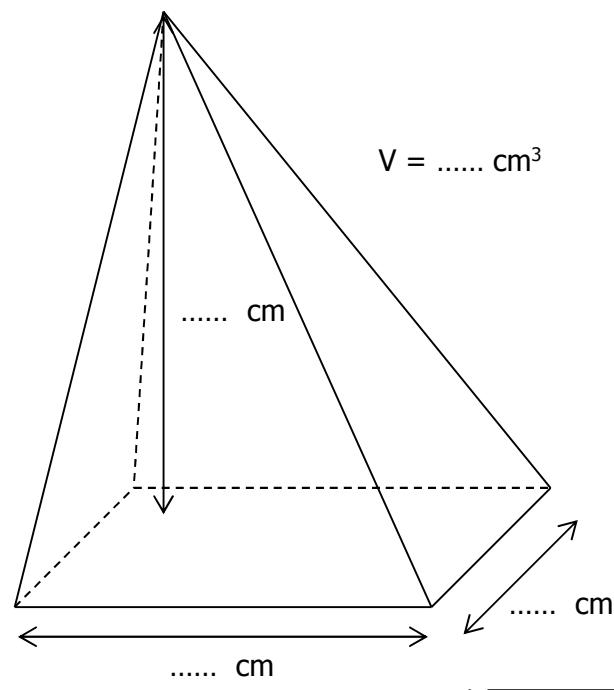
<input type="checkbox"/> تكبير	<input type="checkbox"/> تصغير
السلم ...	السلم ...



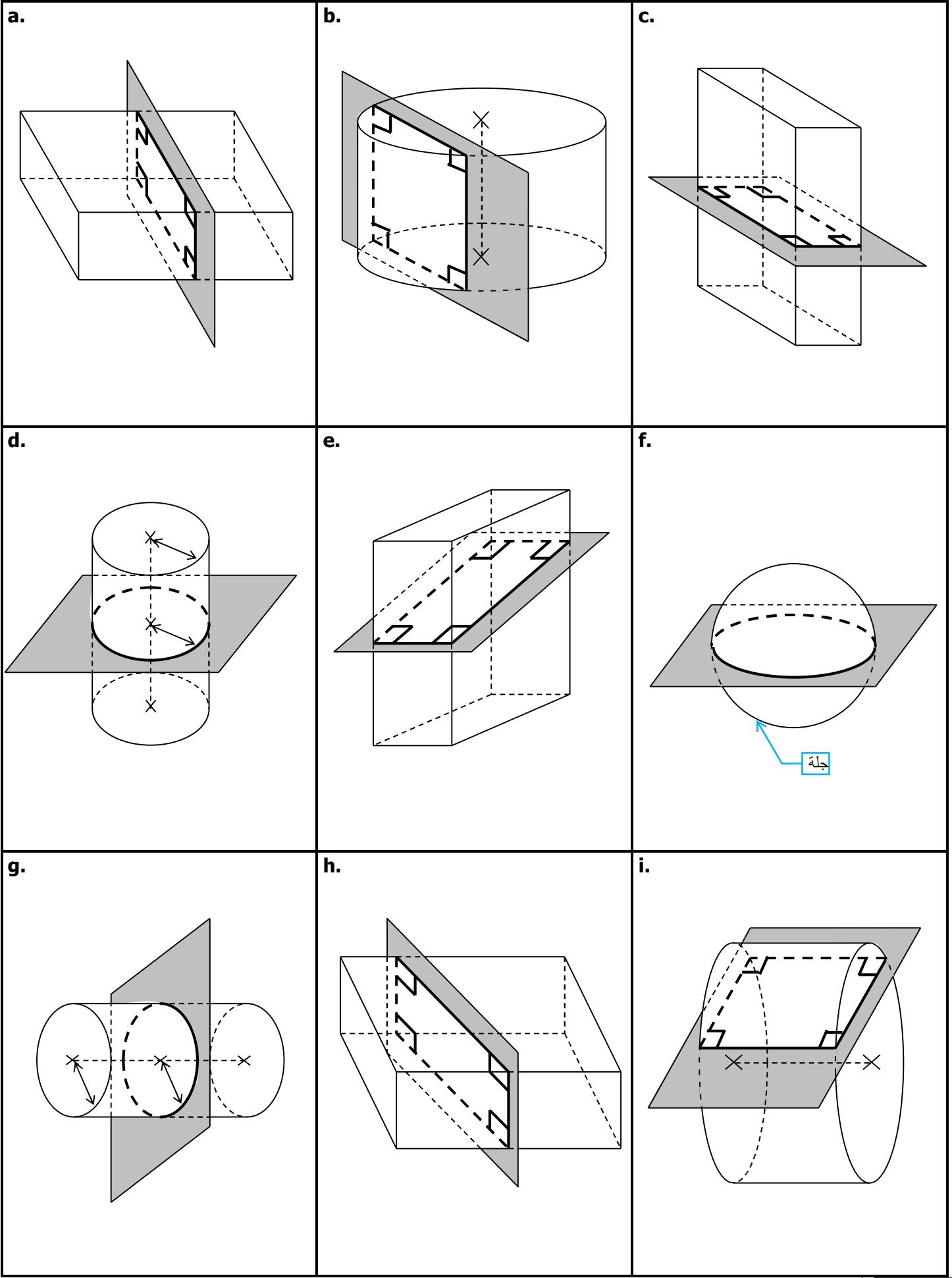
<input type="checkbox"/> تكبير	<input type="checkbox"/> تصغير
السلم ...	السلم ...



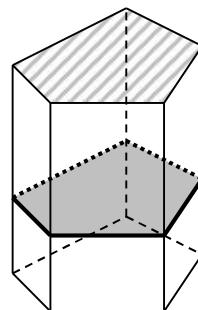
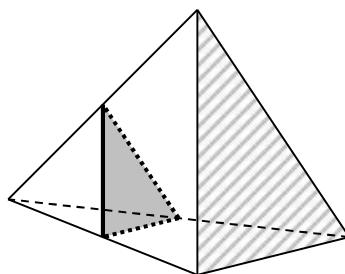
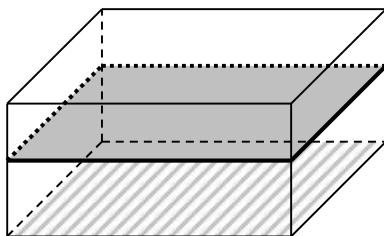
<input type="checkbox"/> تكبير	<input type="checkbox"/> تصغير
السلم ...	السلم ...



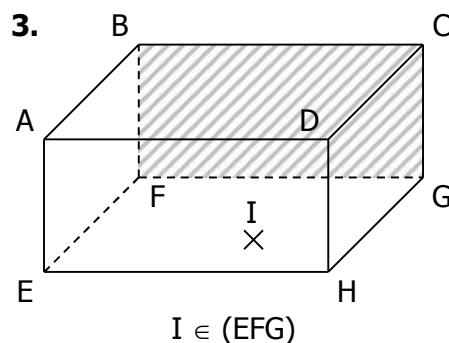
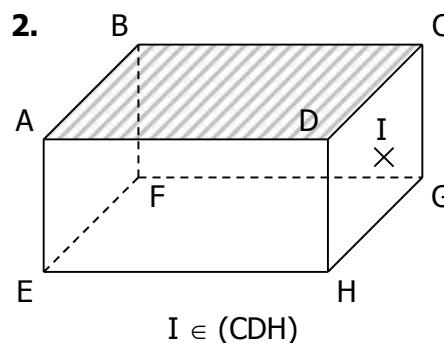
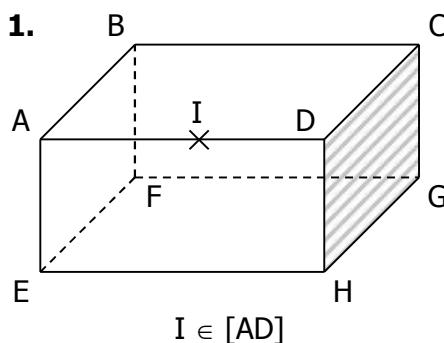
تمرين : في كل حالة ، حدد طبيعة القطع المحسّن بالمستوى الرمادي .



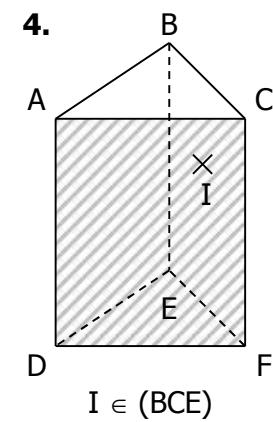
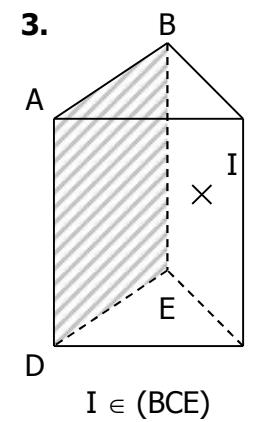
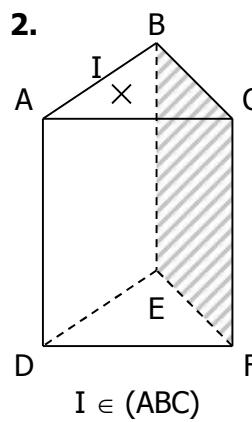
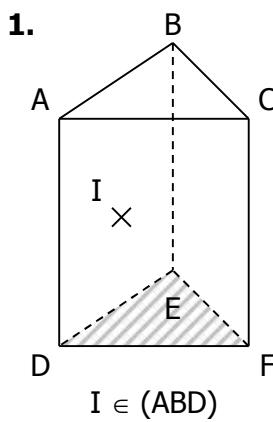
نسمى مقطعاً مستوياً لمجسم هو تقاطع المستو بهذا الجسم .
 تقاطع كل وجه بالمستو هو قطعة مستقيمة، أي تقاطع مجسم ذات أوجه بمستو هو مضلع.
 في هذه السلسلة من التمارين، نسعى لتحديد ذلك الجزء من المجسم الناتج من تقاطع مستو مواز لوجه واحد من المجسم. نحن نستخدم الخاصية التالية: أضلاع المقطع (باللون الرمادي) موازية لحواف الوجه الذي يعرف مستوى القطع (المهشر):



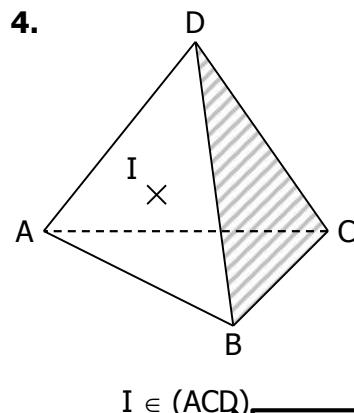
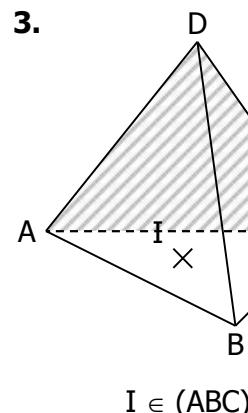
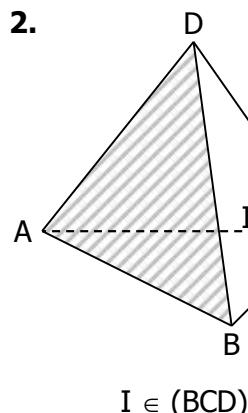
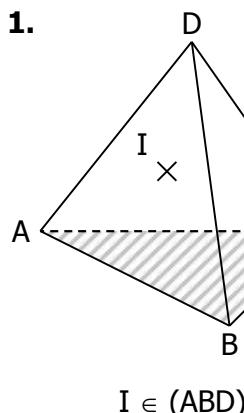
في كل تمرين، ارسم مقطع المجسم مع المستو يوازي أحد وجوهه المهشرة مارا بالنقطة I
تمرين 1B.1



تمرين 1B.2



تمرين 1B.3



3. توجد 6 لترات من المياه في هذا الحوض.
عند تغيير مياه الحوض، ونسكب محتوياته في حاوية على شكل متوازي مستطيلات طوله 26 cm وعرضه 24 cm .
حدد ارتفاع المياه في الحاوية بالتقريب إلى mm .

تمرين - 3A.3 كان

نجار يريد تشكيل مكعب طول حرفه 10 cm ليحصل على جلة من الخشب قطرها ليتم تركيبها على درابزين السالم.

1. حدد حجم الخشب المزاح (بـ cm^3) بتشذيب المكعب .

2. ثم يتم قطع جزء من الجلة لتنمسك في مكانها D . السطح الناتج قرص "ABO_1" وقطره 5 cm .

احسب كم يبعد مركز الجلة h (في الشكل) على مركز القطع بتقريب إلى المليمتر .

للتذكرة:

حجم الكرة من دائرة نصف قطرها R هو :

تمرين - 3A.4 نات

علبة من الشوكولاتة على شكل هرم قاعدة مربعة، وقطع بمستوى مواز لقاعدة الجزء الهرمي العلوي هو الغطاء، ويحتوي الجزء السفلي على الشوكولاتة .

نعطي: AB = 30 cm SO' = 6 cm

1. احسب حجم الهرم SABCD .

2. استنتج حجم الهرم SEFGH .

3. احسب حجم المجسم ABCDEFGH الذي تحوي الشوكولاتة .

تمرين - 3A.5 بولينيزيا

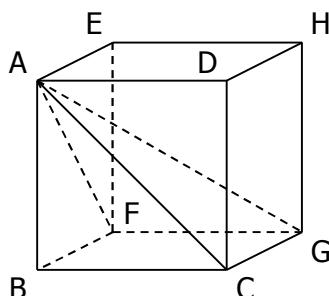
مكعب طول حرفه 6 cm

1. احسب AC ، أعط القيمة مضبوطة .

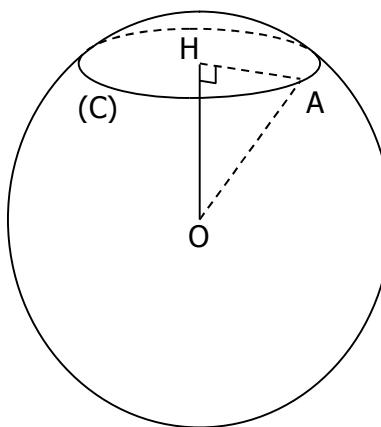
2. نقل بأن المثلث ACG قائم في C .

احسب AG بأخذ قيمة مضبوطة ثم القيمة المدوره إلى mm .

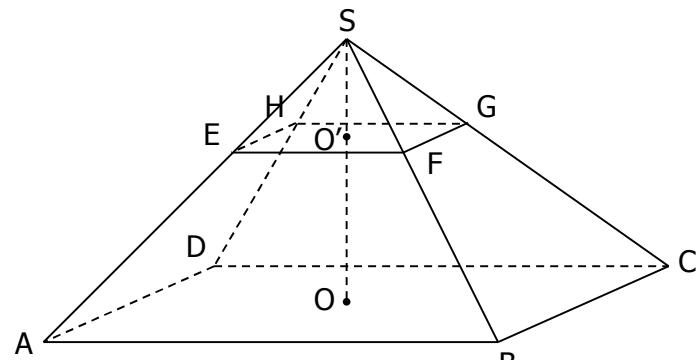
3. نعتبر ABCGF هرماً، احسب حجمه .



تمرين - 3A.1 مارسيليا
مستوي يقطع كرة مركزها O نصف قطرها 10 cm في دائرة (C) مركزها OH = 6 cm بعد من مركز الدائرة إلى المستوى .



الرسم ليس بالأبعاد الحقيقية . هذا الشكل يمثل كرة دائرة (C) . A هي نقطة من الدائرة (C) .



1. باستخدام الرسم فقط، ارسم بالأبعاد الحقيقية المثلث OHA قائم في H . اترك أثار خطوط الأشواء .
2. احسب نصف قطر الدائرة (C) .

تمرين - 3A.2 بوردو

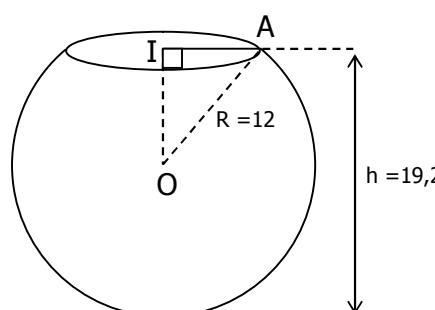
حوض للأسماك على شكل قانسوة كروية (انظر الشكل أدناه)، الفوهة دائرية نصف قطرها 12 = R وارتفاعه h=19.2 (بالستيometer) .

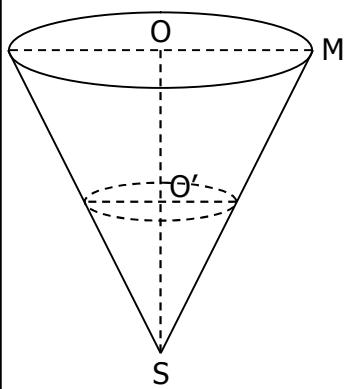
1. احسب الطول OI ثم الطول IA .

2. تعطى كيفية حساب حجم الحوض بالصيغة:

$$V = \frac{\pi h^2}{3} (3R - h)$$

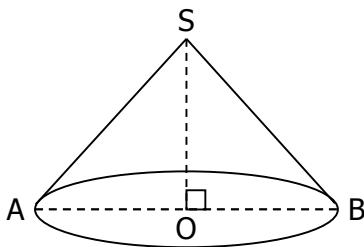
(حيث R هو نصف قطر الكرة و h هو ارتفاع الحوض)
احسب القيمة المقربة لحجم هذا الحوض إلى .
 cm^3





تمرين 3B.4 جزر الأنتيل
الحاوية المقابلة لها شكل مخروطي أبعادها $OM = 5\text{cm}$ و $OS = 10\text{cm}$.
1. احسب بـ cm^3 حجم الحاوية (أعط قيمة تقريرية إلى العشر).
2. يتم تعبئة الحاوية بالماء إلى النقطة O' ؛ يساوي $O'S = 5,3\text{cm}$. من المعروف أن المخروط المكون من السائل هو تصغير للمخروط الأول

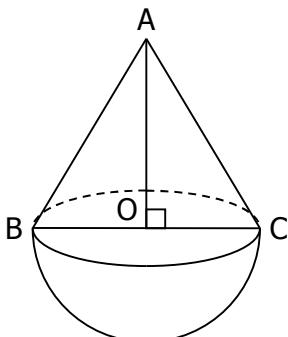
- a. حدد معامل التصغير.
- b. احسب قيمة التقريرية لحجم الماء.
- 3. احسب ظل الزاوية \hat{SMO} .
- 4. أعط قيمة تقريرية لـ \hat{SMO} إلى أقرب درجة.



تمرين 3B.5 بوانيه
مخروط دوراني قمته النقطة S ؛ ارتفاعه 9cm قاعدة عبارة عن دائرة ذات المركز O ونصف قطرها 6cm ، وبالتالي تكون القطعة $[\text{AB}]$ قطر لها .
لا يطلب إعادة رسم الشكل.

- 1. احسب حجم هذا المخروط. بالتقريب إلى 0.1cm^3
- 2. احسب الطول SA بتقريب 0.1cm

تمرين 3B.6 غرونوبيل



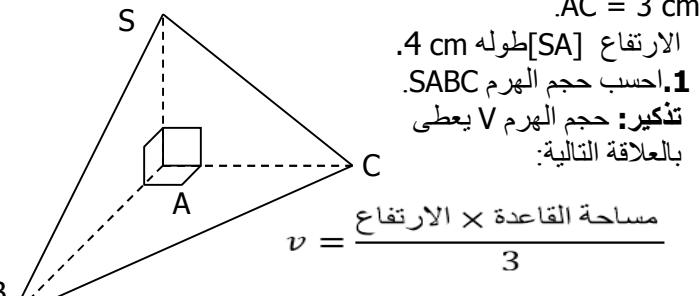
الوحدة هي السنتمتر. لعبة لها شكل نصف كرة يعلوها مخروط دوراني قمته A ، كما هو موضح في الشكل المقابل. القطعة $[\text{BC}]$ هي قطر قاعدة المخروط: النقطة O هي مركز القاعدة

$$\text{نعطي: } BC = 7 \text{ و } AB = 6$$

- 1. ارسم المثلث AOB بالأبعاد الحقيقة.
- b. احسب القيمة المضبوطة لـ AO

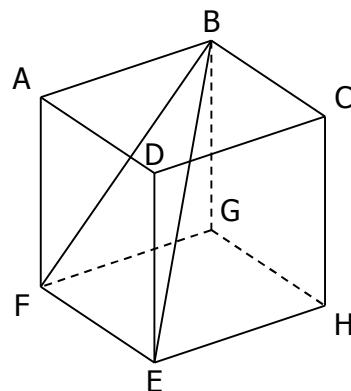
c. احسب القيمة الدقيقة لجيب الزاوية \hat{BAO}

- ثم استنتج قيس الزاوية \hat{BAO} (أعط النتيجة بالتدوير إلى الدرجة).
2. احسب حجم هذه اللعبة ، المخروط ونصف الكرة معا (أعط النتيجة بالتدوير إلى cm^3)



- a. ارسم المثلثات ABC ، ASC ، ASB بالأبعاد الحقيقة كلا على حدي.
- b. استنتج كيف ترسم المثلث BCS بالأبعاد الحقيقة دون حساب

تمرين 3B.2 - تركيا
الشكل أسفله هو بلاطة قائمة من خشب منها نقطع الهرم ADEFB

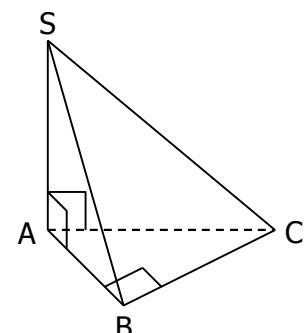


$$\begin{aligned} AB &= 4\text{ cm} \\ AF &= 4\text{ cm} \\ BD &= 5\text{ cm} \end{aligned}$$

- 1. النقطة A هل هي على المستقيم (HG) ؟
- 2. ارسم ABD ثم احسب القيمة المضبوطة لـ AD :
- 3. احسب حجم هذا الهرم وبين أنه يمثل أكثر من 30% من حجم البلاطة القائمة.

$$\text{ذكرة : حجم الهرم: } \frac{B \times h}{3}$$

تمرين 3B.3 - إفريقيا
يتمثل الرسم المقابل هرم SABC ، $SA = 5\text{ cm}$ ، وقاعدته هي المثلث ABC القائم في B القائم في $BC = 3\text{ cm}$. $AB = 4\text{ cm}$



- 1. احسب مساحة المثلث ABC ثم حجم الهرم.
- 2. ارسم مخطط (منشور) لهذا الهرم.

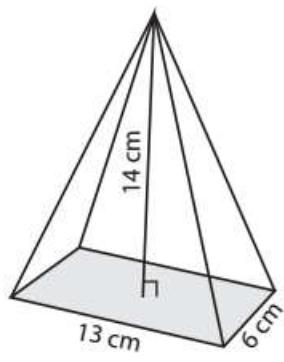
$$1\text{cm} = 0.033 \text{ ft} = 0.394 \text{ in}$$

فوج : القسم :

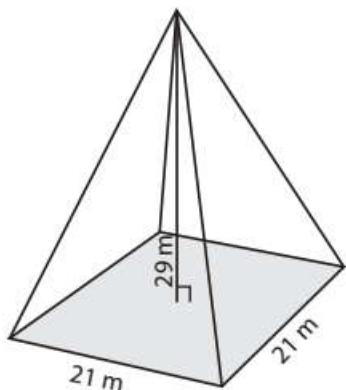
الاسم واللقب :

تدريب: احسب حجم كل هرم في كل حالة، النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$

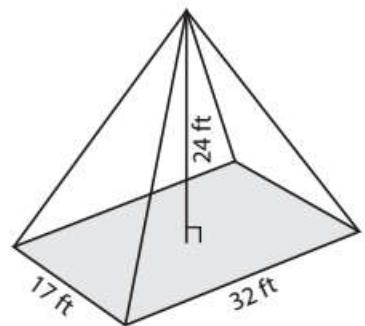
1)



2)



3)

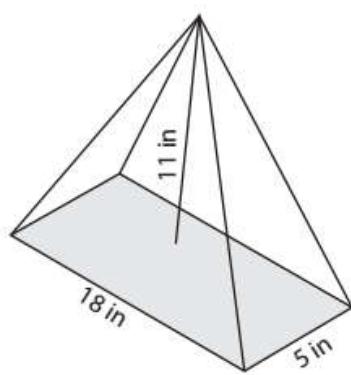


$$v = \dots \dots \dots \dots$$

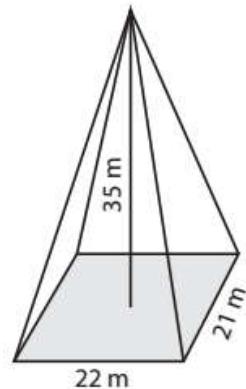
$$v = \dots \dots \dots \dots$$

$$v = \dots \dots \dots \dots$$

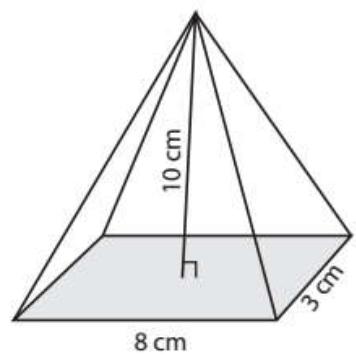
4)



5)



6)

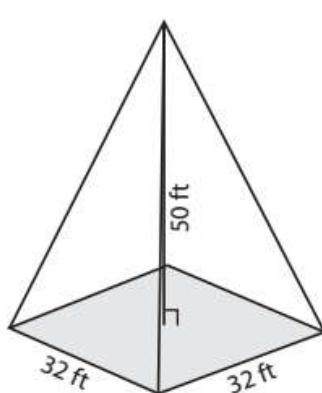


$$v = \dots \dots \dots \dots$$

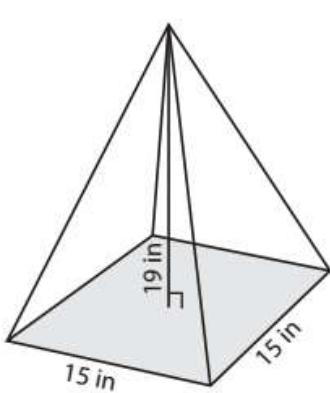
$$v = \dots \dots \dots \dots$$

$$v = \dots \dots \dots \dots$$

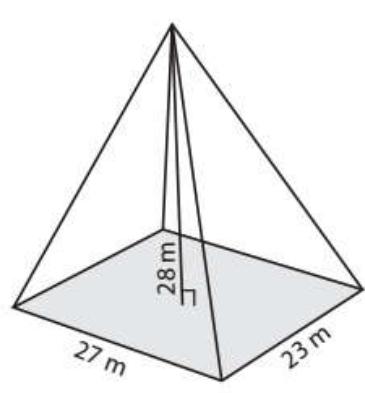
7)



8)



9)



$$v = \dots \dots \dots \dots$$

$$v = \dots \dots \dots \dots$$

$$v = \dots \dots \dots \dots$$

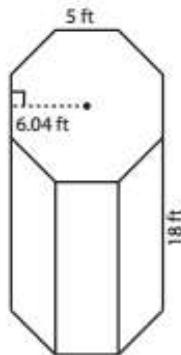
فوج :

القسم :

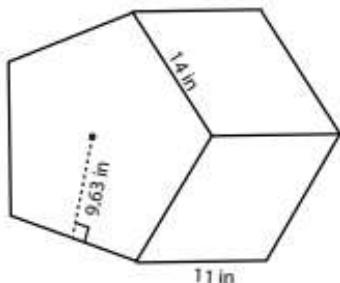
الاسم واللقب :

تدريب: احسب حجم كل المجسم في كل حالة . النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$

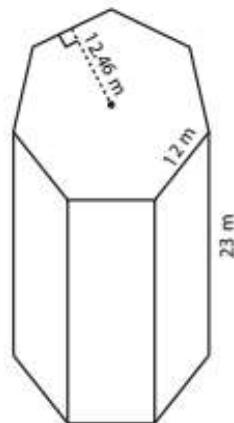
1)



2)



3)

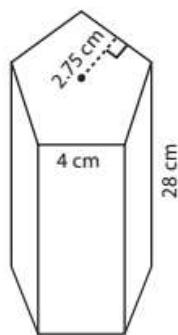


$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

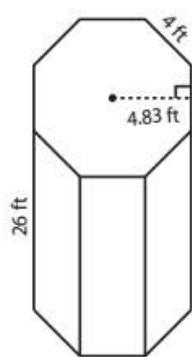
$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

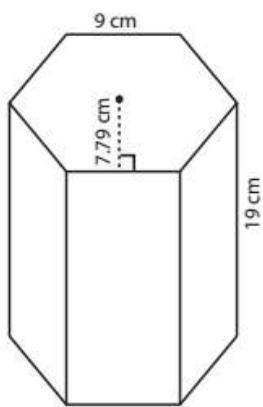
4)



5)



6)

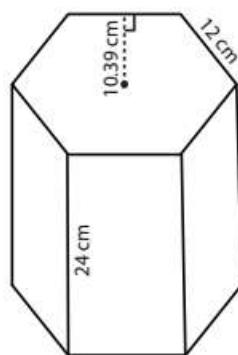


$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

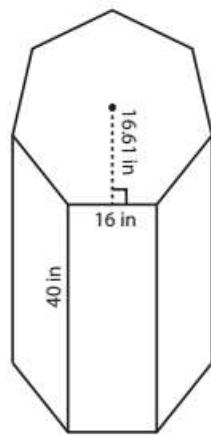
$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

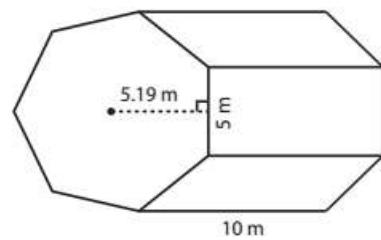
7)



8)



9)



$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

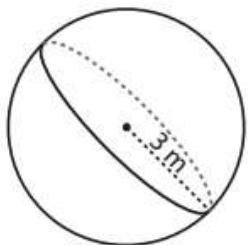
فوج :

القسم :

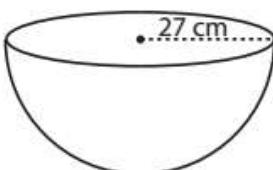
الاسم واللقب :

تدريب: احسب حجم كل المجسم في كل حالة . النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$ ($\pi = 3.14$)

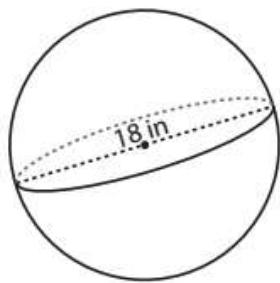
1)



2)



3)

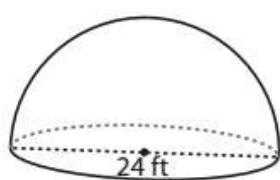


$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

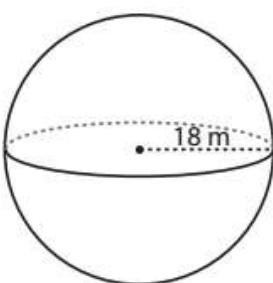
$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

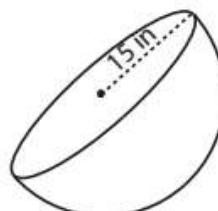
4)



5)



6)

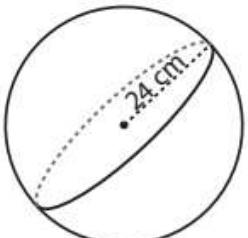


$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

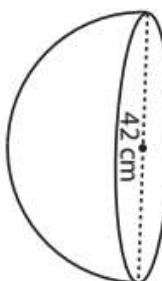
$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

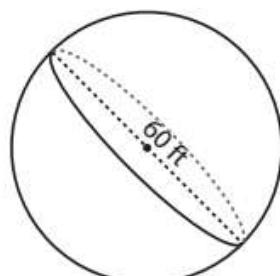
7)



8)



9)

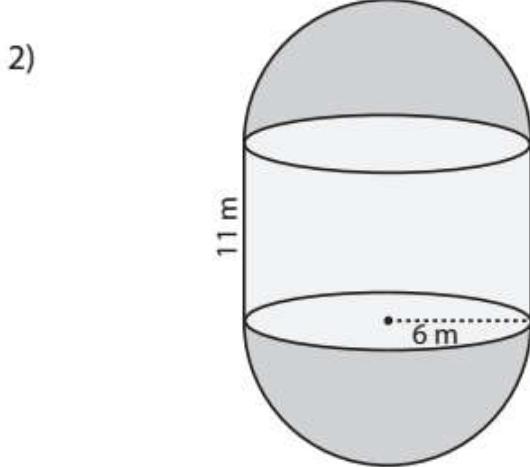
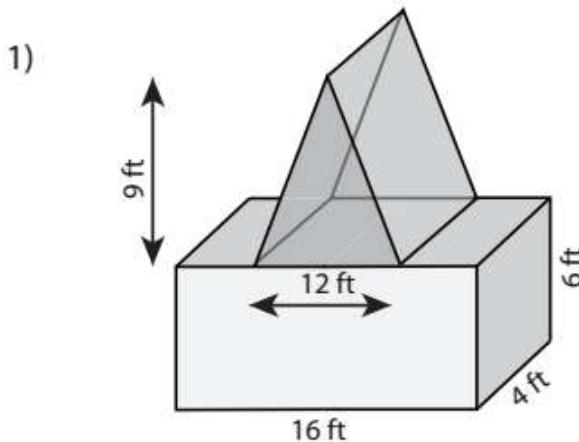


$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

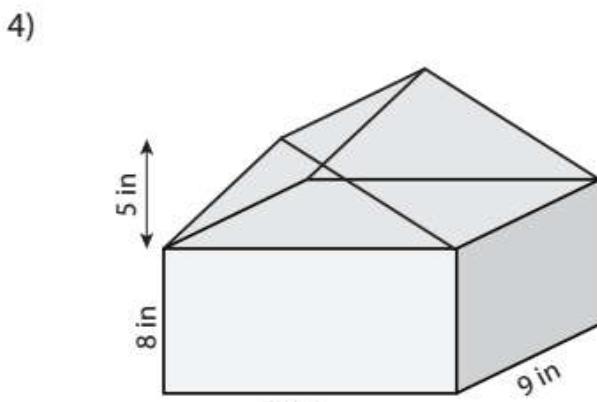
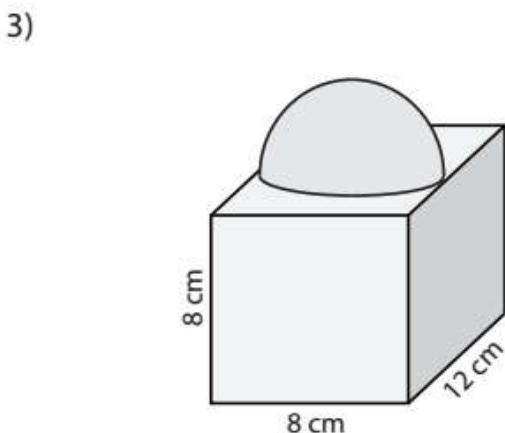
تدريب: احسب حجم كل المجسم في كل حالة . النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$ ($\pi = 3.14$)



$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

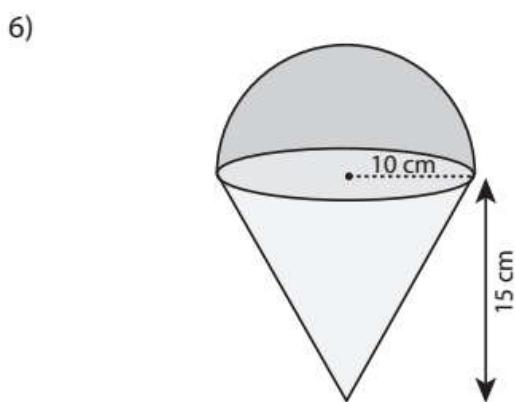
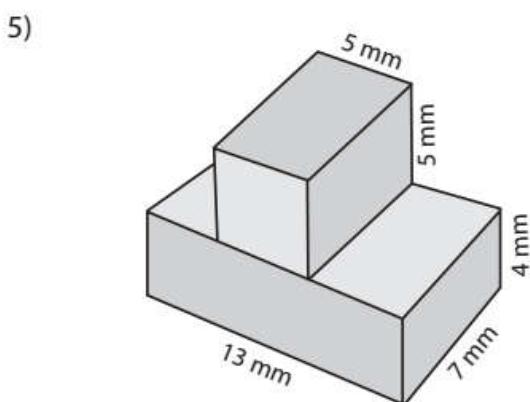
$v = \dots \dots \dots \dots \dots$



$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$



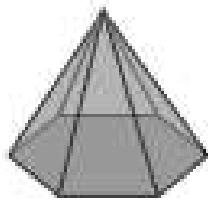
$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

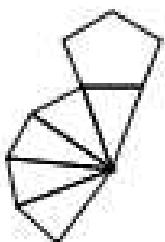
$v = \dots \dots \dots \dots \dots$

تدريب: اختر منشور (تصميم) المجسم في كل حالة.

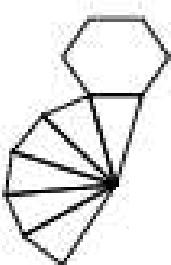
1)



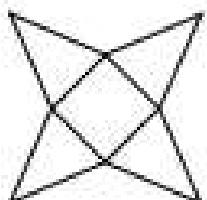
a)



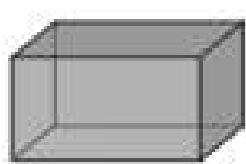
b)



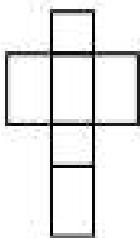
c)



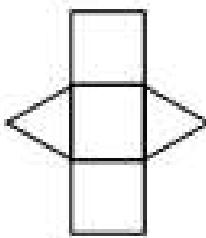
2)



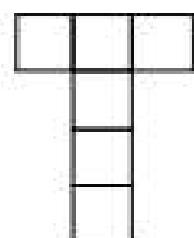
a)



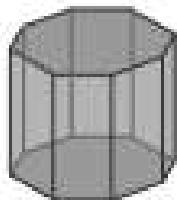
b)



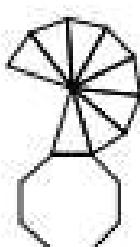
c)



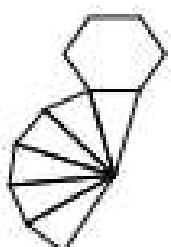
3)



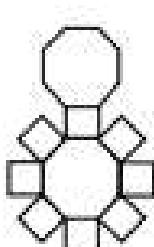
a)



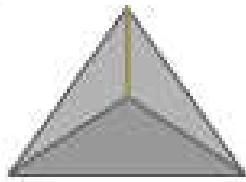
b)



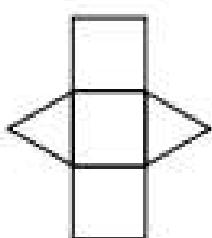
c)



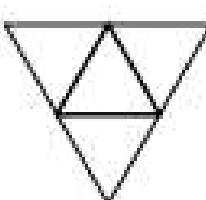
4)



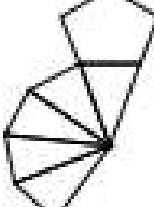
a)



b)



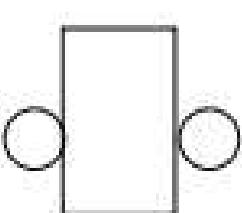
c)



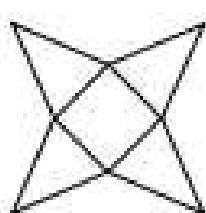
5)



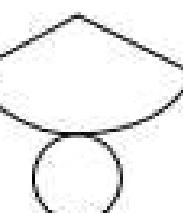
a)



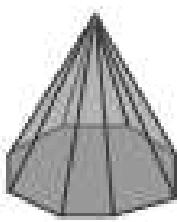
b)



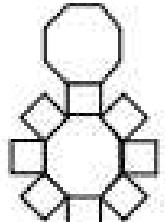
c)



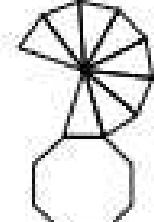
6)



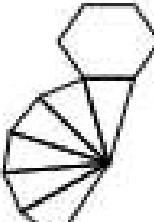
a)



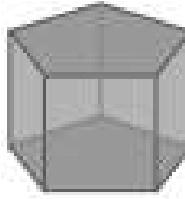
b)



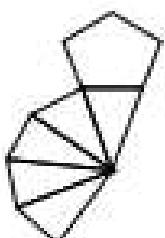
c)



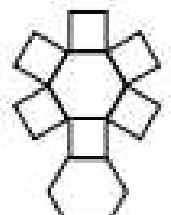
7)



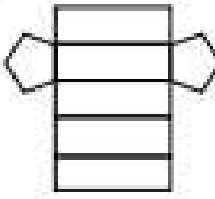
a)



b)



c)



تدريب: اختر منشور (تصميم) المجسم في كل حالة .

