

السنة الدراسية : 2024 - 2025

الوحدة التعليمية : الاحتمالات

ميدان التعلم : الاحتمالات

موضوع الحصة : المتغير العشوائي

مذكرة رقم : 06

المادة : الرياضيات

المستوى : السنة الثانية علوم تجريبية

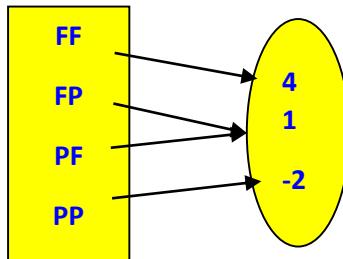
المدة : 1 ساعة

المكتسبات القبلية: التجربة العشوائية ومجموعة امكانياتها الأحداث وقانون الاحتمال تساوي الاحتمال وخصائصه

المكتسبات المستهدفة: تعين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي

المراجع : المنهاج ، التوزيع السنوي ، الكتاب المدرسي ، الوثيقة المرفقة

المراحل	تهيئة	الدرس	الزمن	ملاحظات																			
مرحلة الاتraction	<p><u>نشاط مقترن:</u></p> <p>يقوم لاعب بالقاء قطعة نقدية متوازنة مرتين . يربح دينارين من أجل كل ظهور لوجه القطعة النقدية (F) ويخسر دينارا واحدا من أجل ظهور ظهرها (P). 1) عين مجموعة الامكانيات (المخارج) Ω . 2) أرفق بكل مخرج من مخارج التجربة الربح الجيري (الربح أو الخسارة) الذي يمكن أن يتحصل عليه هذا اللاعب . - بهذا تكون قد عرفنا الدالة التي ترافق بكل نتيجة من Ω الربح أو الخسارة المناسب لها . 3) نعتبر الحدث : "يكون الربح دينارا واحدا " ب ($X = 1$) أ) بين أن: $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ ب) أكمل الجدول التالي :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>X_i</td> <td></td> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$P(X = X_i)$ الاحتمال</td> <td></td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td></td> </tr> </table> <p>د20</p> <p><u>مناقشة النشاط:</u></p> <p>1) تعين مجموعة المخارج Ω : باستعمال الجدول :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>الرمي 2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>الرمي 1</td> <td>F</td> <td>P</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>FF</td> <td>FP</td> </tr> <tr> <td>P</td> <td>PF</td> <td>PP</td> </tr> </table>	X_i		1		$P(X = X_i)$ الاحتمال		$\frac{1}{2}$			الرمي 2		الرمي 1	F	P	F	FF	FP	P	PF	PP		
X_i		1																					
$P(X = X_i)$ الاحتمال		$\frac{1}{2}$																					
	الرمي 2																						
الرمي 1	F	P																					
F	FF	FP																					
P	PF	PP																					



$$\Omega = \{FF; FP; PF; PP\}$$

اذن : $\Omega = \{FF; FP; PF; PP\}$

2) نرق بكل مخرج الربح الجبري كما في الشكل المقابل :

تسمى هذه الدالة دالة المتغير العشوائي المعرفة على Ω فيما تسمى المجموعة $\{-2, 1, 4\}$ بمجموعة قيم المتغير العشوائي.

$$(3) \text{ أ) تبيان أن: } P(X = 1) = \frac{1}{2}$$

لتكن A الحدث "ظهور الوجه مرة والظهر مرة" أي : $A = \{FP; PF\}$

$$P(A) = P(X = 1) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

ب) إكمال الجدول : (بنفس طريقة السؤال 3 أجد :

$$P(X = 4) = \frac{1}{4} \text{ و } P(X = -2) = \frac{1}{4}$$

X_i	-2	1	4
$P(X = X_i)$ الاحتمال	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

الجدول الأخير يمثل قانون الاحتمالات للمتغير العشوائي .

المتغير العشوائي:

تعريف:

Ω المجموعة الشاملة لتجربة عشوائية نسمى متغيراً عشوائياً كل دالة عددية معرفة

على Ω وتأخذ قيمها في \mathbb{R}

مثال:

في التجربة العشوائية رمي قطعة نقدية متوازنة مرتين .

نرق الوجه (F) بربح 10 دنانير والظهر (P) بخسارة 10 دنانير

البناء و
الترسيخ

قانون الاحتمال لمتغير عشوائي:

تعريف:

قانون احتمال لمتغير عشوائي X هو الدالة المعرفة على I (مجموعه قيم X) والتي ترقق بكل قيمة x_i من I العدد الحقيقي الموجب $P(X = x_i)$ ونعرفه بالجدول التالي:

$X = x_i$	المخرج	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i) = p_i$		p_1	p_2	...	p_n

حيث : $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$

من المثال الأول :

باستعمال الجدول :

	الرمي 2	P	F
الرمي 1			
P		-20	0
F		0	20

التفوي

1- القيم الممكنة للمتغير X هي : 0 ، 20 ، -20

2- قانون الاحتمال للمتغير X

X_i	0	20	-20
$P(X = X_i)$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

تمرين 46 صفحة 393 بتصريف:

يحتوي كيس على 4 قریصات مرقمة من 2 ، 3 ، 6 و 9 .

نسحب عشوائياً قریصاً ثم نعيدها إلى الكيس ثم نسحب قریصاً أخرى ليكن X المتغير العشوائي الذي يرقق بكل سحب جداء الرقين المسحوبين .

(1) املأ الجدول التالي:

	القریصه الأولى	2	3	6	9
	القریصه الثانية				
2					
3					
6					
9					

(2) استنتاج القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

(3) احسب الاحتمالات التالية: $P(X = 36)$ ، $P(X = 12)$ ،

(4) عين قانون احتمال المتغير X .

استثمار

20

إعادة
استثمار

الحل :

إكمال الجدول : (1)

القريضة الأولى	2	3	6	9
القريضة الثانية				
2	4	6	12	18
3	6	9	18	27
6	12	18	36	54
9	18	27	54	81

2) القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي :

$$X = \{4; 6; 9; 12; 18; 27; 36; 54; 81\}$$

3) حساب الاحتمالات :

$$P(X=36) = \frac{1}{16} ; \quad P(X=12) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

4) قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

X_i	4	6	9	12	18	27	36	54	81
$P(X=X_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

تطبيق مقترح:

يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء ، 4 كريات حمراء و 10 كريات سوداء لا نميز بينها باللمس .

نسحب عشوائيا كريمة من الصندوق فيربح الساحب دينارا واحدا إذا كانت الكريمة سوداء ،

يربح ثلاثة دنانير إذا كانت حمراء و عشرة دنانير إذا كانت الكريمة بيضاء .

نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح المحتمل في اللعبة

1- عين القيم الممكنة للمتغير X .

2- عرف قانون الاحتمال للمتغير X .

الحل :

1- القيم الممكنة للمتغير X هي : 1 ، 3 ، 10

2- قانون الاحتمال للمتغير X

الحادية " $X=1$ " هي " سحب كريمة سوداء " عدد الكريات السوداء 10 و عدد كل الكريات 17

$$\text{ومنه } P(X=1) = \frac{10}{17} \quad (\text{حالة تساوي احتمال})$$

$$P(X=10) = \frac{3}{17} \quad \text{و} \quad P(X=3) = \frac{4}{17}$$

X_i	1	3	10
$P(X=X_i)$	$\frac{10}{17}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$

تلخص النتائج
في الجدول التالي:

طريقة:

لتعيين قانون احتمال لمتغير عشوائي X نتبع مايلي:
-نعين x_i قيم المتغير عشوائي X -ثم نحسب الاحتمالات $P(X = x_i)$
-نلخص النتائج في جدول

تمرين 45 صفة 393 السؤال الأول

صندوق يحتوي على كرة حمراء، كرتين بيضاوين و ثلاثة كرات سوداء. نسحب عشوائياً كرتين على التوالي. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

- (1) عين قيم المتغير العشوائي X .
- (2) عين قانون احتمال المتغير X .

