تذكـــير:

❖ **الدالة الخطية:**

📖 $x \to ax$ (x صورته ax)، ونكتب كذلك $f(x) = ax$ (تقرأ f لـ x تساوي ax) و $f(x)$ تسمّى صورة x بالدالة الخطية f و x هو العدد الذي صورته $f(x)$، a يسمى معامل الدالة الخطية.

مثال: الدالة f التي ترفق كل عدد x بنصفه هي دالة خطية نرمز لها بـ:

$f: x \to \frac{1}{2}x$ أو $f(x) = \frac{1}{2}x$

📖 إذا كانت f دالة خطية معرفة كما يلي $f(x) = ax$ فإنه يمكننا إيجاد صورة عدد بهذه الدالة (*بالتعويض*) أو *إيجاد عدد علمت صورته بهذه الدالة كذلك* (*بحل معادلة من الدرجة الأولى*).

مثال: لتكن الدالة h المعرفة كما يلي: $h(x) = 12x$

1. لتعيين صورة $\frac{1}{2}$ بهذه الدالة نعوض x بـ $\frac{1}{2}$ نجد:

$h\left(\frac{1}{2}\right) = 12 \times \frac{1}{2} = 6$ فصورة العدد $\frac{1}{2}$ بالدالة h هي العدد 6.

2. لإيجاد العدد الذي صورته 36 بالدالة h نعوض $h(x)$ بـ 36

اي: $x = \frac{36}{12} = 3$ ومنه: $x = 3$

فالعدد الذي صورته 36 بالدالة h هو العدد 3.

📖 تعيين دالة خطية انطلاقا من عدد غير معدوم وصورته:

لحساب معامل دالة خطية انطلاقا من عدد غير معدوم x_0 وصورته $f(x_0)$ نطبق العلاقة $a = \frac{f(x_0)}{x_0}$

مثال: عين الدالة الخطية h حيث: $h(3) = -7$

لدينا $a = \frac{h(3)}{3} = \frac{-7}{3}$ أي معامل الدالة الخطية h هي $-\frac{7}{3}$

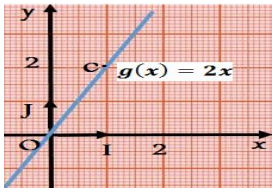
إذن العبارة الجبرية لدالة h هي: $h(x) = -\frac{7}{3}x$

📖 التمثيل البياني للدالة الخطية هو مستقيم يمر بالمبدأ إذن تكفي نقطة واحدة تختلف عن المبدأ لرسمه.

مثال: التمثيل البياني للدالة الخطية g هو مستقيم يشمل المبدأ والنقطة $C(1;2)$

هذا يعني أن :

$g(0) = 0$ و $g(1) = 2$



❖ **الدالة التآلفية:**

📖 $x \to ax + b$ (x صورته $ax + b$)، ونكتب كذلك $f(x) = ax + b$ (تقرأ f لـ x تساوي $ax + b$) و $f(x)$ تسمّى صورة x بالدالة التآلفية f و x هو العدد الذي صورته $f(x)$، a يسمى معامل الدالة التآلفية.

مثال: الدالة f التي ترفق كل عدد x بضعفه مضافاً اليه العدد 3 هي دالة تآلفية نرمز لها بـ: $f: x \to 2x + 3$ أو $f(x) = 2x + 3$

📖 إذا كانت f دالة تآلفية معرفة كما يلي $f(x) = ax + b$ فإنه يمكننا إيجاد صورة عدد بهذه الدالة (*بالتعويض*) أو *إيجاد عدد علمت صورته بهذه الدالة كذلك* (*بحل معادلة من الدرجة الأولى*).

مثال: لتكن الدالة h المعرفة كما يلي: $h(x) = 4x + 1$

1. لتعيين صورة 2 بهذه الدالة نعوض x بـ 2 نجد:

$h(2) = 4 \times 2 + 1 = 9$

فصورة العدد 2 بالدالة h هي العدد 9.

2. لإيجاد العدد الذي صورته 5 بالدالة h نعوض $h(x)$ بـ 5

اي: $h(x) = 5$ وعليه: $4x + 1 = 5$ وبالتالي: $4x = 5 - 1$

أي: $4x = 4$ فإن: $x = \frac{4}{4}$ ومنه: $x = 1$

فالعدد الذي صورته 5 بالدالة h هو العدد 1.

📖 تعيين دالة خطية انطلاقا من عددين وصورتيهما:

لحساب معامل دالة تآلفية انطلاقا من عددين مختلفين x_1 و x_2 و صورتيهما $f(x_1)$ و $f(x_2)$ بهذه الدالة نطبق العلاقة:

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

لإيجاد b نحل المعادلة: $f(x_1) = ax_1 + b$ أو $f(x_2) = ax_2 + b$

مثال: عين الدالة التآلفية h حيث: $h(1) = 3$ و $h(-3) = -5$

$$a = \frac{h(1) - h(-3)}{1 - (-3)} = \frac{3 - (-5)}{1 - (-3)} = \frac{3 + 5}{1 + 3} = \frac{8}{4} = 2$$

معامل الدالة التآلفية h هي 2 ومنه $h(x) = 2x + b$

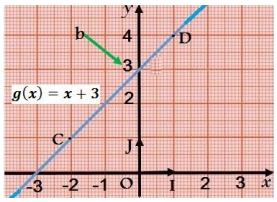
لدينا: $h(1) = 3$ وعليه: $2(1) + b = 3$ أي: $2 + b = 3$ وبالتالي:

$b = 3 - 2$ ومنه : $b = 1$

اذن العبارة الجبرية لدالة h هي: $h(x) = 2x + 1$

📖 لتمثيل البياني لدالة تآلفية $f(x) \to ax + b$ هو مجموعة النقاط ذات الإحداثيات $(x; y)$ بحيث $y = ax + b$ يسمى a معامل توجيه المستقيم. يسمى b لترتيب إلى المبدأ.

مثال: التمثيل البياني للدالة التآلفية g هو مستقيم يشمل النقطتين $C(-2;1)$ ؛ $D(1;4)$ هذا يعني $g(-2) = 1$ و $g(1) = 4$



الملاحظة:

- الدالة التآلفية ليست وضعية تناسبية (في الحالة $b \neq 0$).
- في حالة $b = 0$ تصبح الدالة التآلفية دالة خطية.
- إذا كان $a = 0$ تسمى الدالة الثابتة.

تمارين

التمرين 01:

1. عين الدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين $M(2;5)$ ، $N(-1;-4)$.
2. هل النقطة $H(4;11)$ تنتمي الى هذا التمثيل ؟
3. أوجد العدد الذي صورته 5 بالدالة f .
4. أوجد صورة العدد -2 بالدالة f.

التمرين 02:

1. عين الدالة الخطية g التي تمثيلها البياني يشمل النقطة $E(3;6)$.
2. هل النقطة $K(-1;-2)$ تنتمي الى هذا التمثيل ؟
3. أوجد العدد الذي صورته 4 بالدالة g .
4. أوجد صورة العدد 7 بالدالة g.

التمرين 03: $(BEM\ 2016)$

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ يشمل النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$.

1. بيّن أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي: $f(x) = 3x - 1$.
2. لتكن النقطة $C(4;11)$ من المستوي، هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة.
3. أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة f.

الوضعية الادماجية 01:

في أحد مواقف السيارات هناك عرضين من أجل توقيفها:

العرض الأول: ثمن توقيف السيارة هو $20\ DA$ في اليوم.

العرض الثاني: دفع اشتراك سنوي بقدر بـ $500\ DA$ ودفع $10\ DA$ ثمن توقيف السيارة في اليوم.

1. احسب ثمن توقيف سيارة لمدة 30 يوم ولمدة 60 يوم لكل من العرضين.
2. إذا كان x هو عدد أيام توقيف السيارة.
   $P_1(x)$ الثمن المدفوع في العرض الأول.
   $P_2(x)$ الثمن المدفوع في العرض الثاني.
   ماهي صيغة $P_1(x)$ و $P_2(x)$ بدلالة x.
3. في نفس المعلم المتعامد المتجانس، مثل بيانيا كلا من $P_1(x)$ و $P_2(x)$.
4. عين أكبر عدد من الأيام لتوقيف السيارة من أجل: $700\ DA$.
5. ماهو عدد الأيام التي يكون فيها $P_1(x) = P_2(x)$.

ملاحظة: نختار الوحدات البيانية التالية:

- على محور الفواصل: $1\ cm$ يمثل 5 أيام.
- على محور التراتيب: $1\ cm$ يمثل $200\ DA$.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

الوضعية الادماجية 03: (BEM 2012)

يقترح مدير صحيفة يومية على زبائنه صيغتين لاقتناء الجريدة .
الصيّغة الأولى : ثمن الجريدة $10\ DA$.
الصيّغة الثانية : ثمن الجريدة $8\ DA$ مع اشتراك سنوي قدره $500\ DA$.

1. انقل واتمم الجدول :

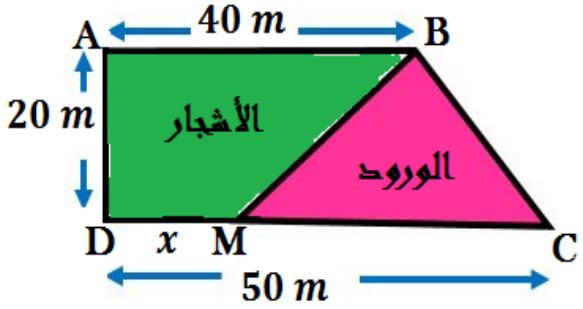
عدد الجرائد المشتراة	50		
مبلغ الصيّغة الأولى بـ DA		1000	
مبلغ الصيّغة الثانية بـ DA			3300

2. ليكن x عدد الجرائد المشتراة، نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيّغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية .
   - عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.
3. مثّل بيانيًا الدالتين $f(x)$ و$g(x)$ في معلم تعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $2cm$ على محور الفواصل يمثّل 50 جريدة و $2cm$ على محور التراتيب يمثّل 500 .
4. حل المعادلة $f(x)=g(x)$ وماذا يمثل الحل ؟
5. ماهي الصيغة الأفضل في الحالة التالية :
   - عند اقتناء 150 جريدة.
   - عند اقتناء 270 جريدة .

الوضعية الادماجية 04: (BEM 2015)

I) لعمي أحمد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $1000m^2$، عرضها خمسي $\left(\frac{2}{5}\right)$ طولها.
   - أوجد بعدي هذه القطعة.

II) تنازل عمي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحته $100m^2$ وخصص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلة للورود والأشجار، لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيا إلى قطعتين كما هو موضح في الشكل:



نضع $DM = x$ (M نقطة من [DC] مع $0 \leq x \leq 50$).
لتكن $f(x)$ مساحة المثلث BCM و $g(x)$ مساحة الرباعي $ABMD$.

(1
   أ. عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .
   ب. سَاعِد عَمِّي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

(2
   أ. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
مثّل بيانيا الدالتين:
$f(x)=500-10x$ و $g(x)=10x+400$
نأخذ:
$1cm$ على محور الفواصل يمثل $2m$
$1cm$ على محور التراتيب يمثل $50m^2$
   ب) فسّر بيانياً مساعدتك السابقة لعمي أحمد، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

الوضعية الادماجية 05: (BEM 2018)

عبد الله ومحمد عاملان في مؤسسة لصناعة ألعاب الأطفال، راتبهما الشهري على النحو التالي:
- عبد الله راتبه $20000\ DA$ إضافة إلى $200\ DA$ لكل لعبة يتم صنعها.
- محمد راتبه $30000\ DA$ إضافة إلى $100\ DA$ لكل لعبة يتم صنعها.

الجزء الأول:
1. ماهو الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تمّ صنع 120 لعبة؟
2. ليكن x عدد اللعب المصنوعة في مدة شهر.
   - عبّر بدلالة x عن y_1 راتب عبد الله وعن y_2 راتب محمد.

الجزء الثاني:
في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.
- ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث:
$g(x)=200x+20000$ و $h(x)=100x+30000$
(نأخذ: $1\ cm$ على محور الفواصل يمثل 50 لعبة، $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل $5000\ DA$).

الوضعية الادماجية 06:

الجزء الأول:
يملك فلاح قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها $484\ m^2$.
- احسب طول ضلع هذه القطعة .

الجزء الثاني:
غرس هذا الفلاح قطعته الأرضية بطيخاً.
أثناء بيع المنتوج عرض الفلاح على الزبائن صيغتين:
الصيغة الأولى: $50\ DA$ للكيلوغرام الواحد.
الصيغة الثانية: $40\ DA$ للكيلوغرام الواحد مع إضافة ثمن النقل قدره $600\ DA$.

1. احسب ثمن المنتوج الذي وزنه 10 كيلوغرام، ثم الذي وزنه 60 كيلوغرام وذلك حسب كل صيغة.
2. ليكن x عدد الكيلوغرامات المباعة.
نسمي $f(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية.
   - عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .
3. مثل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i}.\vec{j})$ حيث :
$1cm$ على محور الفواصل يمثل 10 كيلوغرام و $1cm$ على محور التراتيب يمثل $500\ DA$.
4. ماهي الصيغة الأفضل للزبون في الحالتين التاليتين :
   - عند شراء 20 كيلوغرام من المنتوج .
   - عند شراء 80 كيلوغرام من المنتوج .

بالتوفيق والنجاح

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

تذكـــير:

❖ **النسبة المئوية:**

النسب المئوية تمثل وضعيات تناسبية.

1. حساب $p\%$ من x هو حساب y حيث: $y = \frac{p}{100}x$.

مثال: ثمن السكر هو $75\ DA$ ازداد ثمنه بـ 20%.
مقدار الزيادة في الثمن هو $y = \frac{20}{100} \times 75 = 15\ DA$

2. زيادة x بـ $p\%$ هو حساب y حيث: $y = \left(1 + \frac{p}{100}\right)x$.

مثال: ارتفاع عدد تلاميذ قسم مكون من 40 تلميذ بـ 10% .
عدد التلاميذ بعد الارتفاع هو: $y = \left(1 + \frac{10}{100}\right) \times 40 = 44$

3. خفض x بـ $p\%$ هو حساب y حيث: $y = \left(1 - \frac{p}{100}\right)x$.

مثال: نخفض عدد رؤوس قطيع من الغنم مكون من 20 رأسا بـ 5%.
عدد رؤوس القطيع بعد الانخفاض هو :

$$y = \left(1 - \frac{5}{100}\right) \times 20 = 19$$

❖ **المقادير المركبة:**

المقدار المركب: هو حاصل ضرب أو قسمة مقادير مركبة بسيطة.

1. الكتلة الحجمية: μ هي نسبة كتلة الجسم m إلى حجمه v .
أي: $\mu = \frac{m}{v}$

مثال 1: لكتلة الحجمية للذهب هي $19,3\ g/cm^3$ يعني أن $1cm^3$ ذهب يزن $19,3\ g$.

2. السرعة: هي حاصل قسمة المسافة على الزمن $v = \frac{d}{t}$ يعبّر عنها km/h أو m/s.

مثال 2: لسرعة المتوسطة لسيارة هي $80\ km/h$ يعني ذلك أن السيارة تقطع مسافة $80\ km$ في مدة 1 ساعة (h).

3. الطاقة المستهلكة: E هي جداء الاستطاعة p و الزمن t.
أي: $E = p.t$
يعبّر عنها بـ :(wh) أو (kwh) حيث: $1\ kwh = 1000\ wh$.

مثال 3: ماهي الطاقة المستهلكة لمصباح استطاعته $100w$ خلال $3\ h$؟
لدينا: $E = p \times t$ أي: $E = 100 \times 3 = 300\ wh$
ومنه الطاقة المستهلكة هي $300\ wh$.

تمارينـــــــــن

التمرين 01: ثمن هاتف نقال $25400\ DA$، ازداد ثمنه بـ 5%، ماهو مقدار الزيادة؟

التمرين 02: أعط ثمن بدلة رياضية سعرها 6500 إذا خفضت بنسبة 15%.

التمرين 03: يزن أحمد $60kg$، ازداد وزنه بـ 25%. ماهو وزنه الجديد؟

التمرين 04: خزان ماء مملوء $5\ m^3$، أفرغنا 30% من سعته، ثم أضفنا 20% من محتواه.
كم أصبح محتوى الخزان بالمتر المكعب (m^3)، ثم باللتر (l).

التمرين 05:
أحسب المسافة المقطوعة d في دقيقة واحدة لدرّاج يسير بسرعة $54\ km/h$.

التمرين 06: تباع لعبة بـ $380\ DA$، بعد مدة ارتفع سعرها بـ 15%.
1. ماهو مبلغ الزيادة؟
2. ماهو السعر الجديد للعبة؟

التمرين 07: ماهي المسافة التي يقطعها سائق سيارة في ساعة واحدة إذا كانت سرعة سيارته هي $90\ km/h$؟

التمرين 08:

اشترى علي سروالا بسعر $1400\ DA$، استفاد من تخفيض فدفع $1120\ DA$ فقط.
1. ماهي قيمة التخفيض؟
2. احسب النسبة المئوية لهذا التخفيض.

التمرين 09: مستطيل طوله $15\ cm$ وعرضه $12\ cm$. نزيد 20% في طوله وننقص 20% من عرضه.
1. احسب الطول والعرض الجديدين لهذا المستطيل.
2. ماهي نسبة التغير في مساحة هذا المستطيل؟

التمرين 10:
أحسب المسافة المقطوعة d في دقيقة واحدة لدرّاج يسير بسرعة $54\ km/h$.

التمرين 11: دخل يوسف مكتبة صباحا لشراء كراس بثمن $42\ DA$ الذي يزيد عن الثمن القديم للكراس بنسبة $20\ \%$.
1. ماهو الثمن القديم للكراس؟

الوضعية الادماجية 01: $(BEM\ 2016)$
تحصل أبوك على مبلغ $5,4 \times 10^6\ DA$ من عملية بيع قطعته الأرضية بعد دفعه ضريبة نسبتها 20% على المبلغ الإجمالي للقطعة.
- حدّد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة وكتبه كتابة علمية.

الوضعية الادماجية 02:
يمثل الماء 80% من وزن الإنسان.
1. ماهو وزن الماء وحجمه لشخص يزن $75kg$، إذا علمت أن الكتلة الحجمية للماء هي $1\ g/cm^3$؟
2. ماهو وزن شخص، حجم الماء المتواجد في جسمه هو $50l$؟

الوضعية الادماجية 03:
أراد صائغ أن يعرف مدى نقاوة سبيكة من الذهب كتلتها $500\ g$ وذلك بقياس حجمها، فوجد أنّ حجمها $27cm^3$.

اذا علمت ان الكتلة الحجمية للذهب هي $19,3\ g/cm^2$.
- فهل هذه السبيكة مغشوشة؟

الوضعية الادماجية 04:
بلغ ارتفاع الماء في السد $45\ m$.
وبسبب قلة المطر انخفض الماء بنسبة 2%.
وبعد سقوط الأمطار ارتفع مستوى الماء بنسبة 5%.

1. كم أصبح ارتفاع الماء في السد بعد الانخفاض؟
2. ماهو ارتفاع الماء بعد سقوط الأمطار؟

بالتوفيق والنجاح

belhocine : https://prof27math.weebly.com/