4AM

قراية
9rayadz ديزاد

ملخص مع التمارين لكل المقاطع

للتلاميذ و الأساتذة

السنة الرابعة متوسط

من إعداد الأستاذ : خالدي حسين

★ ملخص و سـلسـلة تـمارين للمقطع الأول الحساب على الجذور والأعداد الناطقة ★

❒ لإيجاد القاسم المشترك الأكبر $PGCD$ للعددين a و b نتبع الخطوات التالية (حيث $a > b$)

❖ خوارزمية إقليدس :

1. ننجز عملية القسمة الإقليدية لـ a على b نسمي الباقي r_1 والحاصل q_1 .
2. ننجز عملية القسمة الإقليدية لـ a على r_1 نسمي الباقي r_2 والحاصل q_2 . وهكذا يكون $PGCD$ للعددين لـ b على a آخر باقي غير معدوم في سلسلة قسمات خوارزمية إقليدس.

مثال :

أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1078 و 322 باستعمال خوارزمية إقليدس .

$$1078 = 322 \times 3 + 112$$
$$322 = 112 \times 2 + 98$$
$$112 = 98 \times 1 + 14$$
$$98 = 14 \times 7 + 0$$

$$\boldsymbol{PGCD(1078\,;322) = 14}$$

❒ لإثبات أنّ عددان أوليّان فيما بينهما ، نتبع الخطوات التالية

1. نحسب الـ $PGCD$ لهذين العددين .
2. إذا كان الـ $PGCD$ يُساوي 1 ، فنقول عن العددين أنّهما أوليان فيما بينهما .

مثال :

أثبت أنّ العددان 19 و 27 أوليان فيما بينهما .

$$27 = 19 \times 1 + 8$$
$$19 = 8 \times 2 + 3$$
$$8 = 3 \times 2 + 2$$
$$3 = 2 \times 1 + 1$$
$$2 = 1 \times 2 + 0$$

$$\boldsymbol{PGCD(27\,;19) = 1}$$

❒ للحصول على كسر غير قابل للإختزال مباشرة بعد عملية إختزال واحدة ، نتبع الخوات التالية :

1. نحسب الـ $PGCD$ لكل من البسط والمقام .
2. نقسم كلا من البسط والمقام على $PGCD$.
3. نتحقق كلا من البسط والمقام لكسر المُختزل أنهما عددان أوليان فيما بينهما .

مثال :

إختزل الكسر $\frac{60}{45}$ ليصبح غير قابل للإختزال

بعد اتباع الخطوات السابقة نجد أنّ : $PGCD(60\,;45) = 15$

ومنه : $\frac{60}{45} = \frac{4\times15}{3\times15} = \frac{4}{3}$ وبما أنّ : $PGCD(4\ ;\ 3) = 1$

فإنّ : $\frac{4}{3}$ غير قابل للاختزال .

التذكير بالمكتسبات القبلية

$$\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k} \qquad \frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k}$$
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd} \qquad \frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$$
$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$
$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \qquad \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$$

مثال :

أحسب العبارتين التاليتين ثم اختزلهما إن أمكن .

$$A = \frac{2}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{8}{21}$$
$$A = \frac{2}{7} - \frac{3\times8}{7\times21}$$
$$A = \frac{2}{7} - \frac{24}{147}$$
$$A = \frac{2\times21}{7\times21} - \frac{24}{147}$$
$$A = \frac{42}{147} - \frac{24}{147}$$
$$A = \frac{18\div3}{147\div3} \qquad \boldsymbol{A = \frac{6}{49}}$$

$$B = \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{4}{5}$$
$$B = \left(\frac{7\times2}{6\times2} - \frac{3\times3}{4\times3}\right) \times \frac{4}{5}$$
$$B = \left(\frac{14}{12} - \frac{9}{12}\right) \times \frac{4}{5}$$
$$B = \frac{5}{12} \times \frac{4}{5}$$
$$B = \frac{20}{60}$$
$$B = \frac{20\div20}{60\div20} \qquad \boldsymbol{B = \frac{1}{3}}$$

◄ التمرين الأول :

إليك العبارة التالية : $A = \frac{140}{60} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7}$

1. العددان 140 و 60 أوليان فيما بينهما علّل ؟
2. أحسب $PGCD$ للعددين 140 و 60 .
3. إختزل العدد $\frac{140}{160}$.
4. أحسب العدد A ثم اختزله .

◄ التمرين الثاني :

إليك العبارة التالية : $A = \frac{1750}{500} - \frac{5}{2} \div \frac{4}{9}$

1. العددان 1750 و 500 ليس أوليان فيما بينهما علّل ؟
2. أحسب $PGCD$ للعددين 1750 و 500 .
3. إختزل العدد $\frac{1750}{500}$.
4. أحسب العدد A ثم اختزله إن أمكن .

◄ التمرين الثالث :

إليك العبارة التالية : $A = \frac{\mathbf{450}}{\mathbf{750}} + \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}} \times \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{7}}$

1. العددان 450 و 750 أوليان فيما بينهما علّل ؟
2. أحسب $PGCD$ للعددين 450 و 750 .
3. إختزل العدد $\frac{450}{750}$ ثم أحسب العدد A.

◄ التمرين الرابع :

إليك العبارة التالية : $A = \frac{\mathbf{1300}}{\mathbf{1820}} + \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}} \div \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$

1. العددان 1820 و 1300 ليس أوليان فيما بينهما علّل ؟
2. أحسب $PGCD$ للعددين 1820 و 1300 .
3. إختزل العدد $\frac{1300}{1820}$.
4. أحسب العدد A ثم اختزله إن أمكن.

◄ التمرين الخامس :

إليك العبارة التالية : $A = \left(\frac{434}{186} - \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{3} \div \frac{8}{7}\right)$

1. العددان 434 و 186 ليس أوليان فيما بينهما علل؟
2. أحسب $PGCD$ للعددين 434 و 186 .
3. إختزل العدد $\frac{434}{186}$.
4. أحسب العدد A و اختزله إن أمكن .

◄ التمرين السادس :

إليك العبارة التالية : $A = \left(\frac{372}{279} - \frac{5}{6}\right) \times \left(\frac{8}{7} - \frac{2}{7}\right)$

1. العددان 372 و 279 ليس أوليان فيما بينهما علل؟
2. أحسب $PGCD$ للعددين 372 و 279 .
3. إختزل العدد $\frac{372}{279}$.
4. أحسب العدد A و اختزله إن أمكن .

◄ التمرين السابع :

1. هل العددان 3150 و 1512 ليس أوليان فيما بينهما ؟ اشرح دون حساب PGCD.
2. أحسب PGCD(3150 ; 1512) .
3. إختزل الكسر $\frac{1512}{3150}$.

❖ لتكن العبارة F حيث : $F = \frac{1512}{3150} + \frac{13}{25}$

4. بيّن أنّ : $F = 1$

◄ التمرين الثامن :

إليك العبارة التالية : $A = \frac{\mathbf{9009}}{\mathbf{10395}} - \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}} \times \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

1. العددان 9009 و 10395 ليس أوليان فيما بينهما علّل ؟
2. أحسب $PGCD$ للعددين 9009 و 10395 .
3. إختزل العدد $\frac{9009}{10395}$.
4. أحسب العدد A ثم اختزله إن أمكن .

◄ التمرين التاسع :

إليك العبارة P حيث : $P = \frac{\mathbf{798}}{\mathbf{285}} - \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}} \times \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}$

1. أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 798 و 285
2. أكتب $\frac{\mathbf{798}}{\mathbf{285}}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال
3. أحسب وبسّط العدد P

◄ التمرين العاشر :

ليكن العددان A و B حيث :

$$A = \frac{12.6 \times 10^{-11} \times 1.5 \times 10^{8}}{70 \times 10^{-6}}$$

$$B = \frac{414}{A} + \frac{1}{3} \div \frac{5}{6}$$

1. أعط الكتابة العلمية للعدد A .
2. هل العددان 270 و 414 أوليان فيما بينهما ؟ علّل .
3. أكتب العدد B على شكل كسر غيلر قابل للاختزال .

◄ **التمرين الحادي عشر :**

ليكن العددان A و B حيث :

$$A = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{2}$$

$$B = \frac{156 \times 10^3 \times 8 \times 10^{-5}}{6 \times 10^7}$$

1. بيّن أنّ العدد A ناطق.
2. أكتب العدد B كتابة علمية .
3. أحسب العدد حيث : $\frac{1}{A} = \frac{3A}{27}$

◄ **التمرين الثاني عشر :**

1. أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 508 و 1778
2. أكتب $\frac{1778}{508}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال
3. أحسب العدد E حيث : $E = \frac{1778}{508} - \frac{3}{2} \times \frac{9}{5}$

◄ **التمرين الثالث عشر :**

1. أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 2457 و 1755
2. أكتب $\frac{1755}{2457}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال
3. أحسب العدد E حيث : $E = \frac{1755}{2457} + \frac{3}{7} \div \frac{5}{4}$

◄ **التمرين الرابع عشر :**

ليكن العددان A , B و C حيث :

$$A = \frac{2.5 \times 10^{-27} \times 3 \times (10^4)^3}{5^2 \times 10^{-9}}$$

$$B = \frac{-5}{8} + \frac{15}{6} \div \frac{2}{3} \quad ; \quad C = 7^2 \times 11 \times (3^2)^3$$

1. أعط الكتابة العلمية للعدد A .
2. أكتب العدد B على شكل كسر غير قابل للاختزال..
3. بيّن أنّ العدد C يقبل القسمة على $C = 7^2 \times 3^2$

◄ **التمرين الخامس عشر :**

y و x عددان طبيعيان غير معدومين بحيث :

$$x + y = 55 \quad ; \quad PGCD\ (x\,; y) = 11$$

1. أوجد العددان $x\,; y$ (أوجد جميع الحلول الممكنة)

◄ **التمرين السادس عشر :**

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم بقسمة كل من 150 و 90 على x نحصل على الباقيين 3 و 6 على الترتيب

1. جد أكبر قيمة للعدد x .

◄ **التمرين السابع عشر :**

1. أوجد العدد x حيث : $PGCD\ (528\,; 561) = x$
2. تحقق حسابيا أن : $x^2 - 30x - 99 = 0$
3. جد نسبة غير قابلة للاختزال تساوي $\frac{528}{561}$.

◄ **التمرين الثامن عشر :**

a عدد طبيعي , عيّن a إذا علمت أنّ :

$$PGCD\ (a + 24\,; a) = 12$$

◄ **التمرين التاسع عشر :**

y و x عددان طبيعيين بحيث :

$$507x - 3y = 3x + 645y$$

1. أحسب الكسر $\frac{x}{y}$ و اكتب الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال .
2. اكتب الكسر $\frac{x}{y}$ كتابة عشرية ثم كتابة علمية وعيّن رتبة مقداره .

◄ **التمرين عشرون :**

1. أحسب القاسم المشترك للعددين A و B حيث :

$$A = 203 \quad ; \quad B = 319$$

2. بيّن أنّ :

$$PGCD\ (A - B\,; A + B) = 2 \times PGCD\ (A\,; B)$$

◄ **التمرين الواحد والعشرون :**

y و x عددان طبيعيان غير معدومين بحيث :

$$x \times y = 200 \quad ; \quad PGCD\ (x\,; y) = 5$$

1. أوجد العددان $x\,; y$ (أوجد جميع الحلول الممكنة)

◄ الوضعية الأولى :

1 لصاحب مكتبة 78 كتاب رياضيات , و 102 كتاب تكنولوجيا أراد صاحب المكتبة أن يرتبها في رفوف مكتبته بحيث تكون كل الرفوف متماثلة من حيث عدد كتب الرياضيات وعدد كتب التكنولوجيا .

✍ ما هو أكبر عدد ممكن من الرفوف المستعملة ؟

2 إذا كان سمك كتاب الرياضيات هو $1.5\ cm$ وسمك كتاب التكنولوجيا هو $1\ cm$

✍ ما هو طول كل رف (توضع الكتب جنبا إلى جنب في كل رف

◄ الوضعية الثانية :

نريد ملء دنين بالماء وذلك باستعمال دنّ سعته $x\ L$ حيث x عدد طبيعي , إذا علمت أن سعة الدّن ① هي $18\ L$ وسعة الدّن ② هي $15\ L$.

1 ماهي أكبر قيمة للعدد x (نفرغ هذا الدّن كليا في كل مرة)

2 كم مرة استعملنا هذا الدّن لملء الدّن ① ؟ والدّن ②

◄ الوضعية الثالثة :

مجلدان أحدهما به 2848 صفحة والآخر به 1792 صفحة , بحيث كل مجلد متكون من مجموعة على شكل كراريس صفحاتها تتراوح بين 28 و 36 صفحة .

1 ما هو عدد الصفحات في الكراس الواحد ؟

2 ما هو عدد الكراريس في كلا المجلدين ؟

◄ الوضعية الرابعة :

لدى لحام قطع حديدية طول كل واحدة منها $110\ cm$ وعرضها $88\ cm$ يريد تقسيم كل قطعة إلى قطع صغيرة على شكل مربعات متساوية .

1 ما هو طول ضلع كل مربع من المربعات ؟

2 ما هو عدد المربعات المتحصل عليها من كل قطعة ؟

◄ الوضعية الخامسة :

نريد غرس أشجار على محيط حديقة مثلثة الشكل على أن توجد شجرة في كل ركن من أركان الحديقة , وأن تكون المسافة التي تفصل الأشجار متساوية .

1 ما هي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين إذا علمت أن الأبعاد الثلاثة للحديقة هي : $42\ m$ و $70\ m$ و $98\ m$ ؟

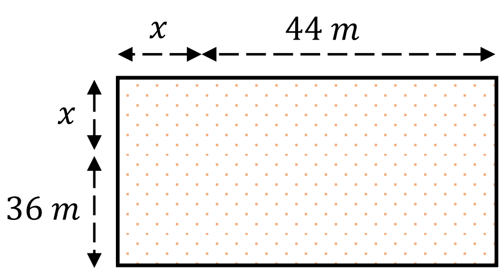
2 ما هي عدد الأشجار التي يمكن غرسها حول هذه الحديقة

◄ الوضعية السادسة :

يملك فلاح بستانا مستطيل الشكل , إذا علمت أن محيط البستان $256\ m$, أراد الفلاح أن يحيطه بأشجار مثمرة بحيث تكون المسافة بين كل شجرتين متساوية و أكبر ما يمكن , على أن يغرس في كل ركن من الأركان شجرة .

❖ إذا كان ثمن الشجرة الواحدة $450\ DA$ وهو يملك $29000\ DA$

1 هل يكفيه المبلغ لشراء كل الأشجار الممكنة؟



◄ الوضعية السابعة :

كلّف المقاول أحمد بوضع أعمدة إنارة عمومية على محيط حديقة مستطيلة الشكل بعداها $84\ m$ و $36\ m$. و من اجل التقليل من تكلفة المشروع قرر ان تكون المسافة بين كل عمودين متتاليين و أكبر ما يمكن على أن يضع عمودا في كل ركن

إذا علمت أن :

❖ ثمن عمود الإنارة الواحد هو $35000\ DA$.

❖ كل عمود إنارة يحتوي على مصباحين .

❖ تكلفة نقل و تركيب الاعمدة و المصابيح هي $25000\ DA$

1 ساعد أحمد في حساب ثمن المصباح الواحد إذا علمت أن تكلفة المشروع الكلية هي $765000DA$.

◄ الوضعية الثامنة :

مصنع حلويات يحضر صفائح شكولاتة مستطيلة الشكل طولها $99\ cm$ و عرضها $55\ cm$ قبل بيعها يقطعها إلى قطع مربعة الشكل و متماثلة حيث يكون طول ضلع المربع أكبر ما يمكن .

1. ما هو عدد القطع التي يمكن تقطيعها دون ضياع ؟

◄ الوضعية التاسعة :

1. أحسب العدد d حيث : $d = \text{PGCD}(366\,;321)$
2. أحسب الجداء $\frac{366}{d} \times \frac{321}{d}$
3. أرض على شكل مستطيل عرضها $32.1\ dm$ و طولها $36.6\ dm$ أحيطت بأشجار على كامل محيطها على أن يوجد في كل ركن شجرة وأن تكون المسافة بين شجرتين متجاورتين متساوية , إذا كان ثمن الشجرة الواحدة هو $750\ DA$ و أجرة غرسها $450\ DA$.

أ) أوجد أكبر مسافة تفصل بين شجرتين .

ب) ما هو عدد الأشجار اللازمة لذلك ؟

ت) أحسب تكلفة التشجير .

◄ الوضعية العاشرة :

بمناسبة نهاية الاختبارات الفصلية , نظمت متوسطة رحلة سياحية واستكشافية الى حديقة الحامة بالجزائر العاصمة قبل التنقل إلى هذا المكان , تم إحصاء 208 تلاميذ من بينهم 88 ذكرا شكلت أفواج متجانسة بها أصغر عدد من التلاميذ ويرافق كل فوج أستاذ واحد

1. ما هو عدد الأساتذة اللازم لتأطير هذه الرحلة ؟
2. جد عدد تلاميذ كل فوج .

◄ الوضعية الحادي عشر :

يريد العم أحمد غرس أشجار على محيط حديقته المثلثة الشكل و المتمثلة بالمثلث ABC القائم في A حيث :

$AB = 32\ m$ و $AC = 60\ m$ على أن توجد شجرة في كل ركن من أركان الحديقة ، و أن تكون المسافة التي تفصل بين كل شجرتين متجاورتين متساوية و بأكبر مسافة ممكنة .

1. ساعد العم أحمد في إيجاد عدد الأشجار التي يريد غرسها حول هذه الحديقة.

◄ الوضعية الثاني عشر :

يريد بناء تبليط أرضية مسبح المنزل باستعمال قطع مربعة الشكل ومتماثلة من الرخام , علما أن أرضية منزله مستطيلة الشكل بعداها $3.3\ m$ و $7.80\ m$.

❖ إذا علمت أنّه يريد إستعمال أقل عدد ممكن من قطع الرخام

1. ما هو طول ضلع كل قطعة مربعة ؟
2. حدد عدد قطع الرّخام اللازمة لعملية التّبليط .

تباع قطع الرخام في صناديق يحتوي كل واحد منها على 14 قطعة

❖ ما هو عدد الصناديق اللازمة ؟

◄ الوضعية الثالث عشر :

يبيع أحد المراكز البريدية 1631 طابعا بريديا جزائريا و 932 طابعا بريديا أجنبيا في مجموعات متساوية تحتوي كل مجموعة على نفس العدد من الطوابع البريدية .

1. ما هو أكبر عدد من المجموعات التي يمكن التّحصل عليها
2. ما هو عدد الطوابع في كل مجموعة ؟

◄ الوضعية الرابع عشر :

يملك نجّار قطعة خشبية عبارة عن متوازي الأضلاع أبعادها $105\ mm\ ;175\ mm\ ;70\ mm$ يريد صنع من هذه القطعة أكبر عدد ممكن من المكعبات .

1. ما هو طول حرف هذا المكعب ؟
2. ما هو عدد هذه المكعبات ؟

❐ خواص الجذور التربيعية :

$\sqrt{a^2} = a$	$(\sqrt{a})^2 = a$
$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
$\sqrt{ab^2} = \sqrt{a} \times \sqrt{b^2} = b\sqrt{a}$	

❐ لحل معادلات من الشكل $x^2 = a$ ، نتبع مايلي :

1. إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة لها حلان : $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$
2. إذا كان $a = 0$ فإن المعادلة لها حل وحيد هو 0
3. إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل

مثال : حل المعادلة $x^2 = 7$ و $x^2 = -4$

بما أنّ $7 > 0$ فإن المعادلة لها حلان هما : $\sqrt{7}$ و $-\sqrt{7}$

بما أنّ $-4 < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل .

❐ لتبسيط العدد غير الناطق $\sqrt{a}$ نتبع الخطوات التالية :

1. نكتب العدد a على شكل جداء مربع تام أي : $a = b^2 \times c$
2. نستعمل خواص الجذور التربيعية المذكورة أعلاه في الجدول لكتابته على شكل $c\sqrt{b}$

مثال :

كتابة على شكل $a\sqrt{b}$ العدد 75 حيث a و b عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن .

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{5^2 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

❐ لتبسيط مجموعة جذور ، نتبع مايلي :

1. نكتب إن أمكن كل جذر على شكل $a\sqrt{b}$
2. نستخرج $\sqrt{b}$ كعامل مشترك بإستخدام الخاصية التوزيعية

مثال : بسّط العبارة التالية $\sqrt{50} + \sqrt{98}$

لدينا : $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

و منه : $\sqrt{50} + \sqrt{98} = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = \sqrt{2}(7+5)$

$= 12\sqrt{2}$

❐ لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا

1. نقوم بضرب كلا من البسط و المقام في $\sqrt{b}$
2. نقوم بعد ذلك بتبسيط الكسر ان امكن ذلك

مثال : أكتب على شكل كسر مقامه عدد ناطق لكل من :

$\frac{2}{\sqrt{3}}$ و $\frac{2+\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{5+\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} = \frac{(5+\sqrt{2})\sqrt{5}}{3\sqrt{5}^2} = \frac{5\sqrt{5} + \sqrt{2} \times \sqrt{5}}{3 \times 5}$$

$$= \frac{5\sqrt{5}+\sqrt{10}}{15}$$

تذكير بالمكتسبات القبلية

$\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a^n}{b^n}$	$(a^n)^m = a^{n+m}$
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$(ab)^n = a^n \times b^n$
$a^0 = 1$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
$1^n = 1$	$a^1 = a$

مثال 1 :

$A = \sqrt{125} + \sqrt{45} = \mathbf{8\sqrt{5}}$; $\sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = \mathbf{6\sqrt{5}}$

$\frac{\sqrt{44}}{2} = \sqrt{\frac{44}{4}} = \mathbf{\sqrt{11}}$; $\frac{\sqrt{44}}{2} = \sqrt{\frac{4 \times 11}{2}} = \frac{2\sqrt{11}}{2} = \mathbf{\sqrt{11}}$

مثال 2 :

أعط الكتابة العلمية لـ A و B

$A = 5.2 \times 10^{-3} + 6.4 \times 10^{-2} + 0.0034$

$A = 7.26 \times 10^{-2}$

$$B = \frac{5 \times 10^2 + 3 \times 10^3}{1.4 \times 10^{-4}}$$

$B = 2.5 \times 10^7$

◄ التمرين الأول :

إليك الأعداد التالية : A ؛ B ؛ C حيث :

$B = \frac{0.3\times10^{2}\times5\times10^{-3}}{4\times10^{-4}}$; $A = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7}$

$C = 2\sqrt{75} + \sqrt{432} - \sqrt{27}$

1. أحسب A و اكتب النتيجة على شكل كسر غير قابل للإختزال
2. أحسب B و أعط كتابته العلمية .
3. أكتب C على شكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن .

◄ التمرين الثاني :

إليك الأعداد التالية : A ؛ B ؛ C حيث :

$B = \frac{0.75\times10^{4}\times5\times10^{-8}}{4\times10^{-2}}$; $A = \frac{3}{5} + \frac{6}{5} \times \frac{8}{7}$

$C = 2\sqrt{75} + \sqrt{432} - \sqrt{27}$

1. احسب A و اختزله إن أمكن .
2. أحسب B و أعط كتابته العلمية .
3. أكتب C على شكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن .

◄ التمرين الثالث :

إليك الأعداد التالية : A ؛ B ؛ C حيث :

$A = \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{3} \div \frac{8}{7}\right)$

$B = \frac{12 \times 10^{-4} \times 0.02 \times 10^{-8}}{80 \times 10^{-4}}$

$C = 2\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{81}$

1. احسب A و اختزله إن أمكن .
2. أحسب B و أعط كتابته العلمية .
3. أكتب C على شكل $a + a\sqrt{b}$ حيث C أصغر ما يمكن

◄ التمرين الرابع :

إليك الأعداد التالية : A ؛ B ؛ C حيث :

$B = \frac{0.25 \times 10^{2} \times 25 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}}$; $A = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7}$

$C = 2\sqrt{63} + \sqrt{567} - \sqrt{175}$

1. احسب A و اختزله إن أمكن .
2. أحسب B و أعط كتابته العلمية .
3. أكتب C على شكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن .

◄ التمرين الخامس :

إليك العبارتين : $A = \sqrt{12} + \sqrt{48}$ و $B = \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

1. بسّط العبارة A .
2. اكتب B على شكل كسر مقامه عدد ناطق
3. بيّن أن : $A = 18\,B - 6\sqrt{15}$.

◄ التمرين السادس :

A ؛ B ؛ C عبارات حيث :

$A = 3\sqrt{50} - 5\sqrt{8} - \sqrt{18}$

$C = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \div \frac{5}{4}$ $\quad B = (1 + \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})$

1. اكتب كلا من A و B و C على أبسط شكل ممكن .
2. اكتب النسبة $\frac{B}{A}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

◄ التمرين السابع :

1. احسب $\text{PGCD}(3150\,;\,1512)$
2. اكتب $\frac{1512}{3150}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
3. اكتب العبارة : $A = 3\sqrt{320} - \sqrt{45} + 8\sqrt{\frac{5}{4}}$

على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي .

◄ التمرين الثامن :

a و b عددان حيث : $a = \frac{5+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ و $b = \frac{5+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

1. اكتب كلا من العددين a و b على شكل كسر مقامه عدد ناطق .
2. احسب مساحة و محيط المستطيل لذي بعداه a ، b .

◄ التمرين التاسع :

إليك العددين A و B حيث :

$A = \sqrt{12} + \sqrt{60}$ و $B = \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

1. بيّن أن : $A = 2(\sqrt{3} + \sqrt{15})$
2. اجعل مقام النسبة B عددا ناطقا .
3. بيّن أن : $3x^2 - 45 = -18$

◄ التمرين العاشر :

لتكن الأعداد الحقيقية : A ؛ B ؛ C حيث :

$A = (2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)$

$B = 2\sqrt{48} - \sqrt{12} \quad ; \quad C = (3 + \sqrt{3})^2$

1. أحسب العدد A .
2. أكتب العدد B على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد طبيعي
3. بيّن أنّ : $c = 6\sqrt{3} + 11$
4. تحقق أن : $C(A - B)$ عدد طبيعي .

◄ التمرين الحادي عشر :

نعتبر العبارات التالية A و B حيث :

$$A = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{2}$$

$$B = \frac{156 \times 10^3 \times 8 \times 10^{-5}}{6 \times 10^7}$$

1. بيّن أنّ العدد A ناطق .
2. أكتب العدد B كتابة علمية .
3. أحسب العدد حيث : $\frac{1}{A} = \frac{3A}{27}$

◄ التمرين الثاني عشر :

ليكن العددان :

$A = \sqrt{98} + 3\sqrt{32} - \sqrt{128}$

$B = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{3}$

1. أكتب A على شكل $a\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي .
2. بسّط العدد B ثم بيّن أنّ : $\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3}$

◄ التمرين الثالث عشر :

A و B عددان حيث :

$A = 5\sqrt{98} - 4\sqrt{50} - \sqrt{32}$

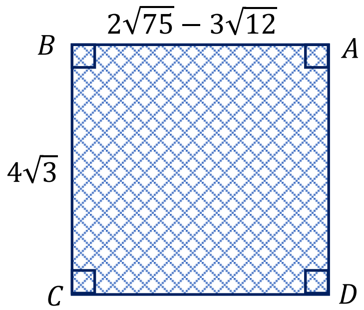
$$B = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

1. أكتب العدد A على شكل $a\sqrt{2}$.
2. أكتب العدد B على شكل مسبة مقامها عدد ناطق .
3. بيّن أنّ : $2B - \frac{A}{11} = \sqrt{6}$ مبينا مراحل الحساب .

◄ التمرين الرابع عشر :

إليك الشكل المقابل (وحدة الطول هي السنتميتر)

1. أكتب العدد $2\sqrt{75} - 3\sqrt{12}$ على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد نسبي موجب و b أصغر ما يمكن .
2. ما نوع الرّباعي $ABCD$ ؟ بيّن ذلك ؟
3. أعط القيمة المضبوطة لطول القطر $[BD]$.
4. أحسب مساحة ومحيط المثلث ABD .



◄ التمرين الخامس عشر :

A و B عددان حيث :

$A = 5\sqrt{98} - 4\sqrt{50} - \sqrt{32}$

$$B = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

1. أكتب العدد A على شكل $a\sqrt{2}$.
2. أكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .
3. بيّن أنّ : $2B - \frac{A}{11} = \sqrt{6}$ مبينا مراحل الحساب .

◄ التمرين السادس عشر :

A ، B ، C ثلاث أعداد حيث :

$A = 3\sqrt{147} - 2\sqrt{243} + 8\sqrt{27}$

$B = (3 - 2\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \quad ; \quad C = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

1. أكتب العدد A على شكل $a\sqrt{b}$.
2. بسط العدد B.
3. اجعل مقام النسبة C عددا ناطقا.
4. حل المعادلة : $4x^2 - 5 = 7$.
5. بيّن أنّ : $3C - B = \frac{A}{27}$

◄ التمرين السابع عشر :

A ، B ، C ثلاث أعداد حيث :

$$A = \frac{435}{290} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{3}$$

$$B = 3\sqrt{75} - 2\sqrt{108} + 8\sqrt{48}$$

$$C = \frac{7.5\times10^{-4} \times 1.25\times10^{9}}{0.025\times10^{2}}$$

1. العددان 435 و 290 ليسا أوليان فيما بينهما ؟ علل .
2. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 435 و 290.
3. اختزل الكسر : $\frac{435}{290}$.
4. احسب العدد A ثم اختزله إن أمكن .
5. اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{b}$.
6. أعط الكتابة العلمية للعدد C .
7. بيّن أنّ : $3A - \frac{B^2}{6} = \frac{5}{2}$

◄ التمرين الثامن عشر :

ليكن C و D عددان حيث :

$$C = 3\sqrt{432} - 2\sqrt{243} - 4\sqrt{27}$$

$$D = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

1. أكتب العدد C على شكل $a\sqrt{3}$.
2. أكتب العدد D على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .
3. بيّن أنّ : $9D - \frac{1}{2}C = 9$ مبينا مراحل الحساب

◄ التمرين التاسع عشر :

ليكن C و D عددان حيث :

$$C = 3\sqrt{432} - 2\sqrt{243} - 4\sqrt{27}$$

$$D = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

1. أكتب العدد C على شكل $a\sqrt{3}$.
2. أكتب العدد D على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .
3. بيّن أنّ : $9D - \frac{1}{2}C = 9$ مبينا مراحل الحساب

◄ التمرين العشرون :

ليكن العددان A و B حيث :

$$A = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$$

$$B = \sqrt{162} - \sqrt{72} + \sqrt{18}$$

1. بسط كل من العددين A و B
2. عيّن القيمة المضبوطة لكل من :

$$\frac{A+B}{2} \quad ; \quad \frac{2A\times B}{A+B} \quad ; \quad \sqrt{A\times B}$$

◄ التمرين الحادي و العشرون :

A ، B ، C ثلاث أعداد حيث :

$$A = \sqrt{98} - \sqrt{5} \quad ; \quad B = \sqrt{18} - \sqrt{20}$$

$$C = -4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$$

1. أحسب الجداء $A \times B$.
2. أحسب المجموع S حيث : $S = A + B - C$

◄ التمرين الثاني و العشرون :

ليكن M و N عددان حيث :

$$M = 2\sqrt{12} - \sqrt{75} \quad ; \quad N = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

1. أكتب العدد M على شكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن .
2. اجعل مقام النسبة N عددا ناطقا.
3. بيّن أنّ $M \times N$ عدد طبيعي .

◄ التمرين الثالث و العشرون :

إليك الأعداد التالية : A ؛ B ؛ C حيث :

$$A = \sqrt{18} \times (\sqrt{8} - 2) \quad ; \quad B = \frac{6+6\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$B = \frac{3\times10^{2} \times 156 \times 10^{7}}{12 \times (10^{3})^{3}}$$

1. أكتب العدد A على أبسط شكل ممكن .
2. اجعل مقام النسبة B عددا ناطقا .
3. بيّن أنّ : $2B + A = 24$.
4. أحسب العدد C و اعط الكتابة العلمية له .

متوسطة الشهيد : عيسى الديلمي رابح بوامري

من إعداد الأستاذ : خـالدي حسين

خاصية طالس والنسب المثلثية في المثلث القائم

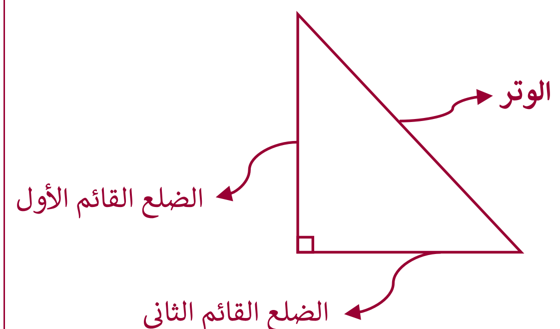
المستوى : الرابعة متوسط

4MATH

★ سـلسلة تـمارين و وضعيات للمقطع الثـاني خاصية طالس والنسب المثلثية في المثلث قائم ★

الملخص

◄ خاصية فيثاغورس : يعطي لنا المثلث قائم أو قد يكون ظاهرا في الشكل ويطلب منّا حساب أحد الأطوال .



◄ الخطوات :

1 المثلث قائم ويُعطي لنا طولين (الوتر هو أطول ضلع) حسب خاصية فيثاغورس .

2 المساواة محققة

(الوتر)^2 = (الضلع القائم الأول)^2 + (الضلع القائم الثاني)^2

3 بالتعويض العددي في المساواة نحصل على الطول بسهولة تامة (الطول المراد حسابه) .

◄ شروطها :

❖ المثلث قائم و طولين معلومين

◄ خاصية فيثاغورس العكسية : تُعطى لنا الأطوال الخاصة بالمثلث أو قد نتحصل عليها من الشكل و يُطلب منّا إثبات أنّ المثلث قائم .

◄ الخطوات :

1 تحديد أكبر ضلع " الوتر " (يمثل الطرف الثاني من المساواة).

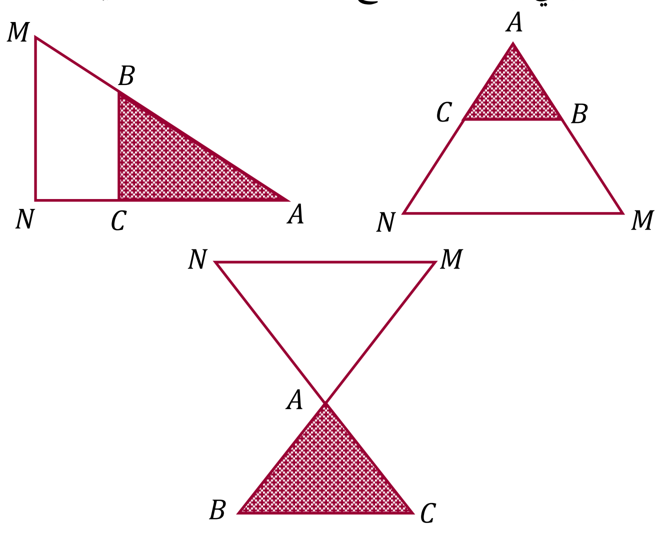
2 المساواة ليست محققة في البداية بل يجب إثباتها وذلك بحساب كل طرف لوحده .

3 إذا كانت المساواة محققة نكتب حسب خاصية فيثاغورس العكسية فإنّ المثلث قائم .

◄ شروطها :

❖ الأطوال الثلاثة للمثلث معلومة .

قبل البدأ في استعمال خاصية طالس وجب التأكد أولا من أنّ المثلثين في وضعية تسمح لنا باستعمال الخاصيتين .



◄ خاصية طالس : يُعطي لنا التوازي أو قد يكون ظاهرا في الشكل ويُطلب منّا حساب أحد الأطوال .

◄ الخطوات :

1 النقط في إستقامية واحدة وبنفس الترتيب و المستقيمان متوازيان حسب خاصية طالس .

2 النسب متساوية (نختار نسبتين متناسبين تساعدني في الحل).

3 حساب الرابع المتناسب باستعمال قاعدة الجداء المتصالب نحصل على الطول بسهولة تامة (الطول المراد منّي حسابه) .

◄ خاصية طالس العكسية : يُعطي لنا الأطوال الخاصة بالمستقيمين المتقاطعين (لا يمكن استعمال الأطوال التي نريد اثبات توازي حامليهما) ويُطلب منّا اثبات التوازي .

◄ الخطوات :

1 النقط في إستقامية واحدة وبنفس الترتيب .

2 النسب ليست متساوية في البداية بل يجب إثباتها وذلك بحساب كل نسبة على حدى .

❸ إذا كانت النّسب متساوية نكتب : حسب خاصية طالس العكسية فإنّ المستقيمان متوازيان .

◄ خاصية المتوسط المتعلق بالوتر : تسمح بحساب أحد أطوال اضلاع المثلث

◄ شروطها :

❖ المثلث قائم وطول المتوسط المتعلق بالوتر المُراد حساب طوله معلوم .

❖ أو المثلث قائم وطول وتره معلوم والضلع المراد حسابه المتوسط المتعلق بالوتر .

◄ الخاصية العكسية للمتوسط المتعلق بالوتر : تسمح لنا بإثبات أنّ المثلث قائم (حاملي ضلعان منه قائمين).

◄ شروطها :

❖ طول أحد أضلاع لمثلث يساوي نصف طول المتوسط المتعلق به.

◄ الخاصية العكسية للدائرة المحيطة بالمثلث القائم

تسمح لنا بإثبات أنّ المثلث قائم

◄ شروطها :

❖ ضلع للمثلث هو قطر للدائرة .

❖ ذكر أنّ الرأس الثالث للمثلث ينتمي للدائرة .

◄ خاصية المماس للدائرة تسمح لنا بإثبات أنّ المثلث قائم

◄ شروطها :

❖ وجود مستقيم عمودي على قطر الدائرة (المستقيم القطري) عند أحد طرفيه اللذان هما رأسي مثلث .

❖ وجود نقطة تنتمي إلى هذا المماس .

◄ خاصية التعامد : المستقيمان العموديان على أحد المستقيمان المتوازيان عمودي على الآخر .

◄ خاصية التوازي : المستقيمان العموديان على نفس المستقيم متوازيان .

النسب المثلثية لزاوية حادة في مثلث قائم

◄ جيب تمام زاوية حادة الـ cos :

$$\text{جيب تمام زاوية حادة} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية الحادة}}{\text{وتر المثلث القائم}}$$

◄ جيب زاوية حادة الـ sin :

$$\text{جيب زاوية حادة} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية الحادة}}{\text{وتر المثلث القائم}}$$

◄ ظل زاوية حادة الـ tan :

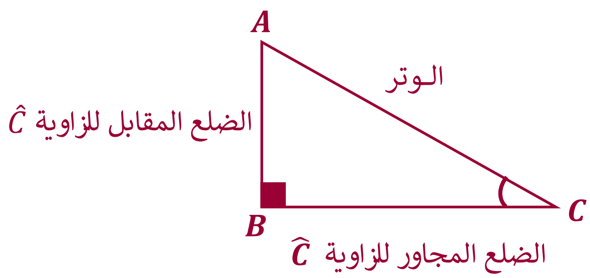
$$\text{ظل زاوية حادة} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية الحادة}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية لحادة}}$$

مثال :

في المثلث القائم ABC نكتب نسب الزاوية الحادة $\widehat{ACB}$

❶ أولا نكتب البيانات الموضحة على الشكل .

❷ القانون الموافق لكل نسبة من النسب المثلثية الآتية لها



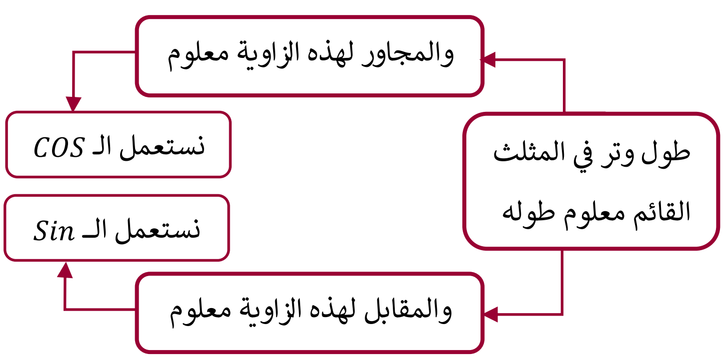
$$cos\widehat{ACB} = \frac{BC}{AC} \quad ; \quad sin\widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} \quad ; \quad tan\ \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$$

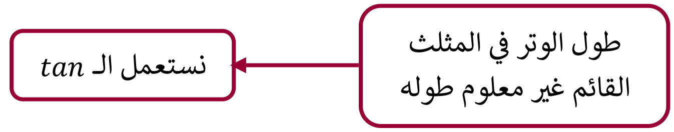
◄ توظيف النّسب المثلثية

❖ في حساب قيس زاوية في مثلث قائم

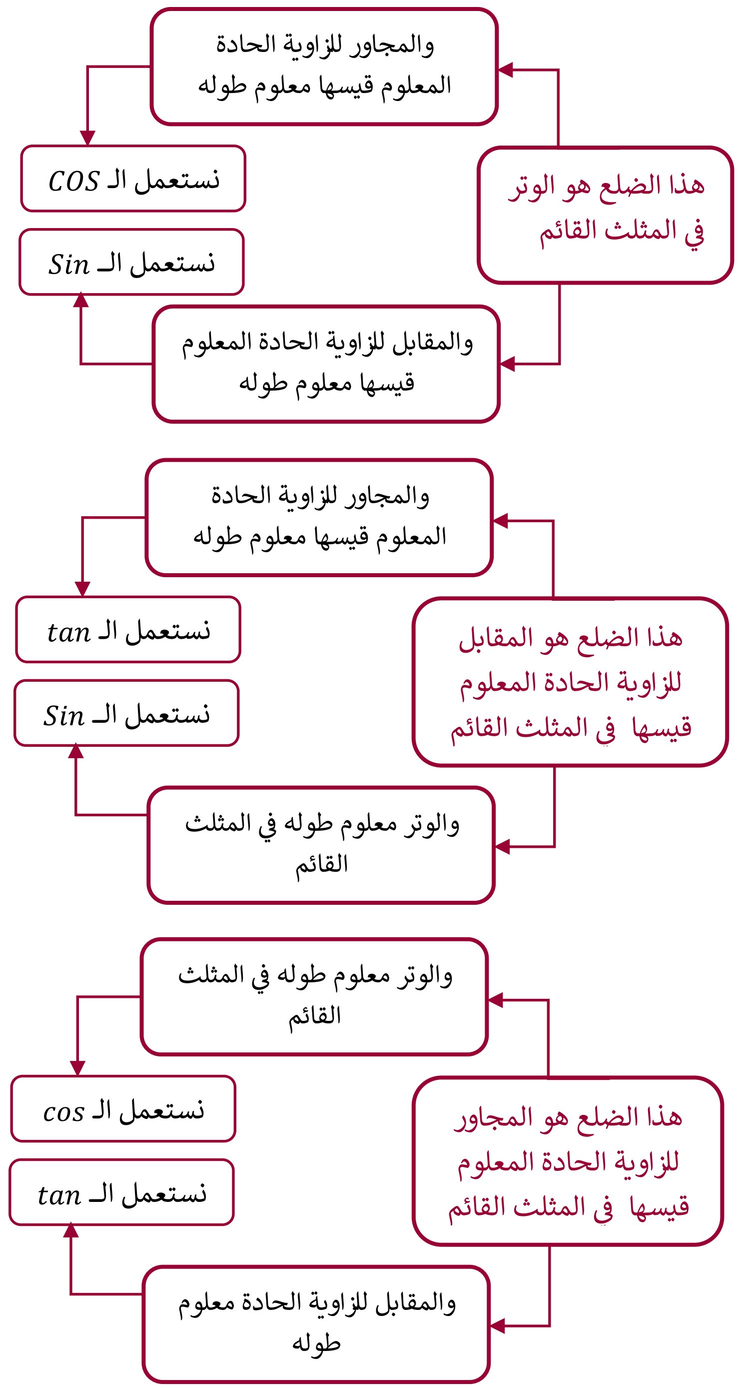
❖ في حساب طول ضلع في مثلث قائم عُلم منه طول ضلع واحد .

❶ حساب قيس زاوية





2 حساب طول ضلع



◄ استعمال الحاسبة في حساب زاوية علم جيبها او جيب تمامها أو ظلّها

مثال :

نحسب قيس زاوية $\widehat{W}$ جيبها 0.8 أي أنّ $\sin \widehat{W} = 0.8$

✍ الآلة الحاسبة ذو سطر واحد (ذات اللمسة $2ndf$):

53,13 ...	sin	$2ndf$	8	،	0

❖ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة 53^o

✍ الآلة الحاسبة ذو سطرين (ذات اللمسة $Shift$):

53,13 ...	8	،	0	sin	$Shift$

❖ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة 53^o

◄ العلاقات المثلثية لزاوية حادة في مثلث قائم

نأخذ كمثال الزاوية الحادة $\widehat{M}$ في المثلث القائم KLM في K ، فيكون لدينا :

$$Sin^2\widehat{K} + Cos^2\widehat{K} = 1 \quad ; \quad \tan\widehat{K} = \frac{\sin\widehat{K}}{\cos\widehat{K}}$$

❖ فيما أستعمل هذه العلاقة ؟

أستعملها في حساب جيب تمام زاوية حادة الـ Cos أو جيب زاوية حادة الـ Sin أو ظل زاوية حادة الـ tan ومن ثم حساب قيس الزاوية الحادة دون الحاجة لاستعمال إحدى نسبها المثلثية الثلاث .

مثال ①:

إذا علمت أنّ $\sin\hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، فاحسب $\cos\hat{C}$

نستعمل العلاقة : $\cos\hat{C} = \sqrt{1-(\sin\hat{C})^2}$

بالتعويض : $\cos\hat{C} = \sqrt{1-(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = \sqrt{1-\frac{\sqrt{3}^2}{2^2}} = \sqrt{1-\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$

$\cos\hat{C} = \frac{1}{2}$

مثال ②:

أحسب $\cos\hat{C}$ إذا علمت أنّ $\sin\hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\tan\hat{C} = \frac{3}{2}$

لدينا : $\cos\hat{C} = \frac{\sin\hat{C}}{\tan\hat{C}}$ وبالتعويض : $\cos\hat{C} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{2}}$

بالحساب $\cos\hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{2}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

مثال ③:

إذا علمت أنّ $\cos\hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، فاحسب $\sin\hat{C}$

نستعمل العلاقة : $\sin\hat{C} = \sqrt{1-(\cos\hat{C})^2}$

بالتعويض : $\sin\hat{C} = \sqrt{1-(\frac{1}{2})^2} = \sqrt{1-\frac{1^2}{2^2}} = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

$\sin\hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

تمارين الشهادة

◀ التمرين الأول : (دورة جوان 2007)

1. أرسم المثلث ABC القائم في A حيث :
$BC = 7.5\ cm \quad ; \quad AB = 4.5\ cm$
2. أحسب AC .
3. لتكن النقطة E من $[AB]$ حيث : $AB = 3\ AE$ و D نقطة من $[AC]$ حيث : $DC = \frac{2}{3}\ AC$ ، عيّن على الشكل النقطتين E و D
4. بيّن أنّ $(BC)//(DE)$ ثم أحسب DE .

◀ التمرين الثاني : (دورة جوان 2008)

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 3\ cm$ و $BC = 5cm$

1. أنشئ الشكل ثم حدّد الطول AC
2. E نقطة من $[AB]$ حيث : $AE = 1$.

المستقيم الذي يشمل E ويعامد (AB) و يقطع (BC) في النقطة M

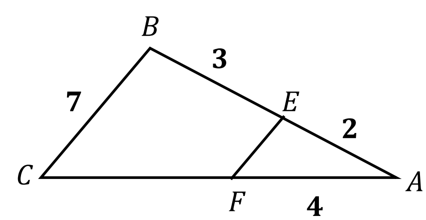
- جد الطول BM .
- أحسب $\cos \widehat{ABC}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{EMB}$.

(تُدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

◀ التمرين الثالث : (دورة جوان 2010)

في الشكل المقابل $(BC)//(EF)$

- أحسب الطولين FC و EF



◀ التمرين الرابع : (دورة جوان 2011)

ABC مثلث قائم في A . $[AH]$ الارتفاع المتعلق بالوتر $[BC]$

- بيّن أنّ : $AB^2 = BH \times BC$ (يُمكنك الاعتماد على $\cos \widehat{ABC}$ في كلّ من المثلثين ABC و ABH)

◀ التمرين الخامس : (دورة جوان 2013)

ABC مثلث قائم في B حيث : $AM = \frac{BC}{4}$ ، المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M يقطع $[AC]$ في النقطة H .

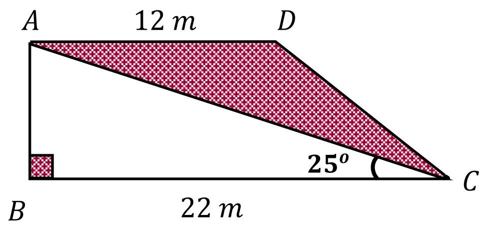
1. أحسب الطول MH .
2. أحسب $\tan \widehat{AMB}$ واستنتج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$ بالتدوير إلى الوحدة .

◀ التمرين السادس : (دورة جوان 2014)

الشكل $ABCD$ شبه منحرف قائم في B ، فيه $\widehat{ACB} = 25^{0}$

1. أحسب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة (استعن بـ $\tan \widehat{ACB}$)
2. أحسب مساحة كل من شبه المنحرف $ABCD$. ثم استنتج مساحة الجزء المظلل .

تُعطى : $\frac{(\text{القاعدة الكبرى + القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2} =$ مساحة شبه المنحرف



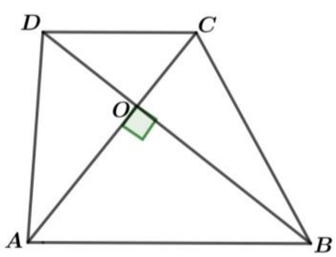
◀ التمرين السابع : (دورة جوان 2015)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية .

$ABCD$ رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في O حيث :

$OA = 12cm\ ;\ OB = 18\ cm\ ;\ OD = 7.5\ cm\ ; OC = 5\ cm$

1. برهن أن المستقيمين (AB) و (CD)متوازيان .
2. احسب الطول AB.



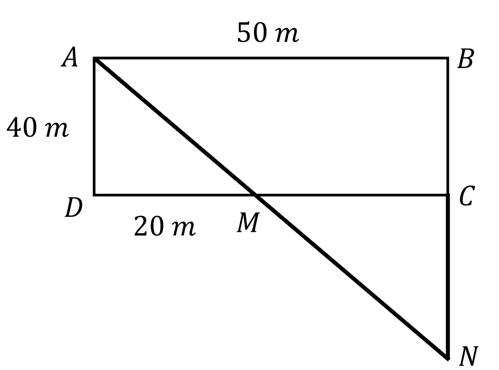
◀ التمرين الثامن : (دورة جوان 2016) "جزء الأول للوضعية "

لجدك قطعة أرض لها الشكل المقابل حيث :

$ABCD$ مستطيل أبعاده $50\ m$ و $40\ m$ و M نقطة من $[DC]$ حيث :

$DM = 20\ m$ و N نقطة تقاطع (BC) و (AM)

1. بيّن أنّ : $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$.
2. احسب الطول BN .
3. احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{MAD}$



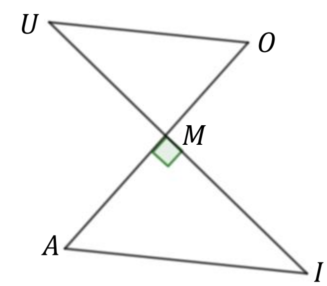
◄ التمرين التاسع : (دورة جوان 2017)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي الميلمتر)

$MO = 21 \ ; \ MA = 27 \ ; \ MU = 28 \ ; \ MI = 36$

1 بيّن أن المستقيمين (AI) و (OU) متوازيان .

2 أحسب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



◄ التمرين العاشر : (دورة جوان 2017)

$ABCD$ مستطيل حيث : $AD = 6 \quad ; \quad DC = 8$

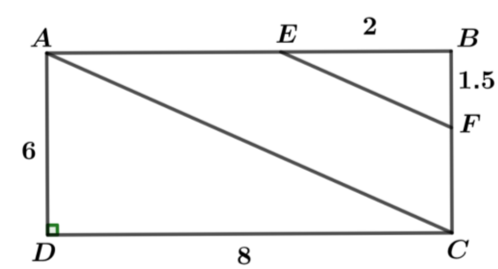
1 احسب الطول AC .

2 E و F نقطتان من الضلعين $[AB]$ و $[BC]$

على الترتيب حيث : $BF = 1.5 \ ; \ BE = 2$

❖ بيّن أن : (AC) يوازي (EF)

3 احسب قيس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة



◄ التمرين العاشر : (دورة جوان 2019)

RTS مثلث قائم في R حيث $\sin \widehat{RTS} = 0.8 \quad ; \quad RS = 8cm$

1 احسب الطولين ST و TR

2 لتكن M نقطة من $[TR]$ حيث : $TM = 4cm$

والمستقيم (Δ) العمودي على (TR) في النقطة N

❖ احسب الطول MN بالتدوير الى الوحدة من السنتيمتر .

◄ التمرين الحادي عشر : (دورة جوان 2020)

الشكل المقابل غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية.

(C) دائرة مركزها O و قطرها $[AB]$ حيث : $AB = 10 \ cm$

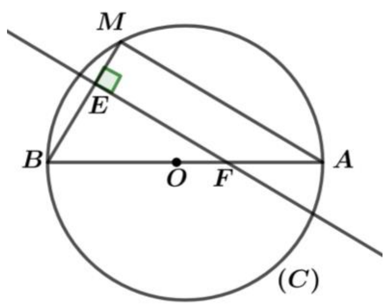
M نقطة من (C) حيث : $BM = 6 \ cm$

1 بيّن نوع المثلث MBA ثم احسب الطول AM.

2 احسب قيس الزاوية $\widehat{MBA}$ بالتدوير الى الوحدة بالدرجة .

3 E نقطة من $[BM]$ حيث $BE = 6cm$

المستقيم الذي يشمل E و يعامد (BM) و يقطع $[AB]$ في النقطة F . احسب الطول BF.



◄ التمرين الثاني عشر : (دورة جوان 2021)

وحدة الطول هي السنتيمتر ، BEM مثلث قائم في B حيث $BE = 4 \ cm$ و $\tan \widehat{M} = \frac{4}{3}$

1 أحسب الطولين BM و ME .

2 K نقطة من القطعة $[EM]$ بحيث $EK = 2$ و L نقطة من القطعة $[BE]$ بحيث $EL = 1.6$.

3 أثبت أنّ المستقيمين (BM) و (KL) متوازيان .

◄ التمرين الثالث عشر : (دورة جوان 2023)

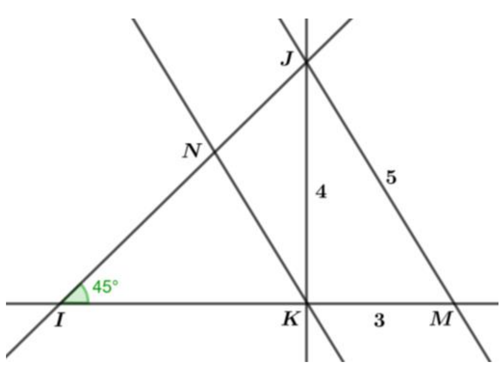
إليك الشكل المقابل ، حيث وحدة الطول هي cm .

1 بيّن أنّ المستقيمين (JK) و (JM) متعامدان .

2 أحسب الطول JK .

3 المستقيم الموازي لـ (JM) والذي يشمل K ويقطع $[IJ]$ في N

❖ أحسب الطول NK .

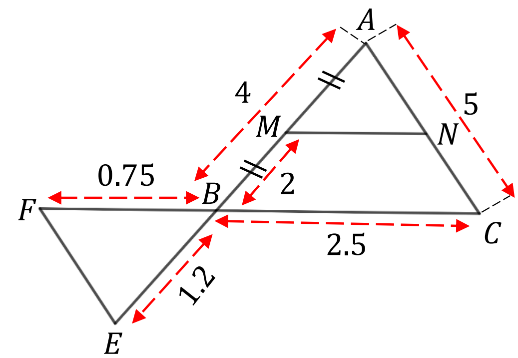


تمارين مأخوذة من مواضيع امتحانات عبر التراب الوطني

◄ التمرين الأول

لاحظ الشكل المقابل (ليس مرسوم بالأبعاد الحقيقة ، وحدة الطول هي cm) و $(NM)//(BC)$.

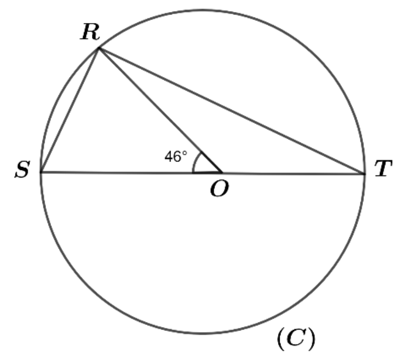
1. أحسب الطولين : AN و MN .
2. أثبت أنّ $(AC)//(EF)$.
3. أحسب الطول EF .



◄ التمرين الثاني

في الشكل أدناه الأطوال و أقياس الزوايا غير حقيقية ،
(C) دائرة مركزها O وقطرها $ST = 9\ cm$.
R نقطة من هذه الدائرة حيث $\widehat{SOR} = 46^o$.

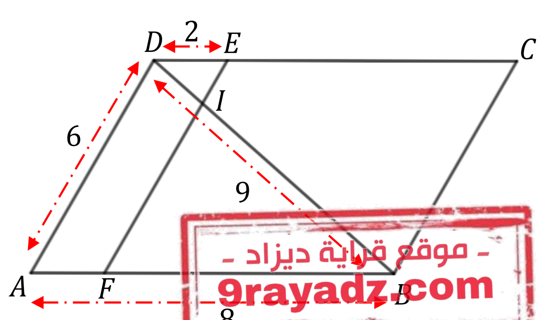
1. بيّن أنّ $\widehat{STR} = 23^o$.
2. المثلث SRT قائم في R ، علّل .
3. أحسب الطول RS بالتدوير إلى 0.01 .



◄ التمرين الثالث

$ABCD$ متوازي أضلاع ، المستقيمان $(EF)//(BC)$

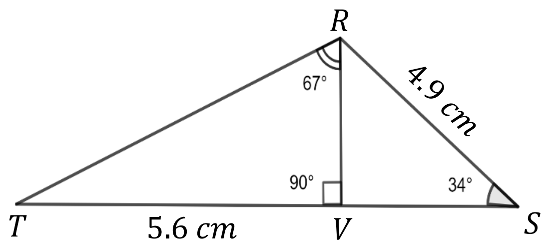
1. أحسب الطولين ID و IE .
2. استنتج الطول IB .



◄ التمرين الرابع

الشكل المقابل ليس مرسوما بالأبعاد الحقيقية (وحدة الطول هي السنتيمتر) .

1. أحسب TR و VS (بالتدوير إلى الوحدة) .
2. استنتج محيط الشكل TRS .



◄ التمرين الخامس

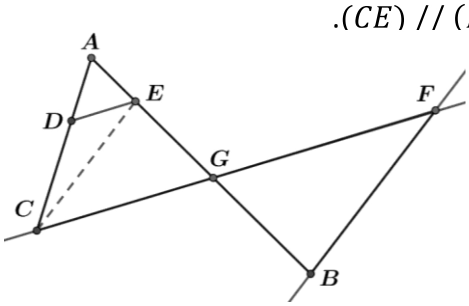
لاحظ الشكل أسفله (الأطوال ليست حقيقية ، وحدة الطول هي cm) حيث : $AE = 4\ cm$; $AG = 6\ cm$

$(DE) // (CG)$; $CG = 12\ cm$

1. أحسب الطول DE

❖ إذا علمت أنّ : $GB = 3\ cm$; $GF = 18\ cm$

2. أثبت أنّ $(CE) // (BF)$.



◄ التمرين السادس

$\hat{x}$ قيس زاوية حادة بحيث : $\cos \hat{x} = \frac{1}{3}$

1. تحقق من أنّ $\sin \hat{x} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
2. أوجد القيمة المضبوطة لـ $\tan \hat{x}$

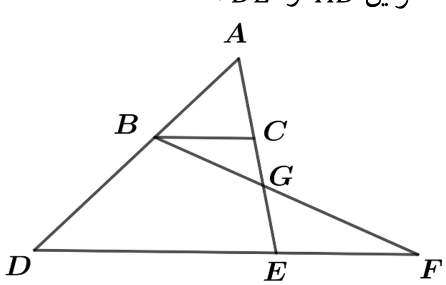
◄ التمرين السابع

إليك الشكل المقابل(الأطوال ليست حقيقية ، وحدة الطول هي cm)

حيث : $(BC)//(DF)$ و $EF = 15\ cm$; $GE = 10\ cm$

$GC = 6\ cm$; $AC = 12\ cm$; $AD = 30\ cm$

1. أحسب الطول BC .
2. أحسب الطولين AB و DE .



◄ التمرين الثامن

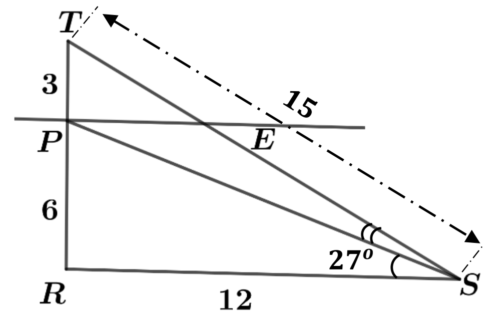
إليك الشكل المقابل (الأطوال ليست حقيقية وحدة الطول هي cm)

1 بيّن أنّ المثلث RST قائم .

2 أحسب قيس الزاوية $\widehat{TSP}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة .

3 E نقطة من $[TS]$ حيث : $TS = 5\ cm$.

❖ هل $(PE)//(RS)$



◄ التمرين التاسع

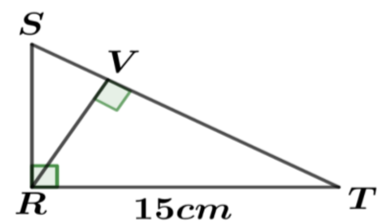
لاحظ الشكل المقابل حيث $RT = 15\ cm$ و $\cos\widehat{RTS} = 0.96$

1 أحسب الطول TV .

2 استنتج قيس الزاوية $\widehat{RTS}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدّرجة .

3 احسب الطول RS بالتّدوير إلى 0.01

(باستعمال $\tan\widehat{RTS}$) .



◄ التمرين العاشر

ABC مثلث حيث $AB = 9cm$ ، $AC = 7.5cm$ ،

$BC = 6cm$

E نقطة من القطعة $[AB]$ بحيث $AE = 3cm$ و F نقطة

من القطعة $[BC]$ بحيث $BF = 4cm$

1 أنشئ شكلا مناسبا .

2 بيّن أنّ $(AC)//(EF)$.

3 أحسب الطول EF.

◄ التمرين الحادي عشر

إذا علمت أنّ : $\tan\hat{c} = \frac{5}{4}$ و $\cos\hat{c} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

1 أحسب $\sin\hat{c}$

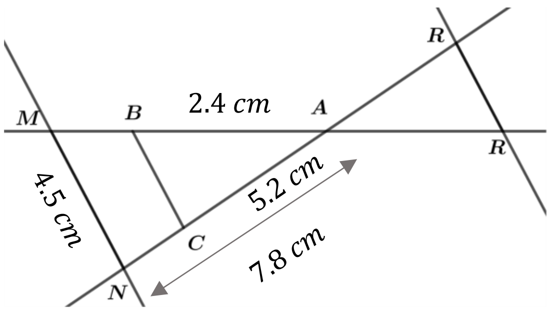
◄ التمرين الثاني عشر

المستقيمان (BC) و (MN) متوازيان .(الأطوال في الرسم المقابل غير حقيقية).

1 أحسب الطولين AM و BC .

2 بين أن المستقيمين (BC) و (PR) متوازيان , إذا علمت أن :

$AR = 1.2\ cm\ \ ; AP = 1.6\ cm$



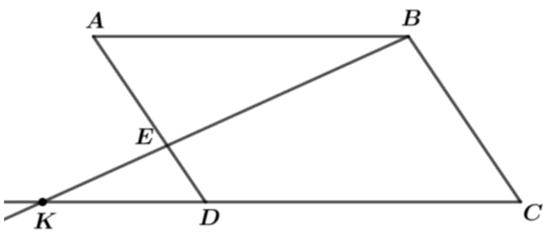
◄ التمرين الثالث عشر

$ABCD$ متوازي أضلاع بحيث : $AB = 5\ cm$ ، $BC = 4\ cm$

E نقطة من القطعة $[AD]$ بحيث $AE = 2.5\ cm$

المستقيم الذي يشمل النقطتين B و E ويقطع (DC) في النقطة K

1 أحسب DK .



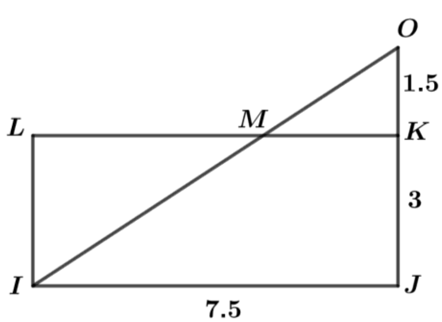
◄ التمرين الرابع عشر

الشكل الآتي ليس بالأبعاد الحقيقية .

$IJKL$ مستطيل والنقط O ، M ، I في استقامية وكذلك النقط

O ، K ، J علما أنّ $OK = 1.5$ ، $KJ = 3$ ، $IJ = 7.5$

❖ أحسب القيمة المضبوطة لـ MK و OI ثم أحسب القيمة المدورة إلى المليمتر لـ OI .



★ سـلسلة تـمارين و وضعيات للمقطع الثـالث الـحساب الحرفي ★

تذكير:

✓ تحليل عبارة جبرية هو كتابتها على شكل جداء .

✓ لتحليل عبارة جبرية نستخدم الخاصية التوزيعية (البحث عن العامل المشترك) أو المتطابقات الشهيرة .

1 الخاصية التوزيعية :

$$\boldsymbol{ab + ac = a(b+c)}$$

$$\boldsymbol{ab - ac = a(b-c)}$$

$$\boldsymbol{a(c+d) + b(c+d) = (a+b)(c+d)}$$

$$\boldsymbol{a(c+d) - b(c+d) = (a-b)(c+d)}$$

2 المتطابقات الشهيرة :

❖ المتطابقة رقم ① :

$$\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

❖ المتطابقة رقم ② :

$$\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

❖ المتطابقة رقم ③ :

$$\boldsymbol{(a-b)(a+b) = a^2 - b^2}$$

✍ أمثلة:

حلّل العبارات التالية :

- $A = (2x+1)(5-2x) - (3-2x)(1+2x)$
- $B = (6-4x)(5+x) - (3-2x)(x-8)$
- $C = x^2 - 6x + 9$
- $D = x^2 + 8x + 16$
- $E = 4x^2 - 1$

تمارين الشهادة

◀ التمرين الأول : (دورة جوان 2007)

لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = x^2 - (x-2)^2 - (x+8)$

1) انشر ثم بسط العبارة E .

2) حلّل العبارة : $10^2 - (x-2)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة E

3) حل المعادلة : $(11-x)(8+x) = 0$.

◀ التمرين الثاني : (دورة جوان 2008)

A عدد حيث : $A = (2-\sqrt{3})^2$

1) انشر ثم بسّط A .

2) لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = x^2 - (7-4\sqrt{3})$

✓ أحسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $x = \sqrt{7}$

✓ حلّل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

✓ حل المعادلة : $(x-2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3}) = 0$.

◀ التمرين الثالث : (دورة جوان 2009)

لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = 2x - 10 - (x-5)^2$

1) انشر ثم بسط العبارة E .

2) حلّل العبارة E .

3) حل المعادلة : $(x-5)(7-x) = 0$.

◀ التمرين الرابع : (دورة جوان 2011)

1) تحقق بالنشر من أن : $(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3$

2) لتكن العبارة A حيث :

$A = 2x^2 - 7x + 3 + (2x-1)(3x+2)$

❖ حلّل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

3) حل المعادلة $(2x-1)(4x-1)$.

◀ التمرين الخامس : (دورة جوان 2012)

لتكن العبارة الجبرية E حيث :

$E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$

1) انشر ثم بسط العبارة E .

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين .

3) حل المعادلة : $(4x-1)(x-3) = 0$.

4) حل المتراجحة : $4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$

◄ التمرين السادس : (دورة جوان 2013)

1) لتكن العبارة : $A = 3x - 5$ حيث x عدد حقيقي .

❖ أحسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x = \sqrt{2}$.

❖ حل المتراجحة : $A \geq 0$ ثم مثّل مجموعة حلولها بيانيا

2) انشر ثم بسّط العبارة B حيث :

$B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$

❖ استنتج أن : $B = 6x(3x - 5)$

3) حل المعادلة $B = 0$

◄ التمرين السابع : (دورة جوان 2014)

لتكن العبارة الجبرية حيث : $E = (2x + 5)^2 - 36$

1) تحقق بالنشر أنّ : $E = 4x^2 + 20x - 11$.

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين .

3) حل المعادلة : $(2x + 11)(2x - 1) = 0$.

◄ التمرين الثامن : (دورة جوان 2015)

لتكن العبارة الجبرية حيث : $F = (2x - 3)^2 - 16$

1) تحقق بالنشر أنّ : $F = 4x^2 - 12x - 7$.

2) حلّل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

3) أحسب F من أجل $x = 1 + \sqrt{2}$ و اكتب النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان .

◄ التمرين التاسع : (دورة جوان 2016)

1) تحقق من صحة المساواة التالية :

$5(2x + 1)(2x - 7) = 20x^2 - 5$

2) حلّل العبارة A بحيث :

$A = (2x + 1)(3x - 7) - (20x^2 - 5)$

3) حل المتراجحة : $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$

❖ مثّل حلولها بيانيا .

◄ التمرين العاشر : (دورة جوان 2017)

لتكن العبارة الجبرية P حيث :

$P = (1 - 3x)(3x + 3) - 2(3x + 3)$

1) انشر ثم بسط العبارة P .

2) حلّل العبارة P إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(3x + 3)(-1 - 3x) = 0$.

◄ التمرين الحادي عشر : (دورة جوان 2018)

1) تحقق من صحة المساواة التالية :

$(3x + 1)(x - 4) = 3x^2 - 11x - 4$

2) حلّل إلى جداء عاملين العبارة :

$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x + 1)^2$

3) حل المتراجحة : $(3x + 1)(x - 4) \leq 3x^2 + 7$

◄ التمرين الثاني عشر : (دورة جوان 2019)

لتكن العبارة الجبرية P حيث :

$E = (x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3)$

1) انشر ثم بسط العبارة E .

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المتراجحة : $3x + 4 \geq 6x - 2$

◄ التمرين الثالث عشر : (دورة جوان 2020)

لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = (3x + 1)^2 - (x - 2)^2$

1) انشر ثم بسط العبارة E .

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(4x - 1)(2x + 3) = 0$

◄ التمرين الرابع عشر : (دورة جوان 2021)

لتكن العبارة الجبرية : $E = (x - 3)(x - 10) + 3(x - 3)$

1) انشر ثم بسط العبارة E .

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(x - 3)(x - 7) = 0$

4) أحسب E من أجل $x = 50$

1) انشر ثم بسط العبارة E حيث : $E = (2x - 3)(x - 2)$

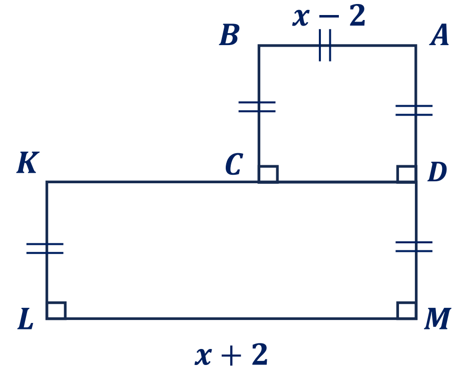
2) حلّل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

$F = 2x^2 - 7x + 6 - (2x - 3)(2x - 1)$

3) حل المعادلة : $(2x - 3)(-x - 1) = 0$

◄التمرين السادس عشر : (دورة جوان 2023)

تمعن في الشكل المقابل حيث: $x > 2$ (وحدة الطول هي cm)



1) عبّر عن مساحة كل من المربع والمستطيل بدلالة x .

2) لتكن العبارتين E و F حيث :

$$F = (x+2)(x-2) \quad ; E = (x-2)^2$$

❖ بيّن أنّ : $E + F = 2x(x-2)$.

3) عيّن قيم x التي يكون من أجلها محيط الشكل يساوي على الأقل $20\ cm$

◄التمرين السابع عشر : (دورة جوان 2024)

تعطى العبارة : $E = 49x^2 - 16 + (x+3)(7x-4)$

1) تحقق بالنشر والتبسيط أنّ : $E = 56x^2 + 17x - 28$

2) حلّل العبارة $49x^2 - 16$ إلى جداء عاملين ثم استنتج تحليل للعبارة E.

3) حل المعادلة : $(8x+7)(7x-4) = 0$

تمارين مقترحة مأخوذة من مواضيع عبر التراب الوطني

◄التمرين الأول :

لتكن العبارتين A و B حيث :

$$A = (2x+6)^2$$
$$B = (2x+6)(5-x) + 4x^2 + 24x + 36$$

❖ أنشر وبسط العبارتين A و B .

❖ حلل العبارة B إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

❖ حل المعادلة $B = 0$

❖ حل المتراجحة التالية ومثّل حلولها بيانيا : $B \geq 2x^2 + 94$

◄التمرين الثاني :

لتكن العبارتين A و B حيث :

$$A = x^2 - 36 \ ; \ B = (x+6) - (x^2 - 36)$$

❖ حلل العبارة A ثم استنتج تحليلا للعبارة B .

❖ احسب B من اجل $x = \sqrt{5}$

❖ حل المعادلة $(x+6)(7-x) = 0$

◄التمرين الثالث :

لتكن العبارتين A و B حيث :

$$E = (3x-1)^2$$
$$F = 9x^2 - 6x + 1 - 2(5x-1)$$

❖ أنشر وبسّط العبارتين E و F .

❖ حلّل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

❖ حل المعادلة $F = 0$

❖ حل المتراجحة التالية ومثّل حلولها بيانيا :

$$3x-1)(3x-3) < 9x^2 + 51$$

◄التمرين الرابع :

❖ انشر و بسّط العبارة M حيث :

$$M = (5x+2)(5x-2)$$

❖ حلّل العبارة N إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث :

$$N = 25x^2 - 4 - (5x+2)$$

❖ حلّل المعادلة $N = 0$

❖ حل المتراجحة التالية و مثل حلولها بيانيا

$$(5x+2)(5x-3) \leq 25x^2 - 2x$$

◄التمرين الخامس :

لتكن العبارة k حيث :

$$K = 10x + 15 - (6x + 2x)(2x+3)$$

انشر و بسط العبارة K

❖ حلل العبارة $10x + 15$ ثم استنتج تحليلا للعبارة

❖ حل المعادلة $K = 0$

❖ حل المتراجحة التالية و مثل حلولها بيانيا $K > 4x^2 + 5$

◄التمرين السادس :

لتكن العبارتين A و B حيث :

$$A = 16x^2 + 24x + 9$$
$$B = 16x^2 + 24x + 9 - (4x+3)$$

❖ حلّل العبارة A.

❖ حلّل العبارة B إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

❖ احسب B من أجل $x = 0$

❖ حل المعادلة $B = 0$

◄التمرين السابع :

❖ انشر و بسط العبارة التالية : $(8x-3)(2x+5)$

❖ حلّل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث :

$$F = 16x^2 + 34x - 15 - (8x-3)$$

❖ حل المعادلة $F = 0$

◄ التمرين الثامن :

❖ حلّل العبارة S : $S = 4x^2 + 28x + 49$
❖ استنتج تحليلا للعبارة T :
$T = 25 - (4x^2 + 28x + 49)$
❖ حل المعادلة $T = 0$
❖ حل المتراجحة $T < -4x^2 - 10$
❖ ثم مثّل حلولها بيانيا .

◄ التمرين التاسع :

❖ حلّل العبارة Z : $Z = 9x^2 - 6x + 1$
❖ استنتج تحليلا للعبارة W حيث :
$W = (2x + 6)^2 - (9x^2 - 6x + 1)$
❖ حل المعادلة $(5x + 5)(7 - x)$
❖ حل المتراجحة $W < -5x^2 + 25$
❖ ثم مثّل حلولها بيانيا .

◄ التمرين العاشر :

لتكن العبارة H حيث: $H = (6 - x)^2 - 36x^2$
❖ انشر و بسّط العبارة H
❖ حلّل العبارة H إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
❖ احسب H من أجل $x = 1$
❖ حل المعادلة $H = 0$
❖ حل المتراجحة : $H \leq -35x^2 + 5x + 19$
❖ ثم مثّل حلولها بيانيا .

◄ التمرين الحادي عشر:

❖ انشر و بسّط العبارة التالية : $A = (5x - 4)(2x + 1)$
❖ حلّل العبارة B إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث :
$B = 10x^2 - 3x - 4 - (8 - 3x)(2x + 1)$
❖ حل المعادلة $(2x + 1)(8 - 3x) = 0$
❖ بيّن أن : $\frac{1}{4} B = (2x + 1)(2x - 3)$

◄ التمرين الثاني عشر:

A و B عبارتين جبريتين حيث :
$A = (9x + 15)(3x - 4)$
$B = (2x + 1)(2x - 3)$
❖ انشر و بسّط العبارتين A و B
❖ حلّل $9x + 15$ ثم استنتج تحليلا لـ C حيث : $C = A - B$
❖ حل المعادلة $C = 0$

◄ التمرين الثالث عشر :

❖ أنشر وبسط العبارة A حيث :
$A = (5x - 3)^2 - (4x + 7)^2$
❖ حلّل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
❖ حل المعادلة $A = 0$
❖ حل المتراجحة التالية : $A \leq 9x^2 - 94x$
❖ ثم مثّل حلولها بيانيا .

◄ التمرين الرابع عشر :

E عبارة جبرية حيث : $E = (3x - 1)^2 - (x + 3)^2$
❖ تحقق بالنشر والتبسيط من أنّ : $E = 8x^2 - 12x - 8$
❖ حلّل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
❖ حل المتراجحة التالية : $E \geq 8x^2$

◄ التمرين الخامس عشر :

لتكن العبارة الجبرية E حيث :
$E = (3x - 3)(3x + 8) - 2(2x - 3)$
❖ تحقق بالنشر والتبسيط من أنّ : $E = 6x^2 + 3x - 18$
❖ حلّل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
❖ حل المعادلة : $(2x - 3)(3x + 6) = 0$
❖ حل المتراجحة ومثّل حلولها بيانيا : $E < 8x^2 - 3$

◄ التمرين السادس عشر :

لتكن العبارة F حيث :
$F = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(5x + 1)$
❖ أنشر ثم بسّط العبارة F
❖ حلّل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
❖ حل المعادلة $(2x + 3)(2 - 3x) = 0$

◄ التمرين السابع عشر:

إليك العبارة E حيث :
$E = 9x^2 - 12x + 4 - (x + 4)(3x - 2)$
❖ انشر و بسّط العبارة E
❖ حلّل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث :
❖ حل المعادلة $(3x - 2)(2x - 6) = 0$
❖ حل المتراجحة : $6x^2 - 22x + 12 \geq 6x^2 - 16x$

◄ حل معادلات من الدرجة الأولى

حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد معناه إيجاد قيمة المجهول .
كل معادلة من الشكل $ax = b$ هي معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد حيث $a \neq 0$ ، حلّها هو $x = \frac{b}{a}$.

مثال :

$5x + 2 = 4$ $5x = 4 - 2$ $5x = 2$ $\boldsymbol{x = \frac{2}{5}}$	$4x - 1 = x + 8$ $4x - x = 8 + 1$ $3x = 9$ $x = \frac{9}{3}$ $\boldsymbol{x = 3}$

◄ خاصية الجداء المعدوم

a ، b ، c و d أعداد معلومة :
- ❖ إذا كان $a \times b = 0$ فإنّ : $a = 0$ أو $b = 0$
- ❖ كلّ معادلة من الشكل $(ax + b)(cx + d) = 0$ تُسمى معادلة الجداء المعدوم حلولها هي حلول المعادلتين :

$(ax + b) = 0$ أو $(cx + d) = 0$

مثال :

❶ حل المعادلة : $4(x + 3) = 0$
بما أنّ : $4 \neq 0$ فإنّ : $x + 3 = 0$ إذن $x = -3$
حلول المعادلة هي : -3

❷ حل المعادلة : $(3x - 2)(5 - x) = 0$
معناه : $(3x - 2) = 0$ أو $(5 - x) = 0$
أي: $x = 5$ أو $3x = 2$ ومنه $x = \frac{2}{3}$
حلول المعادلة هي : 5 و $\frac{2}{3}$

◄ حل متراجحات من الدرجة الأولى

a ، b ، c و d أعداد معلومة :
- ❖ كلّ متباينة تكتب من الشكل $(ax + b) \geq (cx + d)$ أو $(ax + b) \leq (cx + d)$ أو $(ax + b) > (cx + d)$ أو $(ax + b) < (cx + d)$ تُسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد .

حل المتراجحة هو إيجاد كل قيم المجهول التي تكون من أجلها المتباينة صحيحة .

مثال :

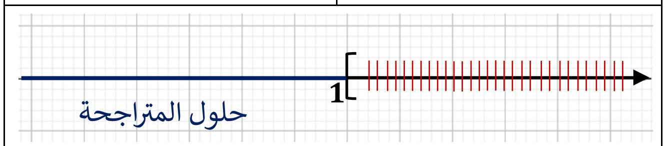
$3x - 2 \geq x + 4$ $3x - x \geq 4 + 2$ $2x \geq 6$ $x \geq \frac{6}{2}$ $\boldsymbol{x \geq 3}$ حلول المتراجحة هي كل قيم x الأكبر من أو تساوي 3	$6x + 1 < 8x + 5$ $6x - 8x < 5 - 1$ $-2x < 4$ $x > \frac{4}{-2}$ $\boldsymbol{x > -2}$ حلول المتراجحة هي كل قيم x الأكبر من أو تساوي 3

◄ **ملاحظة مهمة : إذا ضربنا طرفي المتراجحة في أو قسمنا على عدد سالب يتغيّر اتجاهها .**

◄ تمثيل حلول متراجحة بيانيا

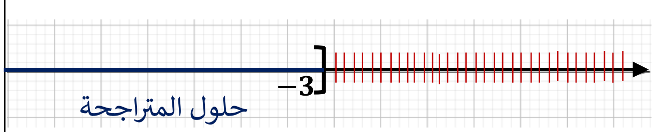
أمثلة :

حل المتراجحة : $5x + 2 < 7$ $5x < 7 - 2$ $5x < 5$	$x < \frac{5}{5}$ $\boldsymbol{x < 1}$ حلول المتراجحة هي كل قيم x الأصغر تماما من 1



الرمز [موجه نحو الجزء الغير الملون يدل على أنّ 1 لا ينتمي إلى مجموعة الحلول .

حل المتراجحة : $6x - 4 \geq 8x + 2$ $6x - 8x \geq 2 + 4$ $-2x \geq 6$	$x \leq \frac{6}{-2}$ $\boldsymbol{x \leq -3}$ حلول المتراجحة هي كل قيم x الأصغر من أو تساوي -3



الرمز] موجه نحو الجزء الملون يدل على أنّ -3 ينتمي إلى مجموعة الحلول .

تطبيق :

حل المتراجحات التالية ثم مثّل حلولها بيانيا :
$7x + 12 \leq 10x - 3 \;;\; x + 2 \leq -3x \;;\; 4x + 6 > 5$

◄ تربيض مشكل

لتربيض مشكل نتبع الخطوات التالية :
- ❖ اختيار المجهول المناسب .
- ❖ كتابة معطيات النص بدلالة x وصباغتها في معادلة أو متراجحة .
- ❖ حل هذه المعادلة أو متراجحة .
- ❖ الإجابة على الأسئلة .

◄ التمرين الأول :

يريد خيّاط تقسيم قطعة إلى مربعات متماثلة بشرط أن لا يتعدى محيطها $120\ cm$ وتفوق مساحتها $650\ cm^2$.
- ❖ ما هي القيم الممكنة لطول ضلع هذه القطع ؟

◄ التمرين الثاني :

يملك صاحب مكتبة 120 كتابا حيث عدد الكتب الأدبية هو ثلثي عدد الكتب العلمية وعدد الكتب الدينية يقلّ بـ 20 كتابا عن الكتب الأدبية.
- ❖ ما هو عدد الكتب من كل صنف ؟

◄ التمرين الثالث :

تقاسم ثلاثة إخوة مبلغا من المال قدره $15750\ DA$ ، فأخذ محمد ضعف أخته فاطمة أما حصة علي تزيد بـ $2000\ DA$ عن حصّة محمد .
- ❖ ما هي حصة كل واحد ؟

◄ التمرين الرابع :

بمناسبة عيد الأم إتفق معاذ وصهيب و إيمان على شراء هدية لوالدتهم فدفع معاذ رُبع ما دفعت إيمان و دفع صهيب $250\ DA$ زيادة عن ما دفع معاذ .
- ❖ كم دفع كل واحد منهم إذا علمت أنّ ثمن الهدية هو $1000\ DA$

◄ التمرين الخامس :

قطع عداء مسافة سباق على ثلاث مراحل :
- ✓ المرحلة الأولى : قطع ثُلثي المسافة .
- ✓ المرحلة الثانية : قطع نصف المسافة المتبقية .
- ✓ المرحلة الثالثة : قطع $800\ m$.
- ❖ أوجد مسافة السباق (الوحدة بـ m)

◄ التمرين السادس :

دخل تلميذ جديد إلى قسم السنة الرابعة متوسط فقال له زميله " أنت و نصفنا و رُبعُنا يساوي 100 "
- ❖ ما هو عدد تلاميذ هذا القسم ؟

◄ التمرين السابع :

يتقاضى عمال أحد المصانع لصناعة الملابس الجلدية مبلغ $300\ DA$ مقابل صنع كل حذاء بالإضافة إلى مبلغ شهري ثابت قدره $15000\ DA$.
في شهر أفريل كانت اجرة أحد العمال $42000\ DA$.
- ❖ ما هو عدد اللبسة الجلدية التي صنعها خلا هذا الشهر .
- ❖ ما هي القيم الممكنة لعدد الأحذية التي يجب صنعها حتى تتجاوز أجرته $45000\ DA$.

◄ التمرين الثامن :

أحسب محيط مربع ، إذا أضفنا لأحد أضلاعه $5\ m$ و أنقصنا لأحد أضلاعه $3\ m$ نتحصل على مستطيل له نفس مساحة المربع .

◄ التمرين التاسع :

صفيحة مربعة الشكل تعرضت للحرارة ، فتمددت طولا بمقدار $2\ cm$ وعرضا بمقدار $1.5\ cm$ ، ونتيجة ذلك زادت مساحتها بمقدار $34.5\ cm^2$.

◄ التمرين العاشر :

ممر مستطيل الشكل طول محيطه $38\ m$ ، إذا نقص من طوله $4\ m$ وزاد عرضه $1\ m$ ، نقصت مساحته $10\ m^2$.
- ❖ ما هو طول وعرض الممر ؟

◄ التمرين الحادي عشر :

تقترح وكالة لكراء السيارات على زبائنها صيغتين للكراء :
- ❖ الصيغة الأولى : دفع $3200\ DA$ لليوم الواحد .
- ❖ الصيغة الثانية : دفع $2800\ DA$ لليوم الواحد بالإضافة إلى مبلغ ثابت يقدّر بـ $1200\ DA$.
- ✓ عبّر عن F_1 المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى بدلالة x
- ✓ عبّر عن F_2 المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية بدلالة x
- ✓ ما هو عدد أيام كراء السيارة حتى تكون الصيغة الثانية أفضل من الصيغة الأولى .

◄ التمرين الثاني عشر :

لدى محمد 4 علب مليئة بالأقلام وقلمان إضافيان ، ولدى خالد علبتان مليئتان بالأقلام و 10 أقلام إضافية ، فكم قلما في العلبة الواحدة إذا كان لدى كل منهما العدد نفسه من الأقلام ؟

◄ التمرين الثالث عشر :

يصرف أستاذ ثلث راتبه في الكراء والأكل ، وثُمنها في اللّباس وثلاثة أعشارها في باقي الحاجيات ، إذا علمت أنّ الموظف وفّر $21750\ DA$ في السنة .
- ❖ فما هو مدخوله السنوي و الشهري ؟

◄ التمرين الرابع عشر :

يبلغ عمر مصعب ثلاثة أمثال عُمر ابنه ، وقبل خمس سنوات كان عُمر مصعب خمسة أمثال عمر ابنه .

- ❖ كم عُمر كل منهما الآن ؟

◄ التمرين الخامس عشر :

يقرأ شخص كتابا مُؤلفا من 324 صفحة ، فإذا علمت أنّه قرأ اليوم 7 صفحات أقل من الأمس وخمسة عشر (15) صفحة أكثر من أمس الأول و أنه بقي له ثلاث وثمانين (83) صفحة .

- ❖ كم قراها هذا اليوم ؟

◄ التمرين السادس عشر :

مجموع ثمن 45 كرة سلة وثمن شبكة حفظ هذه الكرات هو 574 ، إذا علمت أنّ ثمن الشبكة هو $\frac{1135}{157}$ من ثمن الكرات .

- ❖ حدّد ثمن الشبكة وثمن كل كرة.

◄ التمرين السابع عشر :

سأل محمد أمّه : ما هو عمر جدّتي ؟ فأجابته أمّه قائلة : لـو جمعت عُمرك وعُمر أختك لوجدت نصف عمر جدتك وتعلم يـا محمد أنك تكبر أختك بثلاث سنوات ، لـو جمعت عمرك وعمر أختك وعمر جدتك لوجدت 99 .

- ❖ فمـا هـو عمر جدتك؟

◄ التمرين الثامن عشر :

توفي رب أسرة وترك نصيب من المال وزوجة و أما و بنتا ، علما أنّ الم ترث السدس و أنّ الزوجة ترث الثُمن والبنت ترث النصف وأن المال المتبقي عند تقسم التّركة هو $1000\ DA$

- ❖ كم ترك رب الأسرة من المال ؟

◄ التمرين التاسع عشر :

مات رجل وترك مالا قدره $20000\ DA$ إذا علمت أنّ الإرث يرجع إلى أولاده فقط إبن وثلاث بنات ، وأنّ للذكر مثل حظ الأنثيين .

- ❖ كيف يقسم الإرث ؟

◄ التمرين عشرون :

عمر الأب يساوي 4 مرات عمر إبنه و أقل بـ 25 سنة من عمر أبيه (الجد) ، بعد 11 سنة يكون مجموع أعمارهم 130 سنة ،

- ❖ جد عُمر كل من الأب و الإبن والجد

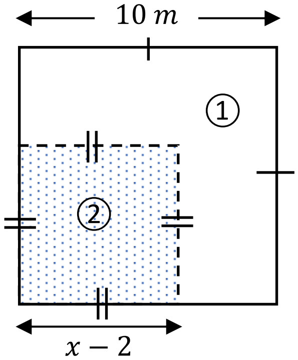
◄ التمرين الواحدو العشرون :

انطلق محمد من بيته متجها نحو المتوسطة وبعد مدة من السير تبق له مسافة $1km$ وهي تمثل رُبع المسافة بين المتوسطة وبيت محمد

- ❖ احسب المسافة بين بيت محمد ومتوسطته .

◄ الوضعية الأولى :

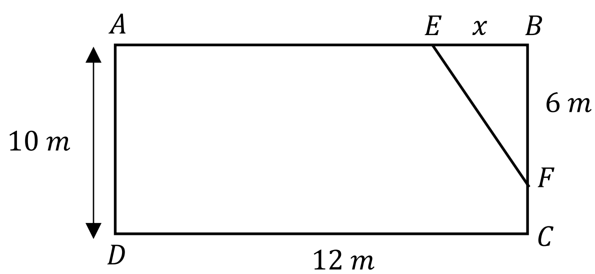
قام صاحب مزرعة بتخصيص الجزء ② لتربية الحيوانات (انظر الشكل)



- ❖ نعبر عن مساحة الجزء ① بـ A_1 وعن مساحة الجزء ② بـ A_2
- ❖ بيّن أنّ : $A_2 = x^2 - 4x + 4$.
- ❖ بيّن أنّ : $A_1 = 100 - A_2$.
- ❖ حلّل A_1 إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
- ❖ ما قيمة x حتى تكون مساحة الجزء ② تساوي $4\ cm^2$.
- ❖ ما هي قيم x حتى يتجاوز محيط الجزء ① $36\ m$.

◄ الوضعية الثانية :

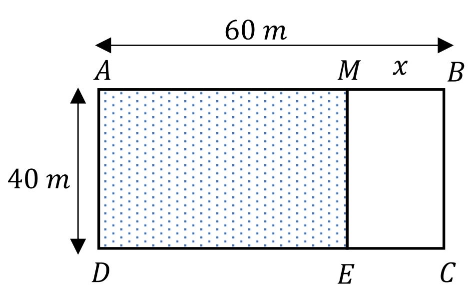
إليك الشكل المقابل :



- ❖ ما هي قيم x حت تكون مساحة المثلث EBF أصغر من مساحة المستطيل $ABCD$ بثلاث مرات ؟

◄ الوضعية الثالثة :

- ❖ عبّر بدلالة عن الطول AM .
- ❖ عبّر بدلالة x عن مساحة المستطيل $AMED$.
- ❖ أوجد قيم x حتى تكون مساحة المستطيل $MBEC$ أقل أو تساوي $2000\ m^2$.

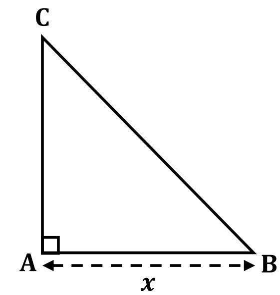


◀ الوضعية الرابعة :

الجــزء الـأول :

ورث أخوان قطعة أرض على شكل مثلث قائم في A حيث ABC إرتفاعه [AC] يساوي ثلثي $\left(\frac{2}{3}\right)$ قاعدته [AB] ومساحته $1200\ m^2$

❶ أوجد طول القاعدة و ارتفاع هذه القطعة الأرضية .

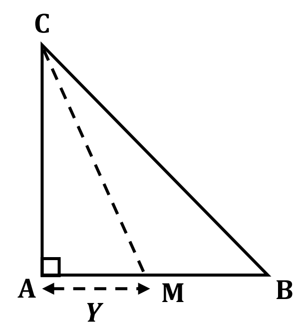


الجــزء الثاني :

أراد الاخوان تقسيم مساحة هذه القطعة بالتّساوي بسياج فاصل

علما أن : $AB = 60\ m$; $AC = 40\ m$; $AM = Y$

❷ أحسب الطول Y حتى يحقّق الأخوان غايتهم .



◀ الوضعية الخامسة :

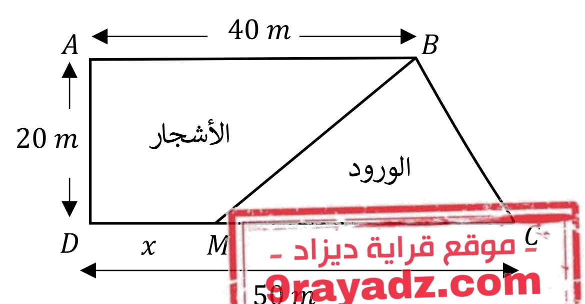
لعمي احمد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $1000\ m^2$ وعرضها يساوي خُمُسي $\left(\frac{2}{5}\right)$ طولها .

❖ جد طول وعرض هذه القطعة .

تنازل عمي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحتها $100\ m^2$ وخصّص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلة للورود و الأزهار .

لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيا إلى قطعتين كما هو موضح في الشكل .

❖ ساعد العم أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة. نضع : $x = DM$ (M نقطة من $[DC]$) مع $0 < x < 50$

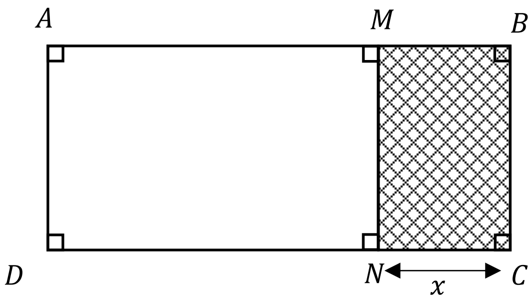


◀ الوضعية السادسة :

اشترى الإخوة محمد وعلي قطعة أرض مستطيلة الشكل $ABCD$ ، محيطها $640\ m$ و طولها ثلاث أمثال عرضها ، أراد علي استغلال جزء من الأرض لغرس أشجار النّخيل الممثلة في الجزء الملون (لاحظ الشكل أسفله)

علما أنّ الشجرة الواحدة تحتاج مساحة $50\ m^2$ والقطعة التي أراد علي إستغلال مساحتها أكبر من $2650\ m^2$ ومحيطها أصغر من $280\ m$.

❖ هل يستطيع علي زراعة 100 شجرة نخيل على هذا الجزء؟



◀ الوضعية السابعة :

الجــزء الـأول :

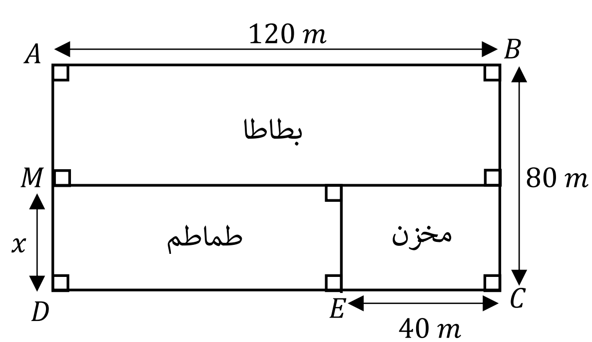
للعم أحمد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $9600\ m^2$ وعرضها ثلثي $\left(\frac{2}{3}\right)$ طولها .

❖ جد بُعدي هذه القطعة .

الجــزء الثاني :

قام العم أحمد بتجزئة هذه القطعة كما هو مبيّن في الشكل اسفله حيث خصّص الجزء الأول لزراعة الطماطم والجزء الثاني لزراعة البطاطا أمّا الجزء الثالث فخصّصه لبناء مخزن لحفظ المنتوج و العتاد الفلاحي .

نضع : $x = DM$ (M نقطة من $[AD]$) مع $0 < x < 80$



مخطط توضيحي لطرق التحليل مدعمة بأمثلة

BEM 2025

تحليل عبارة جبرية

باستخدام الخاصية التّوزيعية (العامل المشترك)

ظـاهــر

$A = x^2 + 5x$

$A = x(x+5)$

$B = (2x-1)^2 - (x+4)(2x-1)$

$B = (2x-1)[(2x-1)-(x+4)]$

$B = (2x-1)[2x-1-x-4]$

$B = (2x-1)(x-5)$

مـخـــفى

$A = 2x + 8 - 5x(x+4)$

$A = 2(x+4) - 5x(x+4)$

$A = (x+4)(2-5x)$

$B = (x-2)(6x+8) + (2x+3)(3x+4)$

$B = (x-2)(2\times 3x + 4\times 2) + (2x+3)(3x+4)$

$B = 2(x-2)(3x+4) + (2x+3)(3x+4)$

$B = (3x+4)[2x-4+2x+3]$

$B = (3x+4)(4x-1)$

باستخدام المتطابقات الشهيرة

$a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$

$A = x^2 + 25 + 10x$

$A = (x)^2 + (5)^2 + 2\times x\times 5$

$A = (x+5)^2$

$a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2$

$A = x^2 + 16 - 8x$

$A = (x)^2 + (4)^2 - 2\times x\times 4$

$A = (x-4)^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$A = x^2 - 36$

$A = (x)^2 - (6)^2$

$A = (x-6)(x+6)$

$B = (2x-5)^2 - 9$

$B = (2x-5)^2 - (3)^2$

$B = [(2x-5)-3][(2x-5)+3]$

$B = [2x-5-3][2x-5+3]$

$B = (2x-8)(2x-2)$

$C = (x-2)^2 - (3x+1)^2$

$C = [(x-2)-(3x+1)][(x-2)+(3x+1)]$

$C = [x-2-3x-1][x-2+3x+1]$

$C = (-2x-3)(4x-1)$

★ سـلسلـة تـمارين و وضعيات للمقطع الرابع الأشعة والانسحاب – الأشعة والمعالم ★

الأشعة والانسحاب

❐ الإنسحاب ومفهوم الشعاع :

A و B نقطتان متمايزتان ، الإنسحاب الذي يحول A إلى B يُعرّف شُعاعا نرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$ (مبدؤه A ونهايته B)

❖ **مميزاته :**

✓ **المنحى :** منحاه هو منحى المستقيم (AB) .

✓ **الإتجاه :** إتجاهه هو من النقطة A إلى النقطة B .

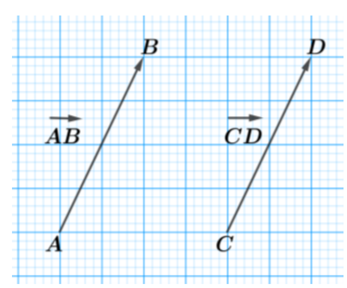
✓ **الطويلة :** طويلته هي طول القطعة $[AB]$.

(يُمكن أن نرمُز لهذا الشعاع بالرمز $\vec{u}$ مثلا)

❐ الشعاعان المتساويان

القول عن شعاعين أنّهما متساويان أي أنّ لهما نفس **المنحى** ونفس **الاتجاه** ونفس **الطول** .

- **مثال :**



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

- **معناه :**

❖ للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ نفس المنحى ونفس الاتجاه ونفس الطول .

❖ الانسحاب الذي يُحوّل A إلى B يحوّل أيضا C إلى D

❐ الشعاعان المتساويان و متوازي أضلاع

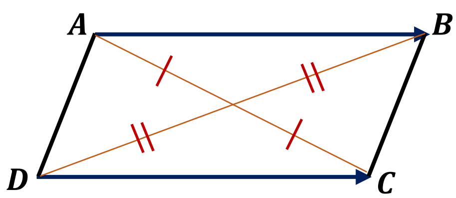
خاصية :

A ، B ، C ، D أربع نُقط كل ثلاثة منها ليست في إستقامية .

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ معناه الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

ملاحظات : A ، B ، C ، D أربع نُقط .

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ معناه للقطعتين $[AC]$ و $[BD]$ نفس المنتصف .
- إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فإنّ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.



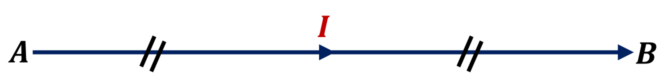
حالة خاصة : النقط A ، B ، C ، D في إستقامية

❐ الشعاعان المتساويان ومفهوم منتصف قطعة

خاصية :

A ، B ، I ثلاث نقط

- إذا كان I منتصف $[AB]$ فإنّ : $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$
- إذا كان $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$ فإنّ : I منصف القطعة $[AB]$.

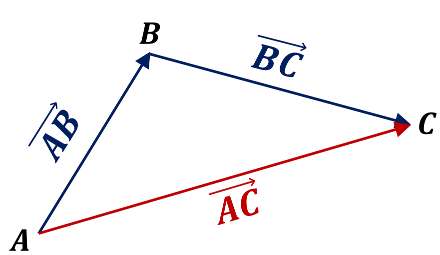


❐ مجموع شعاعين (علاقة شال)

A ، B ، C ثلاث نقط

مجموع الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ هو الشعاع $\overrightarrow{AC}$ نكتب

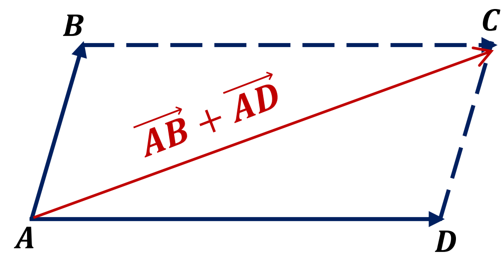
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



قاعدة متوازي الاضلاع (مجموع شعاعين)

A ، B ، C ثلاث نقط ليست على استقامية

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ معناه $ABCD$ متوازي أضلاع



الشعاعين المتعاكسان

الشعاعان المتعاكسان هما شعاعان لهما نفس المنحنى و نفس الطول ويختلفان في الاتجاه .

نقول أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و$\overrightarrow{BA}$ متعاكسان

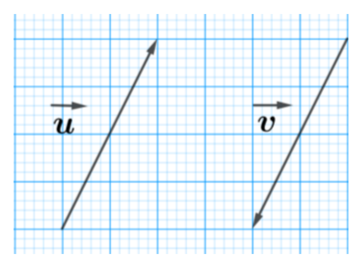
ونكتب $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$

❖ مجموع شعاعين متعاكسين يساوي الشعاع المعدوم

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$$

مثال :

الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعاكسان ونكتب $\vec{u}=-\vec{v}$



تمارين تطبيقية

التمرين الأول:

(C)دائرة مركزها O وقطرها $[BC]$ ، A نقطة من (C)تختلف عن B و C

1. ما هي طبيعة المثلث ABC ؟ علل؟
2. أنشئ النقطتين M و N بحيث يكون $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$
3. بيّن أن النقطة A منتصف $[MN]$

التمرين الثاني:

$ABCD$ متوازي أضلاع

1. أنشئ النقطة M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$
2. ما نوع الرباعي $ACMD$ ؟ علّل اجابتك؟
3. أكمل: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\cdots\ldots\ldots\ldots\ldots$
4. بالاستعانة بنقاط الشكل

❖ أعط ممثل للمجموع الشعاعي في كل حالة

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CM}$,$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{MC}$

التمرين الثالث:

ABC مثلث متساوي السّاقين قاعدته $[BC]$

1. عيّن النقطة D بحيث: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}$
2. أنشئ النقطة F بحيث: $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$
3. أثبت أن الرباعي $ACFD$ معين .

التمرين الرابع:

MSH مثلث

1. عيّن النقطة R بحيث $\overrightarrow{SR}=\overrightarrow{MH}$
2. عيّن النقطة T حيث تكون النقطة H منتصف القطعة $[MT]$
3. ما نوع الرّباعي $SRTH$.

التمرين الخامس:

$ABCD$ متوازي أضلاع و I نقطة من المستوي:

1. أنشئ النقط $E; F; G; H$ التي تحقق:

النقطة E تحقق $\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{AB}$ والنقطة F تحقق $\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{BC}$

النقطة G تحقق $\overrightarrow{IG}=\overrightarrow{CD}$ والنقطة H تحقق $\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{DA}$

2. أثبت أن: $\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}+\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{IH}=\vec{0}$
3. برهن أن: $\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{FE}$ واستنتج طبيعة الرباعي $EFGH$

التمرين السادس:

ABC مثلث .

1. أنشئ النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$
2. أنشئ النقطة E بحيث : $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CE}$
3. بيّن أنّ المستقيمين (BC) و (AE) متوازيان .

التمرين السابع:

1 أنشئ المثلث EFG القائم في F حيث
$EF = FG = 4cm$

2 أنشئ النقطتين: D صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.

C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$

3 بيّن أن الرباعي $EGDC$ مربع ثم احسب مساحته

4 ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث $\vec{U} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{FG}$

❖ بيّن أن: $\vec{U} = \overrightarrow{ED}$

التمرين الثامن:

$ABCD$ متوازي أضلاع.

أنشئ النقطتين F, E حيث: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF}$ و $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{DA}$

اتمم ما يلي: $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} + \cdots$, $\overrightarrow{AD} = \cdots \overrightarrow{AB} + \cdots$

بيّن أن: $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CF}$

التمرين التاسع:

ABC مثلث قائم في B حيث:

1 احسب الطول AB

2 عيّن النقطة M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $-\overrightarrow{AB}$

3 ما نوع الرباعي $ABCM$ ؟

4 عيّن النقطة D بحيث: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$

5 بيّن أنّ : $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

التمرين العاشر:

RST مثلث حيث:

$ST = 5cm \quad ; \quad RS = 4cm \quad ; \quad RT = 3cm$

1 بيّن أن المثلث RST قائم في R

2 عيّن النقطة N منتصف الوتر ثم أنشئ النقطة H صورة N بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{TR}$.

3 ما نوع الرباعي $HNTR$ ؟

❖ أكمل ما يلي:

$\overrightarrow{RH} + \overrightarrow{RT} = \overrightarrow{\ldots} \quad ; \quad \overrightarrow{RH} + \overrightarrow{HN} = \overrightarrow{\ldots}$

التمرين الحادي العاشر:

ABC مثلث متساوي الساقين قاعدته $[BC]$

1 أنشئ النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$

2 أنشئ النقطة D بحيث: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

3 أثبت أن النقطة C منتصف $[DE]$.

التمرين الثاني عشر:

ABC مثلث قائم في A حيث :

$AB = 4cm \quad ; \quad AC = 3cm$

1 أنشئ النقطتين M و D بحيث: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$ و
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

2 أثبت أن النقطة C منتصف $[MD]$.

3 أحسب محيط الرباعي $ABDM$

التمرين الثالث عشر:

RST مثلث متساوي الساقين قاعدته $[ST]$

1 أنشئ النقطة E بحيث: $\overrightarrow{RE} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RT}$

2 بيّن أنّ الرباعي $RSET$ معيّن .

3 أنشئ النقطة M بحيث : $\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{TM}$.

❖ ما نوع المثلث MER ؟ علّل.

4 أثبت أنّ : $\overrightarrow{TS} + \overrightarrow{TM} = 0$

التمرين الرابع عشر:

RST مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي R .

حيث : $ST = 6 cm \quad ; \quad RS = 5cm$

العمود المتعلق بالضلع $[ST]$ يقطع $[ST]$ في النقطة H

1 بيّن أنّ H منتصف $[ST]$.

2 أحسب الطول RH .

❖ أنشئ النقطة D نظيرة E منصف $[RS]$ بالنسبة إلى النقطة H .

➢ ما نوع الرباعي $ETDS$ ؟

➢ بيّن أنّ $\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{ED}$

◄ المسألة الأولى:

$ABCD$ مستطيل حيث :

$AB = 12\ cm\ ;\ BC = 4.8\ cm$ و E نقطة من $[AB]$ بحيث $EB = 2.4\ cm$ و F منتصف $[DC]$.

1 احسب القيمتين المضبوطتين لـ EC و DE .

❖ اشرح لماذا :

$$DE = \frac{24\sqrt{5}}{5} \quad ; \quad EC = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

2 ما طبيعة المثلث CDE ؟ برّر جوابك .

3 G صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FC}$.

❖ ما نوع الرباعي $EGCF$ ؟

❖ ما نوع الرباعي $EGFD$ ؟

4 المستقيم (FG) يقطع $[EC]$ في H ويقطع $[BC]$ في I

❖ بيّن أنّ المستقيمين (EI) و (CG) متعامدان .

5 J نقطة بحيث $\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{ED}$

❖ ما نوع الرباعي $DECJ$ ؟

❖ هل النقط E ، F ، J في إستقامية ؟

◄ المسألة الثانية:

أنشئ دائرة مركزها O ونصف قطرها $4\ cm$ ، ليكن $[AB]$ قطر لهذه الدائرة .

1 عيّن النقطة C من هذه الدائرة بحيث : $AC = 6cm$

2 أنشئ النقط $S\ ;\ N\ ;\ I$ صور النقط $A\ ;\ C\ ;\ B$ على الترتيب بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$.

3 أحسب محيط ومساحة المثلث SIN .

◄ المسألة الثالثة:

ABC مثلث قائم في C .

1 أنشئ النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

❖ لتكن O نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع $ABCD$

2 أنشئ الدائرة التي تشمل النقط $C\ ;\ O\ ;\ B$ بعد تعيين مركزها . برّر .

3 أنشئ النقطتين P و M بحيث :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad ; \quad \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OD}$$

4 أذكر التحويل الذي من أجله تكون النقط $C\ ;\ M\ ;\ P$ صور النقط $O\ ;\ B\ ;\ D$ على الترتيب .

5 بيّن أنّ النقط $P\ ;\ C\ ;\ M$ في إستقامية .

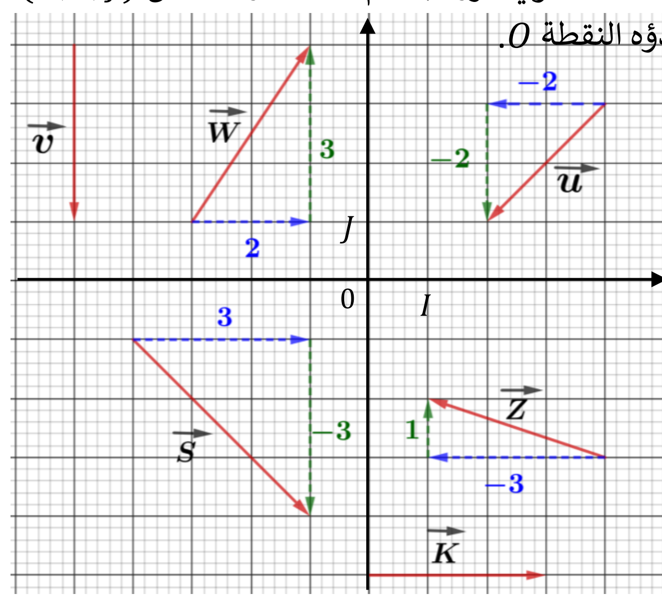
الأشعة والمعالم

❐ قراءة مركبتي الشعاع

نقرأ مركبتي شعاع بالإزاحتين المتتاليتين اللتين تسمحان بالمرور من مبدأ الشعاع إلى نهايته.

- الإزاحة الأولى : تكون بالتوازي مع محور الفواصل و تكون موجبة عندما ننتقل نحو اليمين و سالبة عندما ننتقل نحو اليسار .
- الإزاحة الثانية : تكون بالتوازي مع محور التراتيب و تكون موجبة عندما ننتقل نحو الأعلى و سالبة عندما ننتقل نحو الأسفل .

مثال : المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;I;J)$ مبدؤه النقطة O.



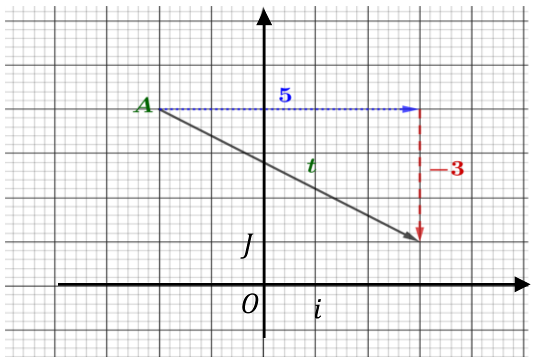
$\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$; $\vec{W}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$; $\vec{S}\begin{pmatrix}3\\-3\end{pmatrix}$

$\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$; $\vec{Z}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$; $\vec{K}\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$

❐ تمثيل مركبتي شعاع

لتمثيل شعاع علمت مركبتاه $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ نختار نقطة كمبدأ لهذا الممثل ثم نحولها بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\0\end{pmatrix}$ فنحصل على نقطة نحولها بدورها بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\y\end{pmatrix}$

مثال : لنمثل الشعاع $A\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix}$
الذي مبدؤه النقطة A حيث $A(-2:4)$



❐ الشعاعان المتساويان

الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما نفس المركبتين
شعاعان $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ و $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$
$\vec{u}=\vec{v}$ معناه $x=x'$ و $y=y'$

مثال : لتكن النقط A ، B ، C و D حيث :
$C(-3\,;2).B(\,3\,;-1)\ .A(-4\,;\,-1).D(\,4\,;2\,)$
هل الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متساويان $(\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD})$ ؟

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ | $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-(-4)\\-1-(-1)\end{pmatrix}$ | $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4-(-3)\\2-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}7\\0\end{pmatrix}$ | $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}7\\0\end{pmatrix}$

الشعاعان $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{AB}$ لهما نفس المركبتين
إذن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

❐ حساب مركبتي شعاع

إذا كانت A و B نقطتان إحداثياتاهما $(x_A\,;y_A)$ و $(x_B\,;y_B)$ على الترتيب في معلم فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\boldsymbol{x_B - x_A}$ و $\boldsymbol{y_B - y_A}$

مثال :

نعتبر النقطتين $A(-1\,;3)$ و $B(-2\,;1)$ من المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس

حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$x_B - x_A = -2 - (-1) = -1$

$y_B - y_A = 1 - 3 = -2$

إذن:

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$$

❐ حساب احداثيتا منتصف قطعة مستقيم

$A(x_A\,;y_A)$ و $B(x_B\,;y_B)$ نقطتان من المستوي

و M منتصف القطعة $[AB]$

إذا كانت $(x_M\,;y_M)$ هما إحداثيتا M فإن :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad \text{و} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

مثال :

$A(2\,;1)$ و $B(4\,;-5)$ نقطتان من المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس و M منتصف القطعة $[AB]$

حساب احداثيتي النقطة M

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+(-5)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

إذن :

$$M(3;-2)$$

❐ حساب المسافة بين نقطتين

إذا كانت $A(x_A\,;y_A)$ و $B(x_B\,;y_B)$

فإن المسافة بين النقطتين A و B هي:

$$AB = \sqrt{(x_B\,;y_B)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

مثال :

$A(3\,;-2)$ و $B(4\,;1)$ نقطتان من المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس .

- حساب الطول AB

$$AB = \sqrt{(x_B\,;y_B)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(4-3)^2 + (1-(-2))^2}$$

$$AB = \sqrt{1^2 + 3^2}$$

$$AB = \sqrt{10}$$

❐ حساب احداثيتي نقطة بمعرفة مركبتي شعاع و احداثيتي نقطة أخرى

مثال :

حساب احداثيتي النقطة D بحيث : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$ و $C(-2;-2)$

نضع $D(x_D\,;y_D)$ و منه

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix} = \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D - x_D\\y_D - y_D\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix} = \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D - (-2)\\y_D - (-2)\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c|c} x_D + 2 = 0 & y_D + 2 = 3 \\ x_D = -2 & y_D = 3 - 2 \\ & y_D = 1 \end{array}$$

$$D(-2;1)$$

تمارين تطبيقية

التمرين الأول:

A, B, C, D نقط من المستوي المزود بمعلم بحيث:

$D(0\,;+5)\,;C(-7\,;6)\ ;\ B(-2\,;8)\,;A(-5\,;3)$

1. احسب احداثيتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{CB}$.
2. استنتج أن الرباعي $ACBD$ متوازي أضلاع .

التمرين الثاني:

A, H, M ثلاث نقط من المستوي المزود بمعلم بحيث:

$M(-2\,;3)\,;\ H(1\,;-2)\ ;\ A(-1\,;3)$

- احسب احداثيتي النقطة T التي تجعل الرباعي $MATH$ متوازي أضلاع

التمرين الثالث:

A, B, C ثلاث نقط من المستوي المزود بمعلم بحيث:

$C(5\,;3)\ ;\ B(4\,;-1)\,;A(-2\,;1)$

- عيّن النقطتين P و E بحيث: E نظير C بالنسبة الى B و A و B متناظرتان بالنسبة إلى P .
- احسب إحداثيتي النقطتين P و E .

التمرين الرابع:

A, B, C, D نقط من المستوي المزود بمعلم بحيث:

$D(1\,;-1)\,;C(5\,;1)\ ;\ B(3\,;5)\,;A(-1\,;3)$

- احسب احداثيتي M و N منتصفي $[BD]$ و $[AC]$ على الترتيب. ما نوع الرباعي $ABCD$

التمرين الخامس:

A, B, C نقط من المستوي المزود بمعلم.

$C(-7\,;3)\ ;\ B(5;2);A(-3;-2)$

- عيّن النقطة M بحيث M منتصف $[AC]$
- عيّن النقطة P بحيث B نظيرة C بالنسبة إلى P

1. احسب إحداثيتي كل من النقطتين M و P
2. ماذا نقول عن المستقيمين (MP) و (AB)؟ (اشرح ذلك)

التمرين السادس:

A, B, C ثلاث نقط من المستوي المزود بمعلم بحيث:

$C(+2\,;-3)\ ;\ B(-1\,;3)\,;A(3\,;4)$

1. احسب احداثيتي E بحيث: $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}$
2. احسب إحداثيتي D بحيث E منتصف $[AD]$
3. استنتج نوع الرباعي $ABDC$.

التمرين السابع:

A, B, C ثلاث نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $C(0\,;3)\ ;\ B(3;2)\,;A(2;1)$

1. احسب الأطوال AB, AC, BC
2. بيّن نوع المثلث ABC .

التمرين الثامن:

$(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي

$C(-7\,;-2)\ ;\ B(3\,;+3)\,;\ A(-1\,;6)$

1. بيّن نوع المثلث ABC قائم.
2. احسب إحداثيتي E منتصف $[AC]$
3. احسب طول المتوسط المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC .

التمرين التاسع:

$(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ معلم متعامد ومتجانس.

1. علّم النقط $C(4\,;0)\,;\ B(5\,;7)\,;A(-3\,;1)$
2. احسب الأطوال AB, BC, AC
3. بيّن أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين
4. ليكن M مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

- احسب إحداثيتي M . احسب نصف قطر هذه الدائرة.

التمرين العاشر:

$(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ معلم متعامد ومتجانس.

1. علّم النقط:

$D(-3\,;-4)\,;C(-1\,;2)\ ;\ B(5\,;4);A(3\,;-2)$

2. بيّن أن الرباعي $ABCD$ معيّن.

◄ التمرين الحادي عشر:

C , B , A نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $A(2\,;7)\,;\,B(1\,;0)\;\;;\;C(-2\,;4)$

(C) دائرة مركزها B ونصف قطرها BC .

❖ بيّن أن (AC) مماس للدائرة (C) في C .

◄ التمرين الثاني عشر:

$(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي $A(5\,;2)\,;\,B(2\,;+6)\;\;;\;C(-6\,;0)$

1. بيّن نوع المثلث ABC قائم.
2. احسب إحداثيي D حتى يكون الرباعي $ABCD$ مستطيلا .
3. احسب احداثيي I مركز التناظر $ABCD$

◄ التمرين الثالث عشر:

في معلم متعامد ومتجانس (وحدة الطول هي $1cm$)

1. علّم النقط $A(1\,;-3)\,;B(5\,;5)\;\;;\;C(-5\,;0)$
2. احسب الأطوال AB, AC, BC ثم بيّن أن ABC قائم
3. احسب إحداثيي K منتصف $[BC]$.
4. $[AE]$ الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

❖ احسب مساحة المثلث ABC .

❖ استنتج طول $[AE]$ (أعط القيمة المضبوطة)

◄ التمرين الرابع عشر:

$(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي $(\,OI\,=\,OJ\,=\,1\;cm\,)$

1. علّم النقط $A(2\,;0)\,;\,B(0\,;-1)\;\;;\;C(0\,;4)$
2. بيّن أنّ $\widehat{BAC}\,=\,90^{o}$
3. (C)دائرة التي مركزها M وتشمل النقط C , B , A

❖ احسب إحداثيي M و نصف قطر الدائرة (C).

◄ التمرين الخامس عشر:

C , B , A ثلاث نقط من المستوي المزود بمعلم بحيث: $A(5\,;3)\;\;;\,B(2\,;-1)\;\;;\;C(-1\,;-3)$

D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$

E نظيرة B بالنسبة إلى C ، المستقيمان (DE) و (AB) يتقاطعان في F . أنشئ الشكل .

1. احسب إحداثيي كل من النقطتين D و E .
2. احسب إحداثيي النقطة F.

◄ التمرين السادس عشر:

المستوي المنسوب إل معلم متعامد ومتجانس D , C , B , A أربع نقاط من المستوي بحيث: $A(1\,;+5)\,;\,B(-3\,;3)\;\;;\;C(0\,;2)\,;\,D(4\,;4)$

1. علّم النقط D , C , B , A
2. أثبت أن الرباعي$ABCD$ متوازي أضلاع .

لتكن M منتصف $[CD]$ و P نظيرة A بالنسبة إلى M

3. احسب إحداثيي كل من النقطتين P, M.

K نقطة من المستوي حيث $K(5\,;7)$.

4. برهن أن النقطة A مركز الدائرة المحيطة بالمثلث KPB.

◄ التمرين السابع عشر:

في معلم متعامد ومتجانس

1. علّم النقط $A(1;2)\,;\,B(4\,;-1)\;\;;\;C(3\,;1)$
2. بيّن أن M نقطة من محور $[AB]$.
3. لتكن E نقطة بحيث $E(-1\,;-3)$

❖ بيّن أن المستقيم (ME) يقطع $[AB]$ في منتصفها.

◄ التمرين الثامن عشر:

C , B , A نقط من معلم متعامد ومتجانس للمستوي (وحدة الطول هي $1cm$) $A(-3\,;2)\,;\,B(1\,;5)\;\;;\;C(2\,;2)$

1. علّم النقط C , B , A
2. بيّن أن المثلث ABC متساوي الساقين
3. المحور المتعلق بالضلع $[BC]$ يقطع $[BC]$ في H.

❖ احسب الطول AH.

◄ التمرين التاسع عشر:

المستوي منسوب إلى ملعم متعامد ومتجانس (وحدة الطول هي cm) $A(-3\,;2)\,;\,B(1\,;5)\;\;;\;C(2\,;2)$

1. علّم النقط C , B , A .
2. احسب إحداثيي كل من الأشعة $\overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB}$
3. احسب الأطوال AB , AC , BC .
4. بيّن أن المثلث ABC قائم في C .
5. M مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

❖ احسب احداثيي M .

❖ احسب طول نصف قطر هذه الدائرة .

❖ هل النقطة $E(-1;5)$ تنتمي إلى الدائرة (C) ؟ (برّر)

المسائل :

◄ المسألة الأولى :

f دالة تآلفية حيث $f: x \to 3x - 1$

(d) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس

A و B نقطتان بحيث $A(-5\,;6)\,;\,B(-7;2)$

1. احسب $f(1)\,;\,f(-2)$
2. C نقطة من (d) فاصلتها (-2)
   D نقطة من (d) ترتيبها (2) .
   - ❖ ما هما إحداثيتي كل من النقطتين C و D؟
3. أنشئ المستقيم (d).
4. أنشئ النقطتين C' و D' صورتي النقطتين C و D على الترتيب بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$
5. ارسم المستقيم (d') صورة (d) بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
6. احسب إحداثيتي كل من النقطتين C و D' .
7. (d) هو التمثيل البياني للدالة التآلفية g .
   عيّن الدالة g.

◄ المسألة الثانية :

في معلم متعامد ومتجانس $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ بحيث $OI = OJ = 1\ cm$

1. علّم النقط : $A(-4\,;2)\ ;\ B(5\,;0)\ ;\ C(4\,;4)$
2. بيّن نوع المثلث ABC .
3. أنشئ النقطة M بحيث $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.
   - ❖ ما نوع الرباعي $ACBM$ ؟
   - ❖ احسب إحداثيتي M .
4. احسب مساحة الرباعي $ACBM$.
5. أنشئ النقطة N صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$
   - ❖ احسب إحداثيتي N .
6. احسب مساحة الرباعي $ACNM$.

◄ المسألة الثالثة :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ بحيث $OI = OJ = 1\ cm$

1. علّم النقط :
   $A(-1\,;-5);\ B(5\,;-1)\ ;\ C(4\,;7)\,;\,D(-2\,;3)$
2. بين أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.
3. احسب الطولين AD و BD .
   - ❖ استنتج نوع المثلث ABD .
4. I منتصف $[AB]$. بيّن أن المستقيمين (ID) و (AB) متعامدان.
5. احسب إحداثيتي النقطة I .
6. احسب مساحة المتوازي الأضلاع $ABCD$.
7. احسب قيس الزاوية $\widehat{BAD}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة .
   - ❖ استنتج قيس $\widehat{ABC}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة .

★سـلسلة تـمارين و وضعيات للمقطع الخامس "جملة معادلتين بمجهولين – الدالة الخطيّة والدالة التآلفية"★

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

❏ جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

نسمي جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y كل جملة من الشكل :

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

حيث : a ، b ، c ، a' ، b' ، c' أعداد معلومة .

مثال :

$\begin{cases} 2x+y=3 \\ 5x-2y=8 \end{cases}$ جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

حيث :

$a=2$; $b=1$; $c=3$; $a'=5$; $b'=-2$; $c'=8$

نُسمي حلا لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين كل ثنائية $(x_0\ ;\ y_0)$ التي تكون من أجلها هذه الجملة محققّة في آن واحد .

مثال :

لتكن الجملة : $\begin{cases} 2x+y=2 \\ x+y=0 \end{cases}$

❖ من أجل الثنائية $(1\,;0)$:

$\begin{cases} 2\times 1+0=2 \\ 1+0=0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 2=2 \\ 1\neq 0 \end{cases}$

الثنائية $(1\,;0)$ ليست حلا للجملة السابقة .

❖ من أجل الثنائية $(2\,;-2)$:

$\begin{cases} 2\times(2)+(-2)=2 \\ (2)+(-2)=0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 2=2 \\ 2=0 \end{cases}$

الثنائية $(2\,;-2)$ حل للجملة السابقة .

❏ حل جملة معادلتين (التعويض)

لحل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين بطريقة التعويض نتّبع ما يلي :

1. نكتب أحد المجهولين بدلالة الآخر من إحدى المعادلتين . (x مثلا)
2. نعوض x في المعادلة الخرى فنحصل على معادلة بمجهول واحد y ثم نحسب قيمة y .
3. نُعوض y بقيمته في إحدى المعادلات ونستنتج x .

مثال :

لنحل الجملة:

$$\begin{cases} -5x+y=2\ \ldots(1) \\ 3x-y=-4\ \ldots(2) \end{cases}$$

1. من المعادلة (1): $y=2+5x$
2. نعوض y في المعادلة (2) :
$3x-(2+5x)=-4$ ومنه $-2x-2=-4$
أي $x=1$
3. نعوض x في المعادلة (1) :
$-5\times 1+y=2$ ومنه $y=7$
حل الجملة هو : $(1\,;7)$

❏ المعادلتان المتكافئتان

المعادلتان المتكافئتان هما معادلتان لهما نفس الحل .
إذا ضربنا طرفي معادلة في نفس العدد نتحصل على معادلة مكافئة لها .

مثال :

نعتبر المعادلة :

$$2x+3y=6\quad(1)$$

إذا ضربنا كلا من طرفي المعادلة (1)في الأعداد $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; (-2) نحصل على معادلات مكافئة لها و هي على الترتيب :

$\frac{2}{3}x-y=-2$. $x+\frac{3}{2}y=3$ $-4x-6=-12$

حل جملة معادلتين (الجمع)

لحل جملة معادلتين نتّبع ما يلي :

1. نجعل معاملي أحد المجهولين متعاكسين ثم نجمع المعادلتين طرفا لطرف لنتحصل على معادلة بمجهول واحد ثم نحسبه .
2. نعوض المجهول في إحدى المعادلات و نستنتج الآخر

مثال :

حل الجملة : $\begin{cases} 4x + 2y = 7 \dots (1) \\ x - 2y = 3 \dots\dots (2) \end{cases}$ نلاحظ أن معاملي y متعاكسان

1. نجمع المعادلتين طرفا لطرف

$$4x + 2y + x - 2y = 7 + 3$$

و منه $5x = 10$ أي $x = 2$

2. نعوض قيمة y في المعادلة (2) نجد: $2 - 2y = 3$

وبالتالي $2 - 3 + 2y-$ و منه $y = \frac{-1}{2}$

حل الجملة هو : $\left(2 \,;\, \frac{-1}{2}\right)$

حل جملة معادلتين بيانيا

لحل جملة معادلتين بيانيا نتّبع ما يلي :

1. نكتب y بدلالة x من كل معادلة .
2. نفرض قيمتين لـ x و نحسب y في كل معادلة .
3. نرسم المستقيم (d_1) الذي معادلته (I) و (d_2) الذي معادلته (2).
4. إحداثيات نقطة تقاطع (d_1) و (d_2) هي حل الجملة .

تمارين تطبيقية

التمرين الأول:

حل باستعمال طريقة التعويض الجملة التالية :

$$\begin{cases} 3x - 5y = 30 \dots (1) \\ 2x + y = 7 \dots\dots (2) \end{cases}$$

التمرين الثاني:

حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} x - 2y = -8 \dots (1) \\ 3x + 2y = 0 \dots (2) \end{cases}$$

التمرين الثالث:

إليك الجملة الآتية :

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \dots. (1) \\ 5x - 4y = 9 \dots\dots (2) \end{cases}$$

1. عيّن الحل المناسب من بين الثنائيات التالية :

$(1 \,;\, -1) \quad ; \quad (1 \,;\, -2)$

2. حل الجملة السابقة .

التمرين الرابع:

لتكن الجملة التالية :

$$\begin{cases} 2x - y = -2 \dots\dots (1) \\ x + 2y = 4 \dots\dots (2) \end{cases}$$

❖ حل الجملة بيانيا ، ثم تأكد من ذلك حسابيا .

التمرين الخامس:

إليك الجملة الآتية :

$$\begin{cases} x + y = 16 \dots\dots (1) \\ 2x + y = 26 \dots\dots (2) \end{cases}$$

1. بيّن أنّ الثنائية المرتبة $(-2 \,;\, 8)$ ليست حل لهذه الجملة .
2. أعط حل لهذه الجملة .

التمرين السادس:

لتكن الجملة التالية :

$$\begin{cases} x + y = -1 \dots\dots (1) \\ 2x + y = -3 \dots\dots (2) \end{cases}$$

1. عيّن الحل المناسب من بين الثنائيات التالية :

$(-2 \,;\, -1) \;;\; (2 \,;\, 1) \;;\; (2 \,;\, -1) \;;\; (-2 \,;\, 1)$

2. حل الجملة السابقة بطريقة التعويض .

التمرين السابع:

1. حل جملة المعادلتين ذات المجهولين x و y

$$\begin{cases} 2x + 3y = 17 \dots\dots (1) \\ x - y = 1 \dots\dots (2) \end{cases}$$

2. مستطيل فرق بعديه $1\ cm$ ومجموع محيطه وعرضه معا $17\ cm$.

❖ أحسب مساحته .

❐ حل وضعية بتوظيف جملة معادلتين

لحل وضعية بتوظيف جملة معادلتين نتبع الطريقة التالية :
- ☑ اختيار المجهولين .
- ☑ ترييض الوضعية بالتعبير عنها بمعادلتين .
- ☑ حل جملة المعادلتين .
- ☑ مراقبة النتيجة (معقوليتها ، ملاءمتها للمعطيات).
- ☑ الإجابة عن السؤال .

مثال :

$6\ kg$ من مربى المشمش موزعة في 14 علبة ، من بينها علب تحتوي على $500\ g$ و الأخرى على $375\ g$.

❖ ما هو عدد العلب من كل نوع ؟

الحل :
- نرمز بـ x لعدد العلب التي تحتوي على $500\ g$.
- نرمز بـ y لعدد العلب التي تحتوي على $375\ g$.

يوجد 14 علبة يعني : $x + y = 14$.

x علبة من نوع $500\ g$ تحتوي كل منها على : $0.5\ kg$.

y علبة من نوع $375\ g$ تحتوي كل منها على : $0.375\ kg$

يوجد $6\ kg$ من المربى يعني : $0.5x + 0.375y = 6$.

- نتحصل على الجملة التالية :

$$\begin{cases} x + y = 14 \ldots\ldots\ldots(1) \\ 0.5x + 0.75y = 6 \ldots(2) \end{cases}$$

- نحل الجملة . من المعادلة (1)

$$y = x - 14 \ldots\ldots(3)$$

نُعوض y في المعادلة (2) فنجد :

$$0.5x + 0.375(14 - x) = 6$$

أي : $0.5x + 5.25 + 0375x = 6$

وبالتالي : $0.125x = 0.75$

ومنه : $x = \dfrac{0.75}{0.125}$

إذن : $x = 6$

نُعوض قيمة x في المعادلة (3) فنجد :

$y = 14 - 6$ ومنه : $y = 8$

الثنائية $(6\,;8)$ حل للجملة .

يوجد 6 علب تحتوي كل منها على $500\ g$ و 8 علب تحتوي كل منها على $375\ g$

◄ الوضعية الأولى:

جد عددين علما أن مجموعهما 50 و الفرق بين العدد الأول وضع العدد الثاني هو 5 .

◄ الوضعية الثانية:

1 حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} x + y = 20 \ldots\ldots(1) \\ 7x + 4y = 104 \ldots(2) \end{cases}$$

2 تتكون حمولة إحدى الشاحنات من 20 صندوقا وزن بعضها $28\ kg$ ووزن البعض الآخر $16\ kg$ علما أن وزن حمولة الشاحنة هو $416kg$ عين عدد الصناديق التي وزنها $28\ kg$ وعدد الصناديق التي وزنها $16\ kg$.

◄ الوضعية الثالثة:

1 حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} 5x + 2y = 13 \ldots(1) \\ x + 2y = 8 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

2 ثمن باقة زهور متكونة من 5 زهور نرجس و زهرتي أقحوان هو $13DA$ بينما ثمن باقة متكونة من زهرة نرجس و زهرتي أقحوان هو $8\ DA$.

❖ ما هو ثمن باقة زهور متكونة من 4 زهور نرجس و 3 و زهور أقحوان .

◄ الوضعية الرابعة:

1 عيّن طول و عرض قاعة مستطيلة الشكل علما أنه إذا زاد طولها بـ $1m$ و زاد عرضها بـ $3m$ زادت مساحتها بـ $25m^2$

أما إذا نقص كل من عرضها و طولها بـ $1m$ نقصت مساحتها بـ $9m^2$.

◄ الوضعية الخامسة:

يضم أحد رفوف مكتبة مدرسية 42 كتابا. سمك بعض الكتب $3\ cm$ و سمك البعض الآخر $5\ cm$. هذه الكتب موضوعة في صف طوله $150\ cm$.

❖ جد عدد الكتب التي سمكها $3\ cm$ و الكتب التي سمكها $5\ cm$.

◀ الوضعية السادسة:

لإقامة حفل نهاية السنة الدراسية اشترى مدير المؤسسة 20 قارورة مشروبات غازية و 30 قارورة عصير بثمن $1400\ DA$.

بعد نهاية الحفل بقيت 7 قارورات مشروبات غازية وقارورة عصير ثمنها معاً هو $205\ DA$.

❖ ما هو ثمن قارورة المشروب الغازي وثمن قارورة عصير البرتقال ؟

◀ الوضعية السابعة:

جد عددين x و y مجموعهما 50 والفرق بين الأول و ضعف الثاني هو 5.

◀ الوضعية الثامنة:

مجموع عددين طبيعيين هو 2018 .

عند اجراء القسمة الإقليدية للعدد الأكبر على الأصغر يكون الحاصل هو 2 و الباقي هو 281 .

❖ جد هذين العددين الطبيعيين .

◀ الوضعية التاسعة:

1 حل الجملة الآتية :

$$\begin{cases} 2x + 2y = 60 \ldots\ldots (1) \\ 7x + 4y = 150 \ldots\ldots (2) \end{cases}$$

2 تتكون حمولة احدى الشاحنات من 30 صندوق. وزن بعضها $28\ kg$ ووزن البعض الآخر $16\ kg$ ووزن الحمولة هو $600\ kg$.

❖ عيّن عدد الصناديق التي وزنها $28\ kg$ وعدد الصناديق التي وزنها $16\ kg$.

◀ الوضعية العاشرة :

اشترت مؤسسة تربوية في السنة الماضية 5 أجهزة حاسوب و 3 طابعات بمبلغ $191000\ DA$ وبنفس السعر اشترت هذه السنة 3 أجهزة حاسوب وطابعة واحدة بمبلغ $113500\ DA$.

❖ ما هو ثمن الحاسوب الواحد وثمن الطابعة الواحدة؟

◀ الوضعية الحادي عشر:

1 حل الجملة الآتي :

$$\begin{cases} 4x + 5y = 105 \ldots\ldots (1) \\ 6x + 4y = 112 \ldots\ldots (2) \end{cases}$$

2 اشترى إسحاق من المكتبة أربعة كراريس و خمسة أقلام بمبلغ $105\ DA$ و اشترت منار ثلاثة كراريس و قلمين بمبلغ $56\ DA$.

❖ اوجد ثمن الكراس الواحد و ثمن القلم الواحد ؟

◀ الوضعية الثاني عشر:

محيط مستطيل هو 84 إذا ضاعفنا عرضه و ضربنا طوله في 3 يصبح محيطه يساوي 124 .

❖ احسب الطول و عرض هذا المستطيل ؟

◀ الوضعية الثالث عشر:

سأل أب ولديه محمد ومنير كم عندهما من المفرقعات

قال محمد: لو أعطيتني 3 مفرقعات يصبح مثل ما عند منير

قال منير: لو أعطيتني 8 مفرقعات يصبح عندي ضعف ما عند محمد .

❖ ما هو عدد المفرقعات التي يملكها كل من محمد و منير؟

◀ الوضعية الرابع عشر:

1 حل الجملة الآتية :

$$\begin{cases} x + y = 40 \ldots\ldots (1) \\ x - 2y = 4 \ldots\ldots (2) \end{cases}$$

2 عدد تلاميذ قسم دراسي هو 40 تلميذا . إذا غاب منها 4 ذكور يصبح عدد الذكور ضعف عدد الإناث .

❖ ما هو عدد الذكور و ما هو عدد الإناث في هذا القسم ؟

◀ الوضعية الخامس عشر:

x و y هما قيسا زاويتين بالدرجات . جد x و y ، إذا كان x يزيد عن y بـ 20^o وكانت الزاويتان متكاملتان .

◀ الوضعية السادس عشر:

STR مثلث قائم في R .

❖ جد قيسي $\hat{T}$ و $\hat{S}$ علما أنّ $\hat{S}$ تزيد عن $\hat{T}$ بـ 20^o

◄ الوضعية السابع عشر:

1 حل الجملة الآتية :

$$\begin{cases} x + y = 70 \dots\dots\dots\dots (1) \\ 2x + 4y = 180 \dots\dots (2) \end{cases}$$

2 توجد في موقف للسيارات دراجات نارية و سيارات أجرة ، عددها الإجمالي 70 ، والعدد الإجمالي لعجلاتها 180

❖ ما هو عدد السيارات وعدد الدراجات النارية ؟

◄ الوضعية الثامن عشر:

1 حل الجملة الآتية :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 360 \dots\dots\dots\dots (1) \\ x - y = 105 \dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

2 مجموع ثمن $2\ kg$ موز و $3\ kg$ جزر يساوي $360\ DA$.

❖ جد سعر كل الكيلوغرام الواحد لكل من الموز و الجزر إذا علمت أنّ سعر $1\ kg$ من الموز يزيد عن سعر الجزر بـ $105\ DA$.

◄ الوضعية التاسع عشر:

لتكن الجملة

$$\begin{cases} x + y = 1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 2x + y = 2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$(O\ ;\ \overrightarrow{OI}\ ;\ \overrightarrow{OJ}\ )$ معلم متعامد ومتجانس للمستوى .

❖ ارسم المستقيم الذي معادلته: $2x + y = 2$

❖ ارسم المستقيم الذي معادلته: $x + y = 1$

❖ حل بيانيا الجملة .

◄ الوضعية عشرون:

حديقة مستطيلة الشكل لو نقُص طولها 3 أمتار و زاد عرضها 6 أمتار لصارت مربعا وزادت مساحتها عن المساحة الأولى بمقدار $87\ m^2$.

❖ ما هو طول و عرض الحديقة ؟

◄ الوضعية الحادي والعشرون:

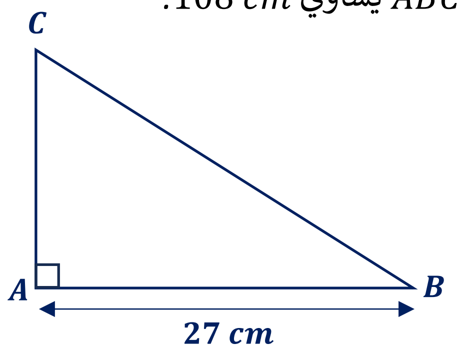
حل الجملتين :

$$\begin{cases} x + y = 20 \dots\dots (1) \\ x^2 + y^2 = 40 \dots (2) \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x - y = 3 \dots\dots (1) \\ x^2 - y^2 = 6 \dots (2) \end{cases}$$

◄ الوضعية الحادي والعشرون:

ABC مثلث قائم في A كما هو مبيّن في الشكل (باليد)

❖ أحسب الطولين AC و BC ، إذا علمت أن محيط المثلث ABC يساوي $108\ cm$.



◄ الوضعية الثاني والعشرون:

ABC مثلث مجموع طولا ضلعه $[AB]$ و $[AC]$ يساوي $14\sqrt{5}$ ، و طول الضلع $[AB]$ يزيد عن طول الضلع $[AC]$ بـ $2\sqrt{5}$.

1 أحسب الطولين AB و AC .

2 إذا كان ABC قائما في A ، أحسب BC .

◄ الوضعية الثالث والعشرون:

مستطيل محيطه $18\ cm$ و مساحته $18\ cm^2$

1 أكتب المعادلتين المناسبتين للمعطيات حيث x هو طول المستطيل و y عرضه.

2 تحقق من أنّ $(x + y)^2 - 4xy = (x - y)^2$

- باستعمال هذه المساواة ، أحسب $(x - y)^2$ ، ثم استنتج $x - y$.

3 أحسب كلا من طول و عرض هذا المستطيل .

◄ الوضعية الرابع والعشرون:

1 حل جملة معادلتين التالية

$$\begin{cases} x + y = 1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1) \\ 2x + y = 2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

2 مؤسسة شبانية للصناعات التقليدية تصنع نوعين من الأدوات الخشبية A و B منتوج واحد من نوع A يلزمه $3\ kg$ من الخشب ، أما النوع الثاني B فيلزمه $5\ kg$ في يوم واحد استعملت المؤسسة $163\ kg$ من الخشب لصناعة 43 أداة من A و B .

❖ ما هو عدد الأدوات المنتجة من كلا النوعين ؟

الدالة الخطية :

a عدد حقيقي معلوم و غير معلوم

- عندما نرفق كل عدد x بالجداء ax نقول أنّنا عرّفنا دالة خطية نرمز لها بـ $f: x \to ax$
- نسمي $f(x)$ صورة x بالدالة f و نكتب $f(x) = ax$
- العدد a يسمى معامل الدالّة f

ملاحظة

الدالة الخطية تعبّر عن وضعية تناسبية .

مثال :

الدالة التي ترفق كل عدد بضعفه هي : $f(x) = 2x$

- ☆ 2 هو معامل الدالة f .
- ☆ صورة 2 بالدالة f هو العدد 4 ونكتب $f(2) = 4$
- ☆ 3 هو العدد الذي صورته 6 بالدالة f ونكتب:
$f(3) = 6$

تعيين صورة عدد بدالة خطية

f دالة خطية و a معاملها

- ☆ صورة بالدالة f هو العدد $f(x)$ و نكتب :
$f(x) = ax$
- ☆ العدد الذي صورته $f(x)$ بالدالة f هو : $x = \dfrac{f(x)}{a}$

مثال :

$f(x) = 5x$

- ☆ صورة 2 بالدالة f هو العدد $f(2)$ و نكتب :
$f(2) = 5 \times 2 = 10$
- ☆ صورة 4 بالدالة f هو العدد (4) و نكتب :
$f(4) = 5 \times 4 = 20$
- ☆ العدد الذي صورته 25 بالدالة f :
$f(x) = 5x = 25$ و منه : $x = \dfrac{25}{5} = 5$
- ☆ العدد الذي صورته 15 بالدالة f :
$f(x) = 5x = 15$ ومنه : $x = \dfrac{15}{5} = 3$

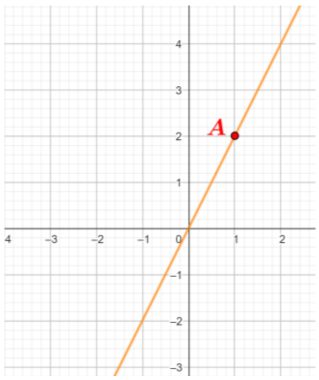
تمثيل دالة خطية بيانيا :

التمثيل البياني لدالة خطية هو مستقيم يمرّ من المبدأ.
لرسمه يكفي تعيين أخرى تختلف عن المبدأ .

مثال :

لتكن الدالة الخطية $f(x) = 2x$ تمثيلها البياني هو مستقيم يمرّ بالمبدأ لرسمه نعيّن نقطة أخرى .

x	0	1
$f(x)$	0	2



نقول أن المستقيم (OA) هو التمثيل البياني للدالة f

☆ التمثيل البياني للدالة f جد : $f(2)$, $f(-1)$

تعيين عبارة دالة خطية

لتعيين عبارة دالة خطية يكفي إيجاد المعامل a
لإيجاد المعامل a يوجد طريقتين .

حسابيا

إذا علم x و صورته $f(x)$ فإن المعامل $a = \dfrac{f(x)}{x}$

مثال : f الدالة الخطية حيث $f(1) = 4$

$f(x) = ax$

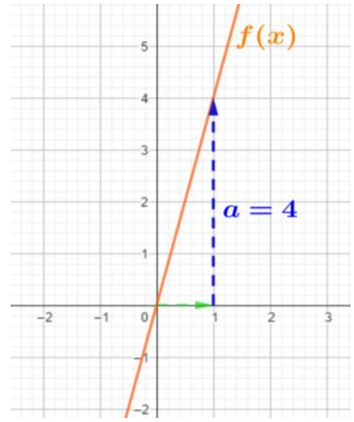
بالتعويض : $f(1) = a \times 1 = 4$ و منه $a = \frac{4}{1} = 4$

ومنه عبارة الدالة f هي $f(x) = 4x$

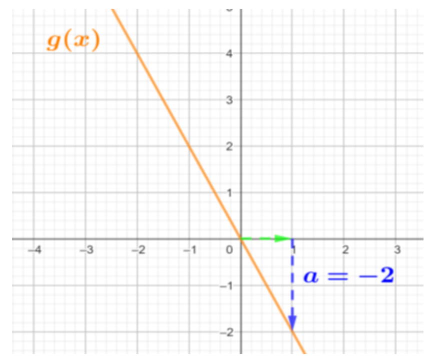
بيانيا

نطلق من المبدأ بوحدة نحو اليمين ثم نتجه عموديا نحو التمثيل البياني للدالة . عدد الوحدات عموديا هو المعامل a.

☆ التمثيل البياني التالي للدالة f معاملها هو $a = 4$
عبارتها هي $f(x) = 4x$



☆ التمثيل البياني التالي للدالة g معاملها هو $a = -2$
عبارتها هي $g(x) = -2x$



❑ الدالة التآلفية :

a و b عددان حقيقيان معلومان

❁ عندما نرفق كل عدد x بالجداء ax نضيف له العدد b
نقول أنّنا عرّفنا دالة تآلفية نرمز لها بـ: $f : x \to ax + b$

❁ نسمّي (x) صورة x بالدالة f: و نكتب :
$$f(x) = ax + b$$

ملاحظة :

الدالة التآلفية لا تعبّر عن وضعية تناسبية

مثال :

الدالة التي ترفق كل عدد بضعفه مضافا له خمسة هي :
$$f(x) = 2x + 5$$

☆ صورة I بالدالة f هي العدد 7 و نكتب
$$f(2) = 2 \times 1 + 5 = 7$$

☆ العدد الذي صورته 15 بالدالة f هو 5 و نكتب :
$$f(5) = 15$$

حالة خاصة :

☆ إذا كان $b = 0$ تصبح $f(x) = ax$ وهي دالة خطية .

☆ إذا كان $a = 0$ تصبح $f(x) = b$ وهي دالة ثابتة .

❑ تعيين صورة عدد بدالة تآلفية :

f دالة تآلفية و a و b معامليها .

☆ صورة x بالدالة f هو العدد $f(x)$ و نكتب :
$$f(x) = ax + b$$

☆ العدد الذي صورته $f(x)$ بالدالة $f(x)$ هو :
$$x = \frac{f(x) - b}{a}$$

مثال :

لدينا الدالة التآلفية $f(x) = 5x - 2$

☆ صورة 2 بالدالة f هو العدد $f(2)$ و نكتب :
$$f(2) = 5 \times 2 - 2 = 8$$

☆ صورة 4 بالدالة f هو العدد $f(4)$ و نكتب :
$$f(4) = 5 \times 4 - 2 = 18$$

☆ العدد الذي صورته 28 بالدالة f :
$f(x) = 5x - 2 = 28$ ومنه : $x = \dfrac{28 - (-2)}{5} = 6$

☆ العدد الذي صورته بالدالة :
$f(x) = 5x - 2 = 28$ ومنه : $x = \dfrac{23 - (-2)}{5} = 5$

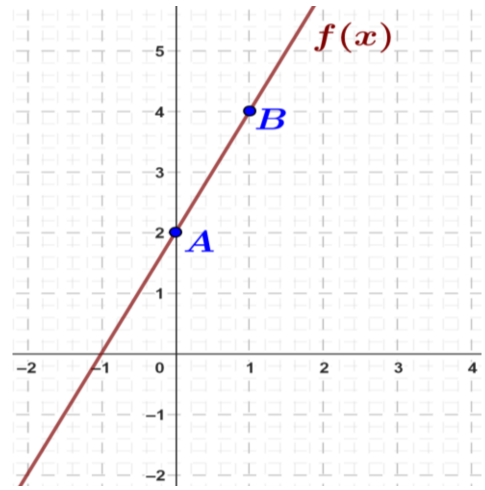
❑ تمثيل دالة تآلفية بيانيا

التمثيل البياني لدالة تآلفية $f(x) = ax + b$ هو مجموعة النقط ذات الاحداثيات $(x\,;y)$ حيث :
$$y = ax + b$$
العدد b يسمى الترتيب عند المبدأ $f(0) = b$
العدد a يسمى معامل التوجيه .

مثال :

لتكن الدالة التآلفية المعرفة بـ: $f(x) = 2x + 5$
تمثيلها البياني هو مستقيم لا يمر بالمبدأ لرسمه يكفي تعيين نقطتين منه :

x	0	1
$f(x)$	2	4
النقط	$A(0\,;2)$	$B(1\,;4)$



تمارين تطبيقية

◄ التمرين الأول:

f دالة خطية و g دالة تآلفية حيث :

$f(x) = -3x$ و $g(-1) = 5$ و $g(2) = 1$

1. احسب $f(1)$ و $f(-2)$
2. أحسب العدد الذي صورته 4 بالدالة f
3. حدد العبارة الجبرية للدالة التآلفية g
4. مثّل بيانيا كلا من الدالتين f و g في نفس المعلم

◄ التمرين الثاني :

f دالة خطية و g دالة تآلفية حيث :

$f(x) = -3x$; $g(1) = 3$; $g(4) = 9$

1. احسب $f(1)$ و $f(-2)$
2. أحسب العدد الذي صورته 5 بالدالة f.
3. حدد العبارة الجبرية للدالة التآلفية g.
4. مثّل بيانيا كلا من الدالتين f و g في نفس المعلم

◄ التمرين الثالث :

لتكن الدالتين f و g المعرفتين كالتالي : $f(x) = 5x$ و $g(x) = 2x + 4$

1. أحسب كل من: $f(-2)$; $f(0)$; $f\left(\frac{2}{5}\right)$

   $g(-4)$; $g(0)$; $g\left(-\frac{3}{7}\right)$
2. ما هي معادلة المستقيم الممثل للدالتين f و g
3. مثّل بيانيا الدالتين f و g
4. حل المعادلة $f(x) = g(x)$
5. أحسب إحداثيتي E نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) حيث: (D) ممثل الدالة f و (Δ) ممثل الدالة g .

◄ التمرين الرابع:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس

1. $i(0) = 4$, $i(1) = 0$
2. حدد العبارة الجبرية للدالة التآلفية i
3. أنشئ (D) مثل بيانيا الدالة التآلفية i
4. ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث :

$$g(x) = \frac{3}{4}x - 2$$

❖ أنشئ (Δ) . ثم أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) .

◄ التمرين الخامس:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس

1. علّم النقطتين $M(2\,;5)$. $N(-1\,;-1)$
2. حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (MN).
3. أنشئ المستقيم (L) التمثيل البياني الدالة g حيث :

   $g(x) = -x + 3$

❖ جد إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (MN) و (L)

◄ التمرين السادس:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس

1. علّم النقطتين $A(-2\,;-1)$. $B(4\,;5)$
2. حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)
3. أنشئ المستقيم (d) التمثيل البياني للدالة g حيث :

   $g(x) = 4x + 2$

❖ بيّن أن النقطة $E(2;10)$ تنتمي إلى المستقيم (d).

❖ جد إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ)

◄ التمرين السابع:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس

1. علّم النقط $A(1\,;5)\,;B(-3\,;-3)\,;C(-2\,;-1)$
2. حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)
3. أنشئ المستقيم (Δ)التمثيل البياني للدالة حيث:
4. بيّن أن النقط $A\,;B\,;C$ على استقامة واحدة
5. جد إحداثيتي N نقطة تقاطع المستقيمين (AB)و(Δ)

◄ التمرين الثامن:

f دالة تآلفية حيث : $f(x) = 5x - 2$

1. أحسب $f(3)$; $f(-1)$; $f\left(-\frac{2}{3}\right)$
2. حدّد العدد الذي صورته 53 بالدالة f .
3. بيّن أن النقطة $A(-7\,;-37)$ تنتمي إلى (Δ) تمثيل الدالة f .
4. أرسم (Δ) .

◄ التمرين التاسع:

h دالة تآلفية حيث : $h(1) = 4$ و $h(-3) = -4$

1. عيّن الدالة h .
2. احسب $f(0)$; $f(-\sqrt{7})$; $f\left(-\frac{7}{2}\right)$
3. عيّن العدد x_0 حيث : $h(x_0) = -22$
4. أنشئ (d) التمثيل البياني للدالة التآلفية h
5. $A(2\,;\alpha)$ و $B(\beta\,;-2\,)$ نقطتان من (d)

❖ حدّد بيانيا قيمة α و β .

◄ التمرين العاشر:

نعتبر الدالة التآلفية f حيث : $f(\,1) = 2$, $f(-1\,) = -4$

1. عين الدالة التآلفية f بطريقتين .
2. احسب $f(-\,7)$, $f\left(-\frac{3}{4}\right)$
3. عيّن العدد الذي صورته 44 بالدالة f .
4. أنشئ (D) التمثيل البياني للدالة f .

◄ التمرين الحادي عشر:

h دالة تآلفية حيث تمثيلها البياني يشمل النقطتين :
$A(-1\,;-1)$; $B(0\,;3)$

1. جد العبارة الجبرية للدالة h .
2. احسب $h\,(\sqrt{2}+1)$, $h\left(\frac{-1}{3}\right)$
3. عيّن العدد a حيث : $h(a) = -25$
4. هل النقطتان $C(11\,;57\,)$ و $D(7\,;31)$ تنتميان إلى (Δ) التمثيل البياني للدالة h.
5. أرسم (Δ) .

◄ التمرين الثاني عشر:

f دالة تآلفية تمثيلها البياني المستقيم (D) يشمل النقطتين $A(0\,;4)$ و $B(3\,;2)$ و g دالة تآلفية تمثيلها البياني (Δ) حيث: $g(x) = \frac{1}{3}x + 1$

1. حدّد عبارة الدالة التآلفية f .
2. جد قيمة العدد m حيث : $C(3m\,;\,-2) \in (\Delta)$
3. جد حسابيا إحداثيي E نقطة تقاطع بيان f و g ثم تأكد من ذلك بيانيا .

◄ التمرين الثالث عشر:

1. g دالة تآلفية حيث :

$$g(6) = 0 \quad \text{و} \quad g(3) - g(2) = -\frac{2}{3}$$

❖ جد العبارة الجبرية للدالة g

❖ بيّن أن النقطة $H(-3\,;6)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة g .

أنشئ التمثيل البياني للدالة g .

◄ التمرين الرابع عشر:

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كما يلي :

$$f(x) = 4x - \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad g(x) = -2x + \frac{5}{2}$$

1. عيّن معاملي كل من الدالتين f و g .
2. أحسب صورة العدد 0 لكل من الدالتين f و g .
3. حل المعادلة : $f(x) = g(x)$ ثم فسّر بيانيا هذه النتيجة .
4. (d) و (T) هما التمثيلان البيانيان للدالتين f و g على الترتيب في معلم متعامد ومتجانس مبدؤه O .

❖ أرسم (d) و (T) .

◄ التمرين الخامس عشر:

نعتبر الدالة f بحيث : $f(x) = 3x - 2$.

1. أحسب $f(1)$

❖ هل النقطتان $A(0\,;2)$; $B\left(\frac{3}{2}\,;\frac{5}{2}\right)$ تنتميان إلى (Δ) التمثيل البياني للدالة f . ثم أنشئ (Δ) في معلم متعامد ومتجانس .

2. g دالة خطية تمثيلها البياني يقطع (Δ) في B .

❖ مثّل بيانيا g في نفس المعلم السابق .

❖ جد العبارة الجبرية للدالة g .

تمارين للدالة الخطية

◄ التمرين الأول:

f دالة خطية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax$ ، حيث :
$f(4) = -8$.

1. أوجد عبارة الدالة الخطية f .
2. احسب $f(1)$ و $f(5)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : 12 .

◄ التمرين الثاني:

f دالة خطية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax$ ، حيث :
$f(2) = 6$.

1. أوجد عبارة الدالة الخطية f .
2. احسب $f(7)$ و $f(-4)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : -1 .

◄ التمرين الثالث:

f دالة خطية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax$ ، حيث :
$f\left(\frac{2}{3}\right) = 6$

1. أوجد عبارة الدالة الخطية f .
2. احسب $f(5)$ و $f(-2)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : 6 .

◄ التمرين الرابع:

f دالة خطية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax$ ، حيث :
$f(7) = 6$.

1. أوجد عبارة الدالة الخطية f .
2. احسب $f(7)$ و $f(-1)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : 5 .

◄ التمرين الخامس:

f دالة خطية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax$ ، حيث :
$f(3) = -12$.

1. أوجد عبارة الدالة الخطية f .
2. احسب $f(7)$ و $f(-1)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : 5 .

تمارين للدالة التآلفية

◄ التمرين الأول:

f دالة تآلفية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax + b$ ، حيث :
$f(1) = -4$ ، $f(-4) = 21$.

1. أوجد عبارة الدالة التآلفية f .
2. احسب $f(0)$ و $f(5)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : 13 .

◄ التمرين الثاني:

f دالة تآلفية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax + b$ ، حيث :
$f(1) = 1$ ، $f(2) = -3$.

1. أوجد عبارة الدالة التآلفية f .
2. احسب $f(4)$ و $f(-1)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : -3 .

◄ التمرين الثالث:

f دالة تآلفية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax + b$ ، حيث :
$f(2) = -17$ ، $f(-4) = 31$.

1. أوجد عبارة الدالة التآلفية f .
2. احسب $f(0)$ و $f(-5)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : 0 .

◄ التمرين الرابع:

f دالة تآلفية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax + b$ ، حيث :
$f(7) = 3$ ، $f(-2) = -6$.

1. أوجد عبارة الدالة التآلفية f .
2. احسب $f(0)$ و $f(5)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : 13 .

◄ التمرين الرابع:

f دالة تآلفية معرّفة كما يلي : $f(x) = ax + b$ ، حيث :
$f(2) = 3$ ، $f\left(\frac{3}{5}\right) = 4$.

1. أوجد عبارة الدالة التآلفية f .
2. احسب $f(-2)$ و $f(4)$.
3. عيّن العدد الذي صورته بالدالة هي : 3 .

◄ الوضعية الأولى:

الجزء الأول : مع إقتراب عطلة الصيف و عملا بحديث نبينا الكريم محمد صلى الله عليه وسلم : "علموا أولادكم الرماية و السباحة و ركوب الخيل " يقترح صاحب نادي الفروسية " الفارس الصغير " المتواجد ببلدية أولاد قاسم على زبائنه التسعيرتين التاليتين :

- ❖ التسعيرة الأولى : دفع $500\ DA$ للحصة الواحدة .
- ❖ التسعيرة الثانية : دفع $250\ DA$ للحصة الواحدة ، مع إشتراك شهري قدره $1000DA$.

أراد أحمد ياسين الإنتساب إلى هذا النادي ، فقام بإجراء الدراسة الآتية كي يقرر أي العرضين يختار .

1 أنقل و أكمل الجدول :

عدد الحصص المستغلة خلال شهر	2		
المبلغ المدفوع حسب التسعيرة الأولى		2000	
المبلغ المدفوع حسب التسعيرة الثانية			2500

2 ليكن x عدد الحصص المستغلة شهريا. $f(x)$ المبلغ المدفوع حسب التسعيرة الأولى و $g(x)$ المبلغ المدفوع حسب التسعيرة الثانية .

- ❖ عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .
- ❖ مثّل على معلم متعامد ومتجانس $(o\ ;\ \overrightarrow{oi}\ ;\ \overrightarrow{oj})$ كلا من الدالتين f و g

حيث : ($1cm$ على محور الفواصل يمثل حصة واحدة ، و على محور التراتيب كل $1cm$ يمثل $500\ DA$)

الجزء الثاني: بقراءة بيانية (باستعمال التمثيل البياني السابق)

- ❖ حدد المبلغ الذي سيدفعه أحمد ياسين إذا أراد القيام بـ : 3 حصص حسب التسعيرة الأولى .
- ❖ ما هي التسعيرة الأمثل لشخص يملك $3000\ DA$ ؟
- ❖ حل الجملة :

$$\begin{cases} y = 500\ x \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ y = 250\ x + 1000 \ldots (2) \end{cases}$$

- ❖ ماذا يمثل حل هذه الجملة بالنسبة للوضعية السابقة ؟

◄ الوضعية الثانية :

يقترح مدير المسبح البلدي على السباحين التسعيرتين الاتيتين :

التسعيرة الأولى : $100\ DA$ للحصة الواحدة لغير المنخرطين .

التسعيرة الثانية : $80\ DA$ للحصة الواحدة مع اشتراك شهري قدره $400\ DA$.

1 ما هو عدد الحصص التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ $2800\ DA$ ؟

2 باعتبار x عدد الحصص في الشهر الواحد و بالاستعانة بتمثيل بياني :

- أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الحصص خلال شهر واحد .

($1\ cm$ على محور الفواصل تمثل 4 حصص و $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل $400DA$).

◄ **الوضعية الثالثة:**

مع اقتراب فصل الصيف ، فتح المسبح البلدي ابوابه للأشخاص الراغبين في السباحة

الجزء الأول:

عرض المسبح في يومه الأول اسعارا رمزية حيث كان ثمن تذكرة الكبار $50\ DA$ و تذكرة الصغار $35\ DA$ دخل المسبح في ذلك اليوم 125 شخصا و كان المدخول مقدرا بـ : $5125\ DA$

1 – ما هو عدد الكبار و عدد الصغار الذين دخلوا الى المسبح في يومه الأول ؟

الجزء الثاني :

اقترحت إدارة المسبح عرضين للدفع الشهري بحصة واحدة لليوم في كلا العرضين :

- العرض الأول : مبلغ $100\ DA$ للحصة الواحدة .
- العرض الثاني : تخفيض تسعيرة الحصة الواحدة بـ %25 مقارنة بتسعيرة العرض الأول، و دفع اشتراك شهري قدره$500\ DA$.

باعتبار : x عدد الحصص

$f(x)$ المبلغ المدفوع شهريا حسب العرض الأول .

$g(x)$ المبلغ المدفوع شهريا حسب العرض الثاني .

أ) عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

- يملك رياض مبلغ $1500\ DA$ و يريد الحصول على أكبر عدد ممكن من الحصص في الشهر .
- أما كريم فيريد الدخول يوميا طيلة شهر جوان (30 يوما) بأقل تكلفة ممكنة .

ب) بقراءة بيانية حدد العرض الأنسب لكل من كريم و رياض مع التعليل .

ملاحظة : يمكنك أخذ : $2cm$ على محور الفواصل يمثل 5 حصص و $1cm$ على محور التراتيب يمثل $250\ DA$

◄ **الوضعية الرابعة :**

الجزء الأول :

لتكن جملة المعادلتين التالية

$$\begin{cases} -2x + y = 300. \dots\dots (1) \\ y - 5x = 0 \dots\dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

1 هل الثنائية (500 ؛ 100) تمثل حلا لهذه الجملة ؟ برّر جوابك .

2 حل جبريا الجملة السابقة .

الجزء الثاني :

صاحب شركة سيارات الأجرة لنقل المسافرين يقترح على زبائنه عرضين كما يلي :

العرض 1 : دفع مبلغ $5\ DA$ مقابل كل 1 كيلو متر من المسافة المقطوعة .

العرض 2 : خاص بالمشتركين حيث حدد سعر $2\ DA$ للكيلو متر الواحد مع دفع مبلغ $300\ DA$ كاشتراك شهري .

بوضع y ، y كلفة العرضين 1 و 2 على الترتيب و x المسافة المقطوعة بالكيلو متر ، حدد بيانيا :

- ❖ متى تتساوى كلفة السفر حسب العرضين و ماهي المسافة المقطوعة في هذه الحالة ؟
- ❖ العرض الأفضل لمسافر يريد قطع مسافة $150\ km$

السلم : محور الفواصل : $1\ cm$ يمثل $50\ km$

محور التراتيب : $1\ cm$ يمثل $100\ DA$

◄ الوضعية الخامسة :

انتعشت مؤخرا التجارة الالكترونية في بلدنا في ظل تواجد شركات التوصيل على غرار $yalidine$ و $Kazi\ tour$ ، مما سمح للتجار و أصحاب الشركات ودور الكتاب ترويج و بيع سلعهم ووصول منتجاتهم الى أكبر شريحة من المجتمع .

رضا صاحب مكتبة الحمد وجد في أحد دور الكتاب أن ثمن الكتاب الواحد $120DA$ وخلال تصفحه في الانترنت وجد نفس الكتاب يباع بـ $100\ DA$ إضافة إلى خدمة التوصيل تقدر بـ $800\ DA$ مهما كان عدد الكتب المشترات .

1. انقل ثم اتمم الجدول التالي :

عدد الكتب	10	20		
مبلغ الشراء من دار الكتاب [DA]		2400	4800	
مبلغ الشراء عبر الأنترنت [DA]		2800		5800

2. ليكن x عدد الكتب المشترات. و $f(x)$ المبلغ اللازم لشراء الكتب من دار الكتاب و $g(x)$ المبلغ الواجب تقديمه للشراء عبر الانترنت.

أ) عبر بدلالة x عن $f(x)$ و $g(x)$

ب) حل المعادلة $g(x) = f(x)$ ، ما الذي يمثله في الواقع حل هذه المعادلة.

3. في معلم متعامد و متجانس :

- مثل بيانيا المستقيمين : $(\Delta): y = 100x + 800$ ؛ $(D): y = 120x$

(نأخذ : $1cm$ على محور الفواصل يمثل 10 كتب ، و $1cm$ على محور التراتيب يمثل $800\ DA$)

4. بقراءة بيانية:

أ) قرر السيد رضا شراء 20 كتاب من إحدى دور الكتاب .

أوجد المبلغ اللازم وهل كان اختياره صائبا؟ مع التّبرير.

ب) لدى ياسين مبلغ $8800\ DA$.

❖ ما هو عدد الكتب التي يمكن الحصول عليها إذا اختارت شراء عن طريق الانترنت.

5. قرّر صاحب دار الكتاب تخفيض 20% لمن يقتني حزم تتكون من 100 كتاب.

- أعط السعر الجديد لهذه الحزمة.

◄ **الوضعية السادسة :**

بمناسبة عيد الأضحى قدمت مؤسسة الهاتف النقال عرضين لمدة أسبوع للتواصل و تبادل التهاني بواسطة الرسائل القصيرة (SMS).

العرض الأول : $3DA$ للرّسالة الواحدة .

العرض الثاني : $1.5\ DA$ للرّسالة الواحدة مع اقتطاع مبلغ جزافي قدره $30\ DA$ من الرصيد .

1. انقل واكمل الجدول :

عدد الرّسائل (SMS)	10		
المبلغ حسب العرض الأول بـ DA		45	
المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA			90

2. x يعبر عن عدد الرسائل المرسلة .
y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني .
- عبر عن y_1 و y_2 بدلالة x.

3. f و g دالتين حيث : $f(x) = 3x$ و $g(x) = 1.5x + 30$
- مثل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث :
($1\ cm$ على محور الفواصل تمثل 5 رسائل (SMS) ، و $1cm$ على محور التراتيب يمثل $10\ DA$)

4. يريد الاخوان زينب و كريم استغلال هذين العرضين لهذه المناسبة ، في رصيد كريم $120\ DA$ ويريد تهنئة اكبر عدد ممكن من الأشخاص ، أما زينب تريد تهنئة زميلاتها في الدراسة و عددهن 15 .
- بقراءة بيانية . ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشرح) .

◄ **الوضعية السابعة :**

قصد حسان وكالتين لكراء السيارات ، فكانت شروط الكراء لكل وكالة كالتالي :

الوكالة 1 : دفع $2500\ DA$. إضافة إلى $500\ DA$. على كل $50\ Km$ مقطوعة .

الوكالة 2 : دفع $1500\ DA$. إضافة إلى $750\ DA$. على كل $50\ Km$ مقطوعة .

1. لتكن x المسافة المقطوعة ، معبرا عنها بالكيلو متر (Km)
- ليكن $A(x)$ المبلغ المستحق للوكالة 1 ، عبّر بدلالة x عن $A(x)$
- ليكن $B(x)$ المبلغ المستحق للوكالة 2 ، عبّر بدلالة $B(x)$ عن بدلالة x .

2. مثّل بيانيا الدالتين A و B في نفس المعلم$(O\ ; \overrightarrow{OI}\ ; \overrightarrow{OJ})$. وذلك بوضع المسافات المقطوعة على محور الفواصل و المبلغ المستحق على محور التراتيب.
(خذ كسلم رسم : على محور الفواصل : $1\ cm \rightarrow 50\ km$ على محور التراتيب. $1cm \rightarrow 500\ DA$

3. أوجد فاصلة نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين للدالتين سمها x_1.

4. أدرس وضعية المنحنيين (أي : المنحنى الممثل للدالة A يقع تحت او فوق المنحنى الممثل للدالة B)، في الحالتين :
❖ $x < x_1$.
❖ $x \geq x_1$
ماذا يعني ذلك بالنسبة للمبلغ المستحق في كل حالة ؟

5. استنتج مما سبق و في أي حالة تكون الوكالة 1 افضل لحسان ؟

★ مـلـخـص + سلسـلـة تـمارين النّـسب المـئوية [الـدوال الخطّـية] ★

تنويه : [بعض التسميات ستبقى ثابتة خلال هذه الدروس]

- y ← الثمن أو الوزن أو الحجم أو الطول .... ← **الجديد**
- x ← الثمن أو الوزن أو الحجم أو الطول .... ← **القديم**
- a ← معامل التخفيض أو الزيادة ← **t النسبة المئوية للتخفيض أو الزيادة**

المخطط التالي يوضح جيدا العمل بالنسب المئوية

الدوال الخطّية والنسب المئوية

التّخفيض بنسبة $t\ \%$	الـزيـادة بنسبة $t\ \%$	أخذ النسبة $t\ \%$ من مقدار
الدالة الخطية المرفقة	الدالة الخطية المرفقة	الدالة الخطية المرفقة
الـقديم $\times\ a =$ الجديد	الـقديم $\times\ a =$ الجديد	الـقديم $\times\ a =$ الجديد
$y = (1 - \frac{t}{100})x$	$y = (1 + \frac{t}{100})x$	$y = \frac{t}{100} \times x$

- ❖ إذا كان a معامل التخفيض فإنّ : $a = (1 - \frac{t}{100})$ حيث t يمثل النسبة المئوية للتخفيض .
- ❖ إذا كان a معامل الزيادة فإنّ : $a = (1 + \frac{t}{100})$ حيث t يمثل النسبة المئوية للزيادة .
- ❖ إذا كان a معامل أخذ نسبة من مقدار فإنّ : $a = \frac{t}{100}$ حيث t يمثل النسبة المئوية التي قمنا بأخذها .

ملاحظة :

عند الزيادة بنسبة $t\%$ ثم التخفيض بنسبة $p\%$ أو العكس ،
فإنّه لحساب المقدار الجديد نقوم بما يلي :

القديم $\times (1 + \frac{t}{100})(1 - \frac{p}{100}) =$ الجديد

$$y = (1 + \frac{t}{100})(1 - \frac{p}{100}) \times x$$

التخفيض

◄ راعي غنم يملك 60 شاة ، انخفض عددهم بـ 20% .

❖ مقدار الانخفاض:

$$a = (1 - \frac{20}{100})$$
$$a = 1 - 0.2$$
$$a = 0.8$$

❖ حساب ما بقي معه:

$$y = (1 - \frac{20}{100})x$$
$$y = 0.8 \times 60$$
$$y = 48$$

بقي معه 48 شاة

الزيادة

◄ ثمن السكر هو $80\ DA$، ازداد ثمنه بـ 25% .

❖ مقدار الزيادة:

$$a = (1 + \frac{25}{100})$$
$$a = 1 + 0.25$$
$$a = 1.25$$

❖ السعر الجديد للسكر:

$$y = (1 + \frac{25}{100})x$$
$$y = 1.25 \times 80$$
$$y = 100$$

أصبح سعر السكر بـ $100\ DA$

أخذ نسبة من مقدار

01◄ ثمن السكر هو $80\ DA$، ازداد ثمنه بـ 25% .

$$y = \frac{25}{100} \times x$$
$$y = 0.25 \times 80$$
$$y = 20$$

❖ مقدار الزيادة في السكر $20\ DA$.

02◄ راعي غنم يملك 60 شاة ، انخفض عددهم بـ 20% .

$$y = \frac{20}{100} \times x$$
$$y = 0.20 \times 60$$
$$y = 12$$

عدد الأغنام التي نقصت هو 12 شاة.

مجموعة تمارين حول النّسب المئوية

◄ **التمرين الأول :**

ثمن بدلة رياضية $4500\ DA$ بعدة مدة من الزمن زاد ثمن هذه البدلة بـ $1500\ DA$

1 اعط معامل الدالة الخطية g المفسر لهذه الزيادة .

2 استنتج نسبة الزيادة .

◄ **التمرين الثاني :**

إذا علمت $27\ DA$ يمثل 15% من سعر لعبة .

1 ما هو سعر هذه اللعبة .

2 إذا خفض سعر اللعبة بـ 5% .

❖ ما هو سعرها الجديد ؟

3 هل يتغير سعر اللعبة إذا ازداد سعرها بـ 5% برر جوابك

◄ **التمرين الثالث :**

ثمن هاتف نقال $25000\ DA$ ازداد ثمنه بـ 5% .

1 ما هو مقدار هذه الزيادة ؟

◄ **التمرين الرابع :**

قام تاجر بتخفيض أحد سلعه التي سعرها $4000\ DA$ المرة الأولى بنسبة 5% ثم للمرة الثانية بـ 10%.

1 أحسب الثّمن الجديد لهذه السلعة بعد التخفيضين .

◄ **التمرين الخامس :**

قام صاحب محل لبيع الأجهزة الكهرو منزلية بتخفيض الأسعار بـ 15%

1 ما هو ثمن التلفاز كان سعره قبل التخفيض $2000\ DA$

2 بعد مدة رفع صاحب المحل الأسعار بـ 15% .

❖ كم أصبح ثمن التلفاز ؟ مذا تلاحظ ؟

◄ **التمرين السادس :**

اشترى يوسف معطفا بسعر $1400\ DA$ استفاد من تخفيض فدفع $1120\ DA$ فقط .

1 ما هي قيمة التخفيض ؟

2 احسب النسبة المئوية لهذا التخفيض .

◄ التمرين السابع :

يمثل الماء 80% من وزن الانسان .

1 ما هو وزن الماء وحجمه لشخص يزن $75\ kg$ ، إذا علمت أن الكتلة الحجمية للماء هي $1g/cm^3$ ؟

2 ما هو وزن شخص ، حجم الماء المتواجد في جسمه هو $50\ L$.

◄ التمرين الثامن :

أراد صائغ أن يعرف مدى نقاوة سبيكة من الذهب كتلتها $500\ g$ وذلك بقياس حجمها ، فوجد انّ حجمها $27\ cm^3$

❖ هل هذه السبيكة مغشوشة ؟ (الكتلة الحجمية للذهب هي : $19.3\ g/cm^3$).

◄ التمرين التاسع :

ثمن حذاء $1500\ DA$ ، أصبح سعره بعد التخفيض بـ $1500\ DA$.

1 أعط معامل الدالة الخطية g المفسر لهذه التخفيض .

2 استنتج نسبة الزيادة .

◄ التمرين العاشر :

خزان ماء مملوء سعته $5\ m^3$ ، أفرغنا منه 30% من سعته ثم بعد ذلك أضفنا إليه 20%.

1 كم أصبح حجم الماء في الخزان ؟

◄ التمرين الحادي عشر :

1 أعط ثمن دراجة هوائية سعرها $6500\ DA$ إذا خفضت بنسبة 15%.

◄ التمرين الثاني عشر :

يزن عبد النور $60\ kg$ ، غزداد وزنه بـ 25%

1 كم صار وزنه الجديد ؟

◄ التمرين الثالث عشر :

تحصّل الأب على مبلغ $5.4 \times 10^6\ DA$ من عملية بيع قطعته الأرضية بعد دفع ضريبة نسبتها 20% على المبلغ الإجمالي للقطعة .

❖ حدّد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة واكتبه كتابة علمية ؟

◄ التمرين الرابع عشر :

بلغ ارتفاع الماء في سد غريب بولاية عين الدفلى $45\ m$ وبسبب قلّة الأمطار انخفض الماء بنسبة 3% و بعد سقوط الأمطار ارتفع مستوى الماء بنسبة 5% .

1 كم أصبح ارتفاع الماء في السد بعد الانخفاض ؟

2 ما هو ارتفاع الماء بعد سقوط الأمطار؟

◄ التمرين الخامس عشر :

دخل محمد مكتبة صباحا للشراء كراس بثمن $42\ DA$ الذي يزيد عن الثمن القديم للكراس بنسبة 20% .

❖ ما هو الثمن القديم للكراس ؟

◄ التمرين السادس عشر :

قرّر تاجر تخفيض ثمن سلع محله بـ 25%

1 أعط عبارة الدالة الخطّية التي تربط بين ثمن x لسلعة وثمنها $f(x)$ بعد التخفيض .

2 أكتب لافتة السعر المخفض لكل سلعة مما يلي :

~~1400 DA~~

$\dots\dots\dots.\ DA$

~~1500 DA~~

$\dots\dots\dots.\ DA$

~~2200 DA~~

$\dots\dots\dots.\ DA$