التمرين 1

ABC مثلث كيفي. ترجم بمساواة شعاعية العبارات التالية ثم أنشئ النقط D ، E ، F ، G ، H.

(1) D نظيرة B بالنسبة إلى A.

(2) C منتصف القطعة $[BE]$.

(3) F صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

(4) $BDGF$ متوازي الأضلاع.

(5) H مركز متوازي الأضلاع $ADGC$.

التمرين 2

A ، B ، C ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة.

(1) أنشئ النقطة D بحيث $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$.

(2) أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$.

(3) استنتج نوع الرباعي $CEDB$.

التمرين 3

ABC مثلث قائم في A.

أنشئ النقط D ، E ، F ، G ، H و I بحيث :

$\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AC}$ ؛ $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{BC}$ ؛ $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{BF}$ ؛ $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AH}$ ؛ $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{0}$.

التمرين 4

$ABCD$ معين. مثِّل الأشعة التالية :

$\vec{u}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$ ؛ $\vec{v}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ ؛ $\vec{w}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}$.

التمرين 5

$EFGH$ متوازي الأضلاع و I منتصف $[EF]$.

(1) أنشئ الشكل.

(2) (ا) ما هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ؟

(ب) ما هي صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ؟ علِّل.

(3) أنشئ النقطة J ، صورة I بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$.

ماذا تمثل النقطة J بالنسبة للقطعة $[GH]$ ؟ علِّل.

(4) أنشئ النقطة K بحيث $\overrightarrow{EK}=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EH}$.

بين أن J منتصف $[EK]$.

التمرين 6

(1) أنشئ متوازي الأضلاع $ABCD$ ثم النقط E ، F ، G و H بحيث :

$\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{0}$ ؛ $\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ ؛ $2\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{CD}$ ؛ $\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{FB}$.

(2) ماذا تمثل النقط E ، F ، G ، H بالنسبة للقطع $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ ، $[DA]$ على الترتيب ؟

(3) استنتج نوع الرباعي $EFGH$.

التمرين 7

A ، B ، C ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة.

(1) (ا) أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BE}$.

(ب) بين أن الرباعي $ABEC$ متوازي الأضلاع.

(2) (ا) أنشئ النقطة G ، صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$.

(ب) بين أن A منتصف $[GC]$.

(ج) استنتج $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AC}$.

(3) (ا) أنشئ النقطة H بحيث $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AG}$.

(ب) بين أن : $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$.

التمرين 8

ABC مثلث كيفي.

(1) عين النقطة H بحيث $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BH}$.

(2) عين النقطة E بحيث $\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{CE}$.

(3) برهن أن $(AE)//(BC)$.

التمرين 9

ABC مثلث كيفي.

(1) أنشئ النقطتين D و N بحيث :

$\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

(2) بين أن B منتصف $[DN]$.

التمرين 10

(1) ارسم مثلثا MEC ثم عين K ، منتصف $[CM]$.

(2) أنشئ النقطة N ، نظيرة E بالنسبة إلى K.

(3) بين أن $\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{EM}$.

(4) (ا) أنشئ النقطة D ، صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CN}$.

(ب) ماذا تمثل النقطة M بالنسبة للقطعة $[ED]$ ؟ علل.

(5) أتمم المساويات التالية باستعمال نقط الشكل :

(ا) $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{MD}=\ldots$ (ب) $\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{ND}=\ldots$ (ج) $\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EC}=\ldots$.

التمرين 11

EFG مثلث كيفي.

(1) أنشئ النقطة K ، صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FG}$.

(2) أنشئ النقطة L حيث $\overrightarrow{EK}+\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EL}$.

(3) بين أن النقطة G منتصف القطعة $[FL]$.

حل التمرين 1

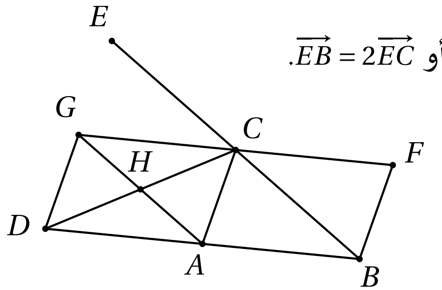
(1) مثلا $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AB}$ أو $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$.

(2) مثلا $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{CB}$ أو $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$ أو $\overrightarrow{EC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$ أو $\overrightarrow{EB}=2\overrightarrow{EC}$.

(3) مثلا $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BF}$ أو $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AB}$.

(4) مثلا $\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{DB}$ أو $\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{BF}$.

(5) مثلا $\overrightarrow{CH}=\overrightarrow{HD}$ و $\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{HA}$
أو $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$.

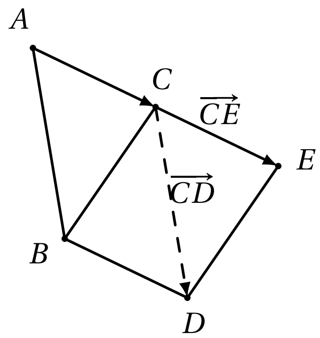


حل التمرين 2

(1) ننشئ النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع.

(2) $\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$ يعني $\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{CA}$ أي $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AC}$ و بالتالي C هي منتصف $[AE]$ أي E نظيرة A بالنسبة إلى C.

(3) نعلم، من السؤال الأول، أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$ و من السؤال الثاني أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CE}$ نستنتج إذاً أن $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CE}$ و هذا يعني بالضبط أن الرباعي $CEDB$ متوازي الأضلاع.



حل التمرين 3

(1) D هي نظيرة C بالنسبة إلى A.

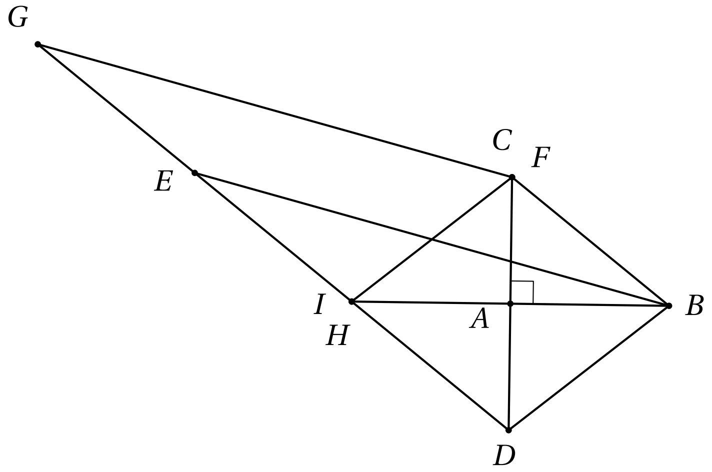
(2) للشعاعين $\overrightarrow{DE}$ و $\overrightarrow{BC}$ نفس المنحى ، نفس الاتجاه و $DE=2BC$.

(3) حسب علاقة شال : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ إذاً $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}$ و بالتالي فالنقطة F تنطبق على النقطة C.

(4) للشعاعين $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{BF}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة G بحيث يكون $BEGF$ متوازي الأضلاع.

(5) ليس للشعاعين $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{BD}$ نفس المبدأ إذاً ننشئ النقطة H بحيث $\overrightarrow{FH}=\overrightarrow{BD}$.

(6) الشعاعان $\overrightarrow{IA}$ و $\overrightarrow{BA}$ متعاكسان إذاً I هي نظيرة B بالنسبة إلى A أي I تنطبق على H.



حل التمرين 4

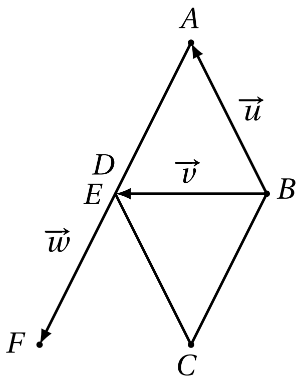
(1) حسب علاقة شال : $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}$ إذاً $\vec{u}=\overrightarrow{BA}$.

(2) للشعاعين $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة E بحيث يكون $ABCE$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AE}$ و بالتالي E تنطبق على D.
لدينا إذاً : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BD}$ منه $\vec{v}=\overrightarrow{BD}$.

(3) لدينا : $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}+\left(-\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$.

ليس للشعاعين $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BD}$ نفس المبدأ إذاً ننشئ النقطة F بحيث $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{BC}$ فيكون $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AF}$.

إذاً $\vec{w}=\overrightarrow{AF}$.

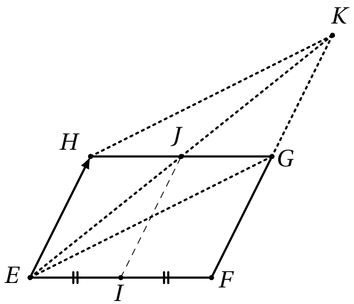


حل التمرين 5

(1) الشكل.

(2) بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ، صورة النقطة E هي النقطة H.

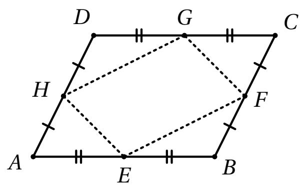
(3) بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ، صورة النقطة F هي النقطة G لأن $EFGH$ متوازي الأضلاع.



(4) الانسحاب يحول منتصف قطعة إلى منتصف قطعة و بما أن صورة القطعة $[EF]$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ هي القطعة $[GH]$ فإن منتصف $[GH]$ هي صورة منتصف $[EF]$ أي J منتصف $[GH]$.

(5) حسب قاعدة متوازي الأضلاع : الرباعي $EGKH$ متوازي الأضلاع إذاً قطراه متناصفان أي J هي منتصف $[EK]$ (و هي منتصف $[GH]$).

حل التمرين 6



(1) الشكل.

(2) العلاقات التي عرفت بها النقط H ، G ، F ، E تعني بالضبط أنها منتصفات القطع $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ ، $[DA]$ على الترتيب.

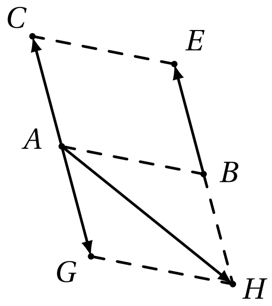
(3) بما أن $ABCD$ متوازي الأضلاع فإن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$ منه :

$$\overrightarrow{AH}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{FC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{EA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CG}$$

منه : $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{FC}$ و حسب علاقة شال : $\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CG}$ أي $\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{FG}$

و هذا يعني أن الرباعي $EFGH$ متوازي الأضلاع.

حل التمرين 7



(1) (أ) الشكل.

(ب) بما أن $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BE}$ فإن $AC=BE$ و $(AC)\,//\,(BE)$ إذاً للرباعي $ABEC$ ضلعان متقابلان متقايسان و حاملاهما متوازيان و بالتالي فهو متوازي الأضلاع.

(2) (أ) الشكل.

(ب) لدينا : $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AC}$ و هذا يعني أن النقطة A هي منتصف $[GC]$.

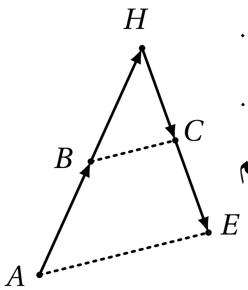
(ج) بما أن $\overrightarrow{AG}=-\overrightarrow{AC}$ فإن $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$.

(3) للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AG}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة H بحيث يكون $ABHG$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{AG}$.

(4) حسب علاقة شال :

$$\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\underbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}}_{\overrightarrow{AE}}+\underbrace{\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CA}}_{\overrightarrow{EA}}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$$

حل التمرين 8



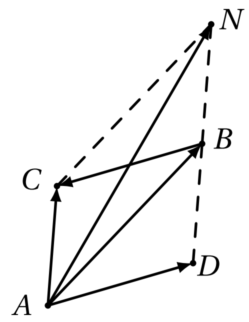
(1) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BH}$ إذاً H هي نظيرة A بالنسبة إلى B أي B منتصف $[AH]$.

(2) $\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{CE}$ إذاً E هي نظيرة H بالنسبة إلى C أي C منتصف $[HE]$.

(3) بما أن B منتصف $[AH]$ و C منتصف $[HE]$ فحسب نظرية **مستقيم المنتصفين** نستنتج أن $(AE)\,//\,(BC)$ و $BC=\frac{1}{2}AE$.

<u>**ملاحظة**</u> : يمكن أيضا تطبيق النظرية العكسية لنظرية طاليس.

حل التمرين 9



(1) بما أن $\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CB}$ فإن $ACBD$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AC}$.

للشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة N بحيث يكون $ABNC$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{AC}$.

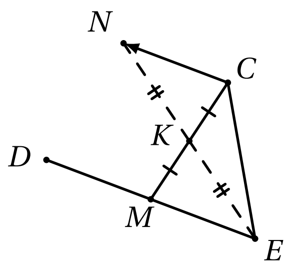
(2) بما أن $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{AC}$ فإن $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{BN}$ و هذا يعني أن B منتصف $[DN]$.

حل التمرين 10

(1) الشكل.

(2) الشكل.

(3) الرباعي $MECN$ متوازي الأضلاع لأن قطريه $[MC]$ و $[EN]$ متناصفان و بالتالي $\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{EM}$ و $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{EC}$.



(4) (ا) D صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CN}$ معناه $CNDM$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{CN}$.

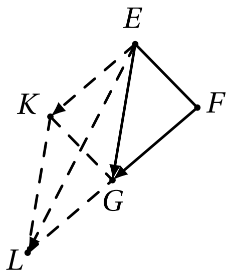
(ب) بما أن $\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{EM}$ و $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{CN}$ فإن $\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{MD}$ و هذا يعني أن M منتصف $[ED]$.

(5) (ا) بما أن $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{CN}$ فإن $\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{EN}$ حسب علاقة شال.

(ب) حسب علاقة شال : $\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{ND}=\overrightarrow{CD}$.

(ج) حسب علاقة شال : $\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{EN}$.

حل التمرين 11



(1) K صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FG}$ معناه $FGKE$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{EK}=\overrightarrow{FG}$.

(2) للشعاعين $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EK}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة L بحيث يكون $EGLK$ متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{GL}=\overrightarrow{EK}$.

(3) بما أن $\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{EK}$ و $\overrightarrow{EK}=\overrightarrow{GL}$ فإن $\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{GL}$ و هذا يعني أن G منتصف $[FL]$.