تمرينان رفقة الحل في المتتاليات للتحضير للفرض الأول للسنوات الثالثة آداب و لغات

التمرين الأول :

(u_n) متتالية حسابية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $\begin{cases} u_0+u_2=10 \\ u_2+u_3+u_4=27 \end{cases}$

1) احسب الحدين u_1 و u_3 .
2) عين الأساس r والحد الأول u_0 للمتتالية (u_n) .
3) تحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=3+2n$
4) هل العدد 4035 هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ ماهي رتبته؟

احسب المجموع: $S=u_6+u_7+.....+u_{35}$

التمرين الثاني:

(u_n) وَ (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n=2-6n$ وَ $v_n=4\times 3^n$

1) احسب الحدود u_0 ، u_1 ، v_0 وَ v_1 .

2)**أ)** بين أن المتتالية (u_n) حسابية يطلب تحديد أساسها، استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) هل العدد 11770- حد من حدود المتتالية u_n ؟ برّر إجابتك.

جـ) احسب المجموع $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$

3) **أ)** بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها.

ب) بين أن $v_{n+1}-v_n=8\times 3^n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n).

جـ) احسب المجموع $S'_n=v_0+v_1+.....+v_n$

التمرين01:

لدينا: $\begin{cases} u_0 + u_2 = 10 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 27 \end{cases}$

1- حساب الحدين u_1 و u_3

لدينا حسب خاصية الوسط الحسابي:

$u_0 + u_2 = 2u_1$ ، $u_2 + u_4 = 2u_3$ ومنه:

$\begin{cases} 2u_1 = 10 \\ 2u_3 + u_3 = 27 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_3 = 9 \end{cases}$

2-تعيين الأساس r والحد الأول u_0 للمتتالية (u_n) .

$$r = \frac{u_3 - u_1}{3-1} = \frac{9-5}{2} = 2$$

$u_3 = u_0 + 3r$ ومنه: $u_0 = u_3 - 3r = 9 - 3 \times 2 = 3$

3-التحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 3 + 2n$

لدينا: $u_n = u_0 + nr$ ومنه: $u_n = 3 + 2n$

4-هل العدد 4035 هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ ماهي رتبته؟

$u_n = 4035$ تكافئ: $3 + 2n = 4035$ ومنه: $n = \frac{4035 - 3}{2} = 2016$

إذا العدد 4035 هو حد من حدود المتتالية (u_n) رتبته 2017

5-حساب المجموع:

$$S = u_6 + u_7 + \ldots\ldots + u_{35} = \frac{35 - 6 + 1}{2}(u_6 + u_{35})$$

$u_{35} = 3 + 2 \times 35 = 73$ ، $u_6 = 3 + 2 \times 6 = 15$

إذن: $S = 15(15 + 73) = 1320$

التمرين الثاني:

(u_n) وَ (v_n) متتاليتان عددیتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ $u_n = 2-6n$ وَ $v_n = 4\times 3^n$

1. حساب الحدود u_0، u_1 ، v_0 ، v_1

$u_0 = 2-6\times 0 = 2$ ، $u_1 = 2-6\times 1 = -4$ ، $v_0 = 4\times 3^0 = 4$ ، $v_1 = 4\times 3^1 = 12$

2.أ) بين أن المتتالية (u_n) حسابية يطلب تحديد أساسها،

$$u_{n+1}-u_n = 2-6(n+1)-(2-6n)$$

$$= 2-6n-6-2+6n = -6$$

ومنه: (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=-6$

استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n):

لدينا: $r=-6\prec 0$ ومنه (u_n) متناقصة

ب) هل العدد -11770 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ برّر

$u_n = -11770$ تكافئ $2-6n=-11770$ ومنه: $n=\dfrac{-11770-2}{-6}=1962$ ومنه العدد -11770 حد من حدود المتتالية (u_n) رتبته 1963.

جـ) حساب المجموع $S_n = u_0+u_1+.....+u_n$

$$S_n = \frac{n+1}{2}(u_0+u_n) = \frac{n+1}{2}(2+2-6n)$$ ومنه: $$S_n = \frac{(n+1)}{2}(4-6n)$$

1. أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها.

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{4\times 3^{n+1}}{4\times 3^n} = 3$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=3$

ب) بين أن $v_{n+1}-v_n = 8\times 3^n$

$v_{n+1}-v_n = 4\times 3^{n+1}-4\times 3^n = 4\times 3^n(3-1)$ ومنه: $v_{n+1}-v_n = 2\times 4\times 3^n = 8\times 3^n$

استنتاج اتجاه تغير المتتالية (v_n) : لدينا: $v_{n+1}-v_n \succ 0$ ومنه: (v_n) متزايدة

جـ) حساب المجموع:

$$S'_n = v_0+v_1+.....+v_n = v_0\times\frac{1-3^{n+1}}{1-3}$$

$$S'_n = 4\times\frac{1-3^{n+1}}{1-3} = -2\left(1-3^{n+1}\right)$$