الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

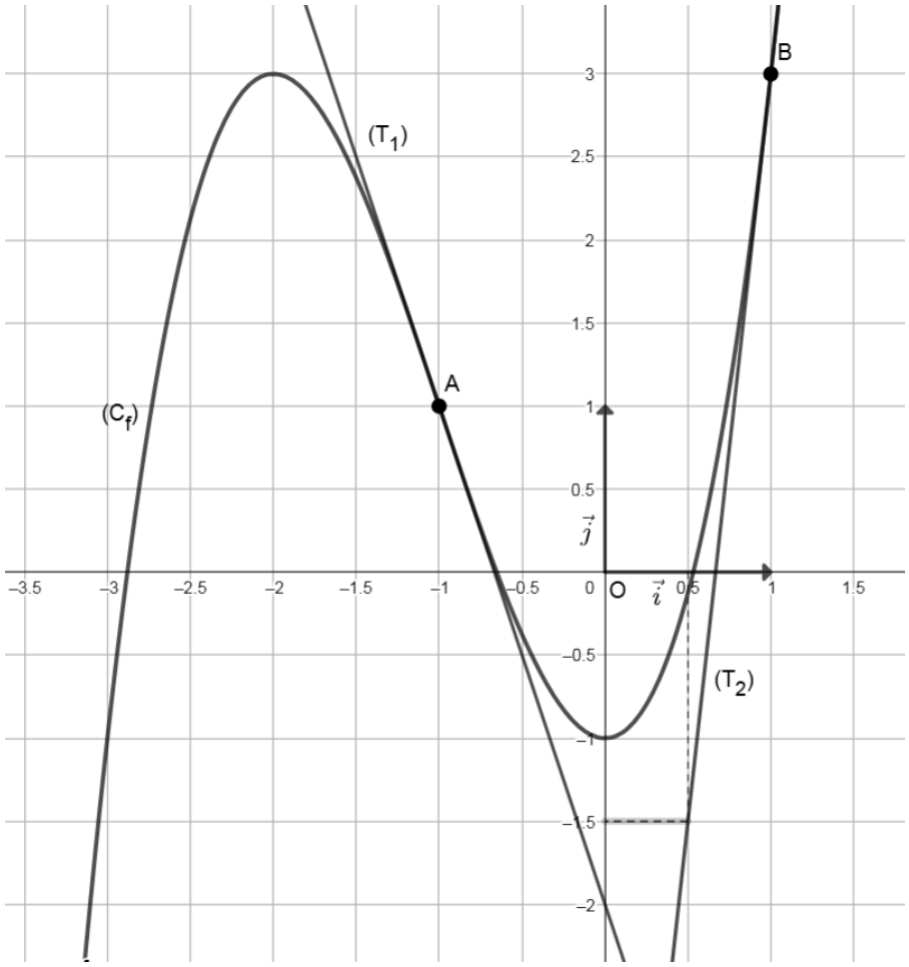
ثانوية المجاهد المتوفي علال العيشاوي **السنة الدراسية 2026-2025**

المستوى : الثالثة تقني رياضي **يعاد يوم : 2025/10/19**

الواجب المنزلي رقم - 1 - في الرياضيات

التمـرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ax^3 + bx + c$ حيث: a، b و c أعداد حقيقية.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (T_1) و (T_2) مماسي للمنحني (C_f) في النقطة A و B على الترتيب.



I) **بقراءة بيانية**

❶ عين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

❷ عين: $f(0)$ ، $f(-2)$، $f'(0)$، $f'(-2)$، $f'(-1)$، $\lim\limits_{h\to0} \dfrac{f'(-1+h)+3}{h}$، $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{f(x)-3}{x-1}$

❸ عين معادلة المماس (T_1)

❹ هل (C_f) يقبل نقطة انعطاف ؟ برر.

❺ شكل جدول تغيرات الدالة f

❻ شكل جدول اشارة $f'(x)$ حسب قيم x

❼ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن $\alpha \in]0;1[$

❽ بين أن $a = 1$، $b = 3$ و $c = -1$

❾ تحقق من نتيجة السؤال ❹ حسابيا.

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$

❶ بين أن g دالة زوجية

❷ اشرح كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أِرسمه في نفس المعلم السابق.

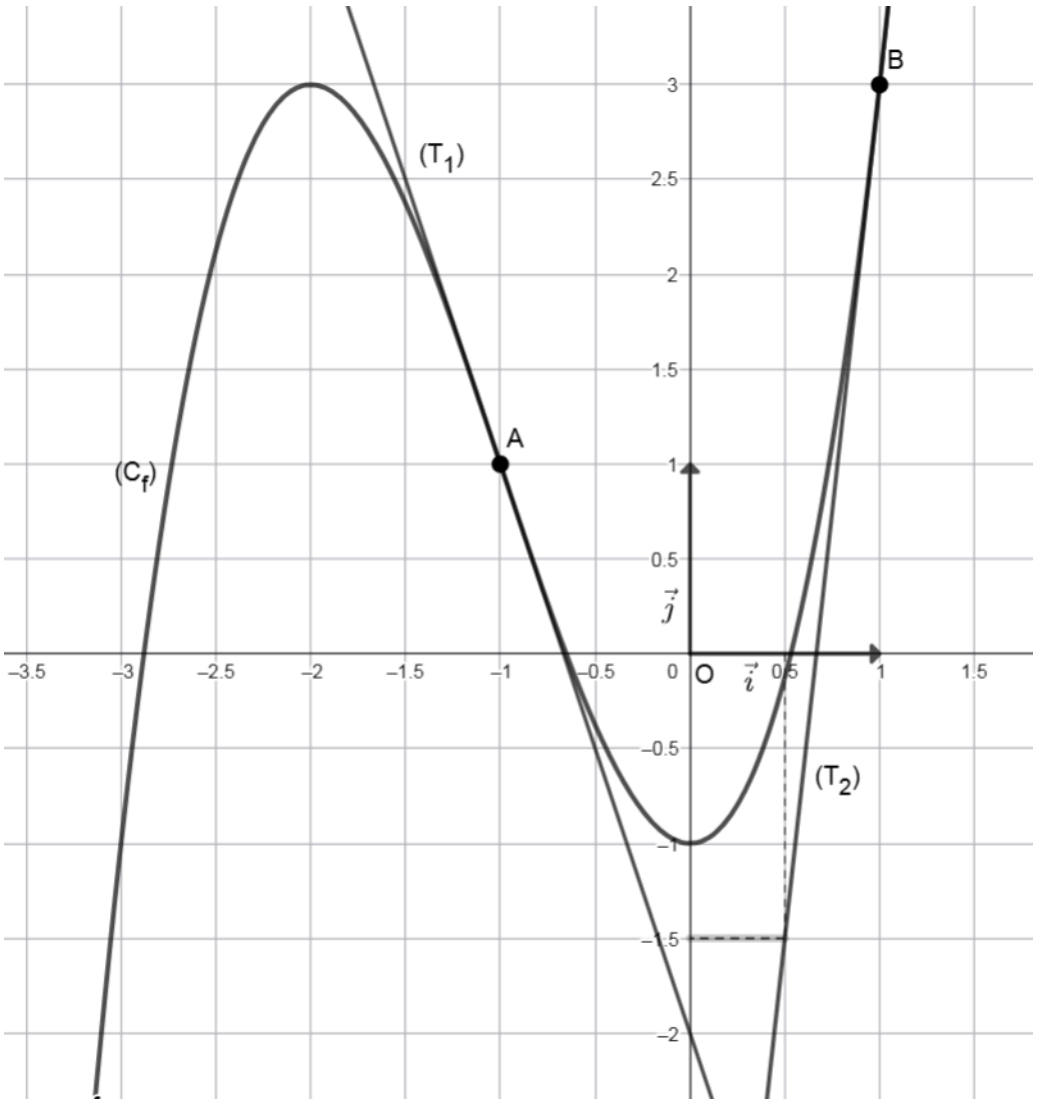
III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = [f(x)]^3$

❶ أكتب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ (عبارة $h(x)$ لايطلب تعيينها) ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

التصحيح النموذجي للواجب المنزلي رقم - 1 - في مادة الرياضيات

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ حيث: a، b و c أعداد حقيقية.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (T_1) و (T_2) مماسي للمنحني (C_f) في النقطة A و B على الترتيب.



◄ بقراءة بيانية :

1. ✍ تعيين $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

من الشكل نلاحظ: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

2. ✍ تعيين $f(0)$ ، $f(-2)$، $f'(0)$، $f'(-2)$، $f'(-1)$، $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f'(-1+h)+3}{h}$، $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-3}{x-1}$.

◄ تعيين $f(0)$ و $f(-2)$

من الشكل نلاحظ: $f(0)=-1$ و $f(-2)=3$

◄ تعيين $f'(0)$

$f(0)$ قيمة حدية صغرى اذن: $f'(0)=0$

◄ تعيين $f'(-2)$

$f(-2)$ قيمة حدية كبرى اذن: $f'(-2)=0$

◄ تعيين $f'(-1)$

$f'(-1)$ هو معامل توجيه المماس (T_1) اذن:

$$f'(-1)=\frac{1-(-2)}{-1-0}=\frac{3}{-1}=-3$$

◄ تعيين $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f'(-1+h)+3}{h}$

لدينا من جهة :

$$\lim_{h\to 0}\frac{f'(-1+h)+3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f'(-1+h)-(-3)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f'(-1+h)-f'(-1)}{h}=f''(-1)$$

ومن جهة أخرى: المماس (T_1) اخترق المنحنى (C_f) في النقطة $A(-1;1)$ اذن النقطة $A(-1;1)$ هي نقطة انعطاف ومنه نستنتج أن: $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f'(-1+h)+3}{h}=0$

◄ تعيين $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-3}{x-1}$

لدينا من جهة :

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$
$$=f'(1)$$

ومن جهة أخرى: $f'(1)$ هو معامل توجيه المماس (T_2) اذن:

$$f'(1)=\frac{3-(\frac{-3}{2})}{1-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{9}{2}}{\frac{1}{2}}=9$$

ومنه نستنتج أن: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-3}{x-1}=9$

3. ✍ معادلة المماس (T_1) .

لدينا: $f'(-1)=-3$ و $f(-1)=1$

$$(T): y=f'(-1)(x-(-1))+f(-1)$$
$$(T): y=-3(x+1)+1$$
$$(T): y=-3x-2$$

4. ✍ هل (C_f) يقبل نقطة انعطاف ؟ مع التبرير .

لدينا: المماس (T_1) اخترق المنحنى (C_f) في النقطة $A(-1;1)$ اذن النقطة $A(-1;1)$ هي نقطة انعطاف

5. ✍ تشكيل جدول تغيّرات الدّالة f

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

6. ✍ تشكيل جدول اشارة الدّالة f'

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

7. ✍ تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن $\alpha \in]0;1[$.

◄ تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$

لدينا: f دالة مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$، $f(0)=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} = +\infty$

اذن: $f(0)\times \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) < 0$ ومنه: حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$.

◄ تحقق أن $\alpha \in]0;1[$

لدينا: $f(0)=-1$ و $f(1)=3$ اذن: $f(0)\times f(1) < 0$ ومنه: $\alpha \in]0;1[$

8. ✍ تبيان أن $a=1$، $b=3$ و $c=-1$.

لدينا: $f(x)=ax^3+bx^2+c$ ومنه: $f(0)=c$، بما أن: $f(0)=-1$ اذن: $c=-1$

لدينا: $f(1)=3$ اذن: $a+b=4$ ولدينا من جهة أخرى $f(-2)=3$ اذن: $-8a+4b=4$ أي: $-2a+b=1$

نحل جملة المعادلتين التالية:

$$\begin{cases} a+b=4 & (1) \\ -2a+b=1 & (2) \end{cases}$$

نضرب المعادلة (2) في -1، فنتحصل: $2a-b=-1$ اذن:

$$\begin{cases} a+b=4 & (1) \\ 2a-b=-1 & (3) \end{cases}$$

ومنه: بجمع (1) و (3) نجد: $3a=3$ اذن: $a=1$، بتعويض في (1) نتحصل: $1+b=4$ اذن: $b=3$
اذن: $a=1$، $b=3$ و $c=-1$ ومنه: $f(x)=x^3+3x^2-1$

9. ✍ تحقق من نتيجة السؤال ❹ حسابيا. .

f دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا: $f'(x)=3x^2+6x$

f' دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا: $f''(x)=6x+6$

لدينا: $6x+6=0$ ومنه $6x=-6$ اذن: $x=-1$، نلخص جدول اشارة $f''(x)$ في الجدول التالي:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

بما أن المشتقة الثانية انعدمت عند -1 وغيرت من اشارتها اذن: النقطة $(-1;f(-1))$ هي نقطة انعطاف
أي: أن النقطة $A(-1;1)$ هي نقطة انعطاف

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$

1. ✍ تبيان أن g دالة زوجية

◄ $\mathbb{R}$ متناظر بالنسبة إلى 0.

◄ لدينا: من اجل كل $x\in\mathbb{R}$:

$$g(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=g(x)$$

(لأن: من اجل كل $x\in\mathbb{R}$: $|-x|=|x|$)، ومنه g دالة زوجية.

2. شرح كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم رسمه في نفس المعلم السابق.

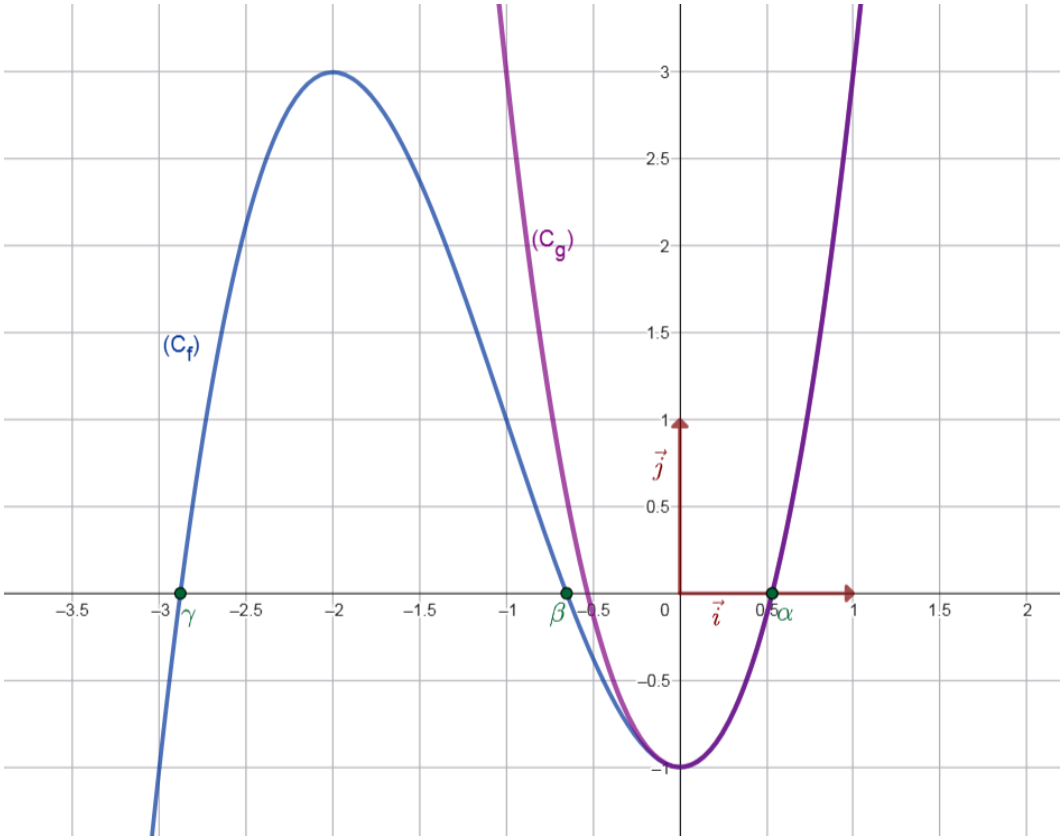
◄ شرح كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_f)

لاحظ:

$$g(x)=f(|x|)=\begin{cases}f(x) & ;x\geq 0\\ f(-x) & ;x<0\end{cases}$$

(C_g) ينطبق على (C_f) في المجال $]0;+\infty[$، و (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور لتراتيب في المجال $]-\infty;0[$

◄ رسم (C_g)



III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = [f(x)]^3$

1. كتابة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ (عبارة $h(x)$ لايطلب تعيينها) ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

◄ كتابة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

h دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا:

$$h'(x) = 3f'(x)[f(x)]^2$$

◄ تشكيل جدول تغيرات الدالة h

اشارة h' من اشارة f'، نلخص ذلك في الجدول التالي:

x	$-\infty$		γ		-2		β		0		α		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	27	↘	0	↘	-1	↗	0	↗	$+\infty$

◄ ملاحظة: تقبل كل الأجوبة الصحيحة.

إنتهى - تحياتي للجميع