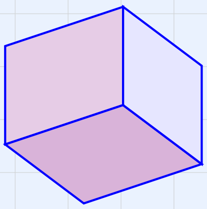
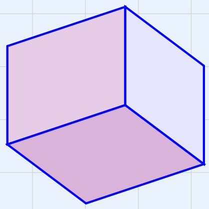
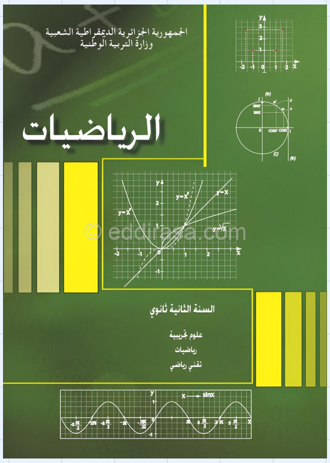


وزارة التربية الوطنية



$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} = \sqrt{\pi}$$

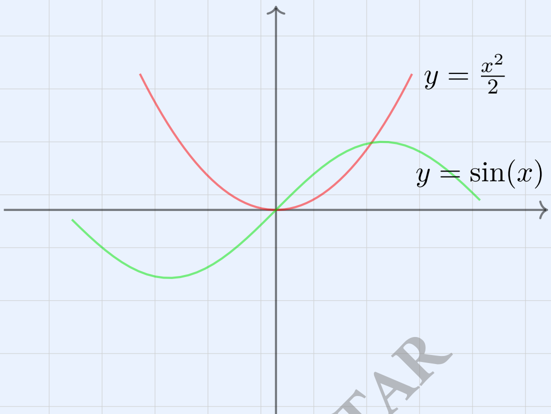


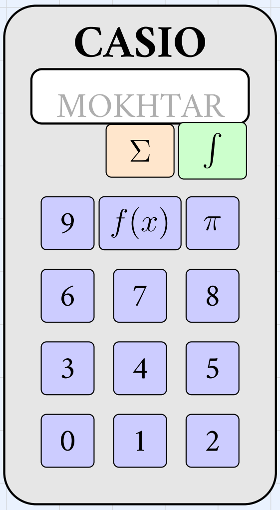
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

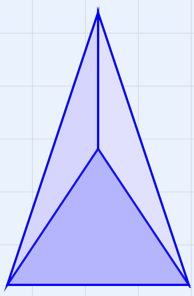
مادة الرياضيات

الشعب العلمية ❖ السنة الثانية

المحور الأوّل
عموميّات على الدوال







★★★ الأستاذ: مختار خسّاني ★★★

ثانوية محمد بن أحمد عبد الغني ❖ مستغانم ❖

السنة الدراسية : 2025 – 2026 | اليوم:

المستوى : 2 رياضيات، تقني رياضي و علوم تجريبية | المحور: الدوال العددية

موضوع الحصة : عمليات على الدوال | المدة : 2 ساعة

✪ الكفاءات المستهدفة: ❀ مراجعة وتذكير بالمفاهيم العامة للدوال العددية.

✪ الأدوات المستعملة: ❀ الكتاب المدرسي، المنهاج (التدرج).

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق	التهيئة النفسية **نشاط 04 صفحة 09**	
بناء معارف	**عمليات على الدوال** **تعريف (مجموعة تعريف دالة)** مجموعة تعريف الدالة f هي مجموعة قيم المتغير الحقيقي x التي لها صورة بالدالة f ، ونرمز لها بالرمز D_f **تعريف (تساوي دالتين)** القول عن دالتين f و g أنهما متساويتان يعني أن لهما نفس مجموعة التعريف D و أن من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا : $f(x) = g(x)$ و نكتب $f = g$ **مثال** ☆ الدالتان $f(x) = x + 2$ و $g(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$ غير متساويتين لأن $D_f = \mathbb{R}$ في حين $D_g = \mathbb{R} - \{2\}$ ☆ الدالتان $f(x) = 1 + \dfrac{2}{x - 3}$ و $g(x) = \dfrac{x - 1}{x - 3}$ متساويتين لأن $D_f = D_g = \mathbb{R} - \{3\}$ **العمليات الجبرية على الدوال** f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب ، λ و k عددان حقيقيان .	

العملية	الرمز	التعريف	مجموعة التعريف
مجموع f و k	$f + k$	$(f + k)(x) = f(x) + k$	D_f
مجموع f و g	$f + g$	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_f \cap D_g$
جداء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$	D_f
جداء f و g	$f \times g$	$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$	$D_f \cap D_g$
حاصل قسمة f على g	$\dfrac{f}{g}$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	$D_f \cap D_g : g(x) \neq 0$

مثال

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=x^2$ و $g(x)=x+2$

☆ الدوال $f+3$ ، $f+g$ ، $-2f$ و $g\times f$ هي الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$(f+3)(x)=x^2+3$ ، $(f+g)(x)=x^2+x+2$ ، $(-2f)(x)=-2x^2$ و $(f\times g)(x)=x^2(x+2)$

☆ الدالة $\frac{f}{g}$ هي الدالة المعرفة على $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ بـ: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x^2}{x+2}$

نشاط مقترح او يمكن اعتماد نشاط 05 صفحة 09

نعتبر الدالتين f و g حيث : $f(x)=x-5$ و $g(x)=\sqrt{x}$

① أحسب $f(5)$ ، $f(2)$ ، $f(7)$ ،ثم أحسب إن أمكن $g(f(5))$ ، $g(f(2))$ ، $g(f(7))$

② بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 5$ فإن $f(x)\in D_g$

③ أحسب $g[f(x)]$.

مركب دالتين

تعريف

f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب .مركب الدالة f متبوعة بالدالة g هي الدالة التي نرمز إليها بالرمز $g\circ f$ و المعرفة على $D_{g\circ f}=\{x; f(x)\in D_g \text{ و } x\in D_f\}$ بـ: $(g\circ f)(x)=g[f(x)]$

مثال

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+3$ و لتكن g الدالة الجذر التربيعي $(x\mapsto\sqrt{x})$

❖ الدالة $g\circ f$ معرفة إذا كان : $f(x)\in D_g$ أي يكون $-x+3\geq 0$ ومنه $x\leq 3$

❖ إذا مجموعة تعريف الدالة $g\circ f$ هي : $D=]-\infty;3]$ ولدينا : $(g\circ f)=\sqrt{-x+3}$

تمرين

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ و $[4;+\infty[$ على الترتيب بـ: $f(x)=3x^2+2$ و $g(x)=\sqrt{x-4}$

❶ أكتب كلا من f و g على شكل مركب دالتين مرجعيتين يطلب تحديدهما.

❷ عرف الدالتين $g\circ f$ و $f\circ g$

ملاحظات حول سير الحصة

....

....

....

بناء معارف

التقويم

ثانوية محمد بن أحمد عبد الغني ❖ مستغانم ❖

السنة الدراسية : 2025 – 2026

اليوم :

المستوى : 2 رياضيات، تقني رياضي و علوم تجريبية

المحور: الدوال العددية

موضوع الحصة : اتجاه تغير للدوال $f+k$ ، λf ، $f\circ g$

المدة : 2 ساعة

✪ **الكفاءات المستهدفة:** ❀ دراسة اتجاه تغير دالة باستعمال الدوال المرجعية.

✪ **الأدوات المستعملة:** ❀ الكتاب المدرسي، المنهاج (التدرج).

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق بناء معارف		

✍ التهيئة النفسية

اتجاه تغير الدوال $f+k$ ، λf ، $f\circ g$

مبرهنة ❖ اتجاه تغير $f+k$ ❖

✍ f دالة رتيبة تماما على مجال I (متناقصة تماما أو متزايدة تماما) و k عدد حقيقي.
للدالتين f و $f+k$ نفس اتجاه التغير على المجال I.

☆ ———— البرهان ———— ☆

مثال -- تطبيقي

✍ h و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{1}{x}$ و $g(x)=h(x)-3$

✌ ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$

مبرهنة ❖ اتجاه تغير اتجاه تغير λf ❖

✍ f دالة رتيبة تماما على مجال I و λ عدد حقيقي غير معدوم.

❖ إذا كان $\lambda>0$ يكون للدالتين f و λf نفس اتجاه التغير على المجال I.

❖ إذا كان $\lambda<0$ يكون اتجاها تغير الدالتين f و λf متعاكسين على المجال I.

☆ ———— البرهان ———— ☆

مثال -- تطبيقي

✍ g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-3x^2$

❖ ادرس اتجاه تغير الدالة g

مبرهنة ❖ اتجاه تغير اتجاه تغير $f\circ g$ ❖

f دالة رتيبة تماما على مجال I و g دالة رتيبة تماما على مجال J حيث من أجل كل x من I ، $f(x)$ ينتمي إلى J .

☆ إذا كان للدالتين f و g نفس اتجاه التغير تكون الدالة $g\circ f$ متزايدة تماما على I.

☆ إذا كان اتجاها تغير الدالتين f و g متعاكسين تكون الدالة $g\circ f$ متناقصة تماما على I.

☆ ———— البرهان ———— ☆

التقويـــم	**تمرين** أدرس إتجاه تغيير كل من الدالتين الأتيتين : ① f هي الدالة المعرفة على $]-\infty;1]$ بـ: $f(x)=\sqrt{-x+1}$ ② g هي الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[$ بـ: $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$ ملاحظات حول سير الحصة	

ثانوية محمد بن أحمد عبد الغني ❖ مستغانم ❖

السنة الدراسية : 2025 — 2026 **اليوم :**

المستوى : 2 رياضيات، تقني رياضي و علوم تجريبية **المحور:** الدوال العددية

موضوع الحصة : التمثيل البياني للدوال من الشكل $|f|$ ، λf و $x \mapsto f(x+a)+b$ **المدة :** 2 ساعة

الكفاءات المستهدفة: ❀ تمثيل دالة بيانيا باستعمال الدوال المرجعية.

الأدوات المستعملة: ❀ الكتاب المدرسي، المنهاج (التدرج).

المراحل	عناصر الدرس	المدة
الإكتشاف	(see below)	

نشاط مقترح

نعتبر الدوال التالية: $f(x)=\sqrt{x}$ ، $h(x)=\sqrt{x}-1$ ، $g(x)=\sqrt{x-1}+1$ و $p(x)=-\sqrt{x}$ وليكن (C_f) ، (C_h) ، (C_g) و (C_p) تمثيلاتها البيانية على الترتيب في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❶ إستعن بجدول التالي ، ثم مثل المنحنيات السابقة.

x	0	1	4	9
$f(x)$				
$h(x)$				
$p(x)$				
x	1	2	5	10
$g(x)$				

❷ ماذا تلاحظ بالنسبة للعلاقة التي تربط (C_f) بالمنحنيات الأخرى ؟

التمثيل البياني للدالة $x \mapsto f(x+a)+b$

مبرهنة

✍ لتكن f و g دالتين معرفتين على D حيث من أجل كل x من D لدينا : $g(x)=f(x+a)+b$ و a و b عددان حقيقيان معلومان نرمز بـ (C_f) و (C_g) إلى تمثيليهما البيانيين على الترتيب في مستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

(C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $-a\vec{i}+b\vec{j}$

حالات خاصة

☆ إذا كان $a=0$ فإن (C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $b\vec{j}$

☆ إذا كان $b=0$ فإن (C_g) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $-a\vec{i}$

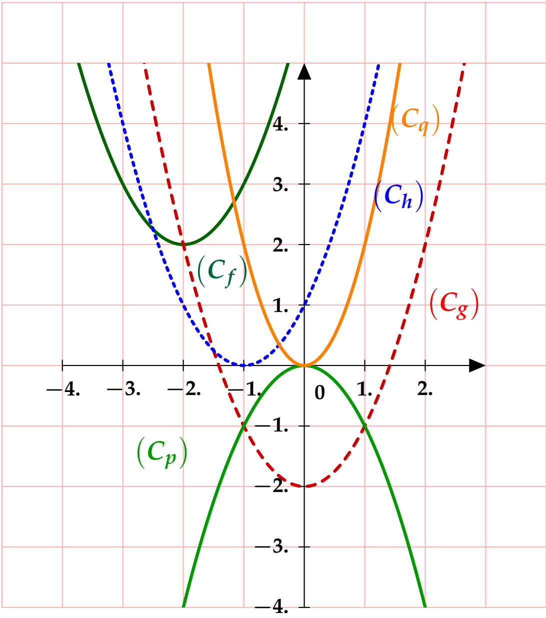
❖ التمثيل البياني للدالة λf

مبرهنة

☞ ليكن (C_f) و $(C_{\lambda f})$ التمثيلين البيانيين في مستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ للدالتين f و λf على الترتيب حيث λ عدد حقيقي غير معدوم. ولتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x. نحصل على نقطة من $(C_{\lambda f})$ ذات الفاصلة x بضرب ترتيب النقطة M في العدد λ .

تعلم

مثال



✍ نعتبر الدوال f ، g ، h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$f(x) = (x+2)^2 + 2$ ، $g(x) = x^2 - 2$
، $h(x) = (x+1)^2$ ولتكن (C_f)، (C_h) و (C_g) تمثيلاتها البيانية في مستوي منسوب إلى معلم $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ كما هو موضح في الرسم المقابل.

(C_f) هو صورة الدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه $-2\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$

(C_g) هو صورة الدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه $-2\overrightarrow{j}$

(C_h) هو صورةالدالةمربع بالإنسحاب الذي شعاعه $-\overrightarrow{i}$

✍ كذلك و $p(x) = -x^2$ و $q(x) = 2x^2$.
ولتكن (C_p) و (C_q) تمثيلاتها البيانية المعلم السابق
لدينا $g = -f$ و $h = 2f$

ملاحظـــــــــــة

اذا كان $\lambda = -1$ يكون المنحنيان (C_f) و (C_{-f}) متناظرين بالنسبة لمحور الفواصل .

❖ التمثيل البيـــاني للدالة $|f|$

مـــبرهـنـة

✍ ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ولتكن g دالة معرفة بالشكل $g(x) = |f(x)|$

✫ إذا كـان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x) \geq 0$ فإن التمثيل البياني لـ g هو نفسة (C_f).

✫ إذا كـان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x) \leq 0$ فإن التمثيلين البيانيين لـ f و g يكونا متنـاظرين بالنسبة لمحور الفواصل

ملاحظـــــــــــة

تكن fوg دالتين معرفتين على DوD' على الترتيب، و ليكن (C_f)و(C_g) تمثيلهما البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ على الترتيب،بحيث $g(x) = f(|x|)$
لانشاء منحنى الدالة g علينا أولا تحقق من أن g دالة زوجية ، ثم بعدها نستنتج أن :

- (C_g) منطبق على (C_f) إذا كان $x \in D \cap \mathbb{R}^+$.
- (C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب إذا كان $x \in D \cap \mathbb{R}^-$.

مثال -- تطبيقـــي

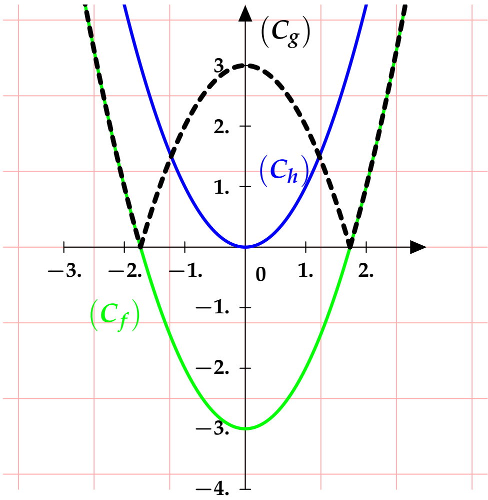
✍ نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 3$، و $g(x) = |f(x)|$.

❶ أرسم التمثيل البياني (C_f) للدالةf في مستوي منسوب إلى م.م $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$

❷ استنتج التمثيل البياني (C_g) للدالةg، (C_f)

التقويم

الحـــل



❶ (C_f) هو صورة (C_h) التمثيل البياني للدالة $h :\mapsto x^2$ بالإنسحاب الذي شعاعه $-3\vec{j}$

❷ إذا كان $f(x) \geq 0$ فإن $g(x) = f(x)$

و إذا كان $f(x) \leq 0$ فإن $g(x) = -f(x)$

إذن بالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x) \geq 0$ يكون (C_g) منطبقا على (C_f)

و بالنسبة للأعداد x التي تحقق $f(x) \leq 0$ يكون (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل

تمرين

تـــــمريـــــن رقم 50 و 52 صــــــفحـــة 30

ملاحظات حول سير الحصة

....

....

....

ثانوية محمد بن أحمد عبد الغني ❖ مستغانم ❖

السنة الدراسية: 2025 – 2026	**اليوم:**
المستوى: 2 رياضيات، تقني رياضي و علوم تجريبية	**المحور:** الدوال العددية
موضوع الحصة: تغير المعلم ،محور تناظر – مركز تناظر	**المدة:** 2 ساعة

✪ **الكفاءات المستهدفة:** ❀ دراسة دساتير تغير المعلم و مفهوم محور تناظر – مركز تناظر

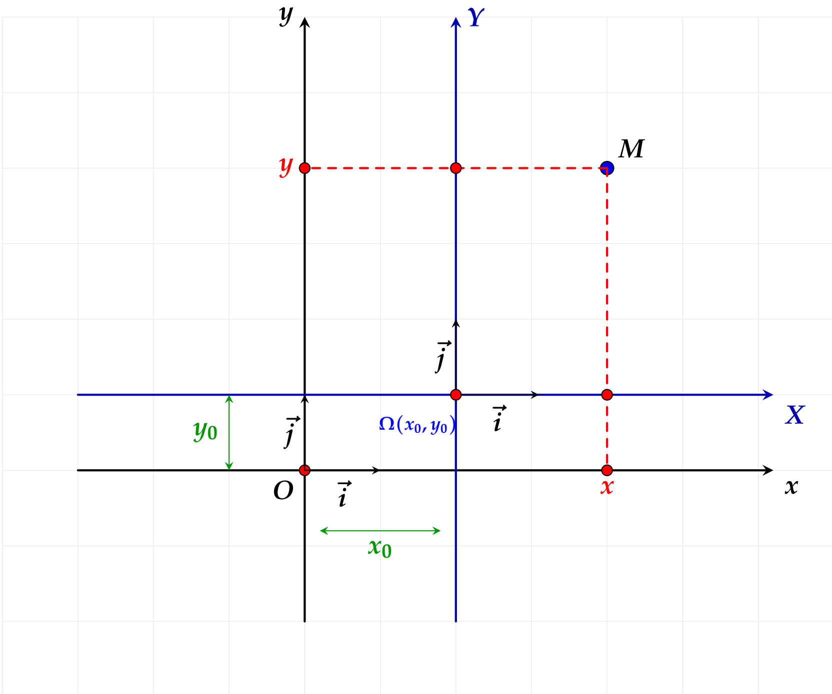
✪ **الأدوات المستعملة:** ❀ الكتاب المدرسي، المنهاج (التدرج).

المراحل	عناصر الدرس	المدة
مرحلة الإنطلاق بناء معارف	(انظر أدناه)	

اعمال موجهة صفحة 21

دساتير تغيير معلم :

$(O; \vec{i}, \vec{j})$ معلم للمستوي و Ω نقطة من المستوي حيث $(x_0;y_0)$ هي إحداثياها بالنسبة إلى المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$
وليكن $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$ معلم جديد للمستوي .
M نقطة من المستوي حيث $(x;y)$ هي إحداثياها بالنسبة إلى المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و $(X;Y)$ هي إحداثياها بالنسبة إلى المعلم $(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$



لدينا $\begin{cases} X = x - x_0 \\ Y = y - y_0 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y + y_0 \end{cases}$ تسمى تغيير دساتر معلم.

مثال -- تطبيقي

في المستوي المنسوب إلى المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ و $\Omega(2;1)$ ولتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = (x-1)^2 + 2$ ،
و (C_f) منحناها في المعلم السابق.
اكتب معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$.

بناء معارف

كيفية تعيين محور تناظر أو مركز تناظر :

f دالة و (C_f) منحناها في معلم $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

طريقة

لاثبات أن المستقيم $x=a$ محور تناظر للمنحنى (C_f) الممثل في المعلم المتعامد $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ نتبع مايلي:

① تغيير المعلم من $\left(o;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ إلى $\left(\Omega;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ حيث a هي فاصلة Ω.

② كتابة معادلة (C_f) في المعلم الجديد $\left(\Omega;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

③ اثبات أن الدالة المحصل عليها زوجية.

طريقة

لاثبات أن النقطة $\Omega(a;b)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) نتبع مايلي:

① تغيير المعلم من $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ إلى $\left(\Omega;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

② كتابة معادلة (C_f) في المعلم الجديد $\left(\Omega;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

③ اثبات أن الدالة المحصل عليها فردية.

تمرين

❶ لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x}{x-2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

✰ بين أن $\Omega(2;3)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

❷ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=x^2+4x+3$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

✰ أثبت أن المستقيم ذي المعادلة $x=-2$ هو محور تناظر للمنحنى (C_g).

طريقة ثانية لتحديد مركز أو محور تناظر

طريقة

ليكن a عدد حقيقي.

يكون المستقيم ذا $x=a$ محور تناظر للمنحنى (C_f) للدالة f الممثل في المعلم المتعامد $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ إذا وفقط إذا كان : من أجل كل $x\in D_f$ فإن

$$2a-x\in D_f \quad \text{و} \quad f(2a-x)=f(x)$$

أو من أجل $(a+x)\in D_f$ فإن $(a-x)\in D_f$ و $f(a+x)=f(a-x)$

طريقة

ليكن a و b عددان حقيقيان.

تكون النقطة $\Omega(a;b)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) للدالة f الممثل في المعلم الكيفي $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ إذا وفقط إذا كان : من أجل كل $x\in D_f$ فإن

$$2a-x\in D_f \quad \text{و} \quad f(2a-x)+f(x)=2b$$

أو من أجل $(a+x)\in D_f$ فإن $(a-x)\in D_f$ و $f(a+x)+f(a-x)=2b$

التقويـــم	**تمرين** ❶ لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x^2-4x+1}{(x-1)^2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $\left(O;\ \overrightarrow{i}\ ;\ \overrightarrow{j}\right)$. ✌ أثبت بطريقتين أن المستقيم ذي المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f). ❷ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{2x^2+5x+3}{x+2}$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $\left(O,;\ \overrightarrow{i}\ ;\ \overrightarrow{j}\right)$. ✌ أثبت بطريقتين أن النقطة $\omega(-2;-3)$ مركز تناظر للمنحنى (C_g). ملاحظات حول سير الدرس	