♥ ♥ نجـــــــــاحكم بتفوّق هُوَ غايتـــــــــــــــنا ♥ ♥

التَّصْحيح المفصّل للتَّمريـــــن الشـــامل الأوَّل في مادَّة الرِّياضيَّات.

المسْتوى : الرَّابع المتوسِّط. — أُستاذ المادَّة : جَيْوَخ العربي.

حل التَّمرين :

1. هلْ العددان 672 و 364 أوليَّان فيما بيْنهما؟ :

العدد 243 يقبل القسمة على 3، لأنَّ مجموع أرقامه $2+4+3=9$ من مضاعفات 3. ..... (1)

العدد 192 يقبل القسمة على 3، لأنَّ مجموع أرقامه $1+9+2=12$ من مضاعفات 3. ..... (2)

إذن، نستنتج من (1) وَ (2) أنَّ 3 قاسم مُشترك للعددين 243 و 192 ويختلف عن 1، أيْ أنَّ :

$\mathcal{PGCD}\,(243;192) \neq 1$، فالعددان 243 و 192 ليْسَا أوليْن فيما بيْنهما.

2.أ. حساب $\mathcal{PGCD}\,(243;192)$:

لنحسب : $\mathcal{PGCD}(243;192)$

بتطبيق خوارزمية إقليدس، نجد :

$$243 = 192 \times 1 + 51$$
$$192 = 51 \times 3 + 39$$
$$51 = 39 \times 1 + 12$$
$$39 = 12 \times 3 + 3$$
$$12 = 3 \times 4 + 0$$

إذن : $\boxed{\mathcal{PGCD}(243;192) = 3}$.

لأنَّ آخر باق غير معدوم هو : 3.

ب. بطريقة ثانيَّة، إجابة عن السُؤال الأوّل :

بما أنَّ : $\mathcal{PGCD}\,(243;192) = 3 \neq 1$، فالعددان 243 و 192 ليْسَا أوليْن فيما بيْنهما.

ج. كتابة الكسر $\frac{192}{243}$ على أَبْسط شكل مُمْكن :

$$\frac{192}{243} = \frac{192 \div 3}{243 \div 3} = \frac{64}{81}$$

3.أ. كتابة $\sqrt{8}$ و $\sqrt{72}$ على الشّكل $a\sqrt{2}$:

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

ب. تَبيِّين أَنَّ : $\mathcal{A}$ عددٌ ناطقٌ :

$$\mathcal{A} = 3\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{72}} - \sqrt{\underbrace{\frac{192}{243}}_{=\frac{64}{81}}} = 3\frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{64}{81}}$$
$$= \frac{3 \times 2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{\underbrace{6\sqrt{2}}_{=1}}{6\sqrt{2}} - \frac{8}{9} = 1 - \frac{8}{9}$$
$$= \frac{1 \times 9 - 1 \times 8}{1 \times 9} = \frac{9-8}{9} = \frac{1}{9}$$

بما أَنَّ : $\frac{1}{9}$ عددٌ ناطقٌ، فَإِنَّ : $\mathcal{A}$ عددٌ ناطقٌ.

4. إيجاد الكتابة العلميَّة للعدد $\mathcal{B}$:

$$\mathcal{B} = \frac{2^5 \times 10^7 \times 3 \times 10^{-8} \times 4}{2^6 \times \left(10^3\right)^{-3} \times 8}$$
$$= \frac{2^5 \times 3 \times 4}{2^6 \times 8} \times \frac{10^7 \times 10^{-8}}{\left(10^3\right)^{-3}}$$
$$= \frac{32 \times 12}{64 \times 8} \times \frac{10^{7+(-8)}}{10^{3\times(-3)}} = \frac{384}{512} \times \frac{10^{-1}}{10^{-9}}$$
$$= 0,75 \times 10^{-1-(-9)} = 7,5 \times 10^{-1} \times 10^8$$
$$= 7,5 \times 10^{-1+8} = 7,5 \times 10^7$$

5. حساب العدد $\mathcal{C}$:

$$\mathcal{C} = \frac{7}{3} - \frac{1}{3} \div \frac{1}{-38} = \frac{7}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{-38}{1}$$
$$= \frac{7}{3} - \frac{1 \times (-38)}{3 \times 1} = \frac{7}{3} - \frac{-38}{3}$$
$$= \frac{7-(-38)}{3} = \frac{7+38}{3}$$
$$= \frac{45}{3} = 15$$

6.أ. كتابة العدد $\mathcal{D}$ على الشّكل $a\sqrt{\mathcal{C}}+b\sqrt{\dfrac{\mathcal{C}}{2}}$:

لمَّا كان : $\mathcal{C}=15$، فيكون، لدينا :

$$a\sqrt{\mathcal{C}}+b\sqrt{\frac{\mathcal{C}}{2}}=a\sqrt{15}+b\sqrt{3}$$

في الحقيقة، لدينا :

$$\begin{aligned}\mathcal{D}&=\sqrt{60}+3\sqrt{240}-4\sqrt{3}\left(2\sqrt{5}-1\right)\\&=\sqrt{4\times15}+3\sqrt{16\times15}-4\sqrt{3}\left(2\sqrt{5}\right)\\&\quad-4\sqrt{3}\,(-1)\\&=\sqrt{4}\times\sqrt{15}+3\sqrt{16}\times\sqrt{15}-\\&\quad(4\times2)\left(\sqrt{3}\times\sqrt{5}\right)-4\,(-1)\,\sqrt{3}\\&=2\sqrt{15}+3\times4\sqrt{15}-8\sqrt{3\times5}+4\sqrt{3}\\&=2\sqrt{15}+12\sqrt{15}-8\sqrt{15}+4\sqrt{3}\\&=(2+12-8)\sqrt{15}+4\sqrt{3}\\&=6\sqrt{15}+4\sqrt{3}\end{aligned}$$

مع : $a=6$ وَ $b=4$.

ب. تَبْيِين أَنَّ : $\mathcal{D}=2\sqrt{3}\left(3\sqrt{5}+2\right)$:

○ طريقة 01 :

a ، b ، c و d أعداد حقيقية.

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

(1 2 3 4)

$$\begin{aligned}2\sqrt{3}\left(3\sqrt{5}+2\right)&=\left(2\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{5}\right)+\left(2\sqrt{3}\right)(2)\\&=(2\times3)\left(\sqrt{3}\times\sqrt{5}\right)+(2\times2)\sqrt{3}\\&=6\sqrt{3\times5}+4\sqrt{3}\\&=\underbrace{6\sqrt{15}+4\sqrt{3}}_{=\mathcal{D}}\\&=\mathcal{D}\end{aligned}$$

○ طريقة 02 :

$$\begin{aligned}\mathcal{D}&=6\sqrt{15}+4\sqrt{3}=2\times3\sqrt{3\times5}+2\times2\sqrt{3}\\&=2\times3\sqrt{3}\times\sqrt{5}+2\times\left(2\sqrt{3}\right)\\&=3\left(2\sqrt{3}\right)\times\sqrt{5}+2\left(2\sqrt{3}\right)\\&=\left(2\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{5}+2\right)\end{aligned}$$

ج. تَبْيِين أَنَّ : $\mathcal{D}\left(3\sqrt{5}-2\right)=82\sqrt{3}$:

$$\begin{aligned}\mathcal{D}\left(3\sqrt{5}-2\right)&=2\sqrt{3}\left(\underbrace{3\sqrt{5}}_{=a}+\underbrace{2}_{=b}\right)\left(\underbrace{3\sqrt{5}}_{=a}-\underbrace{2}_{=b}\right)\\&\overset{(a+b)(a-b)=(a)^2-(b)^2}{=}2\sqrt{3}\left[\left(3\sqrt{5}\right)^2-(2)^2\right]\\&=2\sqrt{3}\left[(3)^2\left(\sqrt{5}\right)^2-4\right]\\&=2\sqrt{3}\,[9\times5-4]\\&=2\sqrt{3}\,(45-4)\\&=2\sqrt{3}\,(41)\\&=82\sqrt{3}\end{aligned}$$

د. جعل مقام $\dfrac{1}{\mathcal{D}\left(3\sqrt{5}-2\right)}$ عددًا ناطقًا :

$$\begin{aligned}\frac{1}{\underbrace{\mathcal{D}\left(3\sqrt{5}-2\right)}_{=82\sqrt{3}}}&=\frac{1}{82\sqrt{3}}=\frac{(1)\left(\sqrt{3}\right)}{\left(82\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}\right)}\\&=\frac{\sqrt{3}}{82\times\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{82\times3}=\frac{\sqrt{3}}{246}\end{aligned}$$

وفّقكم الله ولا تنسونا بالدعاء وجزاكم الله خيرًا.