سلسلة التفوق في الرياضيات رقم 13

تذكـــير:

❖ **سلسلة إحصائية:**
نسمي سلسلة إحصائية مجموعة معطيات أو معلومات ناتجة عن دراسة.

❖ **الميزة الإحصائية:**
الميزة الإحصائية هي كل خاصية مدروسة على أفراد مجتمع.
- تكون الميزة نوعية عندما لا يمكن قياسها (لا تأخذ قيما عددية).
مثلا: اللون، الجنسية،...
- تكون الميزة كمية عندما يمكن قياسها (تأخذ قيما عددية).
مثلا: العمر، القامة،...

❖ **التكرار:**
تكرار قيمة في سلسلة إحصائية هو عدد مرات ظهور هذه القيمة.

❖ **التكرار النسبي (التواتر):**
هو حاصل قسمة التكرار على مجموع التكرارات.

❖ **التكرار المجمّع الصاعد، التكرار النسبي (التواتر) المجمّع الصاعد:**
في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا:

1. **التكرار المجمّع الصاعد (المتزايد):** لقيمة (أو لفئة)هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) وتكرارات القيم (أو الفئات) الأصغر منها.
2. **التكرار النسبي (التواتر) المجمّع الصاعد:** يمكن حسابه بطريقتين:

الطريقة الأولى: قسمة التكرار المجمّع الصاعد لكل قيمة أو فئة على التكرار الكلي.

الطريقة الثانية: مجموع التواتر لكل قيمة (أو فئة) مع التواتر للقيم (أو الفئات) الأصغر منها.

مثال: إليك السلسلة الإحصائية التالية (أرقام القيمة المقربة لـ$\sqrt{2}$):
2، 6، 5، 3، 1، 2، 4، 1، 4، 1 نقوم بإعطاء الجدول الممثل للتكرارات والتكرارات المجمّعة الصاعدة والتواترات المجمّعة الصاعدة:

م	الأرقام	1	2	3	4	5	6
10	التكرارات	3	2	1	2	1	1
	التكرارات المجمّعة الصاعدة	3	5	6	8	9	10
	التواترات المجمّعة الصاعدة	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1

❖ **التكرار المجمّع النازل، التكرار النسبي (التواتر) المجمّع النازل:**
في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا:

1. **التكرار المجمّع النازل (المتناقص):** لقيمة (أو لفئة)هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) وتكرارات القيم (أو الفئات) الأكبر منها.
2. **التكرار النسبي (التواتر) المجمّع النازل:** يمكن حسابه بطريقتين:

الطريقة الأولى: قسمة التكرار المجمّع النازل لكل قيمة أو فئة على التكرار الكلي.

الطريقة الثانية: مجموع التواتر لكل قيمة (أو فئة) مع التواتر للقيم (أو الفئات) الأكبر منها.

مثال: إليك السلسلة الإحصائية التالية (أرقام القيمة المقربة لـ$\sqrt{3}$):
7، 0، 8، 0، 5، 0، 2، 3، 7، 1 نقوم بإعطاء الجدول الممثل للتكرارات والتكرارات المجمّعة النازلة والتواترات المجمّعة النازلة:

م	الأرقام	0	1	2	3	5	7	8
10	التكرارات	3	1	1	1	1	2	1
	التكرارات المجمّعة النازلة	10	7	6	5	4	3	1
	التواترات المجمّعة النازلة	1	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,1

ملاحظات:
- يكون التكرار النسبي (التواتر) محصور بين 0 و 1.
- مجموع التواترات يساوي 1.

❖ **سلسلة إحصائية معطاة على شكل قيم:**

1. **الوسط الحسابي لسلسلة احصائية:**
هو مجموع قيم هذه السلسلة على عدد قيمها.
2. **الوسط الحسابي المتوازن لسلسلة إحصائية:**
هو مجموع جداءات قيمها بتكراراتها على مجموع التكرارات.

ملاحظة: في الوسط الحسابي المتوازن كل قيمة إحصائية مرفقة بعدد يسمى" وزن"ويقصد به تكرار هذه القيمة.
وعليه لا يوجد فرق بين المصطلحين الوسط الحسابي المتوازن والوسط الحسابي، والمصطلح المعمول به عادة هو الوسط الحسابي.

3. **مدى السلسلة:** هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في السلسلة.
4. **المنوال:** هو القيمة التي توافق أكبر تكرار في السلسلة (يمكن أن يكون لنفس السلسلة أكثر من منوال).
5. **الوسيط (القيمة الوسيطية):** لسلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا (أو تنازلنا) هو القيمة النصفية التي تجعل عدد القيم الأكبر من تلك القيمة مساويا لعدد القيم الأصغر منها.

- إذا كان N عدد قيم السلسلة (التكرار الكلي) هو عدد فردي فإن الوسيط هو القيمة المركزية لهذه القيم ورتبته هي $\frac{N+1}{2}$.
- إذا كان N عدد قيم السلسلة (التكرار الكلي) هو عدد زوجي فإن الوسيط هو نصف مجموع القيمتين اللتين رتبتيهما في السلسلة $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$.

مثال 01: لتكن السلسلة الإحصائية التالية: 2، 8، 7، 5، 1، 3، 6
الوسط الحسابي: $\overline{X}=\frac{1+2+3+5+6+7+8}{1+1+1+1+1+1+1}=\frac{32}{7}\approx 4,57$
مدى السلسلة هو: $8-1=7$
القيمة الوسيطية:
$\underbrace{1\,،\,2\,،\,3}_{\text{3 قيم}}$ ، $\underset{\text{هي القيمة الوسيطية}}{5}$ ، $\underbrace{6\,،\,7\,،\,8}_{\text{3 قيم}}$ عدد قيم السلسلة هو 7،
إذن رتبة الوسيط هي $\frac{7+1}{2}=\frac{8}{2}=4$، ومنه القيمة الوسيطية هو: 5

مثال 02: يوضح الجدول التالي أعمار تلاميذ قسم السنة الرابعة متوسط.

م	40				
الاعمار A	14	15	16	17	
عدد التلاميذ	12	8	14	6	
التكرار المجمّع الصاعد	12	20	34	40	

الوسط الحسابي المتوازن:
$\overline{A}=\frac{14\times 12+15\times 8+16\times 14+17\times 6}{12+8+14+6}=\frac{614}{40}=15,35$
مدى السلسلة هو: $17-14=3$
منوال هذه السلسلة هو: 16.
القيمة الوسيطية: مجموع التكرارات هو 40 إذن القيمة الوسيطية هو نصف مجموع القيمتين التي رتبتيهما $\frac{40}{2}=20$ و $\frac{40}{2}+1=21$
(ننظر إلى التكرار المجمّع الصاعد).
وعليه القيمة التي رتبتها 20 هي 15 و القيمة التي رتبتها 21 هي 16
ومنه القيمة الوسيطية هي: $\frac{15+16}{2}=15,5$.

❖ **سلسلة إحصائية معطاة على شكل فئات:**

1. **الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية مجمعة في فئات:**
هو مجموع جداءات مراكز كل فئة بتكرارها على مجموع التكرارات.
2. **مدى السلسلة مجمعة في فئات:** هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في الفئات.
3. **مدى الفئة:** هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في الفئة.
4. **مركز الفئة:** هو نصف مجموع أكبر قيمة وأصغر قيمة في الفئة.
5. **الفئة المنوالية:** هي الفئة التي توافق أكبر تكرار في السلسلة.
6. **الوسيط (القيمة الوسيطية):**
نبحث عن الفئة الوسيطية التي تنتمي إليها القيمة الوسيطية.
- إذا كان N التكرار الكلي هو عدد فردي فإن الوسيط هو القيمة المركزية التي رتبتها $\frac{N+1}{2}$ والذي ينتمي للفئة الوسيطية.
- إذا كان N التكرار الكلي هو عدد زوجي فإن الوسيط هو نصف مجموع القيمتين اللتين رتبتيهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$ والذي ينتمي للفئة الوسيطية.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

مثال: أوزان 20 شخصيا موضحة في الجدول التالي:

الأوزان P (Kg)	$50 \leq P < 60$	$60 \leq P < 70$	$70 \leq P < 80$
التكرار	11	2	7
التكرار المجمّع الصاعد	11	13	20
مراكز الفئات	$\frac{50+60}{2} = 55$	$\frac{60+70}{2} = 65$	$\frac{70+80}{2} = 75$

الوسط الحسابي:

$$\bar{P} = \frac{11 \times 55 + 2 \times 65 + 7 \times 75}{11 + 2 + 7} = \frac{1260}{20} = 63$$

مدى السلسلة هو: $80 - 50 = 30$

الفئة المنوالية هي: $50 \leq P < 60$

القيمة الوسيطية: مجموع التكرارات هو20 إذن القيمة الوسيطية هي نصف مجموع القيمتين المركزيتين التي رتبتهما $\frac{20}{2} = 10$ و $\frac{20}{2} + 1 = 11$

(ننظر إلى التكرار المجمّع الصاعد) كلاهما تنتميان الى الفئة $50 \leq P < 60$ وهي الفئة الوسيطية.

ملاحظات:

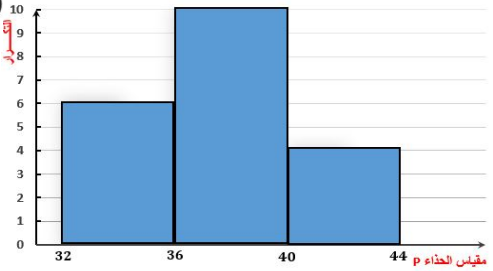
- إذا رمزنا للميزة المدروسة بالرمز X، فإن الوسط الحسابي لهذه الميزة، يرمز له بالرمز: $\bar{X}$.
- يمكن كتابة الفئة $20 < X \leq 10$ بشكل اخر $[10;20[$.

❖ **تمثيل معطيات إحصائية:**

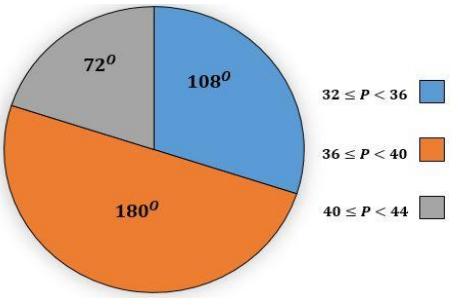
مثال 01: أخذ بائع للأحذية 20 زوج حذاء، فكانت مقاسات الأحذية كالتالي:

قياس الحذاء P	$32 \leq P < 36$	$36 \leq P < 40$	$40 \leq P < 44$
التكرار	6	10	4
النسبة المئوية %	$\frac{6 \times 100}{20} = 30\%$	$\frac{10 \times 100}{20} = 50\%$	$\frac{4 \times 100}{20} = 20\%$
قيس الزاوية في مخطط دائري	$\frac{6 \times 360^o}{20} = 108^o$	$\frac{10 \times 360^o}{20} = 180^o$	$\frac{4 \times 360^o}{20} = 72^o$
قيس الزاوية في مخطط نصف دائري	$\frac{6 \times 180^o}{20} = 54^o$	$\frac{10 \times 180^o}{20} = 90^o$	$\frac{4 \times 180^o}{20} = 36^o$

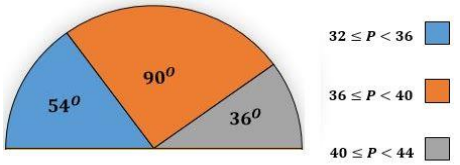
1. **تمثيل هذه المعطيات بمدرّج تكراري:**



2. **تمثيل هذه المعطيات بمخطط دائري:**



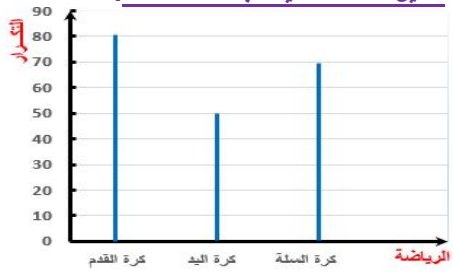
3. **تمثيل هذه المعطيات بمخطط نصف دائري:**



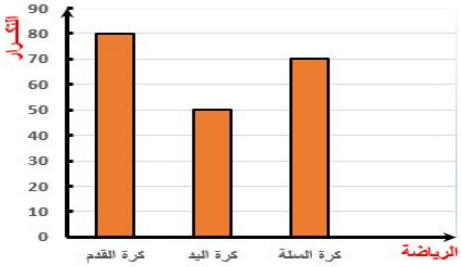
مثال 02: الجدول التالي يبيّن الرياضات التي تمارَس في أقسام السنة الرابعة من متوسطة، علما أن كل تلميذ يمارس رياضة واحدة.

م	كرة السلة	كرة اليد	كرة القدم	الرياضة
200	70	50	80	التكرار
100%	$\frac{70 \times 100}{200} = 35\%$	$\frac{50 \times 100}{200} = 25\%$	$\frac{80 \times 100}{200} = 40\%$	النسبة المئوية %

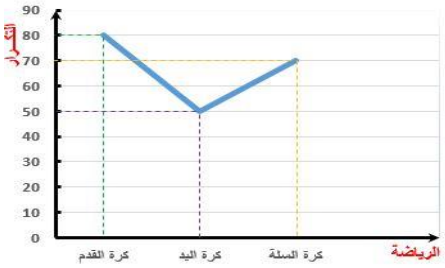
1. **تمثيل هذه المعطيات بمخطط أعمدة:**



2. **تمثيل هذه المعطيات بمخطط مستطيلات:**



3. **تمثيل هذه المعطيات بمنحنى بياني:**



تمارين – وضعيات

التمرين 01:

إليك السلسلة الإحصائية التالية:

2، 10، 5، 6، 6، 9، 8، 7، 2، 4، 2، 3، 2، 1

1. ماهو تكرار القيم الأكبر تماما من القيمة 6؟
2. ماهو تكرار القيم الأصغر من 5 أو تساويها؟
3. اعط الجدول الممثل للتكرارات والتكرارات المجمّعة الصاعدة و التكرارات النسبية المجمّعة الصاعدة.
4. احسب الوسط الحسابي المتوازن للسلسلة الإحصائية.
5. أوجد القيمة الوسيطية لهذه السلسلة.
6. ماهو مدى هذه السلسلة.
7. عين منوال هذه السلسلة.

التمرين 02:

إليك السلسلة الإحصائية التالية:

13، 12، 11، 10، 9، 8، 7، 5، 4، 3، 1

1. احسب الوسط الحسابي للسلسلة الإحصائية.
2. أوجد القيمة الوسيطية لهذه السلسلة.
3. قارن بين الوسط الحسابي لهذه السلسلة ووسيطها، ماذا تستنتج؟

التمرين 03:

السلسلة الإحصائية الموالية مرتبة ترتيبا تصاعديا:

Y، 8، 8، 6، 6، 5، 4، X إذا علمت أن الوسط الحسابي المتوازن لهذه السلسلة هو 6 و مداها هو 5.

- احسب العددين X و Y.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

التمرين 04:

إليك السلسلة الإحصائية التالية:

$1\ ،3\ ،8\ ،6\ ،4\ ،2\ ،7،5$

1. رتبها.
2. أوجد وسيطها.
3. هل الوسيط هو إحدى قيم السلسلة؟
4. هل الوسيط هو دائما قيمة من قيم السلسلة الإحصائية؟

التمرين 05:

تمثل القائمة التالية الاستهلاك السنوي للكهرباء (MW) بمجمع سكني يضم 50 عائلة.

1,8	2	1,3	2,4	0,5	0,9	1,4	0,6	0,7	1
0,5	1,2	1,1	0,8	1,7	2,4	1	2,2	1,8	0,5
1,3	2,4	1,4	1,8	0,5	2	1,3	1,7	1,1	1,3
0,9	2,2	1,7	0,6	1,1	0,9	1,4	1,2	0,5	1,8
0,6	0,8	0,5	1,2	1,8	2	1,7	0,7	0,9	2,4

1. اجمع هذه المعطيات في فئات متساويات المدى الذي يساوي 0,5 وعيّن تكرارات هذه الفئات في جدول.
2. احسب المتوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية.
3. عين الفئة الوسيطية لهذه السلسلة الإحصائية.

الوضعية 01:

يبيّن الجدول التالي فصائل دم تلاميذ في قسم السنة الرابعة متوسط.

فصيلة الدّم	A	B	AB	O	المجموع
التكرار	12	5	9	4	
التكرار النسبي					
النسبة المئوية لتكرار %					
قيس الزاوية في مخطط دائري					

1. انقل ثم اتمم هذا الجدول.
2. مثّل معطيات الجدول بمخطط نصف دائري.

الوضعية 02:

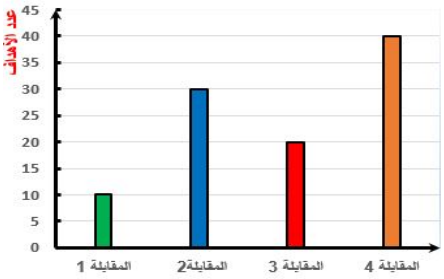
سجل الطبيب المدرسي في الجدول الآتي قامات تلاميذ قسم السنة الرابعة متوسط في فئات متساوية المدى:

طول القامة $(cm)T$	$160 \leq T < 165$	$165 \leq T < 170$	$170 \leq T < 175$
عدد التلاميذ	15	10	7

1. احسب معدل أطوال القامات لهذا القسم.
2. ماهو عدد التلاميذ الذين تقل قاماتهم عن: $165\ cm$، $175\ cm$؟
3. ماهو عدد التلاميذ الذين تفوق قاماتهم عن: $160\ cm$، $170\ cm$؟
4. عين الفئة الوسيطية لهذه السلسلة الإحصائية.
5. عين الفئة المنوالية لهذه السلسلة الإحصائية.
6. مثّل معطيات الجدول بمدرج تكراري.

الوضعية 03:

يمثل مخطط الأعمدة التالي عدد الأهداف المسجلة لفريق كرة السّلة.



1. نظم معطيات المخطط في جدول.
2. ماهو معدل الأهداف المسجلة؟
3. ماهي النسبة المئوية لعدد الأهداف المسجلة في المقابلة الثالثة؟

الوضعية 04:

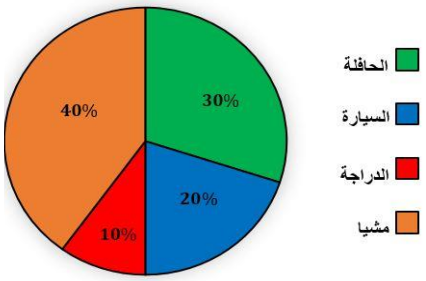
إليك علامات أحد اختبارات مادة الرياضيات لقسم السنة الرابعة متوسط.

18	16	14	12	10	5	7	12
12	10	5	14	16	14	12	10
18	12	14	16	12	5	12	5

1. نظم هذه معطيات في الجدول.
2. ماهو عدد تلاميذ هذا القسم؟
3. احسب معدل القسم.
4. ماهي نسبة التلاميذ الذين نقاطهم تساوي أو تقل عن: 10، 14؟
5. ماهي نسبة التلاميذ الذين نقاطهم تساوي أو تفوق عن: 7، 12؟
6. أوجد النقطة الوسيطية لنقاط القسم.
7. احسب مدى نقاط القسم.
8. مثّل معطيات الجدول بمخطط مستطيلات.

الوضعية 05:

تم استجواب 200 تلميذ حول الوسيلة المستعملة للتنقل إلى المتوسطة.
لخصت النتائج في المخطط التالي:



1. نظم معطيات المخطط في جدول يدرس الوسيلة المستعملة من طرف التلاميذ للالتحاق بالمدرسة، ثم احسب تكراراتها النسبية لكل وسيلة يستغلها التلاميذ.
2. ماهي الوسيلة الأكثر استعمالا؟
3. مثّل هذه المعطيات بمنحنى بياني.

الوضعية 05:

نصب رادار للدرك الوطني لمراقبة سرعة مجموعة من السيارات على الطريق السيار، الجدول التالي يبين سرعات 200 سيارة.

السرعة V (km/h)	$[50;80[$	$[80;110[$	$[110;140[$
عدد السيارات	110	60	30

1. ماذا نقصد بجدول متساوي المدى؟
2. احسب القيمة المتوسطة لسرعة السيارات.
3. عين الفئة الوسيطية لهذه السلسلة.
4. مثّل معطيات الجدول بمخطط دائري.

بالتوفيق والنجاح

belhocine : https://prof27math.weebly.com/