المؤسسة:	**ميدان التعلم:** تحليل
المستوى: 1 ج م ع ت	**المحور :** عموميات على الدوال
المدة: 1 ساعة	**الموضوع:** شفعية دالة

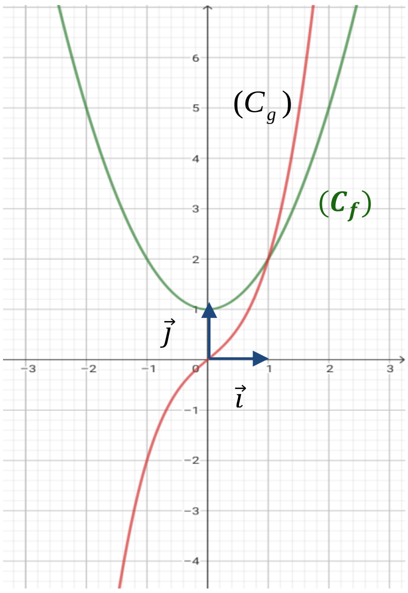
الكفاءة المستهدفة: التعرف على شفعية دالة من تمثيلها البياني أو التعبير الجبري للخاصية، و توظيف البرهان بمثال مضاد.

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>سير الحصة</th><th>المدة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr>
<td>الانطلاق</td>
<td>

نشاط تمهيدي:

نعتبر f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+1$ و $g(x)=x^3+x$.

(C_f) و (C_g) تمثيلهما البيانيين في المعلم المتعامد و المتجانس كما في الشكل أسفله:



1. بين أنه إذا كان $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$. ماذا نقول عن المجموعة $\mathbb{R}$ ؟
2. من أجل كل عدد حقيقي x، قارن $f(x)$ و $f(-x)$ ثم قارن $g(x)$ و $g(-x)$.
3. نعتبر النقطة M من (C_f) فاصلتها x و M' فاصلتها $-x$.
   - ✓ بين أن M و M' متناظرتان بالنسبة إلى محور التراتيب.
4. نعتبر النقطة K من (C_g) فاصلتها x و K' فاصلتها $-x$.
   - ✓ بين أن K و K' متناظرتان بالنسبة إلى مبدأ المعلم.
5. ما هي الخاصية الهندسية التي يتميز بها كل منحنى.

مناقشة النـشـاط:

1. من أجل كل عدد حقيقي x له معاكس و هو العدد الحقيقي $-x$، نقول أن $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة إلى العدد 0.

</td>
<td>25د</td>
<td>مناقشة النشاط من طرف التلاميذ</td>
</tr>
</table>

2. ليكن $x \in \mathbb{R}$:

- لدينا $f(x) = x^2 + 1$ ومنه:

$$f(-x) = (-x)^2 + 1$$
$$f(-x) = x^2 + 1$$

و منه: $\boxed{f(-x) = f(x)}$

- لدينا $g(x) = x^3 + x$ و منه:

$$g(-x) = (-x)^3 + (-x)$$
$$g(-x) = -x^3 - x$$
$$g(-x) = -(x^3 + x)$$

أي : $\boxed{g(-x) = -g(x)}$

3. لدينا: $M(x; f(x))$ و $M'(-x; f(-x))$ ، و بما أن $f(-x) = f(x)$ فإن: M و M' لهما نفس الترتيب و فاصلتيهما متعاكستين إذن: هما متناظرتان بالنسبة إلى محور التراتيب.

4. لدينا: $K(x;\ g(x))$ و $K'(-x;\ g(-x))$، وبما أن $g(-x) = -g(x)$ فإن: K و K' لهما ترتيبين متعاكسين و فاصلتيهما متعاكستين إذن: هما متناظرتان بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

5. الخاصية الهندسية التي يتميز بها كل منحنى هي: (C_f) متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب، و (C_g) متناظر بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

شفعية دالة

1) تناظر جزء من $\mathbb{R}$ بالنسبة إلى الصفر:

تعريف: نقول أن جزء D من $\mathbb{R}$ متناظر بالنسبة إلى الصفر إذا و فقط إذا كان من أجل كل $x \in D$ فإن $-x \in D$.

أمثلة:

- المجال $[-2; 2]$ متناظر بالنسبة إلى الصفر.
- المجال $]-2; -1[\cup]1; 2[$ متناظر بالنسبة للصفر.
- المجالان $[-1; 1]$ و $[2; 4]$ غير متناظران بالنسبة للصفر.

بناء المفاهيم

10د

البرهان بمثال مضاد

التقويم			التدعيم بمثال توضيحي
التقويم	2) شفعية دالة : **تعريف:** D جزء من $\mathbb{R}$، f دالة معرفة على D . نقول أن f دالة **زوجية** إذا كان : ✓ D متناظر بالنسبة إلى الصفر. ✓ من أجل كل x من D: $f(-x) = f(x)$ التفسير الهندسي: منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد **متناظر** بالنسبة إلى **محور التراتيب**. نقول أن f دالة **فردية** إذا كان : ✓ D متناظر بالنسبة إلى الصفر. ✓ من أجل كل x من D: $f(-x) = -f(x)$ التفسير الهندسي: منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد **متناظر** بالنسبة إلى **مبدأ المعلم**. **ملاحظات :** الدالة المعدومة $f : x \longmapsto 0$ هي الدالة الوحيدة الزوجية و الفردية في آن واحد . لإثبات أن f لا فردية و لا زوجية، يكفي تقديم مثال مضاد، أي: يكفي إيجاد عدد حقيقي a حيث: $f(-a) \neq f(a)$ و $f(-a) \neq -f(a)$. **مثال تطبيقي:** الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = \frac{1+x}{1+x^2}$ لا فردية و لا زوجية لأنه عند حساب: $f(1)$ و $f(-1)$ نجد: $f(1) = 1$ و $f(-1) = 0$ و منه: $f(-1) \neq f(1)$ و: $f(-1) \neq -f(1)$. **تقويـــــم :** لتكن f و g دالتان معرفتان على المجال D حيث $D = [-4; 4]$ بالعبارتين الآتيتين: $f(x) = \frac{2-x^2}{2x^2+1}$ ، $g(x) = 2x^3 - x$ ✓ ادرس شفعية الدالتين f و g .	10د 15د	التدعيم بمثال توضيحي

مناقشة التقويــــم :

- ✓ لدينا من أجل كل $x \in D$ فإن $-x \in D$ **(المجال D متناظر بالنسبة للصفر)**

البرهان: $x \in D$ **يكــافئ** $-4 \le x \le 4$ **يكــافئ** $-4 \le -x \le -(-4)$ **يكــافئ** $-4 \le -x \le 4$ **و يكافئ** $-x \in D$.

1. دراسة شفعية الدالة f:

$$f(-x) = \frac{2-(-x)^2}{2(-x)^2+1}$$

يكافئ:

$$f(-x) = \frac{2-x^2}{2x^2+1}$$

$$f(-x) = f(x)$$

و منه: الدالة f دالة زوجية .

2. دراسة شفعية الدالة g :

$$g(-x) = 2(-x)^3 - (-x)$$

يكافئ:

$$g(-x) = -2x^3 + x$$

$$g(-x) = -(2x^3 - x)$$

$$g(-x) = -g(x)$$

و منه: الدالة g دالة فردية.