

الهندسة في الفضاء (منهجية درس)
الهندسة في الفضاء (القطوع درس)
التكبير - التصغير (التأثير على المساحات درس)
القطوع المستوية
القطوع المستوية للمجسمات (مستوي مواز لوجه)
التكبير - التصغير
تمارين من شهادات (الجزء الأول)
تمارين من شهادات (الجزء 2)
التدريب على حساب الحجم

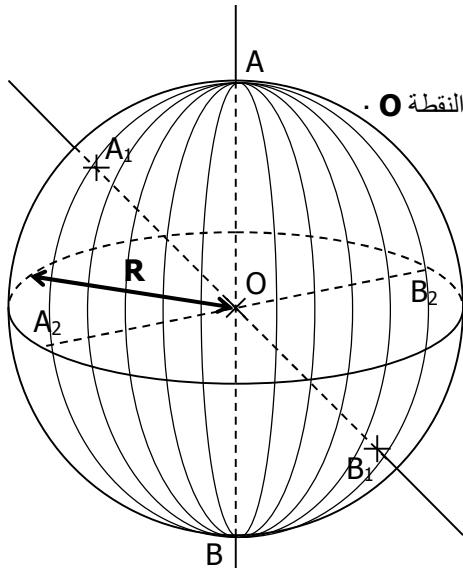
المحتوى	الكفاءات المستهدفة	التعليق
الكرة .	معرفة أن مقطع كرة بواسطة مستوي هو دائرة . ومعرفة كيفية وضع مركز هذه الدائرة وحساب نصف قطرها مع علم نصف قطر الكرة والمسافة بين المستوي ومركز الكرة. تمثيل الكرة ببعض دوائرها الكبيرة. سنسلط الضوء على الدوائر الكبيرة في الكرة، وعلى أزواج النقاط المتقابلة قطريا. سندرس الحالة الخاصة التي يكون فيها المستوي مماس للكرة.	سنقوم بالربط مع المعرفة التي يمتلكها الطلاب بالفعل في الكرة الأرضي ، خاصة فيما يتعلق بالمسائل المرتبطة بخطوط الطول والعرض.
مسائل في القطوع على المجسمات	معرفة طبيعة قطوع المكعب، و متوازي المستطيلات بمستوي مواز لأحد وجوهه ، أو إلى احد أحرفه .معرفة طبيعة قطوع أسطوانة دورانية بمستوي مواز أو عمودي على محورها. تمثيل وتحديد قطوع مخروط دوراني أو هرم بمستوي مواز للقاعدة.	المعالجات الأولية (قطوع مجسمات من البولسترين على سبيل المثال) تجعل من الممكن تخمين أو توضيح طبيعة القطوع المستوية المدروسة. ستكون هذه فرصة للقيام بحسابات على الأطول واستخدام الخصائص التي تمت معرفتها في محاور أخرى أو سنوات سابقة. بالنسبة للأهرامات ، ستقتصر الأنشطة على تلك التي تركز البحث على الارتفاع والحرف الوجه الجانبي والأهرامات المنتظمة تسمح بإيجاد المضلعات التي تمت دراستها في مكان سابقا .
حسابات على المساحات والحجوم	حساب مساحة سطح الكرة بنصف قطر معين. حساب حجم جلة بنصف قطرها معين.	إن العمل بالقواعد ، الحث على حفظها ، سيسمح بإعادة الاستثمار والحفاظ على المكتسبات في السنوات السابقة: ونقصد مساحات الأسطح وأحجام المجسمات التي تمت دراستها في هذه السنوات.
تأثير التصغير أو التكبير على المساحات أو الحجوم.	معرفة واستخدام حقيقة أنه ، في تكبير أو تصغير بنسبة K ، تضرب مساحة السطح ب K^2 -يضرب حجم الجسم بمقدار K^3 .	بعض الأنشطة ستكون مقارنة للمساحات ،ومن ناحية أخرى مقارنة أحجام ، وهي فرصة للتحكم بالصيغ وتحويل التعبيرات الجبرية يعتمد هذا العمل على ذلك المنجز في الهندسة في الفضاء.

I) الكرة .

a - تعريف:

O نقطة في الفضاء.

نسمى الكرة " التي مركزها O ونصف قطرها R ، هي جميع النقاط في الفضاء التي تقع على مسافة R من النقطة O .



القطع [AB] ، [A1B1] و [A2B2] هي أقطار للكرة.

نقول أن النقطتين A و B متقابلتان قطريا .

ملاحظة : الكرة وداخلها تسمى الجلة ذات المركز O

b. مساحة سطح الكرة .:

مساحة سطح الكرة التي نصف قطرها R تعطي بالعلاقة: $A = 4 \pi R^2$

c. حجم الجلة .:

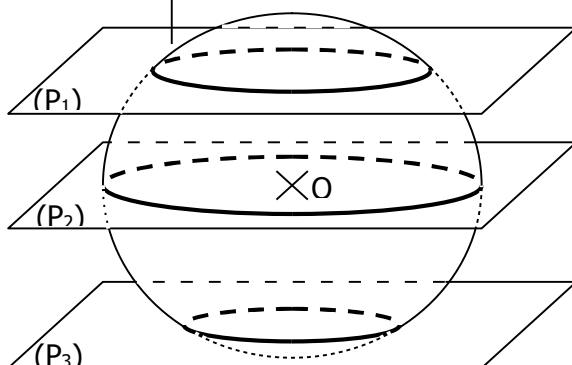
حجم الجلة التي نصف قطرها R تعطي بالعلاقة: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi R^3$ **II. قطع كرة بمستوي.**

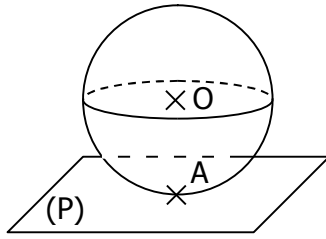
مقطع كرة بمستوي هو دائرة.

ملاحظة:

عندما يمر المستوي بمركز الكرة O (المستوي (P_2) ،

الدائرة لها نفس نصف قطر الكرة. نقول عنها أنها دائرة كبرى للكرة.



**حالة خاصة:**

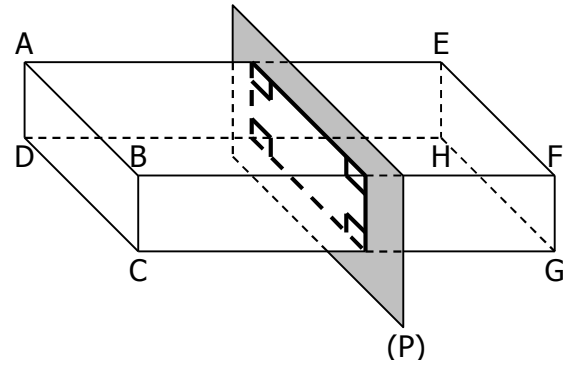
عندما يكون تقاطع الكرة مع المستوي نقطة وحيدة
أي دائرة قطرها معدوم " نقول أن هذا المستوي هو مماس للكرة.

III. قطع بلاطة (متوازي مستطيلات) بمستوي.

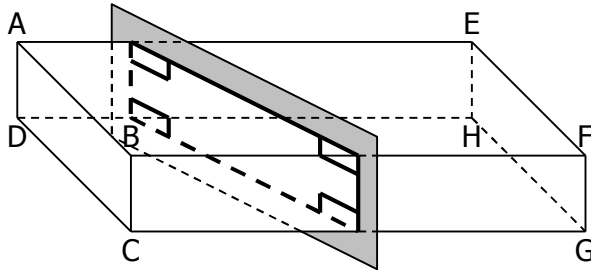
قطع متوازي مستطيلات بمستوي مواز لوجه من وجوهه هو مستطيل مطابق لهذا الوجه.

مثال:

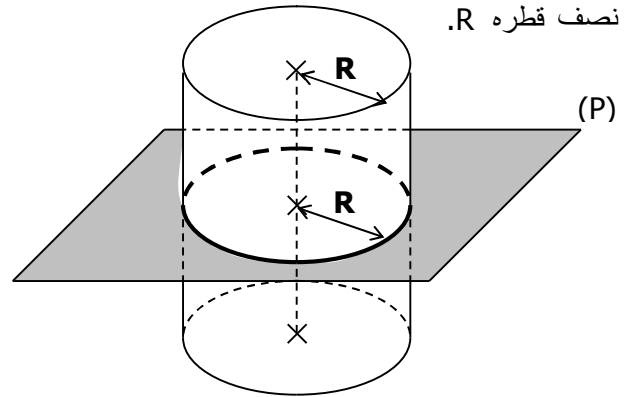
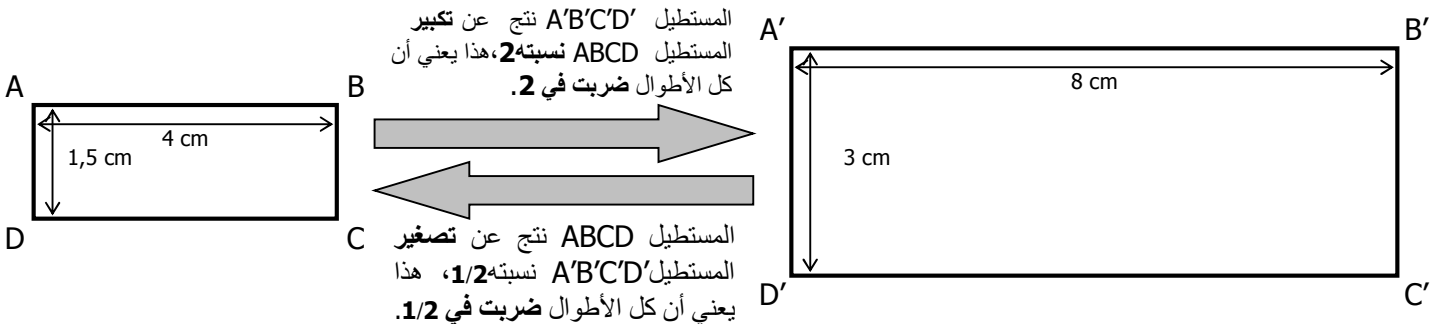
المستوي (P) موازي للوجه ABCD (أو EFGH)

**مثال:**

المستوي (P) يوازي الحرف [AD] أو [BC] أو [EH] أو [FG]

**IV. مقطع أسطوانة بمستوي.**

مقطع أسطوانة نصف قطرها R بمستوي مواز للقاعدة هو قرص نصف قطره R.

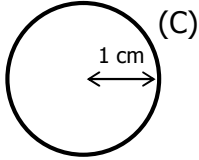
**a. التكبير والتصغير (أمثلة):**

b. تأثير التكبير أو التصغير على المساحات أو الحجوم:

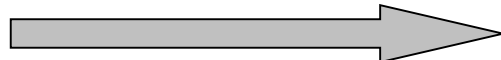
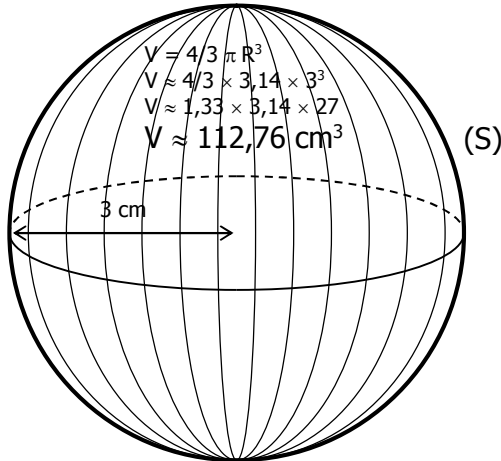
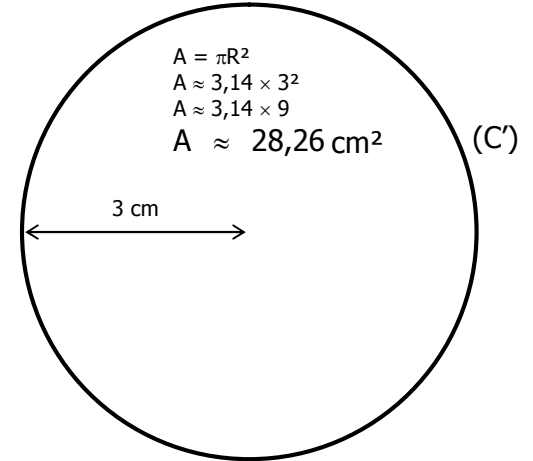
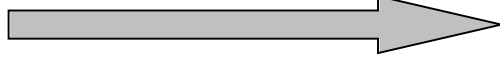
$$A = \pi R^2$$

$$A \approx 3,14 \times 1^2$$

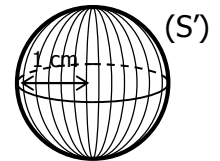
$$A \approx 3,14 \text{ cm}^2$$



تم الحصول على القرص (C') من القرص (C) بتكبير نسبته 3 .
 - تم ضرب الأطوال في 3
 - تتضاعف المساحة بمقدار $3^2 = 9$



تم الحصول على الكرة (S') من الكرة (S) من خلال تصغيرها بنسبة 1/3 .
 - تم قسمة الأطوال على 3 (أو مضروبة في 1/3).
 - تم قسمة الحجم إلى $3^3 = 27$ (أو مضروباً في 1/27).



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V \approx \frac{4}{3} \times 3,14 \times 1^3$$

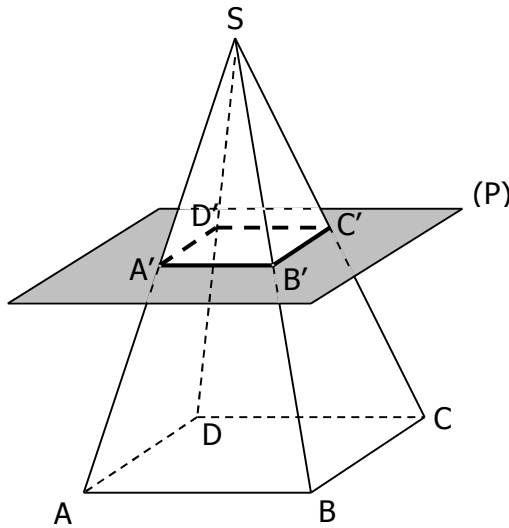
$$V \approx 1,33 \times 3,14 \times 1$$

$$V \approx 4,18 \text{ cm}^3$$

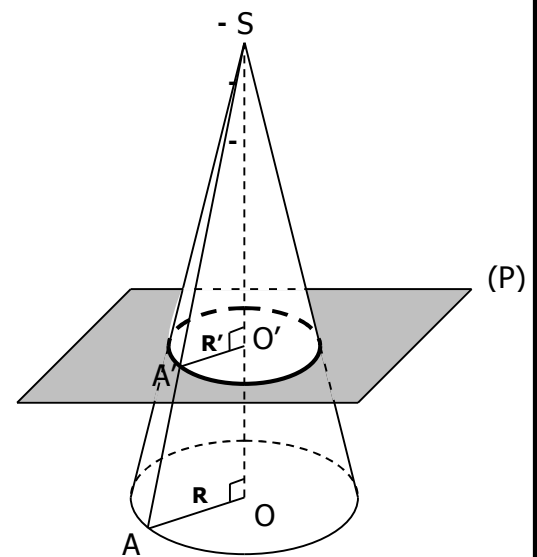
خواص : التكبير والتصغير لا يغيران طبيعة المجسمات. التكبير والتصغير لا يغيران أقياس الزوايا

يسمى العدد k : سلم للتكبير ($k > 1$) أو سلم للتصغير ($0 < k < 1$).

إذا كبرنا أو صغرنا مجسماً بالسلم k فإن : أبعاده تضرب في العدد k . مساحته تضرب في العدد k^2 . حجمه يضرب في العدد k^3 .

c. مقطع هرم أو مخروط بمستوى

مقطع هرم أو مخروط دوراني بمستوى مواز للقاعدة هو تصغير للقاعدة وهذا يعني أنها شكل ذات طبيعة واحدة (مستطيل ، مربع ، قرص ...) ولكن أطواله تتناسب مع أطوال القاعدة.



المخروط الدوراني

الهرم

نستنتج أن :

$$(AB) // (A'B') \quad (BC) // (B'C') \quad (CD) // (C'D') \quad (DA) // (D'A')$$

وحسب خاصية طالس، يمكن أن نكتب :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA} = k$$

إنها نسبة التصغير إذن: ($k < 1$)

نستنتج أن :

$$(OA) // (O'A')$$

وحسب خاصية طالس، يمكن أن نكتب :

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{AO'}{AO} = k$$

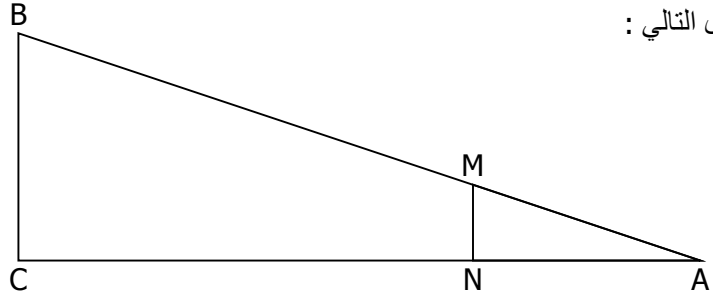
إنها نسبة التصغير إذن: ($k < 1$)

نشاط 2.1

نذكر بقاعدة حساب مساحة مثلث قائم :

$$A = \frac{\text{جدا طول الضلعين القائمين}}{2}$$

نعتبر الشكل التالي :



1. قس أطوال أضلاع « المثلث الصغير » ثم احسب مساحته

مساحة المثلث $A_{AMN} = \dots\dots\dots$

MN =

AN =

AM =

2. قس أطوال أضلاع « المثلث الكبير » ثم احسب مساحته

مساحة المثلث $A_{ABC} = \dots\dots\dots$

BC =

AC =

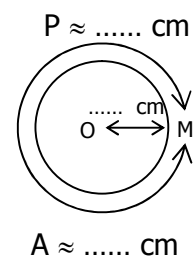
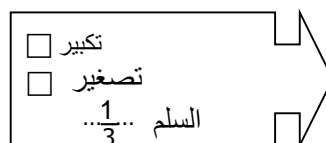
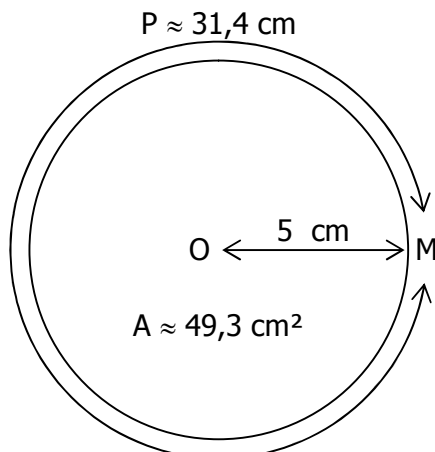
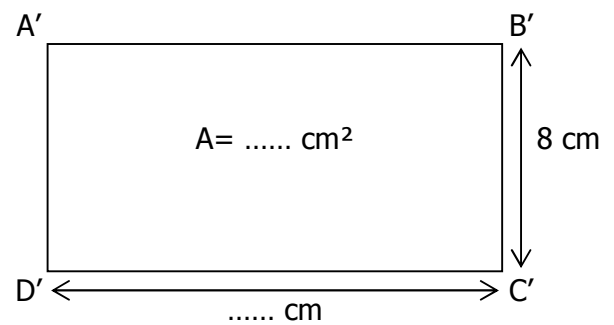
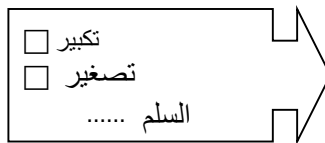
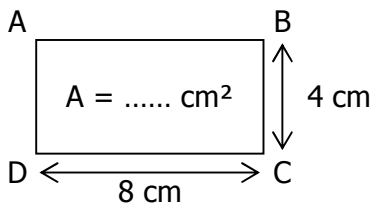
AB =

يمكن تطبيق على المثلثين « خاصية طالس » لان أطوال أضلاعها فعليا متناسبة , نستنتج بان أطوال المثلث الصغير الأضلاع مضروبة في معامل تكبير لنصل إلى أطوال أضلاع الكبير .
 3. a. ما هو معامل التكبير ؟

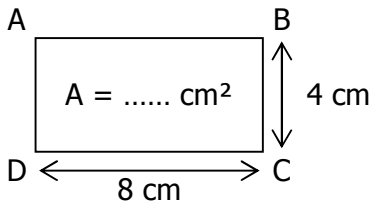
نتيجة : معامل التكبير k ، للحصول على مساحة المثلث الكبير تضرب المساحة المثلث الصغير في

نشاط 2.2

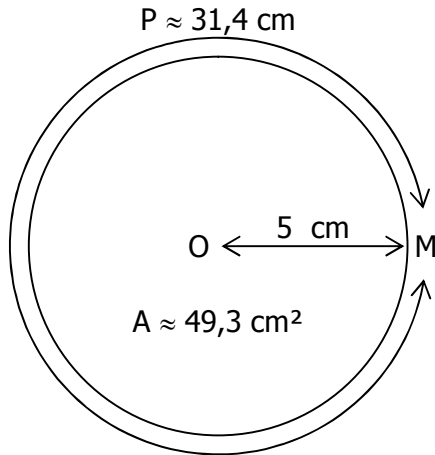
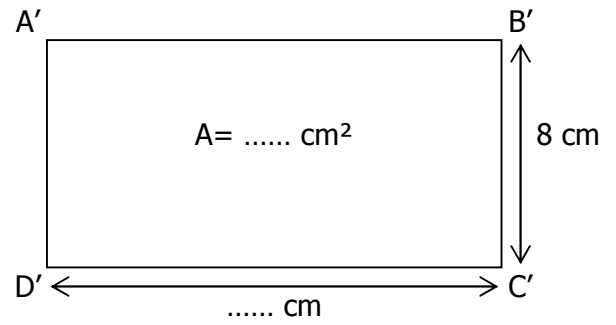
استعمل النتيجة السابقة للحصول على الأطوال والمساحات الناقصة :



تمرين : أوجد الأطوال والمساحات والحجوم الناقصة .

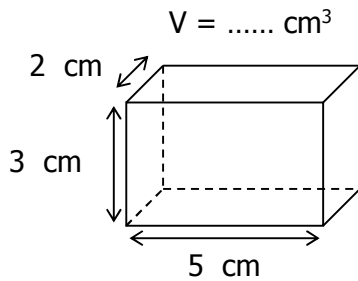
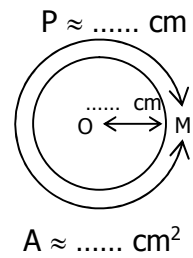


☐ تكبير
☐ تصغير
المعامل ...



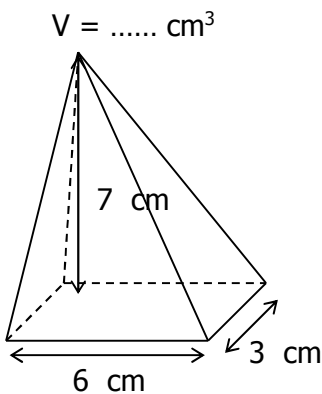
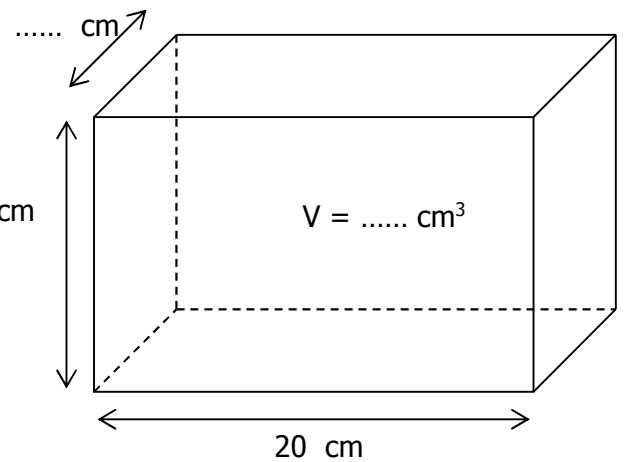
السلم

☐ تكبير
☐ تصغير
السلم

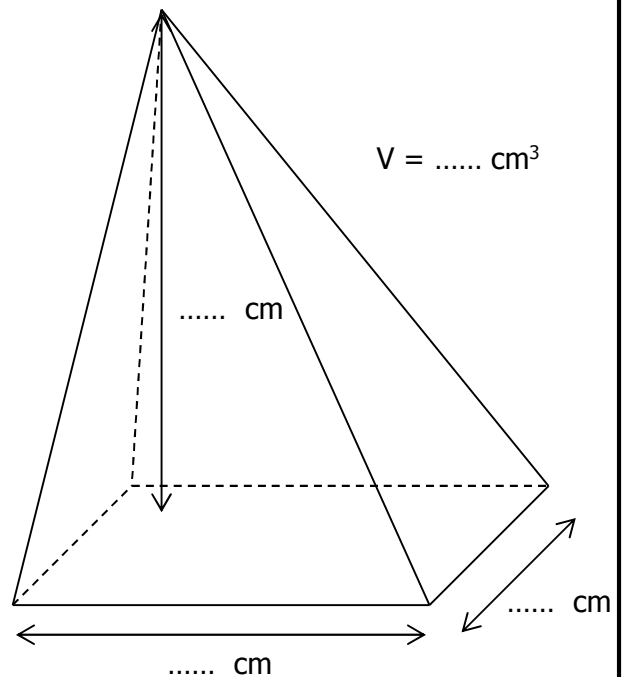


☐ تكبير
☐ تصغير
السلم

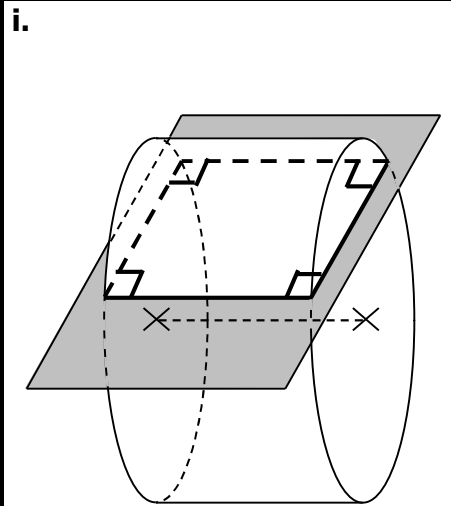
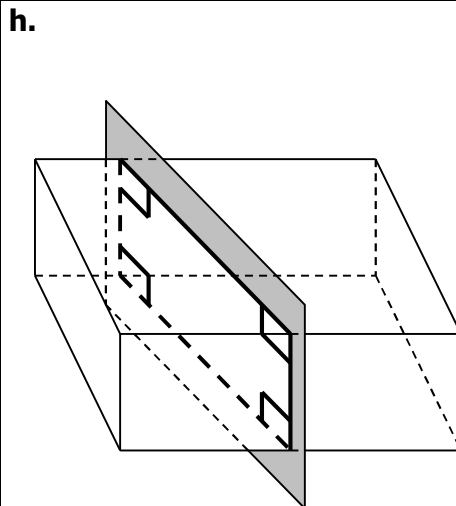
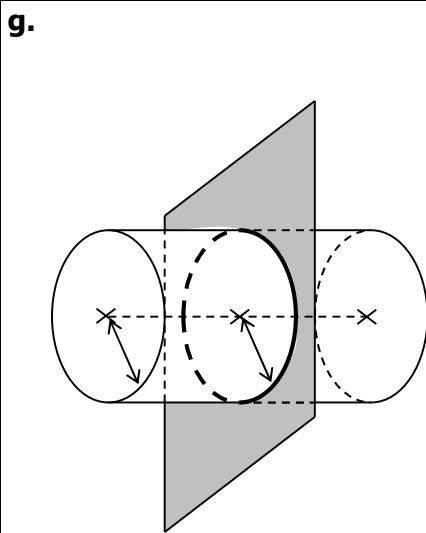
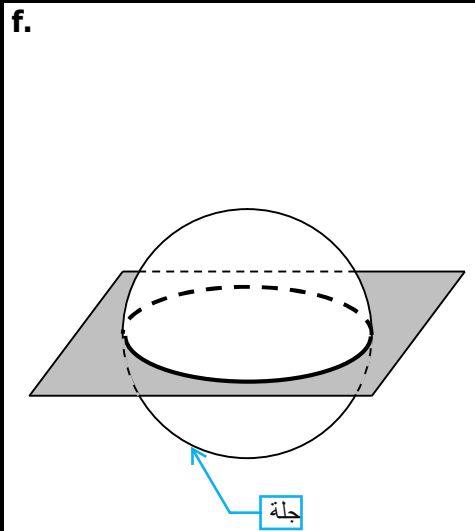
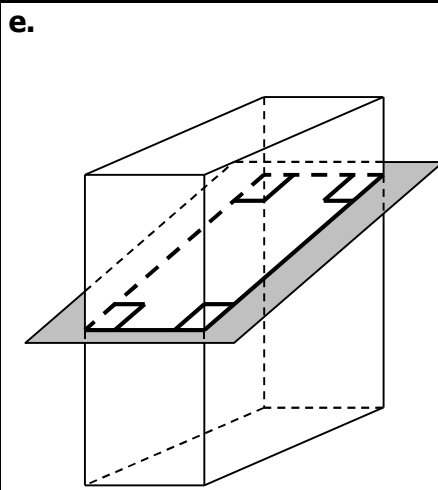
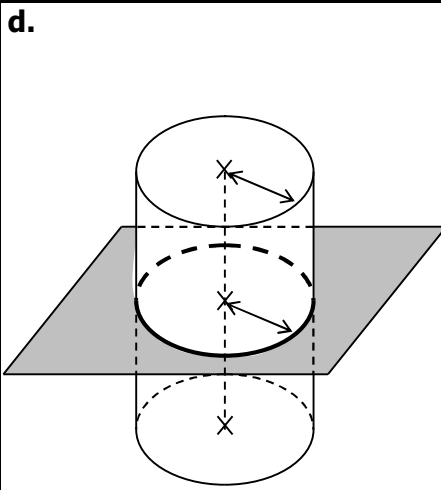
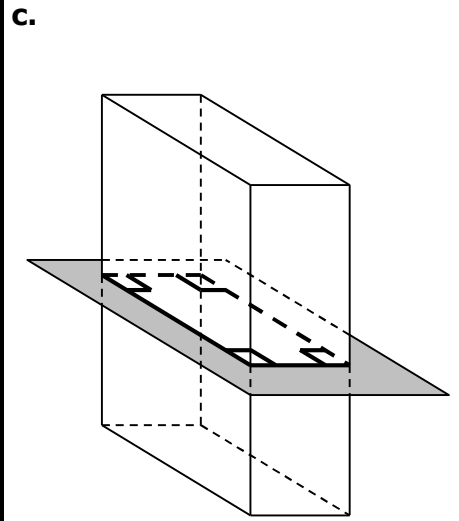
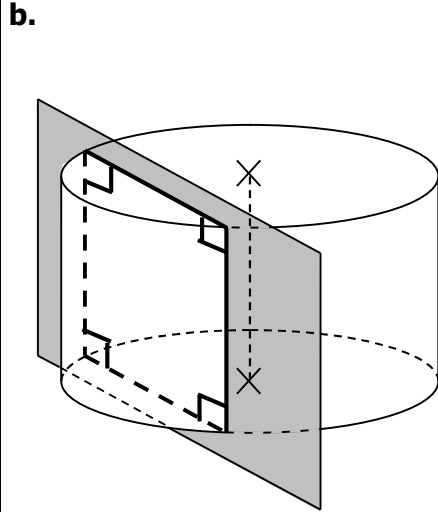
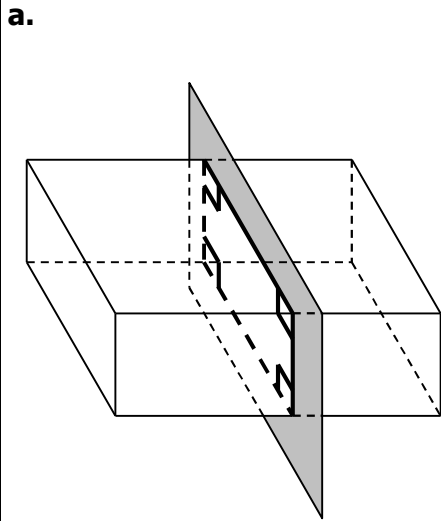
..... cm



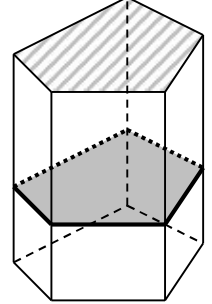
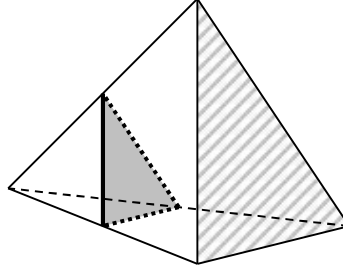
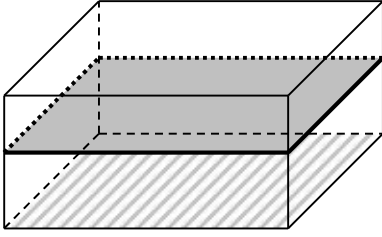
☐ تكبير
☐ تصغير
السلم...5..



تمرين : في كل حالة ، حدد طبيعة القطع المجسم بالمستوى الرمادي .

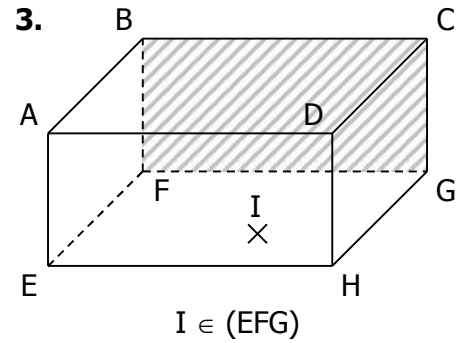
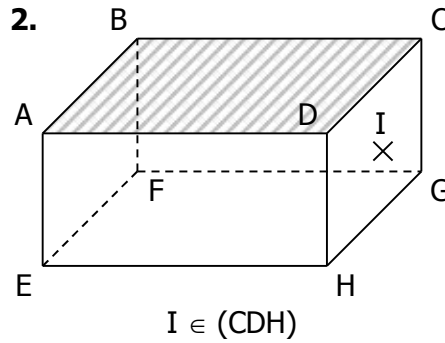
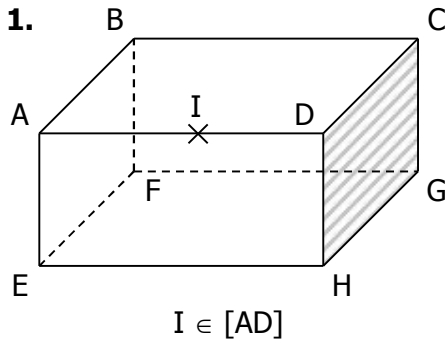


نسمي مقطعا مستويا لمجسم هو تقاطع المستوي بهذا الجسم .
تقاطع كل وجه بالمستوي هو قطعة مستقيمة. أي تقاطع مجسم ذات أوجه بمستوي هو مضلع.
في هذه السلسلة من التمارين، نسعى لتحديد ذلك الجزء من الجسم الناتج من تقاطع مستوي مواز لوجه واحد من الجسم. نحن نستخدم الخاصية التالية: أضلاع المقطع (باللون الرمادي) موازية لحواف الوجه الذي يعرف مستوي القطع (المهشور):

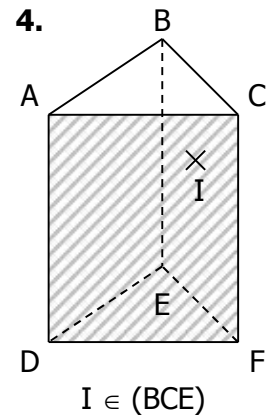
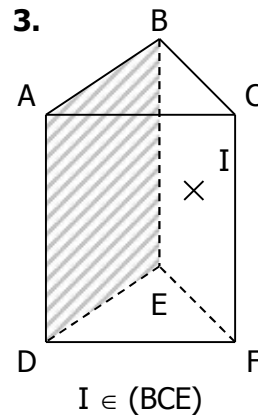
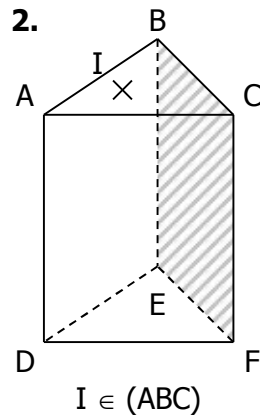
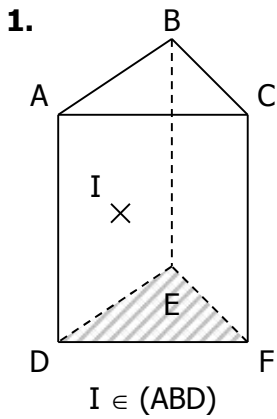


في كل تمرين، ارسم مقطع الجسم مع المستوي يوازي أحد وجوهه المهشورة مارا بالنقطة I

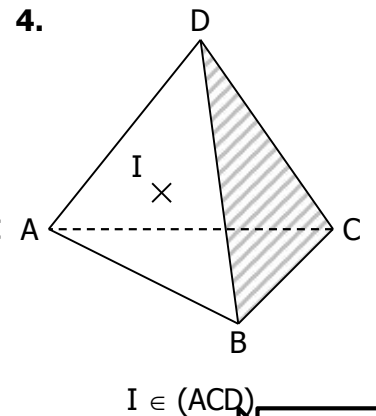
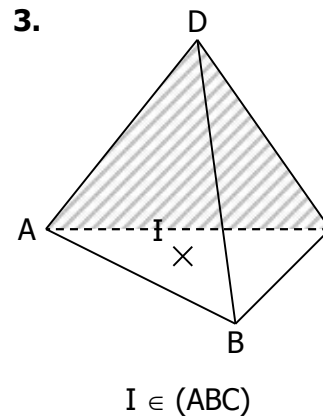
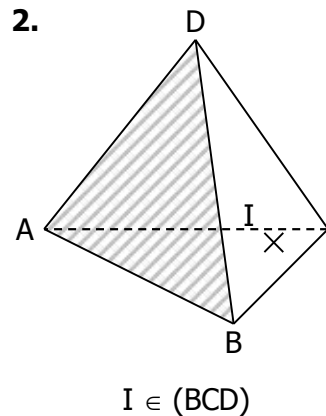
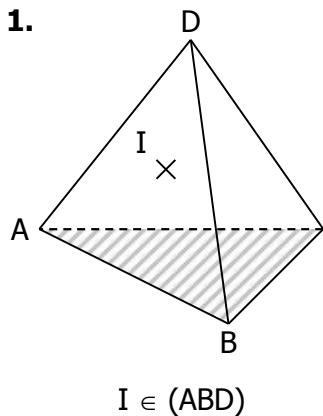
تمرين 1B.1



تمرين 1B.2

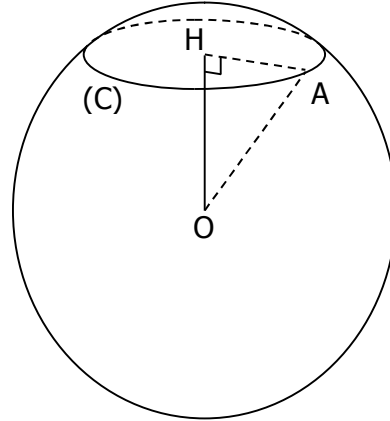


تمرين 1B.3

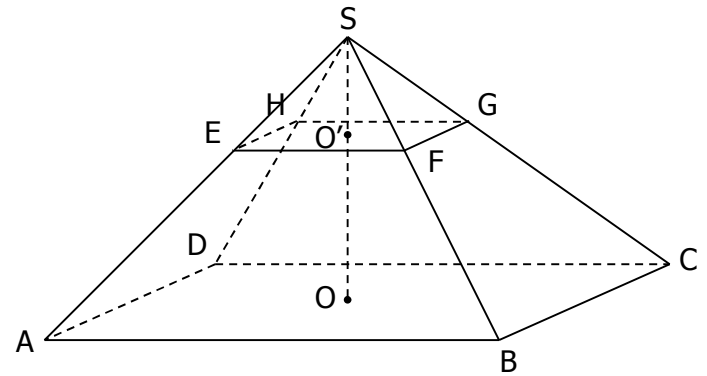


تمرين - 3A.1 مارسيليا

مستوي يقطع كرة مركزها O نصف قطرها 10 cm في دائرة (C) مركزها H
البعد من مركز الدائرة إلى المستوي OH = 6 cm



الرسم ليس بالأبعاد الحقيقية. هذا الشكل يمثل كرة ودائرة (C). A هي نقطة من الدائرة (C).



1. باستخدام الرسم فقط، ارسم بالأبعاد الحقيقية المثلث OHA قائم في H. اترك آثار خطوط الإنشاء.
2. احسب نصف قطر الدائرة (C).

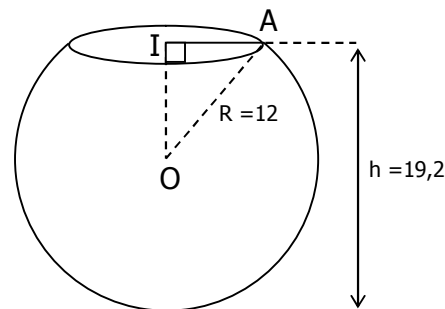
تمرين - 3A.2 بوردو

حوض للأسماك على شكل قلنسوة كروية (انظر الشكل أدناه)، الفوهة دائرة نصف قطرها R = 12 وارتفاعه h = 19.2 (بالسنتيمتر).

- 1- احسب الطول OI ثم الطول IA.
- 2- تعطي كيفية حساب حجم الحوض بالصيغة:

$$V = \frac{\pi h^2}{3} (3R - h)$$

(حيث R هو نصف قطر الكرة و h هو ارتفاع الحوض)
احسب القيمة المقربة لحجم هذا الحوض إلى cm³.



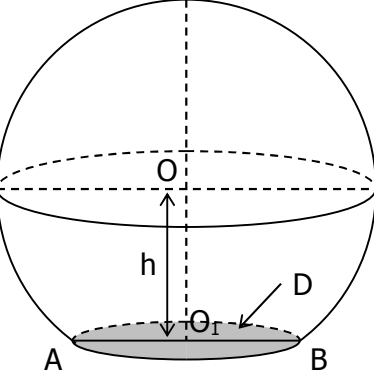
3- توجد 6 لترات من المياه في هذا الحوض. عند تغيير مياه الحوض، ونسكب محتوياته في حاوية على شكل متوازي مستطيلات طوله 26 cm وعرضه 24 cm. حدد ارتفاع المياه في الحاوية بالتقريب إلى mm.

تمرين - 3A.3 كان

نجار يريد تشذيب مكعب طول حرفه 10 cm ليحصل على جلة من الخشب قطرها ليتم تركيبها على درابزين السلالم.

1- حدد حجم الخشب المزاح (بـ cm³) بتشذيب المكعب.

2- ثم يتم قطع جزء من الجلة لتتمسك في مكانها. السطح الناتج قرص D "مركزه O₁ وقطره AB" = 5 cm



احسب كم يبعد مركز الجلة (h في الشكل) على مركز القطع بتقريب إلى المليمتر mm.

للتذكير:

حجم الكرة من دائرة نصف قطرها R هو : $\frac{4}{3} \pi R^3$

تمرين - 3A.4 نانت

علبة من الشوكولاتة على شكل هرم قاعدة مربعة، وقطع بمستوي مواز للقاعدة. الجزء الهرم العلوي هو الغطاء، ويحتوي الجزء السفلي على الشوكولاتة.

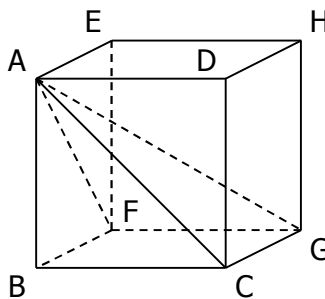
نعطي: AB = 30 cm SO = 18 cm SO' = 6 cm

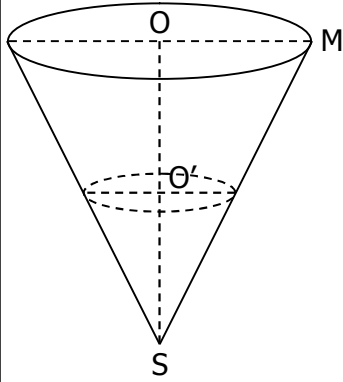
1. احسب حجم الهرم SABCD.
2. استنتج حجم الهرم SEFGH.
3. احسب حجم المجسم ABCDEFGH التي تحوي الشوكولاتة.

تمرين - 3A.5 بولينيزيا

مكعب ABCDEFGH طول حرفه 6 cm

1. احسب AC، أعط القيمة مضبوطة.
2. نقبل بأن المثلث ACG قائم في C.
3. احسب AG بأعطاء القيمة مضبوطة ثم القيمة المدورة إلى mm.
3. نعتبر ABCGF هرما، احسب حجمه.



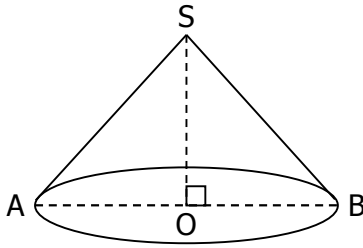


تمرين 3B.4 جزر الأنتيل
الحاوية المقابلة لها شكل
مخروطي أبعادها $OM = 5\text{cm}$
و $OS = 10\text{cm}$.
1. احسب بـ cm^3 حجم الحاوية
(أعط قيمة تقريبية إلى العشر).
2. يتم تعبئة الحاوية بالماء إلى
النقطة O' ؛ $O'S$ يساوي
 $5,3\text{cm}$ من المعروف أن
المخروط المكون من السائل هو
تصغير للمخروط الأول

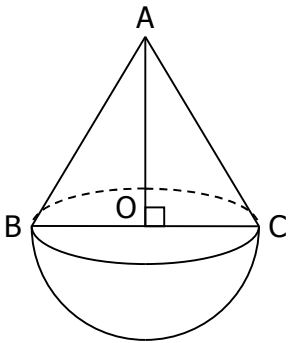
- حدد معامل التصغير.
- احسب قيمة التقريبية لحجم الماء.
- احسب ظل الزاوية \hat{SMO} .
- أعط قيمة تقريبية لـ \hat{SMO} إلى أقرب درجة.

تمرين 3B.5 بواتيه

مخروط دوراني قمته
النقطة S ؛ ارتفاعه 9cm
قاعدتها عبارة عن دائرة
ذات المركز O ونصف
قطرها 6cm ، وبالتالي
تكون القطعة [AB] قطر
لها .
لا يطلب إعادة رسم الشكل.



- احسب حجم هذا المخروط. بالتقريب إلى 0.1cm^3
 - احسب الطول SA بتقريب 0.1cm .
- تمرين 3B.6 غرونوبل



الوحدة هي السنتيمتر. لعبة لها
شكل نصف كرة يعلوها مخروط
دوراني قمته A ، كما هو موضح
في الشكل المقابل. القطعة [BC]
هي قطر قاعدة المخروط: النقطة
O هي مركز القاعدة

نعطي: $AB = 7$ و $BC = 6$.

- ارسم المثلث AOB بالأبعاد الحقيقية.
 - احسب القيمة المضبوطة لـ AO.
 - احسب القيمة الدقيقة لجيب الزاوية \hat{BAO} .
- ثم استنتج قيس الزاوية \hat{BAO} (أعط النتيجة بالتدوير إلى الدرجة).
2. احسب حجم هذه اللعبة ، المخروط ونصف الكرة معا (أعط النتيجة
بالتدوير إلى cm^3)

تمرين 3B.1 ريونيون

SABC هو هرم قمته S

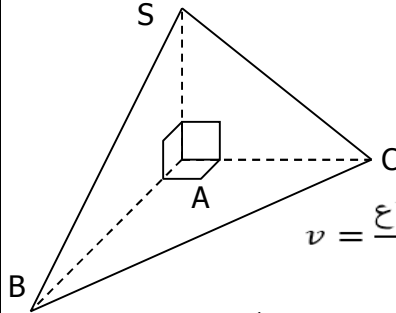
القاعدة ABC هي مثلث متساوي الساقين في A حيث :
 $AC = 3\text{cm}$

الارتفاع [SA] طوله 4cm .

1. احسب حجم الهرم SABC.

تذكير: حجم الهرم V يعطى
بالعلاقة التالية:

$$V = \frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{3}$$



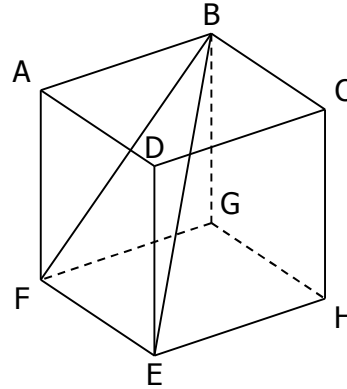
2. ا. ارسم المثلثات ASC ، ASB ، ABC بالأبعاد

الحقيقية كلا على حدى.

ب. استنتج كيف ترسم المثلث BCS بالأبعاد الحقيقية دون حساب

تمرين 3B.2 تركيا

الشكل أسفله هو بلاطة قائمة من خشب منها نقطع الهرم ADEFB.



$AB = 4\text{cm}$

$AF = 4\text{cm}$

$BD = 5\text{cm}$

- النقطة A هل هي على
المستقيم (HG) ؟
- ارسم بالأبعاد الحقيقية
الوجه ABD ثم احسب القيمة
المضبوطة لـ AD.

3. احسب حجم هذا الهرم وبين
أنه يمثل أكثر من 30٪ من
حجم البلاطة القائمة.

تذكرة : حجم الهرم: $\frac{B \times h}{3}$

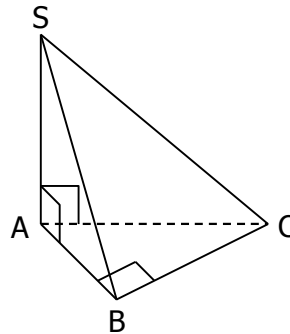
تمرين 3B.3 أفريقيا

يمثل الرسم المقابل هرم SABC

ارتفاعه $SA = 5\text{cm}$ ، وقاعدته

هي المثلث ABC القائم في B

$BC = 3\text{cm}$. $AB = 4\text{cm}$



1. احسب مساحة المثلث ABC ثم حجم الهرم SABC.

2. ارسم مخطط (منشور) هذا الهرم.

(بوصة) $0,394 \text{ in} = 0.033 \text{ ft} = 1 \text{ cm}$ (سنتيمتر)

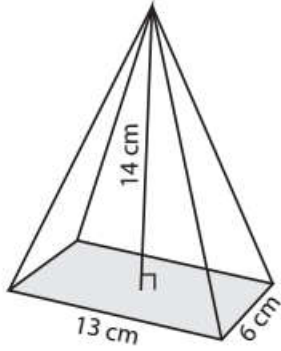
فوج :

القسم :

الاسم واللقب :

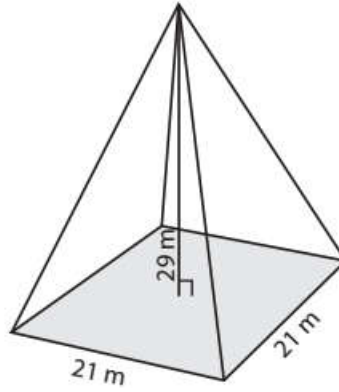
تدريب: احسب حجم كل هرم في كل حالة، النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$

1)



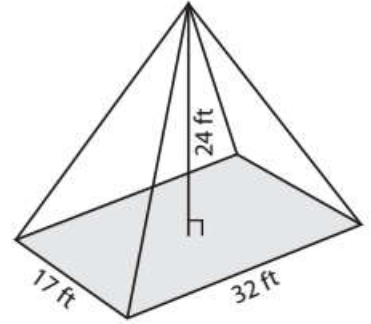
$v = \dots\dots\dots$

2)



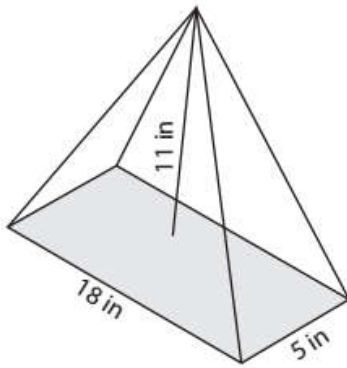
$v = \dots\dots\dots$

3)



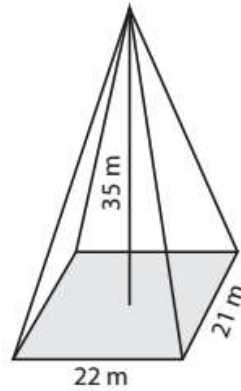
$v = \dots\dots\dots$

4)



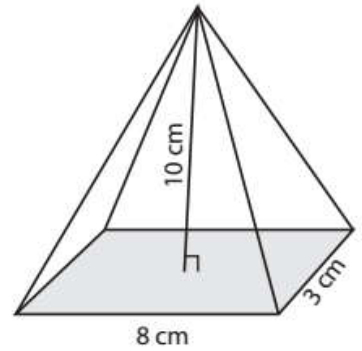
$v = \dots\dots\dots$

5)



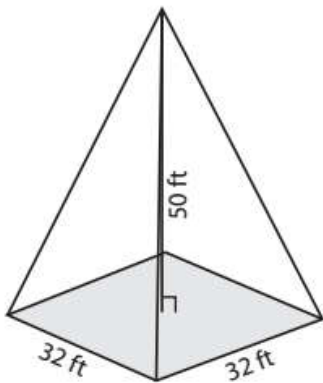
$v = \dots\dots\dots$

6)



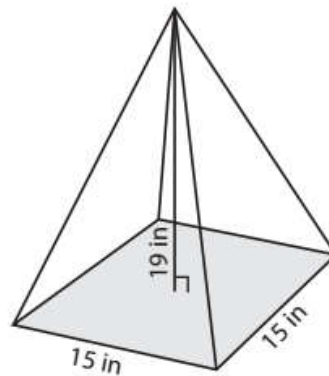
$v = \dots\dots\dots$

7)



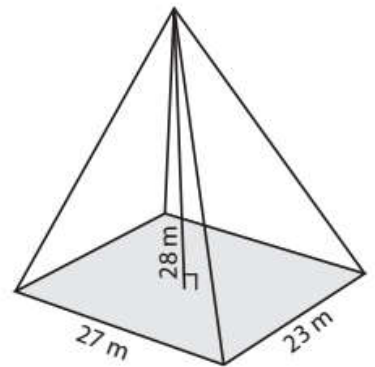
$v = \dots\dots\dots$

8)



$v = \dots\dots\dots$

9)



$v = \dots\dots\dots$

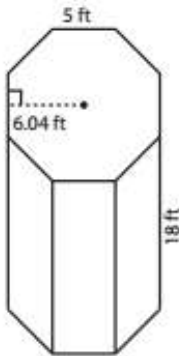
الاسم واللقب :

القسم :

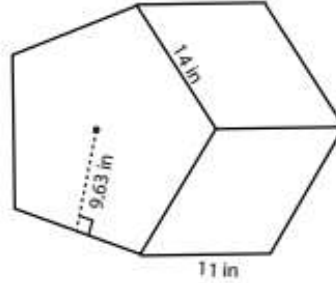
فوج :

تدريب: احسب حجم كل المجسم في كل حالة . النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$

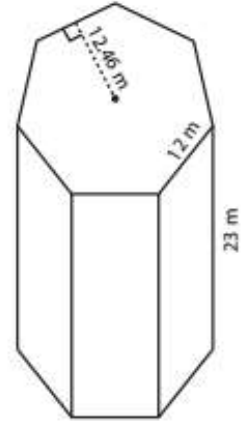
1)



2)



3)

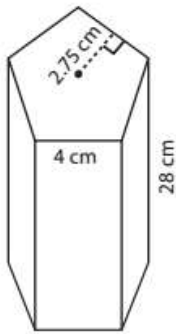


$$v = \dots\dots\dots$$

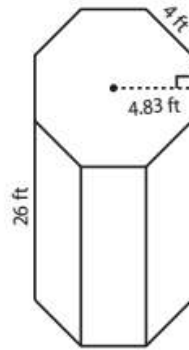
$$v = \dots\dots\dots$$

$$v = \dots\dots\dots$$

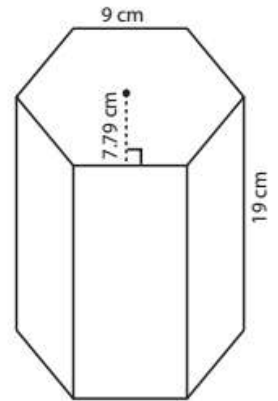
4)



5)



6)

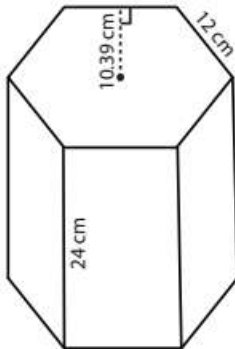


$$v = \dots\dots\dots$$

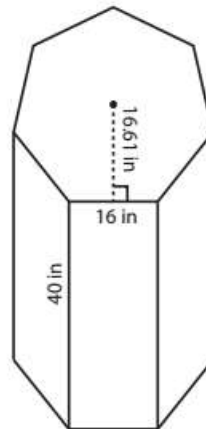
$$v = \dots\dots\dots$$

$$v = \dots\dots\dots$$

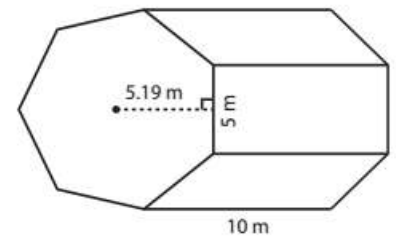
7)



8)



9)



$$v = \dots\dots\dots$$

$$v = \dots\dots\dots$$

$$v = \dots\dots\dots$$

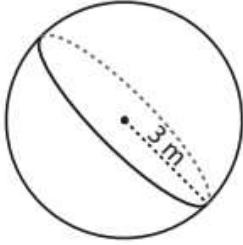
الاسم واللقب :

القسم :

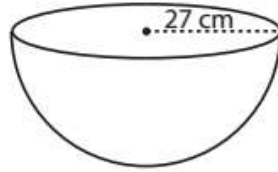
فوج :

تدريب: احسب حجم كل المجسم في كل حالة . النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$ ($\pi = 3.14$)

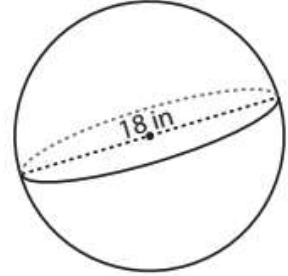
1)



2)



3)

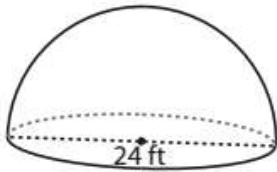


$$v = \dots\dots\dots$$

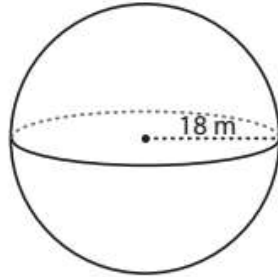
$$v = \dots\dots\dots$$

$$v = \dots\dots\dots$$

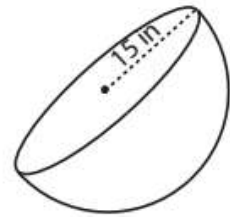
4)



5)



6)

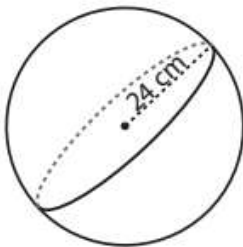


$$v = \dots\dots\dots$$

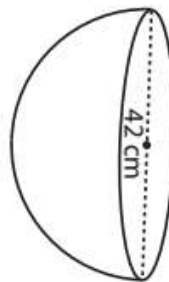
$$v = \dots\dots\dots$$

$$v = \dots\dots\dots$$

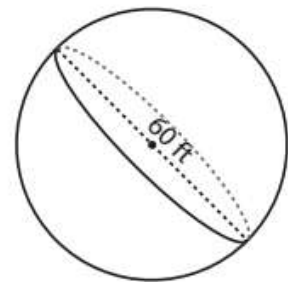
7)



8)



9)



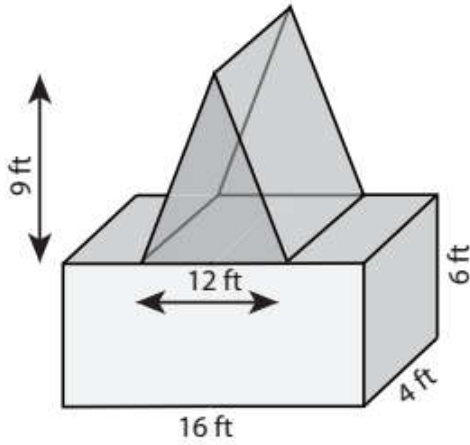
$$v = \dots\dots\dots$$

$$v = \dots\dots\dots$$

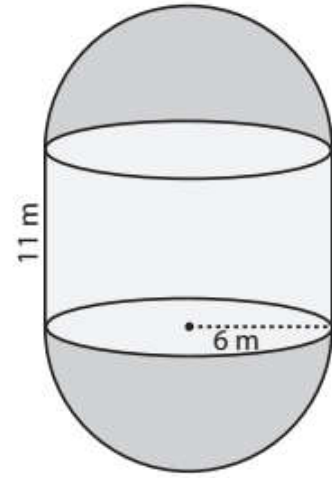
$$v = \dots\dots\dots$$

تدريب: احسب حجم كل المجسم في كل حالة . النتيجة تدور إلى $\frac{1}{100}$ ($\pi = 3.14$)

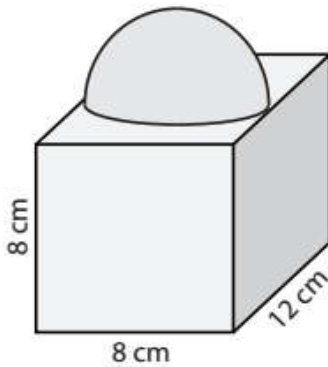
1)



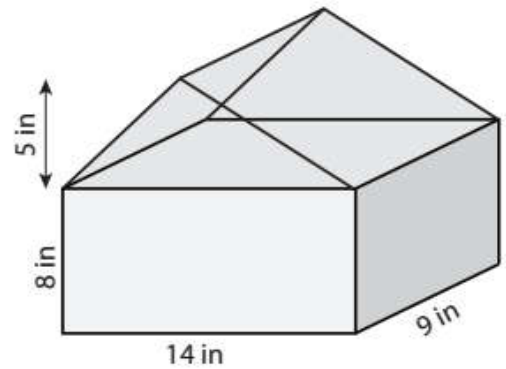
2)

 $v = \dots\dots\dots$ $v = \dots\dots\dots$ $v = \dots\dots\dots$

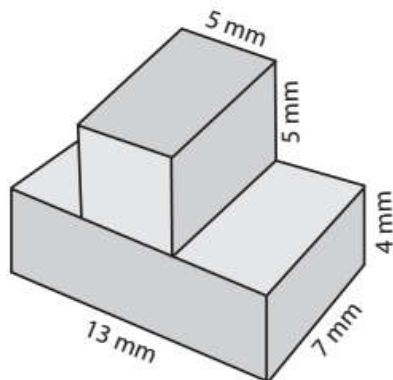
3)



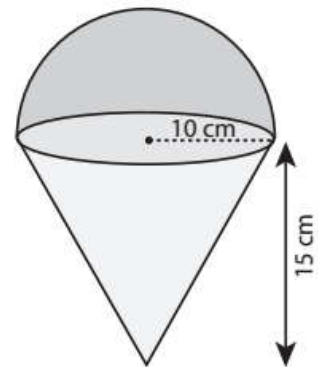
4)

 $v = \dots\dots\dots$ $v = \dots\dots\dots$ $v = \dots\dots\dots$

5)

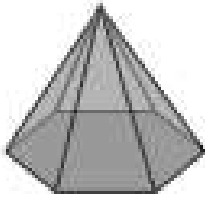


6)

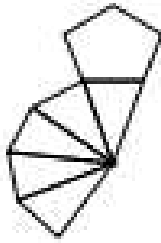
 $v = \dots\dots\dots$ $v = \dots\dots\dots$ $v = \dots\dots\dots$

تدريب: اختر منشور (تصميم) المجسم في كل حالة.

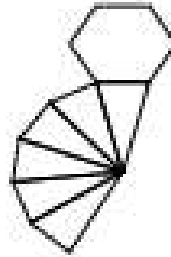
1)



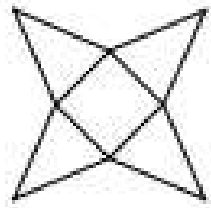
a)



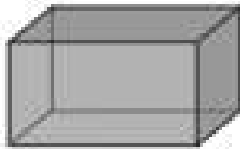
b)



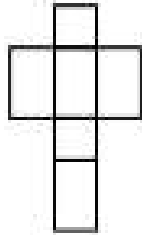
c)



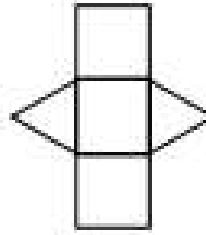
2)



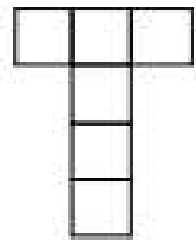
a)



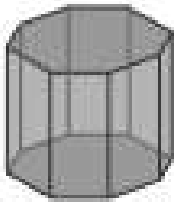
b)



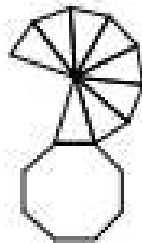
c)



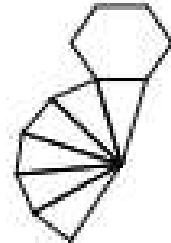
3)



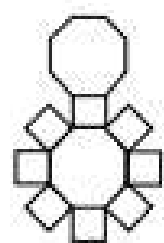
a)



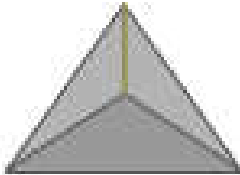
b)



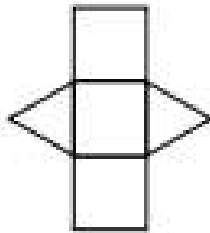
c)



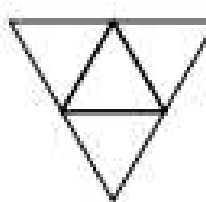
4)



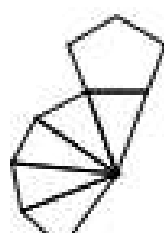
a)



b)



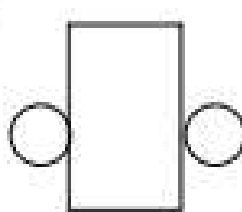
c)



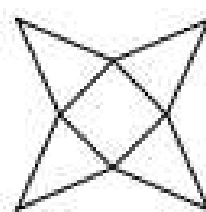
5)



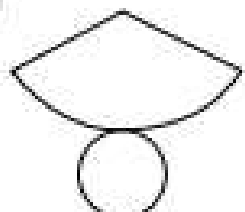
a)



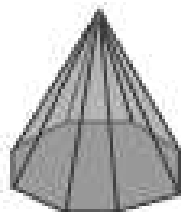
b)



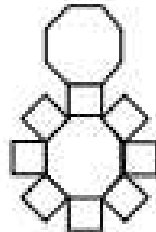
c)



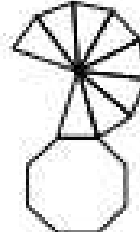
6)



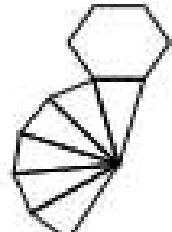
a)



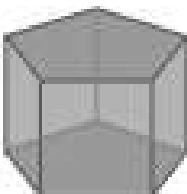
b)



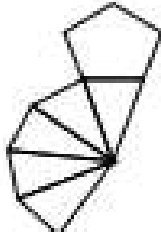
c)



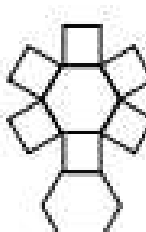
7)



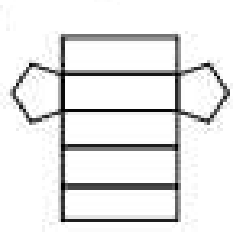
a)



b)



c)



تدريب: اختر منشور (تصميم) المجسم في كل حالة .

