

سلسلة النجاح في الرياضيات رقم 08 (الدالة الخطية والدالة التاليفية)

مسألة 1 :

- تقوم شركة بصنع قارورات زجاجية للمشروبات و تبيعها بسعرين مختلفين :
- السعر الأول : $25DA$ للقارورة الواحدة.
 - السعر الثاني : $15DA$ للقارورة الواحدة زائد $400DA$ كسعر جزافي .
- (1) أحسب ثمن 30 قارورة و 50 قارورة بالسعر الأول ثم بالسعر الثاني.
- (2) ليكن x هو عدد القارورات المطلوبة، P_1 هو السعر الأول، P_2 هو السعر الثاني
- حيث: $P_2(x) = 25x$ ، $P_1(x) = 15x + 400$
- في نفس المعلم المتعامد و المتجانس (\vec{OI}, \vec{OJ})
- أرسم المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) اللذين يمثلان الدالتين P_1 و P_2 على الترتيب حيث :
- نأخذ : 1 cm يمثل 10 قارورات على محور الفواصل.
- 1 cm يمثل $100DA$ على محور الترتيب.
- (3) بقراءة بسيطة للبيان المرسوم أجب عن الأسئلة التالية :
- أ- ما هو أكبر عدد ممكن من القارورات يمكن شراؤه بمبلغ $1200DA$ ؟
- ب- من أجل أي عدد من القارورات يكون السعران P_1 و P_2 متساويان؟
- ج- ما هو الشرط الكافي حتى يكون السعر الثاني P_2 هو الأفضل؟

مسألة 2 :

- في أحد مواقف السيارات هناك طريقتان للدفع من أجل توقيف السيارات :
- الطريقة الأولى : ثمن توقيف السيارة هو $25DA$ في اليوم الواحد.
 - الطريقة الثانية : دفع اشتراك سنوي قدره $400DA$ و دفع $15DA$ ثمن توقيف السيارة في اليوم.
- (1) أحسب ثمن توقيف سيارة لمدة 30 يوما و 50 يوما حسب كل من الطريقتين .
- (2) نرمز بـ x لعدد أيام توقيف السيارة، بـ $P_1(x)$ للثمن المدفوع حسب الطريقة الأولى و بـ $P_2(x)$ للثمن المدفوع حسب الطريقة الثانية.
- عبّر عن $P_1(x)$ و $P_2(x)$ بدلالة x .
- (3) في نفس المعلم المتعامد و المتجانس (\vec{OI}, \vec{OJ}) ، مثل بيانيا كلاً من $P_1(x)$ و $P_2(x)$.
- (4) من البيان المتحصل عليه، أجب عن الأسئلة التالية :
- أ- ما هو أكبر عدد من الأيام لتوقيف السيارة من أجل $1200DA$ ؟
- ب- من أجل أي عدد من الأيام يكون $P_1(x) = P_2(x)$ ؟
- ج- ما هو الشرط الذي تكون فيه طريقة الدفع الثانية أحسن من الأولى؟

مسألة 3 :

- يقترح نادي لكرة القدم يلعب فريقه بالبطولة الوطنية صيغتين للدخول إلى الملعب .
- الصيغة الأولى : يدفع المتفرج $50DA$ لكل مقابلة يحضرها .
 - الصيغة الثانية : يدفع المتفرج اشتراكا سنويا $250DA$ ثم $30DA$ عند كل مقابلة يحضرها.
- الفريق يلعب 30 مقابلة خلال السنة
- (1) أ- ما هي الصيغة الرابحة لمتفرج يحضر 8 مقابلات
- ب- ما هي الصيغة الرابحة لمتفرج يحضر 14 مقابلات ؟
- (2) ليكن x هو عدد المقابلات التي يحضرها متفرج خلال سنة .
- أ- ليكن P_1 المبلغ المدفوع لـ x مقابلة حسب الصيغة الأولى.
- أكتب P_1 بدلالة x .
- ب) ليكن P_2 المبلغ المدفوع لـ x مقابلة حسب الصيغة الثانية
- أكتب P_2 بدلالة x .
- (3) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (\vec{OI}, \vec{OJ})
- حيث : 1 cm على محور الفواصل يمثل 2 مقابلة.
- 1 cm على محور الترتيب يمثل $100DA$.
- أرسم المستقيمين $(D_1) : y = 50x$ ، $(D_2) : y = 30x + 250$
- (4) مستعينا بالتمثيل البياني أجب عن السؤال الأول .

(5) حل المتراجحة : $50x < 30x + 250$

- أعط تفسيراً للنتيجة المتحصل عليها .

مسألة 4 :

يقترح صاحب قاعة مسرح على زبائنه □ يارين :

- الخيار الأول: يسدّد الزبون 400DA لمشاهدة مسرحية واحدة.

- الخيار الثاني: يسدّد الزبون 150DA لمشاهدة مسرحية واحدة مع اشتراك سنوي قيمته 2500DA.

(1) أ- ما هو الخيار الأكثر فائدة لزبون شاهد 12 مسرحية □ لال سنة ؟ برّر إجابتك.

ب- ما هو الخيار الأكثر فائدة لزبون شاهد 5 مسرحيات □ لال سنة ؟ برّر إجابتك.

(2) ليكن : x هو عدد المسرحيات التي شاهدها زبون □ لال سنة.

y_1 هو المبلغ السنوي الذي سدّده إذا فضل الخيار الأول.

y_2 هو المبلغ السنوي الذي سدّده إذا فضل الخيار الثاني.

عبر عن كلّ من y_1 و y_2 بدلالة x .

(3) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, OI, OJ) ، نختار الوحدات البيانية التالية:

- على محور الفواصل : 1cm يمثل مسرحية واحدة.

- على محور الترتيب : 1cm يمثل 500DA .

أ - أرسم على ورقة ملمترية :

المستقيم (D) الذي معادلته : $y = 400x$.

المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = 150x + 2500$.

ب - اعتماداً على التمثيل البياني ، حدّد الخيار الأفضل تبعاً لعدد المسرحيات المشاهدة.

مسألة 5 :

يزرع فلاح القمح ويحضّر دقيقه بنفسه. من أجل تحسين مدله ، قرّر أن يصنع □ برا تقليدياً مرّة واحدة في الأسبوع لبيعه

بسعر 23DA للكيلوغرام الواحد. تُقدّر مصاريف الفلاح الشهرية بمبلغ ثابت قدره 2600DA يُضاف إليها 3DA كلفة كلّ

كيلوغرام من الخبز المصنوع.

I. في شهر جوان، يبيع الفلاح 200 kg من الخبز.

(1) أ) ما هي مدله □ لال هذا الشهر؟

ب) ما هي مصاريفه؟

(2) هل حقّق ربحاً؟ إذا كان الجواب بنعم، ما هو مقدار هذا الربح؟

II. نسمي x كتلة الخبز (بالكيلوغرامات) المُباعة في الشهر.

ليكن $R(x)$ مبلغ المدله □ يل و $D(x)$ مبلغ المصاريف □ لال هذا الشهر.

(1) عبر عن $R(x)$ و $D(x)$ بدلالة x .

(2) أ) حلّ المتراجحة $R(x) > D(x)$.

ب) كيف يمكن للفلاح أن يفسّر النتيجة المحصل عليها؟

(3) أحسب كتلة الخبز التي يجب أن يبيعها الفلاح في الشهر حتى يتحصّل على ربح قدره 2000DA.

(4) المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, OI, OJ) .

(1cm على محور الفواصل يمثل 20kg ، 1cm على محور الترتيب يمثل 400DA).

أ) ليكن: (d_1) المستقيم الذي معادلته : $y = 23x$.

(d_2) المستقيم الذي معادلته : $y = 3x + 2600$.

أنشئ كلاً من المستقيمين (d_1) و (d_2) .

ب) تحقّق من النتائج المحصل عليها في السؤال II. (2).

مسألة 6 :

القسم الأول:

مؤسسة تصنع علبة للتصبير، وتقدّر نمطين من البيع:

- النمط الأول: 25 DA للعلبة الواحدة.

- النمط الثاني: 15 DA للعلبة الواحدة زائد مبلغ جزافي قدره 50 DA .

(1) أحسب ثمن 30 علبة و ثمن 50 علبة حسب النمط الأول، ثمّ حسب النمط الثاني.

(2) نرمز بـ x إلى عدد العلب المُنتجة. عبر بدلالة x عن ثمنها حسب كلّ من النمطين.

(3) لتكن : $P_1(x) = 25x$ و $P_2(x) = 15x + 50$

أنشئ في معلم متعامد ومتجانس المستقيمين (D_1) و (D_2) الممثلين للدالتين P_1 و P_2 على الترتيب.

(1 cm على محور الفواصل يمثل علبة واحدة ، 1 cm على محور الترتيب يمثل 100 DA)

(4) بقراءة بيانية بسيطة أجب عن الأسئلة الآتية:

(أ) ما هو أكبر عدد من العلب يمكن شراؤها بـ 1200 DA ؟

(ب) من أجل أي عدد من العلب يكون السعران متساويين؟

(ج) ما هو الشرط الذي يكون من أجله النمط الثاني أفضل من النمط الأول بالنسبة إلى المشتري؟

القسم الثاني:

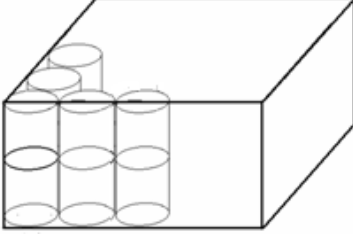
تُصنع كلّ علبة على شكل أسطوانة نصف قطر قاعدتها 5 cm وارتفاعها 20 cm ، ويغلف كلّ سطحها الجانبي بورقة إخبارية.

(1) أحسب القيمة المضبوطة لمساحة هذه الورقة ، والقيمة المقربة بأدنى : $\pi = 3,14$.

(2) أحسب سعة كلّ علبة بالسنتيمتر المكعب ، ثم بالتر.

(3) توضع العلب في صناديق على شكل متوازي مستطيلات كما هو مبين في الشكل المقابل.

- ما هي أبعاد كلّ صندوق لكي يسع 100 علبة ؟



مسألة 7 :

الجمهور الجزائري على موعد شهر جوان القادم لمناصرة الفريق الوطني بالبرازيل في منافسة كأس العالم. فندق ثلاث نجوم

بمدينة ساو باولو مكان إقامة المنتخب الوطني يقترح على المناصرين الجزائريين تياريين:

التيار الأول: دفع مبلغ أولي قيمته 750 RL_B ثم دفع 125 RL_B عن كل ليلة يقضيها الزبون بالفندق.

التيار الثاني: دفع مبلغ أولي قيمته 900 RL_B ثم دفع 100 RL_B عن كل ليلة يقضيها الزبون بالفندق.

$RL_B =$ الريال البرازيلي

① أنقل وأتمم الجدول.

عدد الليالي	3	6	10
المبلغ بالـتيار الأول			
المبلغ بالـتيار الثاني			

② نرمز إلى عدد الليالي بالحرف x وإلى المبلغ اللازم بالـتيار الأول بالرمز P_1 وإلى المبلغ اللازم بالـتيار الثاني بالرمز P_2 .

- عبر عن P_1 و P_2 بدلالة x.

③ في معلم متعامد ومتجانس مثل الدالتين f و g المعرفتين كما يلي:

$$f(x) = 125x + 750 \quad \text{و} \quad g(x) = 100x + 900$$

(حيث كل 1cm من محور الفواصل يمثل ليلة واحدة و كل 1cm من محور الترتيب يمثل 200 RL_B).

④ بالقراءة البيانية أجب على مايلي (مع ترك أثر الإجابة على الورقة المليمترية)

أ- ماهو المبلغ المستحق من أجل 4 ليالي بالـتيارين؟

ب- ماهو الـتيار الأفضل لشخص يملك 2000 RL_B ويريد أن يقضي أكبر عدد ممكن من الليالي بالفندق؟

ج- اشرح لمناصر جزائري يريد النزول بهذا الفندق كيفية الـتيار.

مسألة 8:

تقترح وكالة تجارية للاتصالات الهاتفية للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية:

الصيغة (أ): دفع 11 ديناراً للدقيقة.

الصيغة (ب): دفع 600 ديناراً اشتراكاً و 5 دنانير للدقيقة.

الصيغة (ج): دفع 2000 ديناراً شهرياً مهما كان عدد الدقائق.

① أحسب تكلفة المكالمات التي مدتها 100 دقيقة في كلّ من الصيغ الثلاث

② y يمثل الكلفة بالدنانير، x يمثل المدة بالدقائق.

◇ عبر عن y_1 و y_2 و y_3 تكلفة الصيغ الثلاث بدلالة x

❖ حل المتراجحة: $11x < 5x + 600$ ، ثم فسر هذه النتيجة

③ في معلم متعامد و متجانس، مثل بيانياً الصيغ الثلاث

نضع على محور الفواصل : كل 1cm يمثل 50 دقيقة .

نضع على محور الترتيب : كل 1cm يمثل 200DA .

④ اعتماداً على البيان، ما هي أفضل صيغة شهريا لشخص عند استعمال الهاتف مدة: 3 h 20 mn شهرياً.

مسألة 9.

عمر و علي وأحمد ثلاث حرفيين يصنعون نفس عدد الألعاب شهريا وراتبهم يحسب بالطرق التالية :

-عمر له راتب شهري ثابت قدره 9000 DA .

-علي له راتب شهري يقدر بـ 3 000 DA بالإضافة إلى 50 DA على كل لعبة يصنعها .

-أحمد له راتب قدره 4000 DA بالإضافة إلى 40 DA على كل لعبة يصنعها .

مرتب عمر	مرتب علي	مرتب أحمد
130 لعبة		
100 لعبة		

1- انقل ثم أتمم الجدول التالي إذا كان عدد اللعب المصنوعة هو :

2-ليكن x عدد اللعب المصنوعة في الشهر من طرف كل واحد

عبّر بدلالة x عن رواتب كل من عمر وعلي وأحمد ولتكن على الترتيب y_A, y_B, y_C .

3-في معلم متعامد نضع على محور الفواصل 1 cm يمثل 10 عشرة لعب . وعلى محور الترتيب 1 cm يمثل 500 DA

ارسم المستقيمات D_1, D_2, D_3 التي معادلاتها

$$D_1 : y = 9000 \quad D_2 : y = 50x + 3000 \quad D_3 : y = 40x + 4000$$

4-اجب عن الأسئلة التالية من البيان :

أ-عند أي عدد من اللعب المصنوعة في شهر يكون مرتب علي أكبر من أو يساوي مرتب أحمد؟

ب- عند أي عدد من اللعب المصنوعة في شهر يكون مرتب علي أكبر من أو يساوي مرتب عمر وراتب أحمد؟

ج- هل يمكن أن يُلَاقَ الثلاثة نفس الراتب شهريا .

مسألة 10.

صاحب شركة لصيد الأسماك يقترح على عماله ثلاث صيغ لتقاضي الأجر الشهري .

- الصيغة A : أجر شهري قدره 35000 DA.

- الصيغة B : أجر شهري قدره 12500 DA ، مع إضافة مبلغ 2500 DA لكل طن من الأسماك التي يتم صيدها .

- الصيغة C : أجر شهري يعتمد على كمية الصيد و يقدر بـ 5000DA لطن واحد من الأسماك.

1) انقل ثم اتمم الجدول:

كمية الأسماك بالطن خلال شهر	5	11	15
الأجر بالصيغة A			
الأجر بالصيغة B			
الأجر بالصيغة C			

2) ليكن x كمية الصيد بالطن و y_a, y_b, y_c الأجر الشهري حسب كل صيغة.

عبر عن y_a, y_b, y_c بدلالة x.

$$f(x) = 35000, \quad g(x) = 12500 + 2500x, \quad h(x) = 5000x$$

مثل بيانيا الدوال السابقة في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث:

(1cm على محور الفواصل يمثل 1 طن، و 1 cm على محور الترتيب مثل 5000 DA).

4) أ/ بيانيا ما هي نسبة الأسماك التي يتم صيدها كي يحصل على نفس الأجر بالصيغتين b و c.

ب/تحقق حسابيا من النتائج السابقة