الجمهورية التّونسية

وزارة التّربية

كتاب الرّيـاضيـات

لتلاميذ السنة التاسعة من التعليم الأساسي

تأليف

الطاهر الصغيّر
متفقد أول

البشير الصغيّر
متفقد

لطيّف بالطيبي
متفقد

نجيب الزوادي
أستاذ أول

لجنة التعديل

البشير الصغيـّر
متفقد أول

محمود الفوّال
أستاذ تعليم ثانوي فوق الرتبة

تقييم

نجيبة المحمدي
متفقدة أولى

خليفة التركي
متفقد أول

المركز الوطني البيداغوجي

تقديم

يسرنا أن نضع بين أيدي أبنائنا هذا الكتاب المدرسي في مادة الرياضيات الذي نرجو أن ييسر لهم حسن استيعاب البرنامج الرسمي وتمثل إشكالية رغبة في إثراء زادهم المعرفي وسعيا إلى تنمية قدراتهم الذاتية.
سلكنا في منهجية تأليف هذا الكتاب ما يمكن التلميذ من المشاركة في استخلاص المعلومة وإنتاج المعرفة في إطار بيداغوجي قائم على التفكير الرياضي السليم.
إن هذا المؤلف مطابق للبرنامج الرسمي للسنة التاسعة يتضمن كل محاور البرنامج التي تم تفريعها إلى عناوين دروس وقد حرصنا علي أن يكون هذا الكتاب ملائما لمستوى التلاميذ وللتوقيت المخصص لتدريس المادة وفق تمشيات بيداغوجية تتيح للمدرس حرية المبادرة وإدخال التنويعات التي يراها ضرورية حسب حاجات المتعلمين المختلفة.
وفي كلّ الحالات لا يمكن أن يحقق هذا الكتاب أهدافه بدون مساهمة الأساتذة التي تعود إليهم بالدرجة الأولى مسؤولية تخطيط الدرس ومحتوياته واختيار وضعيات ضبط التعلم التي تبدو لهم أكثر نجاعة لمتعلميهم وتنظيم عملهم في شكل فردي أو ثنائي أو جماعي.
ولقد حرصنا كذلك على تمكين المتعلم من الأدوات المنهجية والفكرية التي تجعله يتعلم كيف يتعلم.
ولقد تمت صياغة الدروس على أساس مقاربة تعلم إندماجي يجعل من التمليذ محور العملية التربوية لا تمثل فيه المعلومات هدفا وحيدا بل بالتوازي مع ذلك إقدار المتعلم على مهارات وطرق في بناء المعرفة وحل الوضعيات الإشكالية.
يتكون كل درس من الأركان التالية :

- مدخل محفز للتعلم سميناه "أستحضر" يتمحور حول التذكير بالمكتسبات السابقة.
- باب أول يستثمر في بناء المعلومة وإنتاج المعرفة سميناه "أستكشف"
- باب ثان يضم مجموعة من التطبيقات لتركيز المعلومة وحسن استغلالها في وضعيات عادية أو دالة تحت إسم "أطبق"

نرجو لأنفسنا التوفيق في ما أنجزنا ولزملائنا الأساتذة الإستفادة والإفادة في ما دونا ولتلاميذنا الرضا عن ما صنعنا شاكرين كل من ساعدنا من قريب أو من بعيد ونخص بالذكر زملائنا المقيمين الذين رافقونا طيلة هذا الإنجاز.

وفقـــنـــا الله وإيـــاكم

المؤلفـــون

الفهـرس

أنشطة عددية	1	التعداد والحساب	5
	2	مجموعة الأعداد الحقيقية IR	18
	3	العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقية	31
	4	القوى في مجموعة الأعداد الحقيقية	49
	5	الترتيب والمقاربة	61
أنشطة جبرية	6	الجداءات المعتبرة والعبارات الجبرية	78
	7	المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى	93
الإحصاء والاحتمالات	8	الإحصاء والاحتمالات	111
أنشطة هندسية	9	التعيين في المستوي	130
	10	مبرهنة طالس وتطبيقاتها	147
	11	العلاقات القياسية في المثلث القائم	170
	12	أنشطة حول الرباعيات	189
	13	التعامد في الفضاء	201

1

التعداد والحساب

I أنشطة في الحساب

II قابلية القسمة على 6 أو 12 أو 15

III أنشطة في التعداد

التعداد و الحساب

استحضر :

1 أنقل ثم أتمم الجدول التالي بـــ "نعم" أو "لا" :

	يقبل القسمة على 2	يقبل القسمة على 3	يقبل القسمة على 8	يقبل القسمة على 25	يقبل القسمة على 9
543					
225					
450					
3737					
10101					

2 نعتبر العدد • • $a = 326$

عوض النقطتين بما يناسب لكي يصبح العدد a قابلا للقسمة على 52 وعلى 8.

3 خزان شكله متوازي مستطيلات حجمه 30 مترا مكعبا.

ما هي أبعاده إذا علمت أنها أعداد صحيحة طبيعية بالمتر؟ (أعط جميع الحلول الممكنة).

4 اذكر الأعداد الأولية من بين الأعداد التالية :

219 ، 729 ، 91 ، 57 ، 435 ، 41 ،67 ، 119 ، 2007 ، 1001 و 101 .

5 قطعة قماش مستطيلة الشكل مساحتها بالمتر المربع 60.

ما هما بعداها إذا علمت أنها أعداد صحيحة طبيعية أولية فيما بينهما ؟ (أعط كل الحلول الممكنة).

أنشطة في الحساب

1- قابلية القسمة على 6 :

أستكشف

نشاط 1 أكمل الجدول

	يقبل القسمة على		
العدد	2	3	6
12576			
483651			
61457346			
794564			

استنتاج

يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا القسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على ....و ....

أطبق :

1. اذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 6

43167890 ; 3256782 ; 123679074 ; 34678324

2. عوض في كل حالة الرمز * برقم ليكون العدد المتحصل عليه قابلا للقسمة على 6

5468932* ; 2571372* ; 27894334* ; 34128924*

3. أجب بصواب أو خطأ :

- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 8 وعلى 3 يقبل القسمة على 6
- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 9 وعلى 4 يقبل القسمة على 6
- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 48 يقبل القسمة على 6
- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 10 وعلى 4 يقبل القسمة على 6

2-قابلية القسمة على12

أكمل الجدول

نشاط 1

	يقبل القسمة على		
العدد	4	3	12
7653480			
1247634			
71963628			
2485326			

استنتاج :

يكون عدد صحيح طبيعي قابلا القسمة على 12 إذا كان يقبل القسمة على .... و ....

تطبيق :

1. اذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 12

13971120 ; 1256925 ; 259134 ; 29185470

2. عوض في كل حالة الرمز * برقم ليكون العدد المتحصّل عليه قابلا للقسمة على 12

*524687 ; *467903 ; *22724489 ; *657890

3. أجب بصواب أو خطأ :

- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 2 وعلى 6 يقبل القسمة على 12
- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 3 ورقم آحاده صفر يقبل القسمة على 15
- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 90 يقبل القسمة على 12

4. بين أن العدد $3^{2009} + 3^{2012}$ قابلا للقسمة على 12.

قابلية القسمة على 15

نشاط 1 أكمل الجدول

	يقبل القسمة على		
العدد	5	3	15
12576345			
468326451			
26574360			
46745650			

استنتاج :

يكون عدد صحيح طبيعي قابلا القسمة على 15 إذا كان يقبل القسمة على …….و …….

تطبيق :

1. اذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 15

34680 ; 5642172 ; 146790745 ; 54791248

2. عوض في كل حالة الرمز * برقم ليكون العدد المتحصل عليه قابلا للقسمة على 15

*5468932 ; *2543278 ; *27894334 ; *54378903

3. أجب بصواب أو خطأ :

- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 20 وعلى 3 يقبل القسمة على 15
- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 9 ورقم آحاده صفر يقبل القسمة على 15
- كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 45 يقبل القسمة على 15

تمرين مرفق بحل

في الأعداد التالية a يمثّل رقم العشرات و b يمثّل رقم الآحاد.

أوجد في كل حالة جميع الأرقام a و b بحيث يكون العدد المتحصّل عليه قابلا للقسمة على 15 و 12 في نفس الوقت.

$$43570ab \quad ; \quad 37241ab \quad ; \quad 94857ab$$

الحل :

ليكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا القسمة على 12 و 15 يكفي أن يكون قابلا للقسمة على 3 و 4 و 5 أي أن رقم آحاده 0 ($b = 0$ في كل الحالات) وأن يكون العدد المتكون من آحاده وعشراته يقبل القسمة على 4 وأن يكون مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3.

- وبما أن مجموع أرقام العدد $94857ab$ بدون اعتبار a و b يساوي 33 فإن $a = 0$ أو $a = 6$ وبالتالي فإن العددين 9485700 و 9485760 يقبلان القسمة على 15 و 12 في نفس الوقت.
- وبما أن مجموع أرقام العدد $37241ab$ بدون اعتبار a و b يساوي 17 فإن $a = 4$ وبالتالي فإن العدد 3724140 يقبل القسمة على 15 و 12 في نفس الوقت
- وبما أن مجموع أرقام العدد $43570ab$ بدون اعتبار a و b يساوي 19 فإن $a = 2$ أو $a = 8$ وبالتالي فإن العددين 4357020 و 4357080 يقبلان القسمة على 15 و 12 في نفس الوقت.

أنشطة في التعداد

نشاط 1 اذكر من بين المجموعات التالية التي لها عدد محدود من العناصر ؟

A هي مجموعة قواسم العدد 24 .

Z هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية.

B هي مجموعة مضاعفات العدد 7

C هي مجموعة الحروف التي تكون كلمة "رياضيات"

E هي مجموعة مضاعفات 50 المحصورة بين 110 و 145

- نقول أن المجموعة A منتهية وأن عدد عناصرها هو 8
- نقول أن العدد الصحيح الطبيعي 8 هو كمّ المجموعة A ونكتب كمّ (A)=8

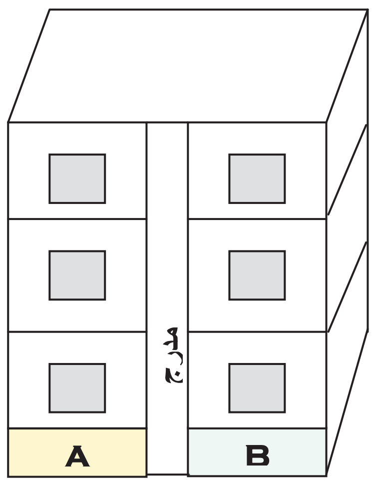
نقول عن مجموعة إنها منتهية إذا كان عدد عناصرها محدود يسمى هذا العدد كم المجموعة

كم المجموعة E هو 0 لأنها مجموعة فارغة.

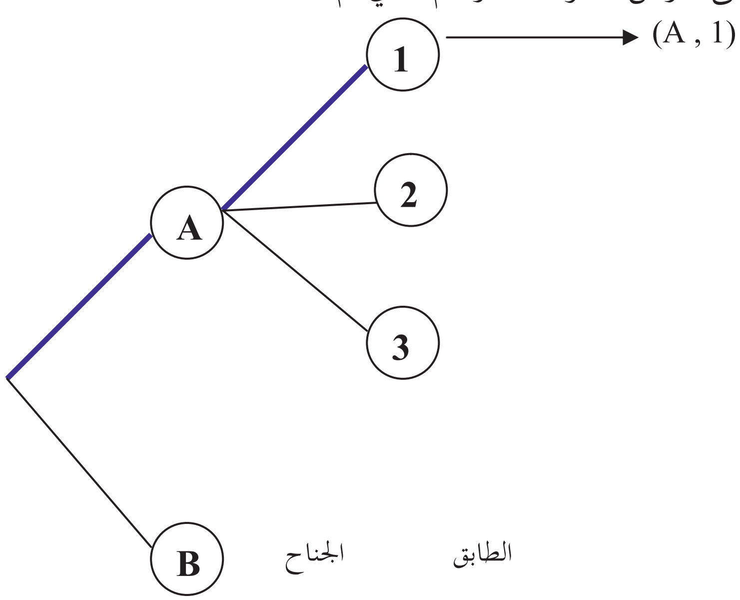
كمّ المجموعة C هو 5 لأن : {ر، ي، ض، ا، ت} = C.

نشاط 2 عمارة بها جناحان A و B ، بكل جناح 3 طوابق.

نرمز إلى الشقة الموجودة بالطابق الثاني من الجناح A ، مثلا، بالزوج : (A,2) .



1. كم تحوي هذه العمارة من شقة ؟
2. أكتب باستعمال الأزواج مجموعة الشقق الموجودة بهذه العمارة.
3. أنقل على كراس المحاولات الرسم التالي ثم أكمله :



❋ الرسم الذي تحصلت عليه يسمى " **شجرة اختيار**"

❋ الغصن الملون بالأزرق، مثلا، يمثل الشقة (A,1) يعني الموجودة بالجناح A، بالطابق الأول.

4. كم يكون عدد الشقق لو كان عدد الطوابق 5 وعدد الأجنحة 2 ؟

5. كم يكون عدد الشقق لو كان عدد الطوابق 7 وعدد الأجنحة 4 ؟

نشاط 3 لقطعة نقود وجهان: نرمز لهما بـــ « P » : و « F ».

نلقي قطعة النقود ثلاث مرات، و نسجل في كل مرة الوجه العلوي

« P » أو « F ».

أعط بالاعتماد على شجرة الاختيار، كل النتائج الممكنة وحدد عددها.

نشاط 4

1. كم عدد فردي يتكون من رقمين ؟
2. كم عدد فردي يتكون من رقمين رقم عشراته مضاعف للعدد 4 ؟
3. كم عدد فردي يتكون من رقمين، رقم آحاده مضاعف للعدد 4 ورقم عشراته يقسم العدد 12 ؟

نشاط 5

1. كم عدد يتكون من رقمين زوجين مختلفين ؟
2. كم عدد يتكون من رقمين فرديين مختلفين ؟
3. كم عدد يتكون من رقمين مختلفين ؟

نشاط 6

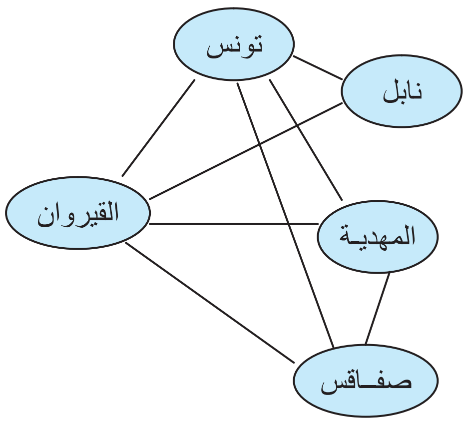
1. باستعمال الحروف: ح – ل – م ، كم كلمة ذات معنى يمكن تكوينها بهاته الحروف ؟ (كل حرف يستعمل مرة واحدة وبدون اعتبار الشكل).
2. باستعمال الحروف : ك – ل – م – ة كم كلمة يمكن تكوينها (ذات معنى أو بدون معنى وبدون اعتبار الشكل).

تمرين مرفق بحل :

نعتبر شبكة الطرقات التالية :

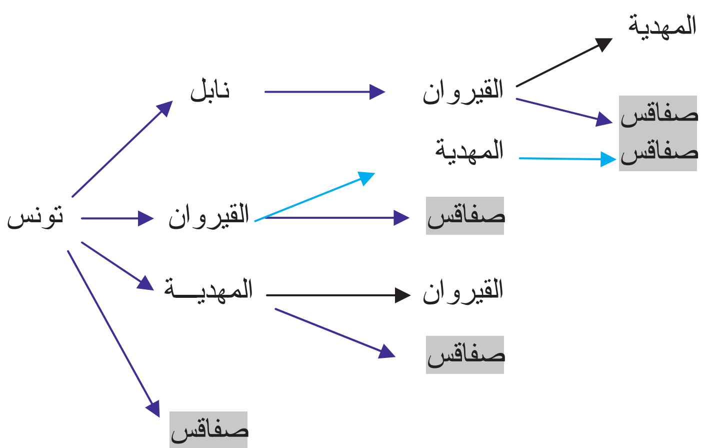
أرادت مجموعة من الأصدقاء القيام برحلة من مدينة تونس إلى مدينة صفاقس (هؤلاء الأصدقاء، لا تهمهم المسافة التي سيقطعونها لكن لا يريدون زيارة نفس المدينة أكثر من مرة خلال هذه الرحلة)

ابحث عن الطرقات التي يمكن استعمالها.



الحل :

أخذا بعين الاعتبار المعطيات، يمكننا أن نرسم شجرة الاختيار التالية :



أحوصل

❋ يكون عدد قابلا للقسمة على **6** إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على **2** و **3**.

❋ يكون عدد قابلا للقسمة على **12** إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على **3** و **4**.

❋ يكون عدد قابلا للقسمة على **15** إذا كان هذا العدد قابلا للقسمة على **3** و **5**.

التمـارين

1 أنقل على كراسك الجدول التالي ثم ضع العلامة **x** في الخانات المناسبة :

	672	762	680	5922	834	234	348	585	960
يقبل القسمة على 6									
يقبل القسمة على 12									
يقبل القسمة على 15									

2 أذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 12 و على 15 :

2340 ، 435 ، 542 ، 723 ، 3720 ، 8350 ، 510 و 8250

3 بين أن كل عدد أصغر من 11 يقسم الجذاء 5x7x8x9

4 ليكن العدد $N = 74ab$ ، حيث b رقم آحاده و a رقم عشراته.

1. أوجد a و b ليكون العدد N قابلا للقسمة على 6.
2. أوجد a و b ليكون العدد N قابلا للقسمة على 15.

(أعط ، في كل مرّة، كل الحلول الممكنة)

5 ليكن العدد $A = 5a8b$ ، حيث a و b رقمان.

1. أوجد a و b ليكون العدد A قابلا للقسمة على 12.
2. أوجد a و b ليكون العدد A قابلا للقسمة على 15.

(أعط، في كل مرّة، كل الحلول الممكنة)

6 ليكن العدد $B = 4x3y$ ، حيث x و y رقمان.

1. أوجد x و y بحيث B يقبل القسمة على 3.
2. أوجد x و y بحيث B يقبل القسمة على 4.
3. أوجد x و y بحيث B يقبل القسمة على 12.

7 قال الأب لابنه "قبل سنتين من الآن كان عمري عددا قابلا للقسمة على 12 وبعد 13 سنة يصبح قابلا للقسمة على 15 ".

نعتبر x عمر الأب حاليا

أ - بين أن $x-2$ يقبل القسمة على 15.

ب - أوجد عمر الأب إذا علمت أنّه أقل من 90 سنة

8 1) بين أن العدد $2550 \times 2 - 5^{103}$ قابل للقسمة على 15.

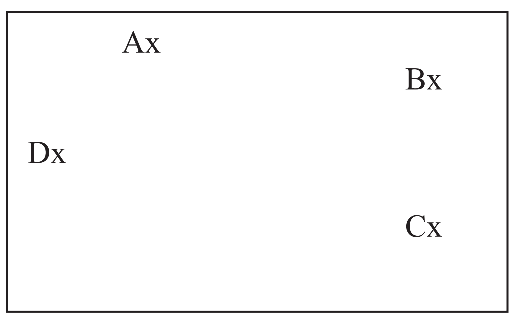
2) بين أن العدد $3^{5000} \times 13 - 243^{1001}$ قابل للقسمة على 6.

3) بين أن العدد $2^{2000} \times 5 + 8^{666}$ قابل للقسمة على 12.

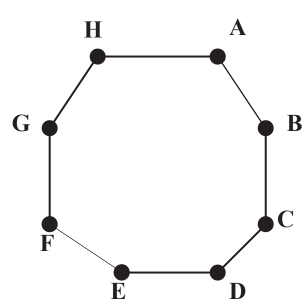
9 ابحث عن مجموعة الأعداد التي تتكون من رقمين مختلفين من بين الأرقام 7 و 8 و 9 .

ما هو كمّ هاته المجموعة ؟

10 كم مستقيما يمكن رسمه يمر من نقطتين من بين النقاط A و B وC وD بالرسم التالي ؟



11 لنعتبر الشكل التالي :



كم له من قطر ؟

(القطر هو قطعة مستقيم يربط قمتين غير متتاليين).

12 نعتبر مربعا قيس طول محيطه $P = 5^{2012} - 5^{2011}$ ، بين أن قيس ضلعه عدد صحيح طبيعي.

13 1. نعتبر العدد a حيث : $a = 2^3 \times 3^2$ ، كم هو عدد قواسم a؟

2. كم هو عدد قواسم 5a ؟

14 ترشح أربعة فرق A و B و C و D للدور النصف النهائي لكأس تونس لكرة القدم.

كم مقابلة يمكن إجراءها ؟

15 نعتبر مستطيلا قيس طول محيطه يساوي 64×10^4 وقيس طوله 20×10^4 ، بين أن قيس طول عرضه يقبل القسمة على 12 و 15 في نفس الوقت.

16 لنعتبر العدد 1234567891011121314..............20

1) كم رقما يحوي هذا العدد ؟

2) هل يقبل القسمة على :

أ- 12 ؟

ب- 15 ؟

ت- 9 ؟

17 تظهر على شاشة الساعة الإلكترونية (الرقمية)، في بعض الأحيان، نفس الأرقام مثل : $\boxed{1:11}$ أو $\boxed{2:22}$ الخ

وأحيانا، أرقاما متتالية مثل $\boxed{1:23}$ أو $\boxed{2:34}$ الخ ...

1) كم حالة تظهر فيها على الشاشة نفس الأرقام، خلال الأربعة والعشرين ساعة ؟

2) كم حالة تظهر فيها على الشاشة أرقاما متتالية

مجموعة الأعداد الحقيقيـــة IR

I الكتابات العشرية لعدد كسري نسبي

II الأعداد الحقيقية

III تدريج مستقيم بواسطة الأعداد الحقيقية

مجموعة الأعداد الحقيقيـة

استحضــر :

1

1. أعط ثلاثة أعداد تنتمي إلى Q ولا تنتمي إلى D
2. أعط ثلاثة أعداد تنتمي إلى D ولا تنتمي إلى Z
3. أعط ثلاثة أعداد تنتمي إلى -Q ولا تنتمي إلى Z

2

انقل وأتمم بما يناسب من الرموز التالية : $\not\subset$, $\subset$, $\notin$, $\in$ أو $=$

Z ....Q+ ; D .....Z ; N .....Q+ ; Z- ....Q- ; Z .....Q ; D .....Q ; N .....Z

$\frac{2}{3}....\mathbb{Z}$ ، $-5.....\mathbb{Q}$ ، $-3,3456....\mathbb{Q}_-$

3

نعتبر العددين $a = 2n$ و $b = 2n+1$ حيث a و b عددان صحيحان طبيعيان.

1. أيّ هذين العددين زوجي وأيهما فردي ؟
2. أ- احسب بدلالة n العدد a^2 وبين أنّه زوجي.

   ب- بين أن b^2 فردي.
3. ليكن c عدد صحيحا طبيعيا حيث c^2 زوجي.

   أثبت أن c زوجي.
4. انقل على كراسك ثم أتمم بما يناسب :

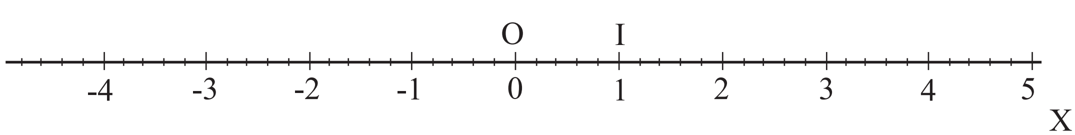
ليكن a عددا صحيحا طبيعيا :

- a زوجي يعني ....
- a فردي يعني ....

4

يمثل الرسم التالي مستقيما مدرجا.

1) أ- أنقل الرسم ثم عين النقاط A وB وC و D التي فاصلاتها على التوالي 2 و3 و $\frac{12}{5}$ و $\frac{19}{4}$



ب- أحسب كلا من الأبعاد : OA وOB وOC وOD وAB وCD

2) أ- عين النقطتين 'C و 'D مناظرتي C وD على التوالي بالنسبة للنقطة O.

ب- ما هي فاصلتا ' C و 'D ؟

5

1. ما هو العدد الكسري الموجب الذي يساوي مربعه 81 ؟

2. نفس السؤال للأعداد 16 و $\frac{25}{49}$ و 0,49

3. أنقل الجدول ثم أتمم بما يناسب :

العدد الكسري الموجب	مربعه
	16
$\frac{5}{7}$	
	0,49

العدد الكسري الموجب a الذي يحقق $a^2 = 16$ هو العدد 4 ويسمّى الجذر التربيعي للعدد 16 ونرمز لذلك بالكتابة : $\sqrt{16} = 4$

6

أنقل على كراسك ثم أكمل

- .... = $0{,}1 \times 0{,}1$ إذن ....= $\sqrt{0{,}01}$
- ....= $\sqrt{\frac{4}{9}}$ لأن..............................
- .... = $(-6)^2$ إذن.......................

7

باستعمال الآلة الحاسبة، أعط قيمة تقريبية بخمسة أرقام بعد الفاصل لكل من الجذور التربيعية التالية : $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{15}$; $\sqrt{11}$; $\sqrt{22}$; $\sqrt{\frac{35}{12}}$ و $\sqrt{8{,}23}$

I . الكتابات العشرية لعدد كسري نسبي :

أستكشف

نشاط 1

أنجز عمليات القسمة لـــ : 12,5 على 7 ثم 17 على 9 ثم 4 على 3 و 65 على 22 .

ماذا تلاحظ ؟

نشاط 2

باستعمال الآلة الحاسبة، أنجز عملية القسمة للعدد 3 على العدد 22 .

- ما هي الأرقام التي تتالى في الظهور؟
- هل بإمكانك معرفة الرقم الذي سيظهر في الرتبة الألف بعد الفاصل ؟

في الكتابة : ...0,13636363636

- نلاحظ أن العدد 36 يتكرر ظهوره بصفة دورية.
- نقول عن هذه الكتابة أنها كتابة عشرية دورية للعدد $\frac{3}{22}$،

ويسمّى العدد 36 دورا لها، ونكتب : $\frac{3}{22} = 0{,}1\underline{36}$

نشاط 3

- أوجد الكتابة العشريّة الدوريّة لكل من الأعداد الكسريّة التالية وحدد الدور في كل مرّة :

$$\frac{11}{5};\frac{5}{2};\frac{2}{7};\frac{1}{3};\frac{35}{8};\frac{-3}{11}$$

- هل للعدد العشري 5,6 كتابة عشريّة دورية ؟ ما هو دورها ؟
- قارن بين الكتابات : 5,6 و $5.\underline{6}$ و $5,\underline{60}$

لكل عدد كسري كتابة عشريّة دوريّة.

- أوجد الكتابة العشرية الدورية لكل من $\frac{14}{3}$ و $\frac{23}{5}$ و $\frac{456}{99}$ ، ماذا تلاحظ ؟

II - الأعـــــداد الحقيقية

أستكشــف

نشاط 4

نعتبر الكتابة العشرية الغير متناهية 2, 101001000100001000001
و ...-3,123456789101112

1. هل هاتين الكتابتين دوريتين ؟
2. أعط أمثلة أخرى لكتابات عشرية غير دورية.

- الأعداد التي لها كتابة عشرية غير متناهية وغير دورية تسمى أعدادا صماء
- اتحاد مجموعتي الأعداد الكسرية والصماء هو مجموعة الأعداد الحقيقية ونرمز إليها بـــ IR .

ملاحظـات :

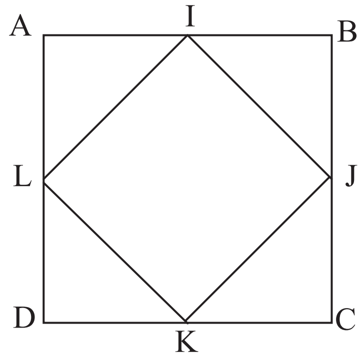
1. $N \subset Z \subset D \subset Q \subset IR$

2. نرمز بـ IR_+ مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة و بـ IR_- مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة.

3. لنـا : $IR = IR_+ \cup IR_-$

نشاط 5

يمثل الرسم التالي مربعا ABCD ضلعه $AB = 2\ cm$ وتمثل النقاط I و J و K و L منتصفات أضلاعه.



1. بين أن المثلثات CJK , BIJ , AIL و DLK متقايسة .

2. بيّن أن IJKL مربع ثم أحسب مساحته.

نرمز بـ a لقيس ضلع المربع IJKL : العدد a يحقق

المساواة $a^2 = 2$

نكتب $a=\sqrt{2}$

3. أحسب باستعمال الآلة الحاسبة :

$$(1,415)^2 ; (1,414)^2 ; (1,42)^2 ; (1,41)^2 ; (1,4)^2 ; (1,5)^2$$

استنتج حصرا لــ $\sqrt{2}$.

تحقق أن: $1,414213562 < \sqrt{2} < 1,414213563$

نقول أن العدد $\sqrt{2}$ محصور بين العددين 1 و 2

- العدد 1 هو قيمة تقريبية بالنقصان للعدد $\sqrt{2}$
- العدد 2 هو قيمة تقريبية بالزيادة للعدد $\sqrt{2}$

يمكّنك الحاسوب من الحصول على قيمة تقريبيّة بالنقصان للعدد $\sqrt{2}$:

$$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242097$$

تمرين مرفق بحل

1) ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين حيث $(\frac{a}{b})^2 = 2$

أ- أثبت أن a^2 زوجي ثم استنتج أن a زوجي.

ب- أثبت أن b زوجي

2) بين أن العدد $\sqrt{2}$ ليس كسريا.

الحلّ

أ) $(\frac{a}{b})^2 = 2$ يعني $2 = \frac{a^2}{b^2}$

يعني $a^2 = 2.b^2$

يعني العدد الصحيح الطبيعي a^2 عدد زوجي وبالتالي فإن العدد a زوجي

ب) العدد a زوجي إذن يوجد عدد صحيح طبيعي p بحيث $a = 2.p$

وبالتالي فإن $(2p)^2 = 2.b^2$ يعني $4p^2 = 2b^2$ أي $b^2 = 2p^2$ ومنه b^2 زوجي.

وبما أن b^2 زوجي فإن b زوجي.

لنفترض أن العدد $\sqrt{2}$ عدد كسري إذن يمكن كتابته : $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$

(حيث a و b عددان صحيحان طبيعيان أوليان فيما بينهما)

وبالتالي فإن $2 = (\frac{a}{b})^2$.

وبالتالي فإن العددين a و b زوجيان وهذا غير ممكن لأنهما أوليان فيما بينهما

الخلاصة : العدد $\sqrt{2}$ غير كسري.

ملاحظات :

✍ نقول أننا برهننا على أن العدد $\sqrt{2}$ ليس عددا كسريا باعتماد الاستدلال بالخلف.

✍ العدد $\sqrt{2}$ له كتابة عشرية غير متناهية وغير دورية.

العدد $\sqrt{2}$ ليس كسريا نسمّيه "عددا أصمّا".

اكتشفنا من خلال الأنشطة السابقة أن هنالك أعدادا غير كسرية مثل

$\sqrt{2}$ و -3,57577577757777...

تسمى هذه الأعداد أعدادا **صمّاء** ، لكل منها كتابة عشرية غير متناهية وغير دورية

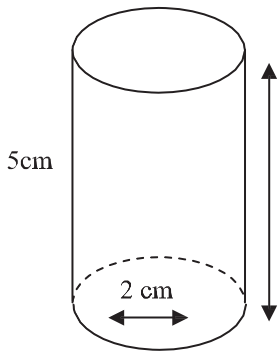
العدد π هو عدد أصمّ ويمثل العدد 3.14 قيمة تقريبية له،

الكتابة العشرية الغير متناهية والغير دورية لهذا العدد الحقيقي هي :

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950...$

أطبق :

1



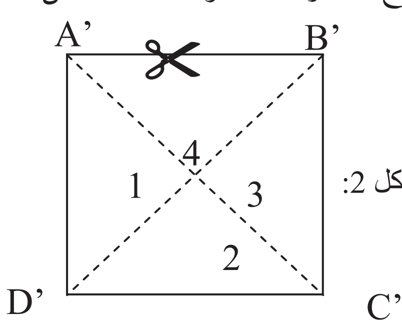
1. أحسب المساحة الجانبية للأسطوانة الدائرية التالية.
2. أعط قيمة تقريبية لهذه المساحة برقمين بعد الفاصل.

2

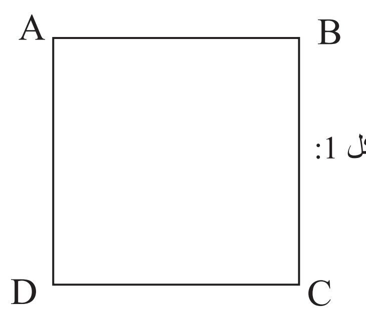
1) ارسم مربعين ضلع كل منهما 2cm .

2) قصّ أحدهما وفق قطريه كما هو مبين بالشكل 2.

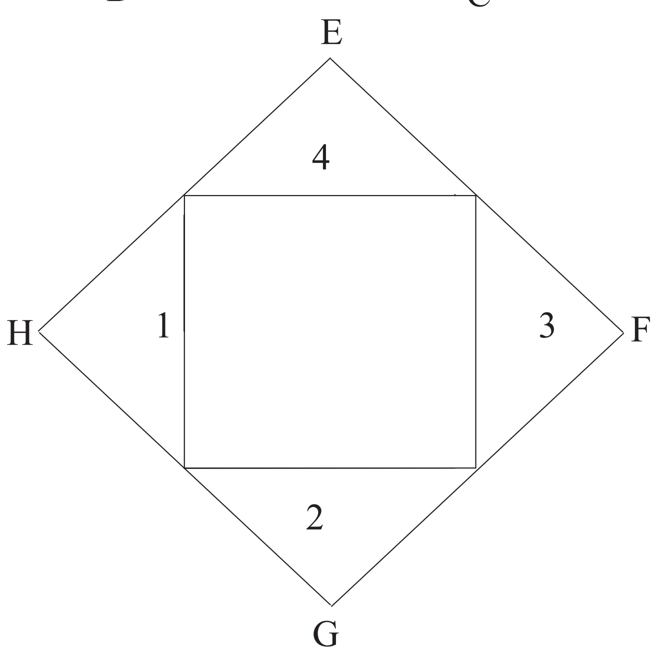
3) ضع المثلثات الأربع التي تحصلت عليها بجانب المربع الآخر كما هو مبين بالشكل



الشكل 2:



الشكل 1:



الشكل 3:

3

1. أثبت أن الرباعي EFGH مربع.
2. ما هي مساحته ؟
3. أعط قيمة تقريبية لـــ $\sqrt{8}$ بالنقصان ثم بالزيادة برقمين بعد الفاصل.
4. برهن أن $\sqrt{8}$ عددا أصما (يمكنك الاستئناس بالنشاط عدد 2 صفحة 24)

III. تدريج مستقيم بواسطة الأعداد الحقيقية :

نشاط 6

أنقل على كراسك ثم أكمل بما يناسب من بين المقترحات التالية : $\in$ ، $\notin$ ، $\subset$ ، $\not\subset$، IR و IQ.

$2{,}4\underline{56}$ ...... IR+ ; $-3{,}12132133213332 \in$ .... ; $\frac{12}{7}$ .... IR-

$\sqrt{5} \notin$ .... ; $A = \{ -2{,}7 ; -\sqrt{3} ; 0 \} \subset$ ..... ; $B = \{ 0 ; \frac{11}{5} ; \pi , \sqrt{10} \}$.... IR+

نشاط 7

ارسم مستقيما مدرجا (OI) حيث أصل التدريج النقطة O ووحدة التدريج واحد صنتمتر والنقطة الواحدية هي I

1. ارسم النقاط A و A' و B و B' و I' التي فاصلاتها على التوالي :

2 و -2 و $\frac{7}{4}$ و $\frac{-7}{4}$ و -1

> إذ كانت x فاصلة نقطة M
>
> فإننا نكتب : M (x)

2. احسب OA و OA' و OB و OB'.
3. عيّن النقطة M التي فاصلتها $\sqrt{2}$.

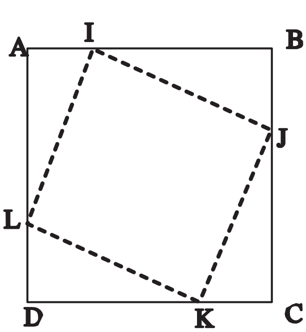
استنتج موقع النقطة M' التي فاصلتها $-\sqrt{2}$

> المستقيم (OI) يسمى المستقيم العددي.
>
> نصف المستقيم [OI) يمثل الأعداد الحقيقية الموجبة.
>
> نصف المستقيم [OI') يمثل الأعداد الحقيقية السالبة.

4. عيّن النقاط $C(-2\sqrt{2})$ و $D(\frac{5}{2})$ و $E(\frac{\sqrt{2}}{2})$

أطبق:

1



لنعتبر الرسم الآتي حيث ABCD مربع طول ضلعه 3cm

والنقاط I , J , K , L تحقق :

AI = BJ = CK = DL = 1

أ) أثبت أن الرباعي IJKL مربع

ب) بين أن مساحة المربع IJKL تساوي $5cm^2$ ، استنتج قيس طول ضلعه ؟

ج) أعط باستعمال الآلة الحاسبة، قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{5}$.

2 ارسم مستقيما مدرجا وفق معيّن (O,I).

أ) عيّن النقاط A وB و C فاصلاتها على التوالي 2 ، $\frac{11}{4}$ و $\sqrt{5}$.

ب) عيّن النقاط 'A و 'B و 'C مناظرات A وB وC على التوالي بالنسبة الى النقطة O ثمّ أذكر فاصلة كل منها.

أحوصل

- لكل عدد كسري نسبي كتابة عشرية دورية، وكل كتابة عشرية دورية تمثل عددا كسريا وحيدا.
- كل كتابة عشرية غير متناهية وغير دورية تمثل عددا أصما.
- مجموعة الأعداد الحقيقية هي اتحاد مجموعتي الأعداد الكسرية النسبية Q والأعداد الصماء I

$$N \subset Z \subset D \subset Q \subset IR \quad ، \quad IR = Q \cup I$$

- المستقيم العددي هو مستقيم مدرج بواسطة الأعداد الحقيقية حيث أن كل عدد حقيقي يمثل فاصلة نقطة من المستقيم وكل نقطة من المستقيم تمثل عددا حقيقيا.
- الجذر التربيعي لعدد حقيقي موجب a هو العدد الحقيقي الموجب b الذي مربعه يساوي a ونكتب $\sqrt{a} = b$ يعني $a = b^2$

التمارين

1 أوجد في كل حالة الكتابة العشرية الدورية لكل من الأعداد الكسرية المقدمة، ماذا تلاحظ في كل حالة ؟

1. $\frac{13}{11}$; $\frac{6}{11}$; $\frac{5}{11}$; $\frac{4}{11}$; $\frac{3}{11}$; $\frac{2}{11}$; $\frac{1}{11}$
2. $\frac{13}{7}$; $\frac{235}{7}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{1}{7}$
3. $\frac{7}{11}$; $\frac{4}{11}$; $\frac{3}{11}$

2 لنعتبر الأعداد التالية : $a=\frac{22}{7}$; $b=\pi$ و $c=\frac{629}{200}$

1. أوجد قيمة تقريبية برقمين بعد الفاصل لكل من a و b و c ، ماذا تلاحظ ؟
2. أوجد قيمة تقريبية بثلاثة أرقام بعد الفاصل لكل من a و b و c ثم رتبهم.

3 ليكن $a = 3,11411441144411444411$

و $b = -5,2357111317192329...$

1. أ- هل أن a عدد كسري ؟ لماذا ؟

ب- أكتب a في صيغة عدد كسري.

2. أ- أكتب b الى غاية الرقم العشرين بعد الفاصل.

ب - هل أن b ينتمي إلى Q ؟ ، لماذا ؟

4 نعتبر المجموعة

$$A=\left\{-\frac{2}{7};\frac{11}{5};-\pi;\sqrt{8};\sqrt{\frac{4}{49}};-\sqrt{2};\sqrt{0,25}\right\}$$

أوجد عناصر المجموعات التالية : $A\cap\mathbb{Z}$; $A\cap ID$; $A\cap\mathbb{Q}$; $A\cap\mathbb{R}$

1. أذكر الأعداد الصماء من بين أعداد المجموعة A

5 أنقل على كراسك ثم أكمل الجدول التالي بوضع العلامة x في الخانة المناسبة :

a	$2,\underline{357}$	$\sqrt{8}$	-1,123456789101112...	$\sqrt{0,36}$	$-\pi$	$-\sqrt{\frac{25}{81}}$
$a \in Q$						
$a \notin Q$						
$a \in IR+$						
$a \in IR-$						

6
1. اوجد الكتابة العشرية الدورية للعدد الكسري $\frac{2375}{333}$
2. في هذه الكتابة العشرية،اوجد الرقم الذي رتبته 100 بعد الفاصل.
3. في هذه الكتابة العشرية،اوجد الرقم الذي رتبته 2008 بعد الفاصل.

7
1. أوجد الكتابة العشرية الدورية للعدد $\frac{17}{6}$
2. أحسب $\frac{17}{6}+1$ و $\frac{17}{6}-1$
3. استنتج الكتابة العشرية الدورية لكل من $\frac{23}{6}$ و $\frac{11}{6}$

8 (وحدة القيس هي الصنتمتر)

ليكن ABCD مربعا طول ضلعه n حيث n عدد صحيح طبيعي أكبر من 2 ، والنقاط I و J و k و L بحيث :

$I \in [AB]$; $J \in [BC]$; $K \in [CD]$; $L \in [DA]$; $AI = BJ = CK = DL = 1$

1. أثبت أن المثلثات AIL ،BIJ، CJK وDLK متقايسة.
2. أثبت أن الرباعي IJKL مربع ثم أوجد مساحته.
3. ما هو طول ضلع المربع IJKL في كل حالة من الحالات التالية ؟

$n = 3$; $n = 4$; $n = 5$

4. استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيم طولها $\sqrt{17}$

مجموعة الأعداد الحقيقية IR

9

1. أحسب 5^2 و 4^2 واستنتج أن $4 < \sqrt{17} < 5$
2. أثبت أن $4,1 < \sqrt{17} < 4,2$
3. أوجد قيمة تقريبية بالزيادة لــ $\sqrt{17}$ برقمين بعد الفاصل.

10

1. احسب مساحة دائرة شعاعها $R = 3cm$.
2. أوجد قيمة تقريبية لهذه المساحة برقمين ثم بثلاثة أرقام بعد الفاصل إذا علمت أن: ...

$\pi = 3.14159265358979$

11

أحسب : $(\sqrt{20})^2$; $\sqrt{(-8)^2}$; $\sqrt{(\frac{5}{11})^2}$; $\sqrt{\pi^2}$; $\sqrt{\frac{49}{36}}$

12

أنقل ثم أتمم الجدول التالي :

المربع	A	B	C	D	E	F
طول ضلعه	0,3			2	$\sqrt{8}$	
مساحته		0,25	1			121

13

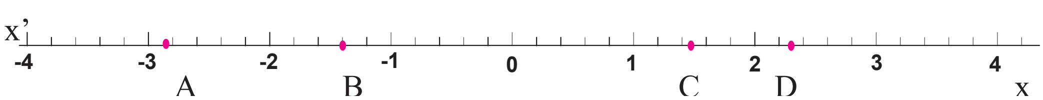
1) أوجد الجذر التربيعي لكل من الأعداد الحقيقية التالية :

$\frac{1}{16}$; 0,01 ; 81 ; 0,25 ; $\frac{100}{49}$

2) باستعمال الآلة الحاسبة، أعط قيمة تقريبية بالنقصان بثلاث أرقام بعد الفاصل لكل من الأعداد التالية : $\sqrt{50}$; $-\sqrt{48}$; $\sqrt{\pi}$; $\sqrt{26}$; $\sqrt{24}$; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{10}$

14

فيما يلي مستقيم (xx') مدرج وفق المعيّن (O,I).



نعلم أن فاصلات النقاط A و B و C و D تنتمي إلى المجموعة : $E = \left\{-\frac{7}{5} ; \sqrt{2} ; -\sqrt{8} ; \sqrt{5}\right\}$

أنقل ثم أتمم بما يناسب : A (...) و B (...) و C (...) و D(...)

3

العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقيـــة

I الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية

II الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الحقيقية

III القيمة المطلقة لعدد حقيقي وخاصياتها

IV حساب عبارات بها جذور تربيعية

I- الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية

استحضــر :

1 أحسب :

أ) $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}$ ب) $\frac{1}{4}+(-\frac{2}{5})$ ج) $\frac{2}{3}-(\frac{5}{4}+\frac{1}{3})$

د) $(\frac{2}{3}+\frac{5}{4})-1$ هـ) $3+(\frac{1}{2}-2)$ و) $(2-\frac{1}{2})-(\frac{3}{2}+2)$

2 أوجد العدد الكسرى x في كل حالة :

$\frac{3}{2}-x=1$ ؛ $x+\frac{1}{4}=0$ ؛ $\frac{3}{5}+x=\frac{1}{10}$ ؛ $6-x=2{,}34$

3 أحسب واختصر :

$$M=1+\left[\frac{2}{5}-(\frac{3}{5}-2)\right]-(1-\frac{1}{5})$$

$$N=\frac{2}{3}-\left[(-\frac{1}{2})+3\right]-\left[2-(\frac{3}{4}-1)+(-\frac{2}{3})\right]$$

4 اختصر العبارات التالية حيث x عدد كسري :

$$A=3-(x+\frac{2}{5})+(x-2)+3x$$

$$B=x+1-(2x-1)+[1-(x+3)]$$

$$C=\frac{1}{2}+[x-(2-x)]-\left[3+2x-(\frac{1}{2}+x)\right]$$

5 لتكن E العبارة التالية حيث a عدد كسري :

$$E=(a+\frac{2}{3})-(-\frac{5}{3}+a)-a$$

1- أكتب E بدون أقواس.

2- أحسب القيمة العددية لـــ E إذا كان $a=2$.

3- لتكن $a=\frac{3}{2}$. أتمم بـــ " صحيح " أو "خطأ" :

أ- القيمة العددية لـــ E هي $\frac{10}{3}$ ☐

ب- القيمة العددية لـــ E هي $\frac{5}{6}$ ☐

نقبل أن عملية الجمع في **IR** لها نفس خاصيات عملية الجمع في **Q** أي :

أ - عملية الجمع في IR :

- تبديليه :

مهما يكن العددان الحقيقيان **a** و **b** فإن : **a+b = b+a**

- تجميعية :

مهما تكن الأعداد الحقيقية **a** و **b** و **c** ، فإن

$$\mathbf{a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c}$$

ب- مهما يكن العدد الحقيقي **a** فإن : **a + 0 = 0 + a = a**

نقول أن **0** هو العنصر المحايد لعملية الجمع في **IR .**

ج- كلّ عدد حقيقي a له مقابل يرمز له بـــ **(-a)** : **a + (-a) = (-a)+ a = 0**

لحساب عبارات عددية أو حرفية بها جمع وطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية نطبق نفس الخاصيات والتقنيات المعتمدة في مجموعة الأعداد الكسرية.

أطبق:

1 أ- أحسب : $\frac{8}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}$ ، $(\sqrt{2}+1)-\sqrt{2}$ ، $2-\pi+(\frac{1}{3}+\pi)$

ب- أوجد العدد الحقيقي x في الحالات التالية :

$x+1=0$ ؛ $1-x=4$ ؛ $2+x=\pi$ ؛ $x+\sqrt{3}=0$

2 أحسب المجاميع التالية :

$a=\frac{1}{4}+(2+\frac{1}{3})$ ؛ $b=(\sqrt{2}-1)+(-\sqrt{2})$ ؛ $c=(\pi+\frac{3}{2})+(-\pi)+3+(-\frac{3}{2})$

$d=(\pi+2)+(-3-\pi)$ ؛ $e=\frac{3}{2}+(1-\frac{2}{3})+(-2)$ ؛ $f=\frac{7}{4}+(-\sqrt{2})+\sqrt{2}+(-\frac{3}{4})$

3 اختصر المجاميع التالية :

$$Y=\frac{2}{3}-(2-\frac{1}{2})+1 \quad ؛ \quad X=1+(\sqrt{5}+2)$$

$$Z=\pi-(1+2\pi) \quad ؛ \quad T=(\sqrt{3}+1)-2\sqrt{3}$$

4 1) أحسب : $a=\frac{1}{2}-[2-(-3+\frac{5}{2}+1)]$

$$b=(2-\sqrt{2}+\frac{1}{2})-[1-(\sqrt{2}+\frac{5}{2})]-1$$

2) احذف الأقواس ثم اختصر العبارات التالية حيث a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية :

$$A=a+b-(a-b-c)-(a+b+c)$$

$$B=b-(a-c)+[a-(c+b)]$$

$$C=a+c-b-[b-(a+c)-(c-(b-a)]$$

مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن :

- **a-b = a + (-b)**
- **-(-a) = a**
- **-(a + b) = -a – b**
- **-(a-b) = -a+b**
- **a-(b+c) = (a-b)-c**
- **a-(b-c) = (a-b)+c**

تمرين مرفق بحل :

1) a و b عددان حقيقيان حيث $a - b = 5$

أحسب العبارتين التاليتين :

$$A=(a-2)-(b-\frac{3}{2})$$

$$B=(b-5)-(a+2)$$

2) لتكن E العبارة التالية حيث c و d عددان حقيقيان :

$$E=2-(c+1)-(3-d)$$

أحسب c-d إذا علمت أن : $E = 2$.

الحل :

1) $A=a-2-b+\frac{3}{2}$ (حذف أقواس مسبوقة بعلامة (−) وتغيير العلامات)

وبالتالي $A=(a-b)-\frac{1}{2}$

إذن $A=5-\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

حساب B بنفس الطريقة : $B=-(a-b)-7=-12$

2) $E=2-c-1-3+d=-(c-d)-2$

$E=2$ يعني $-(c-d)-2=2$ إذن : $c-d=-4$

II - الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الحقيقية

أستحضر :

1 احسب الجذاءات التالية :

$a=\frac{2}{3}\times 5$ ؛ $b=\frac{1}{2}\times(1\times\frac{2}{5})$

$c=(-\frac{2}{3})\times\frac{4}{5}$ ؛ $d=\frac{2}{3}\times(\frac{3}{5}-1)$

2 أحسب : $a=(2-\frac{3}{4})\times(\frac{4}{5}-\frac{1}{6})$ ؛ $b=(\frac{2}{5}+3)\times(\frac{10}{3}+\frac{1}{6})$

$c=\dfrac{1+\frac{1}{2}}{2-\frac{1}{3}}$ ، $d=\dfrac{\frac{2}{3}-\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}$ ، $e=\dfrac{3+\frac{1}{4}-\frac{7}{8}}{-2+\frac{1}{4}-\frac{21}{4}}$

3 أنشر واختصر العبارات التالية حيث x عدد كسري :

$A=2(x-1)-3(2+x)$ $\quad B=\frac{1}{3}(\frac{3}{4}x+1)-x+\frac{2}{3}$

$C=(x-1)(x+3)$ $\quad D=(x+2)(3-x)-(1-x)(2+x)$

4 فكك إلى جذاء عوامل العبارات التالية، حيث a عدد كسري :

$E=2(1+a)-\frac{3}{4}a(a+1)$

$F=15a^3-21a^2$

$H=(a+2)(3-a)-(2-a)(a^2+2a)$

نقبل أن عملية الضرب في IR لها نفس خاصيات عملية الضرب في **Q** أي :

أ) عملية الضرب هي عملية :

- تبديلية : مهما يكن العددان الحقيقيان a و b فإن : **ab = ba**
- تجميعية : مهما تكن الأعداد الحقيقية **a** و **b** و **c** فإن : **a(bc) = (ab)c = abc**
- توزيعية على عملية الجمع : مهما تكن الأعداد الحقيقية **a** و **b** و **c** فإن :

$$a.(b+c) = a.b + a.c$$

- توزيعية على عملية الطرح : مهما تكن الأعداد الحقيقية **a** و **b** و **c** فإن :

$$a.(b-c) = a.b - a.c$$

ب) **1** هو العنصر المحايد لعملية الضرب. مهما يكن العدد الحقيقي **a** فإن : **a.1= 1.a = a**

ج) مهما يكن العدد الحقيقي **a** فإن : **a.(-1) = (-1).a = -a**

د) كلّ عدد حقيقي **a** مخالف للصفر له مقلوب نرمز له بـــ $(\frac{1}{a})$: $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$

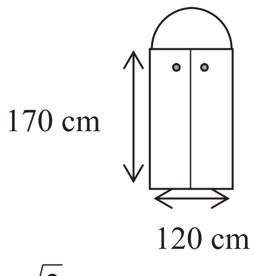
لحساب عبارات عددية أو حرفية بها جمع و/أو طرح و/أو ضرب و/أو قسمة في مجموعة الأعداد الحقيقية، نطبق نفس الخاصيات والتقنيات المعتمدة في مجموعة الأعداد الكسرية.

أطبق:

1 يمثل الرسم المجاور تصميم باب على شكل مستطيل يعلوه نصف قرص دائري.

أ- ما هي مساحة الوجه الأمامي للباب ؟

ب- أعط قيمة تقريبية للنتيجة برقمين بعد الفاصل.



2 أحسب : $a = 2\sqrt{2}(-\frac{1}{3}\sqrt{2})$ ؛ $b = \sqrt{3}.(\frac{1}{5}.\sqrt{3}).(-1)$ ؛ $c = \frac{1-\pi}{2\pi - 2}$ ؛ $d = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{2}}$

3 تقدر كتلة الزبدة المستخرجة من $2,5l$ من الحليب بـــ $75\ g$.

أنقل الجدول التالي على كراسك ثم أتمم تعميره.

كمية الحليب (l)	3		12	20	
كتلة الزبدة المستخرجة (g)		270			1050

نشاط 1 ليكن a و b عددين حقيقيين مخالفين للصفر.

احسب $(a\times b)\times(\frac{1}{a}\times\frac{1}{b})$

استنتج مقلوب $(a\times b)$

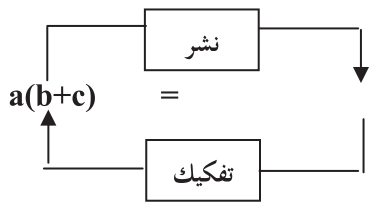
مهما يكن العددان الحقيقيان المخالفان للصفر **a** و **b** ، فإن :

$$\frac{1}{a.b}=\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}$$

4 بيّن أن العدد $3-2\sqrt{2}$ هو مقلوب $3+2\sqrt{2}$

5 أ) بين أن : $\sqrt{3}+\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{3}=\frac{3}{2}\sqrt{3}$

ب) أكتب في صيغة جذاء (حيث x و y عددان حقيقيان) : $x\sqrt{2}-y\sqrt{2}$ ؛



نشر جداء ما هو تعويضه بمجموع مساو له.
تفكيك مجموع ما الى جداء عوامل هو تعويضه بجداء مساو له.

أطبق:

6 1) أنشر : $\frac{1}{2}\times(2\pi+4)$ ؛ $2(1-x)+3(2x+1)$ ، $(x\in IR)$

2) فكّك إلى جداء عوامل : $\sqrt{11}+2\sqrt{11}$ ؛ $x\sqrt{5}+x\sqrt{2}$ ، $(x\in IR)$

نشاط 2 لتكن a و b و c و d أعدادا حقيقية

باستعمال توزيعية الضرب على الجمع والطرح

احسب : (a+b)(c+d) و (a+b)(c-d)

مهما تكن a و b و c و d أعدادا حقيقية فإن:

$$(a+b)\times(c+d)=ac+ad+bc+bd$$
$$(a+b)\times(c-d)=ac-ad+bc-bd$$

7 أنشر : $(a-1)(b+2)$ ؛ $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$ ؛ $(a+1)(a-\sqrt{3})$ حيث a و b عددان حقيقيان في الحالات التالية :

أوجد العدد الكسري x في الحالات التالية :

$(x+1)(2-x)=0$ ؛ $4(3+x)=0$ ؛ $2x=0$

مهما يكن a و b عددين حقيقيين فإن :
(ab = 0) يعني (a = 0 أو b =0)

8 أوجد العدد الحقيقي x في الحالات التالية :

$\sqrt{2}(3-x)=0$ ؛ $x+\sqrt{5}x=0$

$(-2)x=0$ ؛ $(2-x)(x+3)=0$

مهما يكن a و b عددين حقيقيين فإن :
$(ab\neq 0)$ يعني $(a\neq 0$ و $b\neq 0)$

III- القيمة المطلقة لعدد حقيقي وخاصياتها :

نشاط 1 عين نقطتين O و I حيث OI = 1cm

عين النقاط A و B و C و D على المستقيم المدرج (OI) التي فاصلاتها على التوالي 2 و $-\frac{5}{2}$ و $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$

ما هي الأبعاد OA و OB و OC و OD و AB و BC ؟ .

2- لتكن N نقطة من (OI) فاصلتها (2-) و P نظيرتها بالنسبة للنقطة I . ما هي فاصلة P ؟

لتكن M نقطة من مستقيم مدرج (OI) فاصلتها عدد حقيقي x القيمة المطلقة لـــ x هي البعد OM ونكتب
$|x| = OM$

a و **x** عددان حقيقيان حيث a موجب :

- **(| x | = x)** إذا كان **x** موجبا
- **(| x | = -x)** إذا كان **x** سالبا
- **(|x| = 0)** يعني (x = 0)
- **(| x | = a)** يعني (x = a أو x = -a)

أطبق:

1 أعط القيمة المطلقة لكل من الأعداد الحقيقية التالية :

$\frac{3}{4}$ ؛ $(-\pi)$ ؛ 2 ؛ (-2) ؛ 0 ؛ 3.21 ؛ $(-\sqrt{3})$

2 أوجد العدد الحقيقي x إن أمكن :

$|x|=0$ ؛ $|x|=2$ ؛ $|x|=\sqrt{3}$ ؛ $|x|=\frac{1}{2}$

$|-x|=|-\pi|$ ؛ $|x|=-1$ ؛ $|x|=|2-\sqrt{2}|$ ؛ $|-x|=\left|\frac{2}{3}\right|$

3 أوجد القيمة المطلقة لـــ $(\pi-1)(\pi-4)$.

كما في Q ، نقبل أنه مهما يكن العددان الحقيقيان a و b فإن :

|ab| = | a|.|b|

نشاط 2 أحسب وقارن $|ab|$ و $|a|.|b|$ في الحالات التالية : $b = 4$ و $a = \frac{1}{5}$ ؛ $a =$ (-2) و $b = (-4)$ ؛ $a = 5$ و $b = (-3)$

مهما يكن العدد الحقيقي a والعدد الحقيقي b المخالف للصفر فإن :

$$\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} \quad ؛ \quad \left|\frac{1}{b}\right| = \frac{1}{|b|}$$

IV - حساب عبارات بها جذور تربيعية :

1. احسب وقارن : $\sqrt{49} \times \sqrt{25}$ و $\sqrt{49 \times 25}$ ؛ $\frac{\sqrt{400}}{\sqrt{81}}$ و $\sqrt{\frac{400}{81}}$

2. ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين، أحسب $(\sqrt{ab})^2$ و $(\sqrt{a}\sqrt{b})^2$

استنتج أن : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

3. ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين و b مخالف للصفر، أحسب $(\sqrt{\frac{a}{b}})^2$ و $\frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2}$

استنتج أن : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

مهما يكن a و b عددين حقيقيين موجبين بحيث b مخالف للصفر

فإن : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ ؛ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

أطبق:

1. أحسب : $(\sqrt{2})^2$ ؛ $(\sqrt{16})^2$ $\sqrt{(-5)^2}$

مهما يكن العدد الحقيقي a فإن :

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

2. أوجد العدد الحقيقي x في الحالات التالية : $(2+x)^2 = 0$ ؛ $x^2 = 4$; $(1-x)^2 = 1$ ؛ $x^2 = 3$ ؛ $x^2 = (-4)^2$

مهما يكن العددان الحقيقيان الموجبان a و b فإن :

$(\sqrt{a} = \sqrt{b})$ يعني $(a = b)$

3. اوجد العدد الحقيقي x في الحالات التالية :

$\sqrt{x^2} = 2$ ، $\sqrt{(x-1)^2} = 8$ ، $\sqrt{x^2} = 1$

4 أكتب الأعداد التالية على صيغة $a\sqrt{b}$ حيث a و b عددان حقيقيان و b موجب

$\sqrt{108}$ ، $\sqrt{72}$ ، $\sqrt{12}$ ، $\sqrt{20}$

5 اختصر العبارات التالية :

$A=\sqrt{12}-\sqrt{27}+2\sqrt{48}$ ؛ $B=3\sqrt{18}+\sqrt{72}-2\sqrt{50}$

6 اختصر : $\sqrt{\frac{20}{45}}$ ؛ $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{75}}$ ؛ $\sqrt{\frac{28}{63}}$

أحوصل

I -الجمع والطرح في مجموعة الأعداد الحقيقية

- عملية الجمع في IR تبديلية ؛

مهما يكن العددان الحقيقيان **a** و **b** فإن : $a + b = b + a$

- عملية الجمع في IR تجميعية :

مهما تكن الأعداد الحقيقية **a** و **b** و **c**

فان: $a+ (b + c) = (a+b) + c = a + b + c$

- **0** هو العنصر المحايد لعملية الجمع :

مهما يكن العدد الحقيقي **a** فإن : $a + 0 = 0 + a = 0$

- كلّ عدد حقيقي **a** له مقابل $(-a)$:

مهما يكن العدد الحقيقي **a** فإن : $a + (-a) = (-a) + a = 0$

- الفرق بين **a** و **b** هو العدد الحقيقي **d** حيث $a = b+d$ ونكتب : $d = a - b$

$(d = a - b)$ يعني $(a = b + d)$ و $a - b = a + (-b)$

- مهما يكن العدد الحقيقي **a** فإن : $-(-a) = a$
- مهما يكن العددان الحقيقيان **a** و **b** فإن : $-(a+b) = -a-b$
- مهما تكن الأعداد الحقيقية **a** و **b** و **c** فان : $a - (b + c) = a - b - c$

و $a - (b - c) = (a - b) + c$

II - الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الحقيقية

- عملية الضرب في IR تبديلية :

مهما يكن العددان الحقيقيان **a** و **b** فإن : $a.b = b.a$

- عملية الضرب في IR تجميعية :

مهما تكن الأعداد الحقيقية **a** و **b** و **c** فإن : $a.b.c = a.(b.c) = (a.b).c$

- عملية الضرب في **IR** توزيعية على عملية الجمع :

مهما تكن الأعداد الحقيقية **a** و **b** و **c** فإن : $a(b+c) = ab + ac$

- عملية الضرب في **IR** توزيعية على عملية الطرح :

مهما تكن الأعداد الحقيقية **a** و **b** و **c** فإن : $a(b-c) = ab - ac$

- **1** هو العنصر المحايد لعملية الضرب :

مهما يكن العدد الحقيقي **a** فإن : $a.1 = 1.a = a$

- مهما يكن العدد الحقيقي **a** فإن : $a.(-1) = (-1).a = -a$

- كلّ عدد حقيقي **a** مخالف للصفر له مقلوب $(\frac{1}{a})$:

مهما يكن العدد الحقيقي a مخالف للصفر فإن: $a \times \frac{1}{a} = 1$

- مهما يكن العددان الحقيقيان **a** و **b** فإن : $(ab = 0)$ يعني $(a = 0$ او $b = 0)$

- القسمة على عدد مخالف للصفر هي الضرب في مقلوبه : $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad (b \neq 0)$

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \quad (b \neq 0, d \neq 0)$

- $(b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0)$: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ $\qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

III -القيمة المطلقة لعدد حقيقي وخاصياتها

- M نقطة من المستقيم المدرج (OI) فاصلتها **x** . القيمة المطلقة لـــ **x** هي البعد OM: $|x| = OM$

- $(|x| = x)$ اذا كان x موجبا
- $(|x| = -x)$ اذا كان x سالبا
- $(|x| = 0)$ يعني $(x = 0)$

- ($|x| = a$) يعني ($x = -a$ أو $x = a$) ، حيث $a \in IR_{+}$
- القيمة المطلقة لجذاء يساوي جذاء القيم المطلقة :
- مهما يكن العددان الحقيقيان a و b فإن : $|ab| = |a|.|b|$
- القيمة المطلقة وخارج القسمة $b \neq 0$ $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
- الجذر التربيعي لجذاء عاملين موجبين هو جذاء الجذر التربيعي لكل عامل :
- أي : مهما يكن العددان الحقيقيان الموجبان a و b ، فإن : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$
- الجذر التربيعي لخارج قسمة a و b موجبان و $b \neq 0$: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

التمـارين

1 أجب بـــ "صحيح" أو "خطأ" :

عندما تكون الإجابة بـــ"خطأ"، أعط مثالا مضادا.

1- أ- كلّ عدد حقيقي له مقابل. ☐

ب- إذا كان b عددا حقيقيا، فإن (-b) عدد سالب. ☐

ج- إذا كان a و x عددين حقيقيين، فإن :

(x = 0 و a = 0) يعني (x + a = 0). ☐

2- أ- مهما يكن العدد الحقيقي a، فإنّ : $a \times \frac{1}{a} = 1$. ☐

ب- إذا كان a و b عددين حقيقيين ، فإنّ : $(a^2 = b^2)$ يعني $(a = b)$ ☐

ج- العدد $\sqrt{5} - 2$ هو مقلوب $\sqrt{5} + 2$. ☐

2 لكل حالة من الحالات التالية، نقترح ثلاث إجابات ممكنة. ضع علامة (x) أمام المقترح السليم :

1 - إذا كان a و b عددين حقيقيين بحيث a + b = 0، فإنّ :

☐ a و b عددان مقلوبان.

☐ a و b عددان متقابلان

☐ a و b عددان متساويان

2- إذا كان $E = (a + \frac{7}{3}) - 2a$ و $a = \frac{2}{3}$ ، فإنّ E تساوي :

☐ $\frac{5}{6}$ ☐ $-\frac{5}{3}$ ☐ $\frac{5}{3}$

العدد $4\sqrt{48} - 2\sqrt{108} - 2\sqrt{3}$ يساوي :

☐ $-2\sqrt{3}$ ☐ $2\sqrt{3}$ ☐ $4\sqrt{3}$

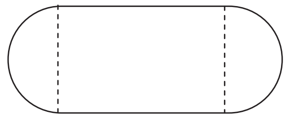
3 اختصر العبارات التالية :

$$A = \sqrt{3} - [2 - (\sqrt{3} - 1)] - (\sqrt{3} - 2)$$

$$B = \sqrt{2} - (\frac{1}{2} - \pi) - [\sqrt{2} + (1 + \pi) - \frac{3}{2}]$$

$$C = 1 + \sqrt{2} - [2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})] + \sqrt{3}$$

4 يمثّل الرسم المجاور تصميما لملعب متكون من مستطيل بعداه $100\ m$ و$63{,}66\ m$ ونصفي قرص دائري



أحسب مساحة هذا الملعب

5 ليكن x و y العددين التاليين :

$$x = (\sqrt{3} - \frac{1}{2}) - (\frac{7}{4} - \frac{1}{2})$$

و $$y = 1 - (\frac{5}{2} - \sqrt{2})$$

1-اختصر x و y

2- أوجد القيمة المطلقة لـــ x و y .

6 a و b عددان حقيقيان حيث $a - b = 2$ أحسب العبارات التالية :

$$A = (a - 2) - (b - \sqrt{2})$$
$$B = (b - \pi) - (a - 2\pi)$$
$$C = (a - 1) - (b + 1)$$

7 اختصر العبارات التالية :

$$A = 1 - (\frac{5}{2} - \pi) - (\frac{1}{2} - \pi) + (2 - \pi)$$

$$B = (\frac{1}{2} - \sqrt{3}) - [1 - (\sqrt{3} + \pi)] + \sqrt{3} - \pi$$

$$C = \sqrt{2} - \sqrt{3} + [\sqrt{2} - (\sqrt{3} - 1)] - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$$

8 لتكن العبارتين التاليتين :

$$A = 1 - (\frac{3}{2} - 4) - (\frac{3}{2} + \sqrt{2})$$

و $$B = \sqrt{3} + 2 - [\sqrt{3} - (\sqrt{2} - 4)]$$

1- اختصر A و B

2- بين أن A و B متقابلان

3- أعط القيمة المطلقة لـــ B

9 أوجد القيمة المطلقة للأعداد التالية :

$d = 1+\sqrt{5}$ ؛ $c = \pi - 3$ ؛ $b = \sqrt{2} - 2$ ؛ $a = -3 - \sqrt{3}$

10 اختصر : $A = (1-\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

$B = (\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3}) - 2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

$C = (1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) - (1+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})$

11 ليكن a و b العددين الحقيقيين التاليين : $a = \sqrt{12}+\sqrt{11}$ و $b = \sqrt{12}-\sqrt{11}$

1- بين أن a هو مقلوب b .

2- أحسب : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

12 ليكن x و y العددين الحقيقيين التاليين : $y = 2+\sqrt{3}$ و $x = \sqrt{12}-\sqrt{27}+2$

1- بين أن $x = 2-\sqrt{3}$

2- بين أن x و y مقلوبان.

3- أحسب x^2 و y^2 ثم $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$

13 فكك إلى جداء عوامل العبارات التالية :

$b = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$ ؛ $a = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

$d = \sqrt{5} - \sqrt{20}$ ؛ $c = 2 - \sqrt{2}$ ؛

14 اختصر : $\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}$ ؛ $\sqrt{11}\times\sqrt{2}\times\sqrt{11}$ ؛ $\sqrt{3}\times\sqrt{27}$ ؛ $\sqrt{20}\times\sqrt{10}$

15 اختصر العبارات التالية :

$C = 2\sqrt{44}+\sqrt{275}-2\sqrt{11}$ ؛ $B = \sqrt{48}+2\sqrt{75}-3\sqrt{27}$ ؛ $A = \sqrt{32}-2\sqrt{50}+\sqrt{128}$

16 اختصر : $a = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\frac{\sqrt{2}}{3}}$ ، $b = \dfrac{5\sqrt{3}}{\frac{2\sqrt{27}}{5}}$ ، $c = \dfrac{\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}}$

17 أحسب $a = \frac{2}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ ، $b = \frac{3}{\sqrt{3}+2} - \frac{4}{\sqrt{3}-2}$ ، $c = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

18 اختصر $\sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{\frac{12}{10}}$ ، $\sqrt{27} \times \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}$ ، $\frac{\sqrt{28}}{2\sqrt{7}}$ ، $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{24}}$ ، $\sqrt{\frac{40}{25}}$

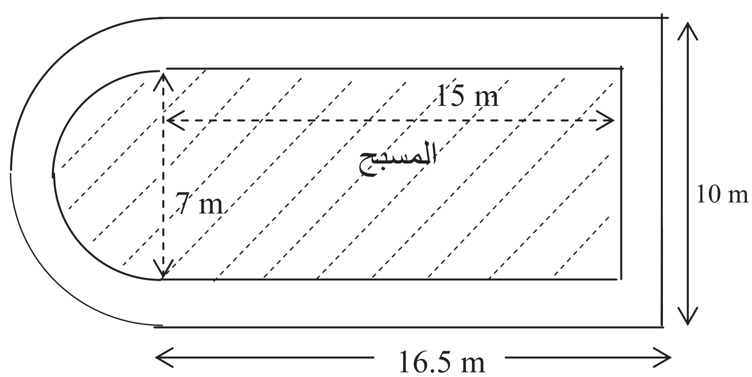
19 1- بين أن العددين $\sqrt{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ متناسبان مع العددين 4 و $\sqrt{6}$.

2- أوجد العدد الحقيقي x بحيث $\sqrt{3}$ و x متناسبان مع 2 و $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

20 1 - أحسب مساحة الحافة المحيطة بالمسبح.

2 - يقدّر ارتفاع الماء في المسبح بــ 90 cm.

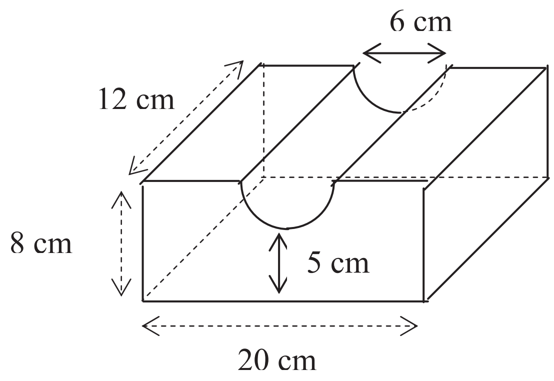
ما هو حجم الماء باللتر ؟ ($1l = 1dm^3$)



21 يمثل الرسم الموالي قطعة معدنية

1- أحسب المساحة الجانبية لهذا المجسم.

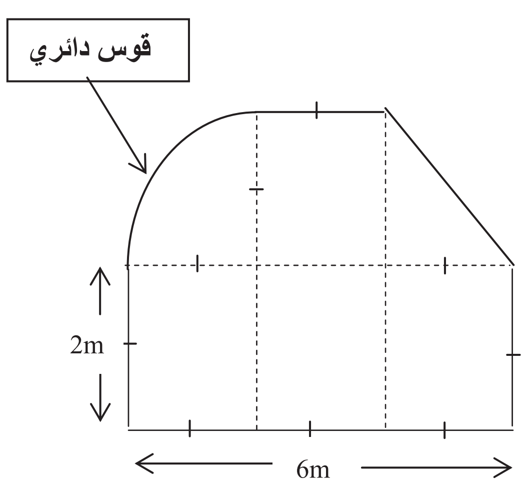
2- ما هي كتلته إذا علمت أن الكتلة الحجمية لهذا المعدن هي $2,65\ \text{Kg/dm}^3$ ؟



22 يمثل الرسم الموالي قاعدة ماجل ارتفاعه 1m. استعمل العامل مضخّة لتفريغه تمكّن من ضخّ معدّل $10.l/s$ (عشرة لتر في الثانية)

1 – احسب باللتر سعة الماجل .

2 – ما هي المدّة الزمنية اللازمة لتفريغه ؟



القوى في مجموعة الأعداد الحقيقية

I قوّة عدد حقيقي دليلها عدد صحيح نسبي

II خاصيات القوى

القوى في مجموعة الأعداد الحقيقية

أستحضر :

1 أ- احسب

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \quad ، \quad \left(\frac{1}{10}\right)^6 \quad ، \quad 0^5 \quad ، \quad 1^{2008} \quad ، \quad (-1)^{2009} \quad ، \quad 20008^0$$

ب- اكتب كلّ عدد من الأعداد التّالية في صيغة قوّة لعدد كسري

$$c = \frac{16}{81} \quad و \quad e = -1000 \quad و \quad d = 0,027$$

2 أ . اكتب كلّ جذاء من الجذاءات التّالية في صيغة قوّة لعدد كسري نسبي واختصر الكتابة المتحصّل عليها.

$$a = 10^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 \quad b = (-2)^{-3} \times \left(\frac{5}{2}\right)^{-3} \quad c = \left(-\frac{2}{11}\right)^7 \times \left(-\frac{11}{2}\right)^7 \quad d = \left(\frac{3}{10}\right)^{-4} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{-4}$$

ب .اكتب كلّ عدد من الأعداد التّالية في صيغة a^n حيث a عدد كسري نسبي و n عدد صحيح نسبي

$$a = \left(2^5\right)^3 \quad ، \quad b = \left[\left(\frac{4}{9}\right)^{-2}\right]^8$$

$$c = \frac{2^3}{5^3} \quad d = \frac{-100000}{32} \quad e = \frac{125}{8 \times 9^3}$$

إذا كان a و b عددين كسريين مخالفين للصفر و m و n عددين صحيحين نسبيين فإن

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \times m}$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

3 أ- كتب في صيغة قوّة لعدد كسري نسبي

$$a = \left[\left(-\frac{7}{13}\right)^3\right]^2 \quad ، \quad b = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(-\frac{2}{9}\right)^7$$

$$c = \left(-\frac{2}{13}\right)^{10} \times \left(-\frac{2}{13}\right)^{-4} \quad , \quad d = -\frac{27}{125}$$

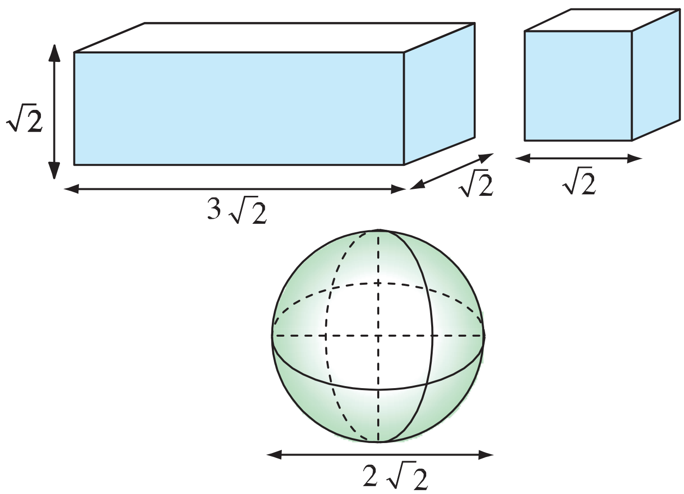
ب-اكمل الفراغات بما يناسب

$$\frac{(-10)^{25}}{(-10)^{10}} = (-10)^{\cdots\cdots} \quad , \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-12} = \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{\cdots\cdots}\right]^{\cdots\cdots}$$

$$\left(\frac{2}{11}\right)^{-10} = \left(\frac{2}{11}\right)^9 \times \left(\frac{2}{11}\right)^{\cdots\cdots} \quad , \quad \frac{8^2}{3^6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\cdots\cdots}$$

I . قوّة عدد حقيقي دليلها عدد صحيح نسبي

نشاط 1 احسب حجم كلّ شكل من الأشكال التّالية :



- إذا كان a عددا حقيقيّا و n عددا صحيحا طبيعيّا حيث $n > 1$ فإنّ
- $a^n = a \times a \times .... \times a$
  حيث n هو عدد عوامل هذا الجذاء .
- إذا كان a عددا حقيقيّا فإن $a^1 = a$
- إذا كان a عددا حقيقيّا مخالفا للصّفر فإنّ $a^0 = 1$
- إذا كان a عددا حقيقيّا مخالفا للصّفر و n عددا صحيحا نسبيّا فإنّ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

أطبق:

1 أنقل ثم عوّض النّقاط بما يناسب

$(-3)^4 = ...$, $\left(\sqrt{2}\right)^5 = ... = ...$

$\sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} = (.......)^{.........}$, $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4 = ... = ...$

2 أنقل ثمّ عوّض النّقاط بما يناسب

$0,0314 = 3,14\times 10^{\dots\dots}$; $10^{-8} = 0,\dots\dots\dots\dots$; $10^{-5} = 0,\dots\dots\dots\dots\dots$

$0,00001003 = 1,003\times 10^{\dots\dots\dots}$; $0,000003704 = 3,704\times 10^{\dots\dots\dots}$; $0,000917 = 9,17\times 10^{\dots\dots\dots}$

3 احسب

$$(-\pi)^1 \ , \ \left(\frac{\sqrt{137}}{\pi}\right)^0 \ , \ \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)^2 \ , \ \left(-\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^4 \ , \ \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^6$$

4 قارن

$\sqrt{3^4}$ و $\left(\sqrt{3}\right)^4$ ثم $\sqrt{7^{-5}}$ و $\left(\sqrt{7}\right)^{-5}$

إذا كان **a** عددا حقيقيّا موجبا ومخالفا للصّفر

و **n** عددا صحيحا نسبيّا فإنّ : $\sqrt{\mathbf{a}^{\mathbf{n}}} = \left(\sqrt{\mathbf{a}}\right)^{\mathbf{n}}$

نشاط 2 حدّد علامة كلّ عدد من الأعداد التّالية :

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^{-84} \ , \ \left(-\frac{9}{5}\right)^{153} \ , \ \left(-\frac{3}{17}\right)^{0} \ , \ \left(\sqrt{5}\right)^{-4} \ , \ -\left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)^{8}$$

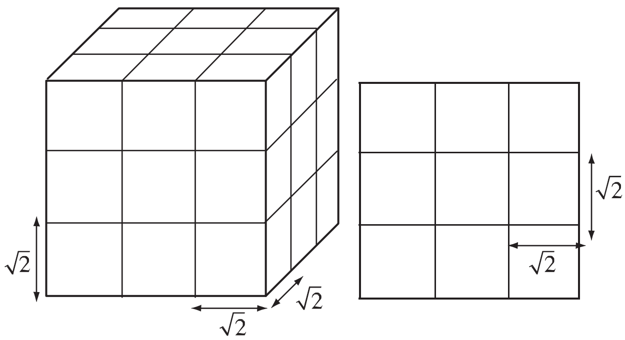
$$\left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)^{6} \ , \ -\pi^{10} \ , \ \left(-\sqrt{3}\right)^{13} \ , \ \left(\sqrt{2}\right)^{10}$$

- كلّ قوّة لعدد حقيقيّ موجب ومخالف للصّفر هي موجبة.
- كلّ قوّة لعدد حقيقيّ سالب ومخالف للصّفر دليلها زوجي هي موجبة
- كلّ قوّة لعدد حقيقي سالب مخالف للصّفر دليلها فردي هي سالبة.

II . خاصيّات القوى في IR

نشاط 1

أ – احسب بطريقتين مختلفتين كلاًّ من قيس مساحة المربّع وحجم المكعّب.



ب – استنتج بأنّ

$$3^2 \times \left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(3 \times \sqrt{2}\right)^2$$

و $$3^3 \times \left(\sqrt{2}\right)^3 = \left(3 \times \sqrt{2}\right)^3$$

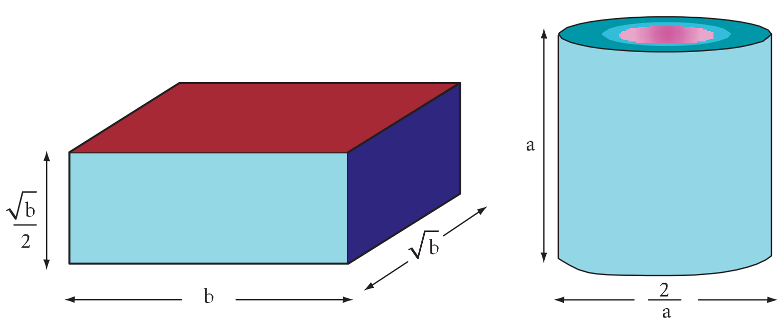
نشاط 2 قارن الأعداد الحقيقيّة التّالية :

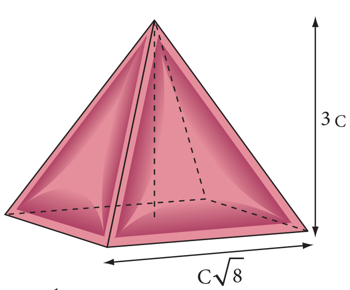
$\left(\sqrt{3}\right)^2 \times \pi^2$ و $\left(\sqrt{3} \times \pi\right)^2$ ثم $\left(\sqrt{8}\right)^{-3} \times \left(-\sqrt{2}\right)^{-3}$ و $\left[\sqrt{8} \times \left(-\sqrt{2}\right)\right]^{-3}$

> إذا كان **a** و **b** عددين حقيقيّين مخالفين للصّفر
> و **n** عددا صحيحا نسبيّا فإنّ $\left(a \times b\right)^n = a^n \times b^n$

أطبق:

1 نعتبر a و b و c أعدادا حقيقيّة موجبة ومخالفة للصّفر.
احسب حجم كلّ شكل من الأشكال الهندسيّة التّالية بدلالة a أو b أو c ثم ضع الكتابة المتحصّل عليها في صيغة قوّة لعدد حقيقي.





هرم قاعدته مربعة الشكل

2 اكتب في صيغة قوّة لعدد حقيقي واختصر الكتابة المتحصّل عليها.

$$a=\left(\frac{3}{4}\right)^{6}\times\left(\frac{10}{9}\right)^{6}\ ,\ b=\left(-\frac{12}{5}\right)^{-4}\times\left(-\frac{5}{36}\right)^{-4}\ ,\ c=\left(\frac{25\pi}{2}\right)^{3}\times\left(\frac{4}{5\pi}\right)^{3}$$

$$d=\left(-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^{5}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^{5}\ ,\ \mathrm{e}=\left(\sqrt{2}\right)^{6}\times\left(3\sqrt{2}\right)^{6}$$

3 اكتب في صيغة قوّة دليلها عدد صحيح طبيعي

$$d=\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^{-100}\times\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^{100}\ ,c=-\pi^{3}\times\left(\frac{\pi}{2}\right)^{-3}\ ,b=\left(\frac{2}{\pi}\right)^{-3}\times\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}\ ,a=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-5}$$

نشاط 3 قارن

$$\left(\left(-2\right)^{-3}\right)^{-2} \text{ و } 2^{6}\ \text{،}\ \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{4} \text{ و } \left(\frac{1}{3}\right)^{-8}\ \text{،}\ \left[\left(-\sqrt{2}\right)^{5}\right]^{-3} \text{ و } \left(-\sqrt{2}\right)^{-15}$$

إذا كان a عددا حقيقيّا مخالفا للصّفر و n و p عددين صحيحين نسبيّين فإنّ : $\left(a^{n}\right)^{p}=a^{n\times p}$

أطبق:

1 أ. اكتب كلّ عدد من الأعداد التّالية في صيغة x^{n} حيث x عدد حقيقي و n عدد صحيح نسبي.

$$d=\left[\left(\frac{3}{\sqrt{\pi}}\right)^{2}\right]^{-4}\quad ,\quad c=\left[\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{7}\right]^{5}\quad ,\quad b=\left[\left(-\pi\right)^{3}\right]^{13}\quad ,\quad a=\left[\left(\sqrt{2}\right)^{-5}\right]^{3}$$

ب. أنقل ثم أكمل الفراغات بما يناسب

$$\left(-\frac{\pi}{3}\right)^{12}=\left[\left(-\frac{\pi}{3}\right)^{-4}\right]^{\dots\dots}\ ,\ \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{20}=\left[\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{\dots\dots}\right]^{5},\ \left(\sqrt{2}\right)^{10}=\left[\left(\sqrt{2}\right)^{\dots\dots}\right]^{\dots\dots}$$

2 اكتب كلّ عدد من الأعداد التّالية في صيغة x^{n} حيث x عدد حقيقي و n عدد صحيح نسبي

$$c=\left(\sqrt{5}\right)^{24}\times\left(\pi^{2}\right)^{6}\ ,\ d=\left[\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{3}\right]^{2}\times\left[\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^{2}\right]^{3},\ b=\left[\left(-\sqrt{5}\right)^{7}\right]^{2}\times\left(-\sqrt{3}\right)^{7},\ a=\left[\left(\sqrt{2}\right)^{9}\right]^{2}\times\left(\sqrt{2}\right)^{18}$$

نشاط 4 أنقل ثمّ أكمل الفراغات بما يناسب :

$$\left(\sqrt{3}\right)^4\times\left(\sqrt{3}\right)^3=(.....\times.....\times.....\times.....)\times(.....\times.....\times.....)=......\times.....\times....\times.....\times.....\times.....\times.....=(......)^{......}$$

$$\left(\sqrt{3}\right)^{-4}\times\left(\sqrt{3}\right)^3=\frac{......}{(.....)^{......}}\times(.....)^{......}=\frac{(.....)^{......}}{(.....)^{......}}=\frac{......\times......\times......}{......\times......\times......\times......}=......$$

نشاط 5 قارن $\left(\sqrt{2}\right)^{-5}\times\left(\sqrt{2}\right)^{6}$ و $\sqrt{2}$ ، $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{10}\times\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-7}$ و $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3}$

> إذا كان **a** عددا حقيقيّا مخالفا للصّفر و n و p عددين صحيحين
> نسبيّين فإنّ : $a^n\times a^p=a^{n+p}$

أطبق:

1 اكتب في صيغة قوّة لعدد حقيقي

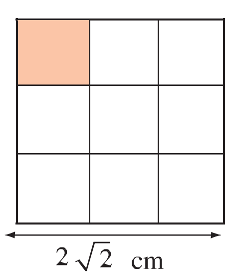
$a=\left(\frac{2}{3}\right)^5\times\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ ، $b=\left(\sqrt{2}\right)^{13}\times\left(\sqrt{2}\right)^{25}$

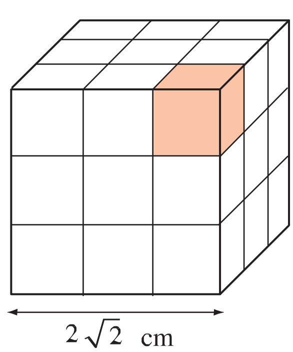
$c=\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-3}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{4}$ ، $d=\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)^4\times\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)^5$

2 أنقل على كرّاسك ما يلي ثمّ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة

$\left(-\sqrt{3}\right)^5\times\left(\sqrt{3}\right)^{......}=\left(-\sqrt{3}\right)^7$ ، $\left(\frac{3}{7}\right)^{25}\times\left(\frac{3}{7}\right)^{......}=\left(\frac{3}{7}\right)^{19}$ ، $\left[\left(-\sqrt{11}\right)^{......}\right]^{......}\times\left(-\sqrt{11}\right)^9=\left(-\sqrt{11}\right)^{21}$

نشاط 6 احسب كلاًّ من قيس مساحة المربّع الملوّن وحجم المكعّب الملوّن بطريقتين مختلفتين.





نشاط 7

ليكن a و b عددين حقيقيّين مخالفين للصّفر و ليكن c خارج قسمة a على b

بيّن أنّ $a^n=(bc)^n$ مهما يكن العدد الصحيح النسبي n

ثمّ استنتج بأنّ $c^n=\frac{a^n}{b^n}$ وكذلك $c^n=\left(\frac{a}{b}\right)^n$

إذا كان a و b عددين حقيقيّين مخالفين للصّفر و n عددا صحيحا نسبيّا فإنّ $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

أطبق:

1 أنقل ثمّ عوّض النّقاط بما يناسب

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3=-\frac{\dots\dots}{27} \quad , \quad \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-7}=\frac{\left(\sqrt{5}\right)^{\dots\dots}}{2^{\dots\dots}}=\frac{2^{\dots\dots}}{\left(\sqrt{5}\right)^{\dots\dots}}=\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{\dots\dots}$$

$$\left(\frac{\dots\dots}{\sqrt{5}}\right)^6=\frac{\left(\pi^2\right)^{\dots\dots}}{125} \quad , \quad \frac{343}{64}=\left(\frac{\dots\dots}{\dots\dots}\right)^6 \quad , \quad \frac{10000}{625}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

إذا كان a و b عددين حقيقيّين مخالفين للصّفر و n عددا صحيحا نسبيّا

فإنّ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

2 اكتب في صيغة قوّة لعدد حقيقي

$$-\frac{9\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad , \quad \frac{64}{3\sqrt{3}} \quad , \quad \frac{8\pi^3}{\left(\sqrt{2}\right)^3} \quad , \quad \frac{\left(-\sqrt{3}\right)^5}{7^5} \quad , \quad \frac{3^4}{2^4}$$

3 اكتب في صيغة قوّة لعدد حقيقي

$$\frac{\pi^9}{\pi^{-4}} \quad , \quad \frac{\left(\sqrt{3}\right)^{-8}}{\left(\sqrt{3}\right)^{-12}} \quad , \quad \frac{10^9}{10^5} \quad , \quad \frac{2^7}{2^3}$$

ماذا تلاحظ ؟

إذا كان a عددا حقيقيّا مخالفا للصّفر و n و p عددين صحيحين نسبيّين

فإنّ : $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

أحوصل

• إذا كان **a** عددا حقيقيّا مخالفا للصّفر و **n** عددا صحيحا طبيعيّا حيث **1 < n** فإنّ a^n هو جذاء **n** عوامل مساوية لـ **a** يعني $a^n = a \times a \times .... \times a$ حيث **n** هو عدد عوامل هذا الجذاء

• إذا كان a عددا حقيقيّا فإنّ $a^1 = a$

• إذا كان **a** عددا حقيقيّا مخالفا للصّفر فإنّ $a^0 = 1$

• إذا كان **a** عددا حقيقيّا مخالفا للصّفر و **n** عددا صحيحا نسبيّا فإنّ :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

إذا كان **a** و **b** عددين حقيقيّين مخالفين للصّفر و **n** و **p** عددين صحيحين نسبيّين فإنّ:

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$(a^n)^p = a^{np}$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

تمــــارين

1 احسب العبارات التّالية :

$$\left(\frac{\frac{2}{\sqrt{11}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}}\right)^6 \quad , \quad \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{\sqrt{18}}}\right)^3 \quad , \quad \left(\frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^4$$

$$10000\times\left(\frac{1}{10}\right)^4 \quad , \quad \left(-\frac{\sqrt{6}}{5}\right)^3\times\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^3 \quad , \quad 2^8\times\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8$$

2 اكتب كلّ عدد من الأعداد التّالية في صيغة x^n حيث x عدد حقيقي و n عدد صحيح نسبي

$$a=\left(-\sqrt{7}\right)^5\times\left(-\sqrt{7}\right)^3 \quad , \quad b=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^5\times\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^4 \quad , \quad c=\left(\frac{3}{4}\right)^3\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5$$

$$d=\left[(-5)^3\right]^5\times\left[(-5)^4\right]^3 \quad , \quad e=\left(\frac{16}{25}\right)^3\times\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^7$$

3 بعض المتساويات المقدّمة بالجدول خاطئة، حدّدها وأعد كتابتها بصورة سليمة.

$3^4=4\times4\times4$	$3\left(\sqrt{2}\right)^5=3^5\times\left(\sqrt{2}\right)^5$	$\left(\sqrt{2}\right)^5=\sqrt{2}\times5$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}=\left(\frac{3}{2}\right)^4$
$\left(\sqrt{7}\right)^5=\sqrt{7\times7\times7\times7\times7}$	$\left[\left(\sqrt{2}\right)^{-4}\right]^2=-\left(\sqrt{2}\right)^8$	$\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2\times\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$	$\frac{\left(\sqrt{2}\right)^{15}}{\left(\sqrt{2}\right)^5}=\left(\sqrt{2}\right)^3$
$\left[\left(-\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^3\right]^4=\left[\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)^4\right]^3$		$\left(5\sqrt{17}\right)^{-4}\times\left(25\sqrt{17}\right)^5=5^6\times\sqrt{17}$	

4 نعتبر الأعداد الحقيقيّة a و b و c حيث $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5$ و $b=\left(\frac{3}{2}\right)^3$ و $c=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^6$

احسب ثمّ أختصر كلاًّ من ab و ac و bc

5 اكتب في صيغة قوّة لعدد حقيقي

$$a=\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3}{\left(\frac{\sqrt{2}}{7}\right)^3} \quad ، \quad b=\frac{\left(\frac{-\sqrt{3}}{\pi}\right)^5}{\left(\frac{2}{\pi}\right)^5} \quad ، \quad c=\frac{(-2)^7}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^7} \quad ، \quad d=\frac{(1,3)^4}{\left(\frac{\sqrt{13}}{5}\right)^4} \quad ، \quad e=\frac{4\pi^2}{81}$$

6 اختصر الكتابات التّالية :

$$A=\frac{2,5\times10^{14}}{5\times10^{12}} \quad , \quad B=\frac{36\times10^{-5}}{9\times10^{4}} \quad , \quad C=\frac{0,28\times10^{-3}}{\sqrt{7}\times10^{-5}} \quad , \quad D=\frac{0,0003\times10^{7}}{\sqrt{3}\times10^{-3}}$$

7 نعتبر a و b و c ثلاثة أعداد حقيقيّة حيث $ab=c$

أ . احسب a ثمّ أختصر إذا علمت أنّ :

$b=\sqrt{3}\times\left(\sqrt{2}\right)^5$ و $c=\sqrt{6}$ ثمّ $b=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^4$ و $c=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-3}$

ب . بيّن أنّ $abc=(ab)^2$

ج .احسب abc إذا علمت أنّ $a=\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$ و $b=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^{-3}$

8 حدّد العدد الذي ترى أنّه دخيل على مجموعة الأعداد الحقيقيّة التّالية :

$$\left(-6^3\right)^{20}, \left[\left(\sqrt{6}\right)^{20}\right]^6, \left(3\times2^{15}\right)^4, \left[\left(\sqrt{6}\right)^{12}\right]^{10}, \left[\left(\sqrt{3}\right)^{60}\times2^{30}\right]^2, \left[(-36)^5\right]^6, \left(\sqrt{3^{30}\times2^{30}}\right)^4$$

الترتيب والمقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقية

I الترتيب والجمع في **IR**

II الترتيب والضرب في **IR**

III مقارنة مقلوب عددين حقيقيين مخالفين للصفر.

الترتيب والمقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقية

أستحضر

1 قارن ذهنيا العددين في كل حالة من الحالات التالية

أ- $3\sqrt{2}$ و $10\sqrt{2}$ ب- $\frac{\sqrt{13}}{4}$ و $\frac{\sqrt{13}}{3}$ ج- $\frac{11}{7}$ و $\frac{2}{5}$

د - $\frac{3}{2}\sqrt{7}$ و $\sqrt{7}$ 1.41 م- $\frac{5}{12}$ و $\frac{7}{6}$ ك - 3.14 و $\frac{628}{201}$

2 أ- أعط ثلاثة أعداد كسرية أكبر من $\frac{3}{11}$.

ب- جد عددين كسريين أصغر من $-\frac{2}{7}$ وأكبر من $-\frac{3}{7}$.

ج- قارن العددين الكسريين $\frac{4}{5}$ و $\frac{3}{4}$ بطريقتين مختلفتين.

3 أ) رتّب تصاعديا الأعداد التالية :

$\frac{-1}{2}$ ، $\frac{3}{17}$ ، $\frac{4}{9}$ ، $\frac{-5}{3}$ ، $\frac{-15}{2}$ ، $\frac{11}{3}$

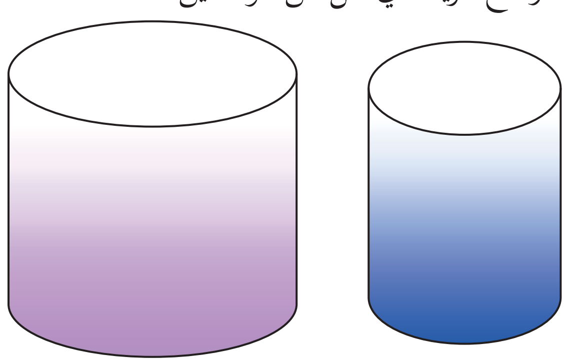
ب) أي من الأعداد السابقة يمكن أن يعوض المثلث في كل حالة من الحالات التالية :

$\frac{3}{2} < \Delta$ ، $\Delta < \frac{-7}{3}$ ، $\frac{-7}{3} < \Delta < \frac{3}{17}$

4 نعتبر أن شعاع الاسطوانة الصغرى يساوي ثلثي شعاع الاسطوانة الكبرى، وضعنا في الصغرى 45 لترا من الزيت وفي الكبرى 250 لترا

قارن ارتفاع الزيت في كل من الوعاءين

حجم اسطوانة دائرية قائمة شعاعها r وارتفاعها h هو : $V = \pi r^2 h$



أستكشف :

نشاط 1

أ- رتب تنازليا الأعداد الحقيقية التالية. $-\frac{1}{2}$ ، -3 ، $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{2}+1$, $\sqrt{2}$

ب- عين على مستقيم مدرج النقاط $E\left(-\frac{1}{2}\right)$, $D(-3)$, $C\left(\sqrt{2}\right)$, $B\left(\sqrt{2}-1\right)$, $A\left(1+\sqrt{2}\right)$

نشاط 2 قارن العددين في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $9-\sqrt{5}$ و $5-\sqrt{5}$ ب- $2\sqrt{11}+\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}+3\sqrt{11}$

ج- $\sqrt{2}-2$ و $1+\sqrt{2}$ د- $1-3\sqrt{7}$ و $-\frac{2}{3}-4\sqrt{7}$

ليكن a و b عددين حقيقيين

$a-b\leq 0$ يعني $a\leq b$

$a-b\geq 0$ يعني $a\geq b$

أطبق :

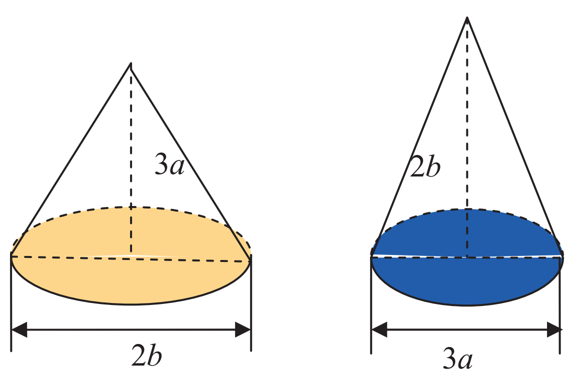
1 قارن العددين الحقيقيين a و b في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $a=-\frac{\sqrt{2}}{5}$ و $b=-\frac{\sqrt{2}}{3}$

ب- $b=2\sqrt{3}+\frac{9}{5}$ و $a=2\sqrt{3}+\frac{7}{4}$

ج - $b=\frac{-1}{5}+7\sqrt{5}$ و $a=8\sqrt{5}+1$

2 نعتبر المخروطين التاليين حيث $a>b$. قارن حجميهما



المخروط الدائري هو مجسم قاعدته قرص دائري وارتفاعه يمثل بعد رأسه عن مركز قاعدته

حجمه $V=\frac{\pi r^2 h}{3}$ حيث h الإرتفاع و r شعاع القاعدة.

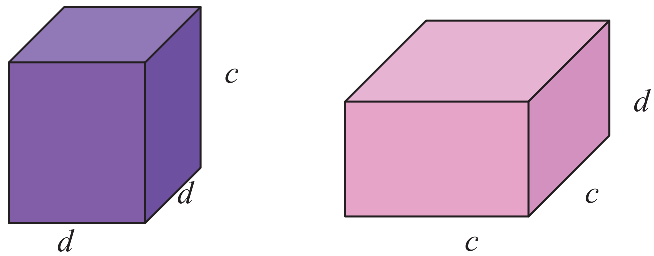
3 a و b عددان حقيقيان حيث $\frac{11}{7}a = \frac{\sqrt{3}}{5}b$

قارن العبارتين في كل حالة من الحالات التالية :

أ– $a+9$ و $\frac{11}{7}$ $\frac{\sqrt{3}}{5}b+9$ ب– $a+\sqrt{2}$ $\frac{11}{7}$ و $\frac{\sqrt{3}}{5}b+\frac{\sqrt{2}}{5}$

ج– $\frac{11}{7}a+\frac{-5}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{5}b-\frac{2}{3}$ د– $\frac{-110}{7}a$ و $-2\sqrt{3}b$

4 نعتبر متوازيي المستطيلات التاليين حيث $c>d$. قارن حجميهما.



5 أ– قارن العددين x و y إذا علمت أن $x-y=\pi-\frac{\sqrt{2}}{2}$

ب– قارن العددين $(3\sqrt{2}-1)x$ و y إذا علمت أن $x>y$

I . الترتيب والجمع في IR

نشاط 3 نعتبر a و b عددين حقيقيين حيث $a \geq b$

قارن العبارتين في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $b+\frac{7}{6}$ و $a+\frac{7}{6}$

ب- قارن العبارتين $b-\pi$ و $a-\pi$

ج- قارن العبارتين : $a+\frac{3}{4}-\sqrt{3}$ و $b+\frac{3}{4}-\sqrt{3}$.

د- ماذا تستنتج ؟

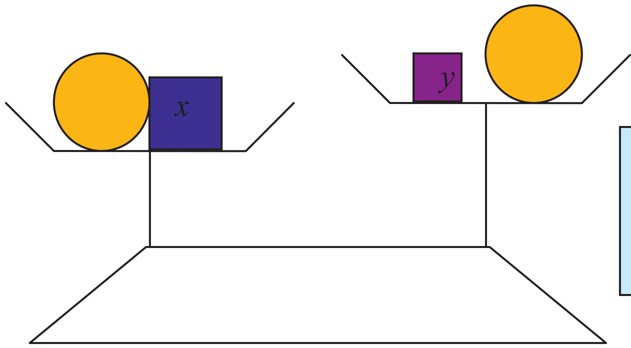
نشاط 4 أ– لتكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية حيث $x \geq y$

قارن $z+y$ و $z+x$

ب– لتكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية بحيث

$z+x \geq z+y$.

قارن العددين x و y.



لتكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية

$x \geq y$ يعني $z + x \geq z + y$

أطبق:

1 أ- قارن العددين $\frac{7}{5} + \sqrt{11}$ و $\sqrt{11} + \frac{11}{3}$

ب -قارن بطريقتين مختلفتين العددين التاليين :

$\sqrt{2} + \pi - 1 + 0.12$ و $0.13 + \pi - 1 + \sqrt{2}$.

ج- قارن العددين a و b إذا علمت أن :

$$\sqrt{131} + b - \frac{\sqrt{3}}{2} < a - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{131}$$

2 قارن العددين x و y في الحالتين التاليتين إذا علمت أن $t < z$

أ- $y = 2,14 + \frac{1}{2} + t$ و $x = \frac{1}{2} + 2,14 + z$

ب- $y = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{-10000} + 2t$ و $x = 2z + \frac{\sqrt{3}}{4} - 10^{-4}$

3 a و b عددان حقيقيان حيث $a > b$

1) أ- بين أن $\frac{1}{-1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

ب- قارن العبارتين $a + \frac{1}{-1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}}$ و $b + 2\sqrt{2}$

2) أ- اختصر العبارة التالية إلى أقصى حد $c = -3\sqrt{20} + \sqrt{45}$

ب- قارن العبارتين $a - 3\sqrt{20} + \sqrt{45} +$ و $b - 3\sqrt{5}$

نشاط 5 نعلم ان $\pi < \frac{22}{7}$

استنتج مقارنة العددين في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $\frac{5}{2} + \pi$ و $\frac{13}{2} + \frac{22}{7}$ ب- $\frac{2\sqrt{2}}{5} + \pi$ و $\sqrt{2} + \frac{22}{7}$

ج- $\frac{3}{2} - \pi$ و $\frac{7}{11} - \frac{22}{7}$ د- $\sqrt{7} - \pi$ و $\sqrt{3} - \frac{22}{7}$

نشاط 6

لتكن x و y و z و t أعدادا حقيقية حيث $x \le y$ و $z \le t$

أ- بين أن $(x + z) - (y + t) = (x - y) + (z - t)$

ب- استنتج المقارنة بين $x + z$ و $y + t$

لتكن x و y و z و t أربعة أعداد حقيقية إذا كان $(x \le y$ و $z \le t)$

فإن $(x + z \le y + t)$

أطبق:

1 أ- a و b عددان حقيقيان حيث $a > b$

قارن $1 + \pi$ و $\frac{29}{7}$ ثم استنتج مقارنة العبارتين $b + 1 + \pi$ و $a + \frac{29}{7}$

ب- قارن $\frac{21}{10} - \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ ثم استنتج مقارنة العبارتين $a + \frac{21}{10} - \sqrt{3}$ و $b + 2 - \sqrt{3}$

ج- قارن العبارتين $a + 2\sqrt{7} + 5$ و $b + 2\sqrt{7} + \frac{15}{4}$

2 انقل الجدول التالي ثم ضع علامة (*) في المكان المناسب

	خطأ	صحيح
$-\sqrt{5} + 11 \ge 7 - \sqrt{7}$		
$-1 + \frac{1}{907} > -2 - (\frac{-1}{842} - 1)$		
إذا كان $x > y$ فإن $x + \sqrt{2} > y + 1$		
إذا كان $a \le b$ فإن $b - \frac{1}{2} \le a - \frac{3}{5}$		

قارن العددين x و y في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $x = -0,5678 + \frac{91}{5678}$ و $y = -0,5677 + \frac{91}{5677}$

ب- $y = -\frac{292827}{728291} - \frac{64}{215}$ $x = -\frac{292827}{728292} - \frac{32}{108}$

II. الترتيب والضرب في IR :

نشاط 7

أ- قارن العددين $\frac{21}{5}$ و $\frac{19}{4}$ ثم استنتج مقارنة العددين $\frac{19}{4}\sqrt{11}$ و $\frac{21}{5}\sqrt{11}$

ب- قارن العددين $\frac{1-\sqrt{5}}{3}$ و $\frac{1+\sqrt{5}}{3}$ ثم استنتج مقارنة العددين $\frac{1-\sqrt{5}}{3}\pi$ و $\frac{1+\sqrt{5}}{3}\pi$

ج- قارن العددين $-\frac{1}{\sqrt{2}}(-1+\sqrt{7})$ و $-\frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{7})$

نشاط 8

1) نعتبر a و b عددين حقيقيين حيث $a \geq b$ قارن العبارتين في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $\frac{17}{3}a$ و $\frac{17}{3}b$ ب- $\sqrt{2}a$ و $\sqrt{2}b$ ج- $-\pi a$ و $-\pi b$ د- $-\frac{5}{4}b$ و $-\frac{5}{4}a$

2) أ- إذا كان $\frac{3}{2}a \geq \frac{3}{2}b$

بين أن $a \geq b$

ب- إذا كان $\frac{-1}{4}a \geq \frac{-1}{4}b$

بين أن $a \leq b$

نعتبر a و b عددين حقيقيين
1- إذا كان c عددا حقيقيا موجبا قطعا فإن
($a \leq b$ يعني $ac \leq cb$)
2- إذا كان c عددا حقيقيا سالبا قطعا فإن
($a \leq b$ يعني $ac \geq bc$)

أطبق:

1 انقل الجدول التالي وضع علامة (*) في الخانة المناسبة

	صحيح	خطأ
$\frac{3\sqrt{2}}{5} \leq \frac{3}{5}$		
$\frac{-1372}{5} < \frac{-1372}{7}$		
$\frac{-4\sqrt{7}}{3} < \frac{-4\sqrt{5}}{3}$		
$\frac{1-\sqrt{3}}{4} > \frac{1-\sqrt{3}}{3}$		

2

أ- بين أن $1-\sqrt{5} < 2-\sqrt{3}$

ب- قارن العددين $\frac{\sqrt{7}}{11}(2-\sqrt{3})$ و $\frac{\sqrt{7}}{11}(1-\sqrt{5})$

2) أ- بين أن $2+3\sqrt{5} > \sqrt{125}$

ب- قارن العددين $-\frac{7}{\sqrt{41}}.\sqrt{125}$ و $-\frac{7}{\sqrt{41}}(2+3\sqrt{5})$

3

نعتبر a و b عددين حقيقيين حيث $a \geq b$. قارن العبارتين في كل حالة من الحالات التالية :

أ - $\frac{17}{3}b$ و $\frac{17}{3}a$ ب- $0,14\ a$ و $\frac{7}{50}b$ ج - $-\pi b$ و $-\pi a$ د- $\sqrt{2}\,a$ و $\sqrt{2}\,b$

4

نعتبر العبارتين $A = \sqrt{50}-\sqrt{18}-\sqrt{2}$ و $B=\sqrt{27}-\sqrt{12}$

1) اختصر العبارتين A و B إلى أقصى حد

2) قارن A و B ثم استنتج مقارنة لـ $-2A$ و $-2B$.

5

نعلم أن $3.15 > \Pi > 3.14$

أ- رتب تنازليا الأعداد التالية $\pi^2\ ;\ 3{,}15^2\ ;\ 3{,}15\pi\ ;\ 3{,}14^2\ ;\ 3{,}14\pi$

ب- رتب تصاعديا الأعداد التالية $\Pi\sqrt{5}$, $\frac{315}{20\sqrt{5}}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{5}\,\frac{314}{10^2}$

III - مقارنة مقلوب عددين حقيقيين مخالفين للصفر

نشاط 9

أ- قارن العددين $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{7}$ ثم $\frac{5}{3}$ و $\frac{7}{2}$.

ب- قارن العددين $3{,}5$ و $\frac{350}{101}$ ثم قارن مقلوبيهما.

ج- بين أن $\sqrt{2}-1$ هو مقلوب العدد $\sqrt{2}+1$.

وأن $\frac{\sqrt{2}}{2}$ هو مقلوب $\sqrt{2}$.

استنتج مقارنة العددين $\sqrt{2}-1$ و $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

د- قارن العددين $\sqrt{2}+1$ و $2+\sqrt{3}$ ثم قارن مقلوبيهما.

نشاط 10 ليكن x و y عددين حقيقيين كلاهما مخالفا للصفر ولهما نفس العلامة

أ– ما هي علامة كل من العددين xy و $\frac{1}{xy}$ ؟

ب– ما هي علامة العبارة $\frac{1}{xy}(x-y)$ إذا علمنا أن $x \leq y$ ؟

ج– استنتج مقارنة $\frac{1}{y}$ و $\frac{1}{x}$.

نعتبر x و y عددين حقيقيين كلاهما مخالف للصفر ولهما نفس العلامة

إذا كان $x \leq y$ فإن $\frac{1}{y} \geq \frac{1}{x}$

اطبق :

1 قارن العددين في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $\frac{100}{628}$ و $\frac{1}{7}$ ب- $\frac{-1}{9}$ و $\frac{-1}{13}$ ج- $\frac{1}{3\sqrt{5}}$ و $\frac{1}{3\sqrt{7}}$

د- $\frac{1}{1+\sqrt{3}}$ و $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ م - $\frac{1}{5+3\sqrt{7}}$ و $\frac{1}{5+3\sqrt{11}}$ ن- $\frac{1}{\sqrt{13}+\frac{7}{5}}$ و $\frac{1}{\sqrt{13}+\frac{9}{5}}$

2 نعتبر العددين الحقيقيين $a=\sqrt{3}(2+\sqrt{3})+1$ و $b=6\sqrt{2}-\sqrt{18}+4$.

1) بين أن $a=4+2\sqrt{3}$ و $b=4+3\sqrt{2}$.

2) أ– قارن العددين $3\sqrt{2}$ و $2\sqrt{3}$.

ب– أثبت أن $7<a<b$.

ج– استنتج ترتيبا للأعداد $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ و $\frac{1}{7}$.

VI - مقارنة مربعي عددين حقيقيين

نشاط 11 أ– قارن $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ ثمّ $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ و $\left(\frac{4}{5}\right)^2$

ب– قارن $\frac{-7}{5}$ و $\frac{-5}{6}$ ثمّ $\left(\frac{-7}{5}\right)^2$ و $\left(\frac{-5}{6}\right)^2$

ث– قارن π و $2\sqrt{3}$ ثمّ π^2 و 12

نشاط 12

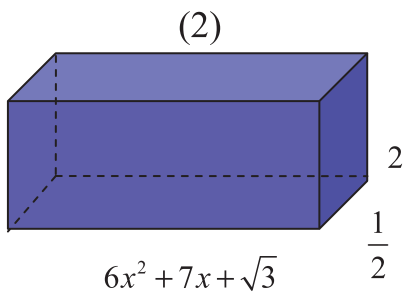
1. قارن حجمي متوازيي المستطيلات التالية

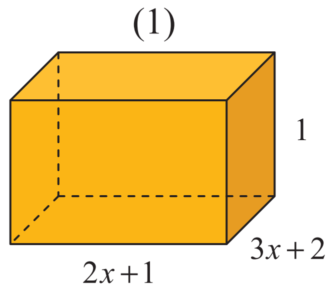
2. نعتبر V_1 حجم متوازي المستطيلات (1)

و V_2 حجم متوازي المستطيلات (2)

أ – بيّن أنّ $V_2^2 - V_1^2 = (V_2 - V_1)(V_2 + V_1)$

ب – استنتج مقارنة مربّعي متوازي المستطيلات.





نشاط 13

1) ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين

أ– بيّن أنّ $x - y$ و $x^2 - y^2$ لهما نفس العلامة

ب– بيّن الخاصية التالية ($x \leq y$ يعني $x^2 \leq y^2$).

2) ليكن x و y عددين حقيقيين سالبين

أ– بيّن أن $x - y$ و $x^2 - y^2$ لهما علامتين مختلفتين

ب– بيّن الخاصية التالية ($x \leq y$ يعني $x^2 \geq y^2$).

نعتبر x و y عددين حقيقيين 1) إذا كان x و y عددين موجبين. فان ($x \leq y$ يعني $x^2 \leq y^2$). 2) إذا كان x وy عددين سالبين فان ($x \leq y$ يعني $x^2 \geq y^2$).

أطبق :

1

أنقل ما يلي ثمّ أجب بصحيح أو خطأ معلّلا جوابك

أ- $\sqrt{21} > 5$

ب- $5 > \sqrt{31}$

ج - $11 < \sqrt{123}$

د- $\frac{\sqrt{117}}{\sqrt{87}} < 1$

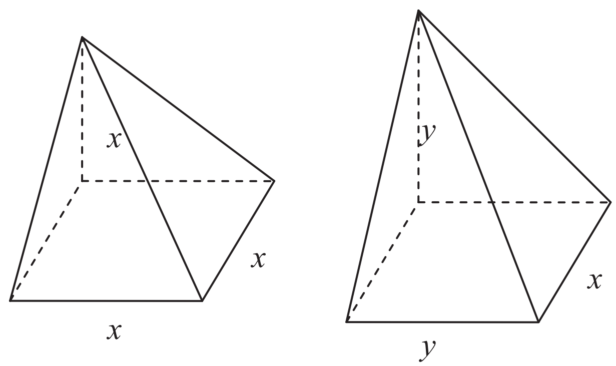
2 قارن العددين في كل حالة من الحالات التالية :

أ - $3\sqrt{7}$ و $2\sqrt{11}$:

ب- $-5\sqrt{3}$ و $-3\sqrt{5}$ ج- $\frac{-3}{5}\sqrt{19}$ و $-\frac{2}{7}\sqrt{19}$

3 نعتبر الهرمين التاليين حيث $x < y$. وقاعدة الأوّل مستطيل وقاعدة الثاني مربع

قارن حجميهما.



الهرم هو مجسم قاعدته مضلع وأوجهه مثلثات حجمه V مساوي :

$V = \frac{1}{3}Bh$ حيث : B قاعدته و h إرتفاعه

4 أ - رتب تصاعديا الأعداد الحقيقية التالية

$-2\sqrt{5}$ ، $-4\sqrt{3}$ ، $-\sqrt{10}$ ، -8

ب- رتب تنازليا الأعداد الحقيقية التالية

$2\sqrt{3}$ ، $\sqrt{11}$ ، $3\sqrt{2}$ ، 7 ، $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ، 3

5 أ- ليكن x و y عددين حقيقيين

بين أن ($|x| \leq |y|$ يعني $x^2 \leq y^2$)

ب- ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين

بين أن ($x \leq y$) يعني ($\sqrt{x} \leq \sqrt{y}$)

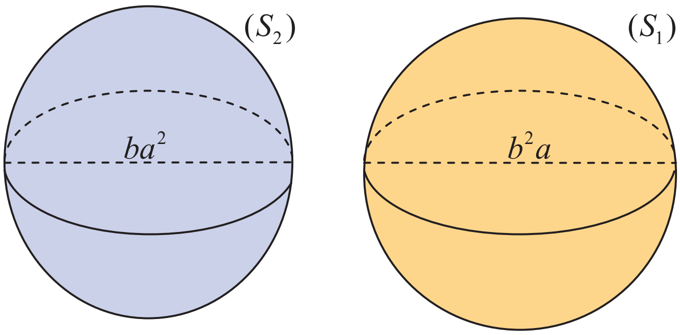
ليكن x و y عددين حقيقيين

أ- $|x| \leq |y|$ يعني $x^2 \leq y^2$

ب- ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين $x \leq y$ يعني $\sqrt{x} \leq \sqrt{y}$

الترتيب والمقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقية

6 قارن حجمي الكرتين التاليتين حيث $a < b$



حجم كرة قطرها $2R$ هو
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

7 قارن العددين في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $\sqrt{1123}$ و $\sqrt{1089}$

ب- $(3+\frac{169}{4})^2$ و $(3+\frac{296}{7})^2$

ج- $\sqrt{1+(\frac{3}{5})^2}$ و $\sqrt{1+(\frac{4}{7})^2}$

تمـــارين

1

أ- رتب تنازليا الأعداد التالية :

$$\frac{22}{7}, \frac{-120}{35}, \frac{315}{100}, \frac{72}{21}, \frac{-9}{2}, \frac{-1}{2}$$

ب- رتب تصاعديا الأعداد التالية

$$-\sqrt{3} ; -1,7 ; \sqrt{2} ; 1,4 ; -\frac{8}{7} ; \frac{13}{100}$$

2

قارن العددين a و b في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $a = -\sqrt{7}+9$ و $b = -\sqrt{11}+9$

ب- $a = \frac{2}{3}+\sqrt{5}$ و $b = \frac{1}{4}-\sqrt{5}$

ج- $a = -5\sqrt{7}+\sqrt{2}$ و $b = 2\sqrt{2}-9\sqrt{7}$

3

قارن العددين x و y في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $x = 2\sqrt{13} - \sqrt{19}$ و $y = 2\sqrt{13} - \sqrt{17}$

ب- $x = \frac{100}{415} + \frac{5\sqrt{3}}{4}$ و $y = \frac{10}{43} + \frac{5\sqrt{3}}{4}$

ج- $x = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{12}$ و $y = \frac{\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}}{4}$

4

يملك فلاح حوضين شكل كل منهما متوازي مستطيلات يستعملهما لادخار محصوله من الزيت. قاعدة الحوض الأول بعداها بالمتر 3,5 و 2,5 ، ويحوي 28 لترا من الزيت أما الحوض الثاني فبعدا قاعدته بالمتر 4,5 و 1,5 ويحوي 20 لترا من الزيت. قارن ارتفاعي الزيت في الحوضين.

5

1) قارن العددين الحقيقيين $3\sqrt{7}$ و $2\sqrt{13}$

2) استنتج مقارنة للعددين $\frac{-1}{5+3\sqrt{7}}$ و $\frac{-1}{5+2\sqrt{13}}$

3) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a \leq b$

أ- قارن بين $\frac{-4}{5}a$ و $\frac{-4}{5}b$

ب- استنتج مقارنة العبارتين $\frac{-4}{5}a + 3\sqrt{7}$ و $\frac{-4}{5}b + 2\sqrt{13}$

6 قارن العددين الحقيقيين في كل حالة من الحالات التالية

أ- $\left|3-\sqrt{17}\right|$ و $\left|3-\sqrt{19}\right|$ ب- $\left(7-\sqrt{5}\right)^2$ و $\left(5-\sqrt{7}\right)^2$

ج- $\sqrt{18-\sqrt{13}}$ و $\sqrt{18-\sqrt{17}}$

7 1) قارن العددين الحقيقيين في كل حالة من الحالات التالية

أ- $-\sqrt{7}$ و $\dfrac{-\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$ ب- $-\sqrt{5}$ و $\dfrac{-\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

2) استنتج أن $-\sqrt{7} < \dfrac{-\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} < -\sqrt{5}$

8 1) ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين حيث $a < b$

أ- بين أن $a^2 < ab < b^2$

ب- استنتج أن $a < \sqrt{ab} < b$

2) بين أن $\dfrac{903}{195} < \sqrt{21} < \dfrac{195}{43}$ ثم أعط قيمة تقريبية لـ $\sqrt{21}$

9 لتكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعا حيث $x < z < y$

أ- برهن أن $x < \frac{1}{2}(x+z)$ و $z < \frac{1}{2}(y+z)$ و $x < \frac{1}{2}(x+y)$

ب- استنتج أن $8x^3 < (y+z)(x+y)(x+z)$

10 ليكن x و y عددين حقيقيين حيث : $x > y$, $y > 3$, $x > 3$

رتب تصاعديا :

$\dfrac{x+1}{y+1}$, $\dfrac{x+2}{y+2}$, $\dfrac{x-3}{y-3}$, $\dfrac{x}{y}$

11 نعتبر العددين الحقيقيين : $a = \sqrt{45}+\sqrt{28}$

$b = \sqrt{80}+\sqrt{3}$

1) بين أن $a = 3\sqrt{5}+2\sqrt{7}$ و $b = 4\sqrt{5}+\sqrt{3}$

2) أ- قارن $2\sqrt{7}$ و $2\sqrt{5}$

ب- قارن $3\sqrt{5}$ و $2\sqrt{5}+\sqrt{3}$

3) استنتج مقارنة لـ a و b

12 نعتبر المجموعة : $A = \{ -\frac{4}{3} ، 3\sqrt{3} ، -\sqrt{5} ، 6 ، -2 ، \frac{\sqrt{7}}{2} ، 2\sqrt{11} \}$

جد في A المجموعات الجزئية التالية :

أ) المجموعة B التي عناصرها أصغر أو مساوية من $\frac{3}{2}$

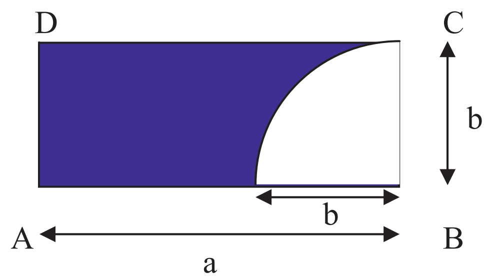
ب) المجموعة C التي عناصرها أكبر من 1.

ج) المجموعتان : $A \cap C$ و $A \cup C$

13 a و b عددان حقيقيان، قارن العبارتين A و B في كل حالة من الحالات التالية :

أ) $A = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}a - 3b$ و $B = -(3b - \sqrt{2}a) + 2\sqrt{7}$

ب) $A = \frac{\sqrt{5}}{2}b + \frac{7}{11} - 4a$ و $B = -2(2a - \frac{\sqrt{5}}{4}b) + \frac{9}{4}$.



14 لاحظ الرسم أعلاه حيث DCBA مستطيل و $AB = a$ و $BC = b$ و $\sqrt{7} - 1 < b < \sqrt{7} + 1$

$\sqrt{7} + 1 < a < 3\sqrt{7} - 1$

1) أعط حصرا لمحيط المستطيل

2) أعط حصرا لمساحة المستطيل

3) أعط حصرا لمساحة الجزء الملون.

15 ليكن a عددا حقيقيا حيث $-\frac{1}{2} < 2a - 1 < \sqrt{2}$

أ- أعط حصرا لـ a ثم لـ $a^2 - 10$

ب- أعط حصرا لـ $|a - 2|$ و لـ $\sqrt{3}|a + 1|$

16 x و y و z أعداد حقيقية حيث $1 \le x \le 2$ و $\sqrt{2} \le y \le 3$ و $-3 \le z \le -2$

1) أحسب مدى حصر كل من y و z

2) أوجد حصر لكل من : $x+z$ و xy و xz و $-2x+5$ و y^2-1

3) استنتج أن :

أ. $\sqrt{2}-6 \le x(y+z) \le 4$

ب. $\frac{1}{3} \le \frac{y^2-1}{-2x+5} \le 8$

ت. $0 \le (x+z)^2 \le 4$

17 أ- قارن العددين الحقيقيين التاليين :

$$1-\frac{5}{2\times10^{-5}} \quad \text{و} \quad 1+\frac{1}{3\times10^{-5}}$$

ب- رتب تصاعديا الأعداد التالية :

$$a=2+10^{-8} \quad \text{و} \quad b=(2+10^{-8})^2 \quad \text{و} \quad \sqrt{2+10^{-8}}$$

ج- رتب تنازليا الأعداد الحقيقية التالية :

$$x=1-10^{-20} \quad \text{و} \quad y=(1-10^{-20})^2 \quad \text{و} \quad z=\sqrt{1-10^{-20}}$$

18 باستعمال الآلة الحاسبة قارن العددين A و B في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $A=\frac{(3.2\times10^{-4})^2}{7}$ و $B=\frac{(5.3\times10^{-3})^3}{5}$

ب- $A=\frac{(6.8\times10^{-2})^4}{21}$ و $B=\frac{(11\times10^{-3})^3}{8}$

ملاحظة : لحساب العدد $X=\frac{(2.1\times10^{-2})^2}{18}$ بآلة حاسبة علمية نتبع الطريقة التالية :

$$\boxed{(}\ 2.1\ \boxed{\times}\ 10\ \boxed{y^x}\ 2\ \boxed{+/-}\ \boxed{)}\ \boxed{x^2}\ \boxed{\div}\ \boxed{18}\ \boxed{=}$$

0.0000245

19 1) بين أن $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n(n+1)}$ مهما تكن $n\in IN^*$

2) أكتب في صيغة فارق عددين كسريين مقامهما عددين صحيحين متتاليين، الأعداد الكسرية التالية : $\frac{1}{2},\frac{1}{6},\frac{1}{12},\frac{1}{20}$

3) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+.......+\frac{1}{2006\times2007}$

و $b=\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+..........+\frac{1}{2007\times2008}$

قارن العددين a و b بطريقتين مختلفتين.

20

1) نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث $a \geq b$.

قارن $8a+3b$ و $3a+8b$ ثم $-3a+\sqrt{2}$ و $-3b+2$

2) نعتبر العددين x و y حيث $x=2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$ و $y=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

أ. بين أن y عدد موجب

ب. قارن x و y

استنتج مقارنة لمقلوبيهما.

كن ابن من شئت واكتسب أدباً يُغنيكَ محمودُهُ عَنِ النسَبِ
فليس يغني الحسيب نسبته بلا لسانٍ له ولا أدب
إن الفتى من يقول ها أنا ذا ليسَ الفتى مَنْ يقولُ كان أبي

الجذاءات المعتبرة والعبارات الجبريّة

I الجذاءات المعتبرة

II العبارات الجبرية

لا يحْمِلُ الحِقْدَ مَنْ تَعْلُو بهِ الرتَبُ ولا ينالُ العلى من طبعهُ الغضبُ

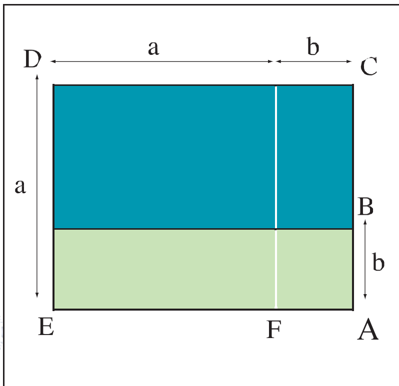
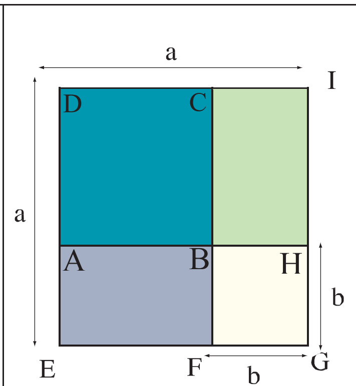
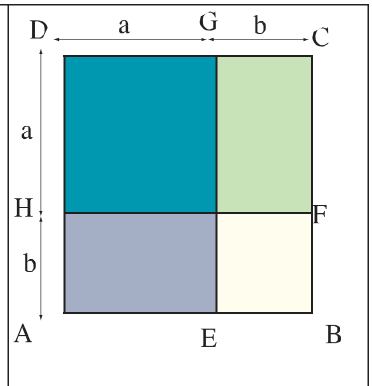
الجذاءات المعتبرة والعبارات الجبريّة

I . الجذاءات المعتبرة

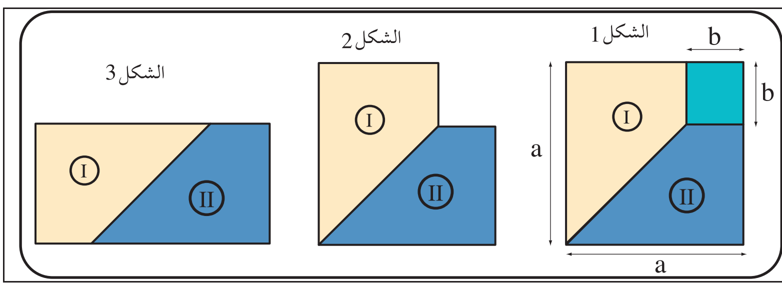
نشاط 1 أنشر العبارات التّالية :

$$a=\left(\sqrt{3}+2\right)\left(\sqrt{3}-2\right) \quad , \quad b=\left(\sqrt{2}+1\right)^2 \quad , \quad c=\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2$$

نشاط 2 في الجدول التّالي، أحسب بدلالة a و b قيس مساحة المستطيل ABCD بطريقتين مختلفتين ثمّ أكمل.

		
$(a-b)(a+b)=$..............	$(a-b)^2=$......................	$(a+b)^2=$.....................

نشاط 3

	احسب بدلالة a و b أ . قيس مساحة الشّكل 2 ب . قيس مساحة الشّكل 3 ماذا تستنتج ؟

إذا كان **a** و **b** عددين حقيقيّين فإنّ :

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

أطبق:

1 انقل ثمّ عوّض النّقاط بما يناسب

$$\left(\sqrt{2}+1\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+2\times.....\times.....+1^2=........+..........+.......=........+............$$

$$\left(\sqrt{5}+3\right)^2=(......)^2+2\times.......\times......+(.....)^2=.........+........+.......=.......+........$$

$$\left(7-\sqrt{2}\right)^2=.........-14\sqrt{2}+..........=..........-...........$$

$$\left(7-\sqrt{3}\right)\left(7+\sqrt{3}\right)=........-...........=..........$$

2 احسب ذهنيّا : 98^2 , 101^2 , 64^2-36^2 , 95×85 , 89×111 , 101×99

3 انشر العبارات التّالية :

$$\left(3-\sqrt{5}\right)^2 \;,\; \left(\sqrt{5}-3\right)\left(\sqrt{5}+3\right) \;,\; \left(\sqrt{7}+2\right)^2 \;,\; \left(3\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)^2 ,\; \left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)^2$$

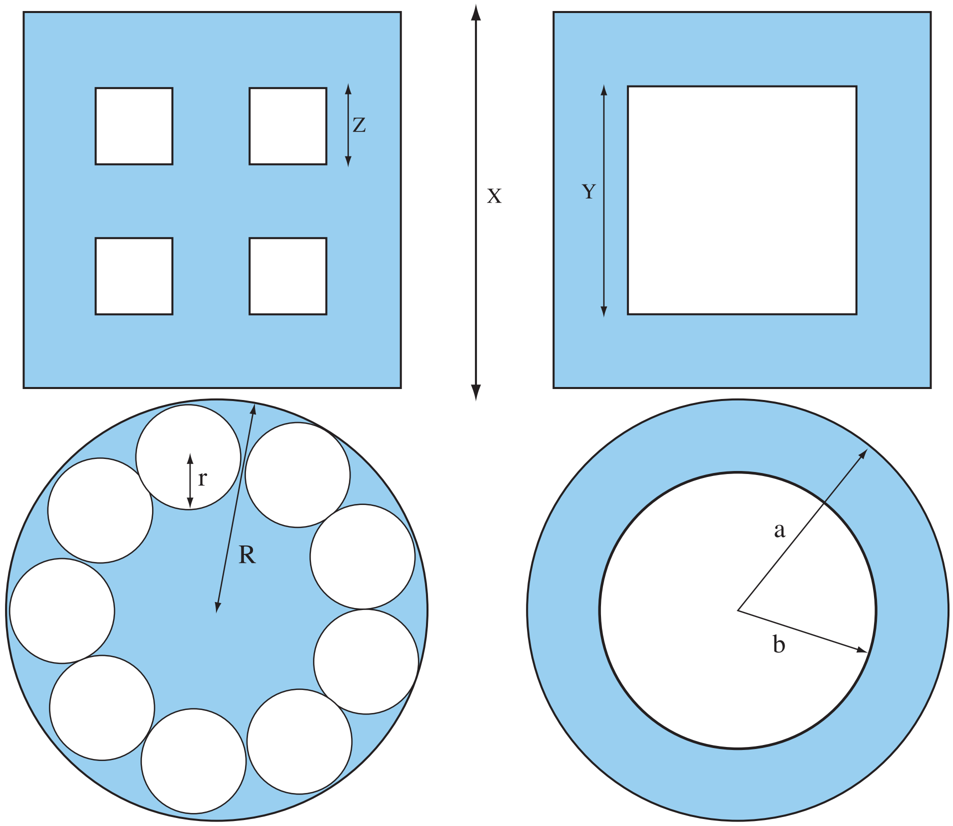
4 انشر العبارات التّالية :

$\left(\sqrt{2}x+\sqrt{3}\right)^2$, $(5x-1)(5x+1)$, $(3-x)^2$, $(2x+3)^2$ حيث x عدد حقيقي

5 فكّك إلى جذاء عوامل

x^2+4x+4 , x^2-9 , x^2-6x+9 , $x^2+2\sqrt{2}x+2$ حيث x عدد حقيقي

6 تأمّل الأشكال التّالية ثمّ عبّر عن مساحة المنطقة الملوّنة في كلّ حالة وفكّك العبارة المتحصّل عليها إلى جذاء عوامل.



تمرين مرفق بحل :

1 – اكتب الأعداد التّالية في شكل جذاءات معتبرة

$x = 4 + 2\sqrt{3}$, $y = 7 - 4\sqrt{3}$, $z = 42 - 10\sqrt{17}$

2 – بيّن أنّ $\sqrt{42 - 10\sqrt{17}} + \sqrt{42 + 10\sqrt{17}} = 10$

الحل

1 – لكتابة $4 + 2\sqrt{3}$ في شكل جذاء معتبر يتبادر إلى الذّهن بأنّ $2\sqrt{3}$ تمثّل الجذاء المضاعف $2ab$ في الجذاء المعتبر $(a+b)^2$ وبالتّالي فإنّ $ab = \sqrt{3}$

إذن يجب أن نبحث ذهنيّا عن إمكانيّة وجود عددين حقيقيّين a و b حيث $ab = \sqrt{3}$ ويكون مجموع مربّعيهما مساويا لـ 4

ممّا يدفعنا إلى التفكير في الحلّ الأقرب والذي يحقّق الشّرطين السّابقين ألا وهو $a = \sqrt{3}$ و $b = 1$ أو العكس، ونعبّر عن ذلك كما يلي :

$$x = 4 + 2\sqrt{3} = 3 + 2\sqrt{3} + 1 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1^2 = \left(\sqrt{3} + 1\right)^2$$

وكذلك بالنّسبة إلى y و z

$$y=7-4\sqrt{3}=4-4\sqrt{3}+3=2^2-2\times2\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2=\left(2-\sqrt{3}\right)^2$$

$$z=42-10\sqrt{17}=25-4\sqrt{17}+17=5^2-2\times5\times\sqrt{17}+\left(\sqrt{17}\right)^2=\left(5-\sqrt{17}\right)^2$$

2 – نعلم من خلال السّؤال السّابق بأنّ $42-10\sqrt{17}=\left(5-\sqrt{17}\right)^2$ وبنفس الطّريقة نبيّن بأنّ $42+10\sqrt{17}=\left(5+\sqrt{17}\right)^2$

بالتّالي لدينا $\sqrt{42-10\sqrt{17}}=\sqrt{\left(5-\sqrt{17}\right)^2}=\left|5-\sqrt{17}\right|=5-\sqrt{17}$

وكذلك $\sqrt{42+10\sqrt{17}}=\sqrt{\left(5+\sqrt{17}\right)^2}=\left|5+\sqrt{17}\right|=5+\sqrt{17}$

إذن $A=\sqrt{42-10\sqrt{17}}+\sqrt{42+10\sqrt{17}}=5-\sqrt{17}+5+\sqrt{17}=10$

II . العبارات الجبرية

اختر عددا حقيقيّا واتّبع المراحل التّالية

- ضاعف العدد الذي اخترته
- أضف 6 إلى العدد الذي تحصّلت عليه
- خذ نصف العدد الذي تحصّلت عليه
- أطرح العدد الذي اخترته في البداية من العدد الذي تحصّلت عليه

اختر عددا آخر وأعد المراحل السّابقة

أ . ماذا تلاحظ ؟

ب . جد تفسيرا لما لاحظته

نشاط 2 نعتبر العبارة الجبريّة $A=\sqrt{2}\left(x^2+1\right)-\left(\sqrt{2}x+1\right)^2$ حيث x عدد حقيقي

أ . احسب A في كلّ حالة من الحالات التّالية $x=\sqrt{2}$, $x=1$, $x=1-\sqrt{2}$

ب . أعط قيمة تقريبيّة للعدد A مستعملا الآلة الحاسبة في كلّ حالة من الحالات التّالية

$$x=\frac{3}{5}\quad,\quad x=\frac{1}{7}\quad,\quad x=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

نشاط 3

نعتبر العبارة الجبريّة $P=\left(3\sqrt{3}+a\right)^2+3\left(1-\frac{2}{\sqrt{3}}a\right)^2$ حيث a عدد حقيقي

أحسب P في كلّ حالة من الحالات التّالية $a=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $a=-\sqrt{3}$, $a=\sqrt{3}$

نشاط 4

نعتبر العبارتين الجبريّتين A و B حيث

$A=x^2-4x+3$ و $B=-5x^2+x-1$ (x عدد حقيقي)

أ . احسب كلاّ من A و B إذا كان $x=\sqrt{2}$ ثمّ أحسب $A+4B$

في هذه الحالة وبطريقتين مختلفتين.

ب . احسب $A+B$ و $A-B$ و $5A+B$ بدلالة المتغيّر x

عند جمع أو طرح عبارات جبريّة :

نحذف الأقواس مستعملين في ذلك الجذاءات المعتبرة أو خاصيّة توزيع الضّرب على الجمع في مجموعة الأعداد الحقيقيّة.

نجمع الحدود الجبريّة المتشابهة أي التي لها نفس المتغيّر والمكتوب في صيغة قوى لها نفس الدّليل أو تكون في شكل أعداد حقيقيّة ثابتة

نشاط 5

a و b و c ثلاثة أعداد طبيعيّة متتالية

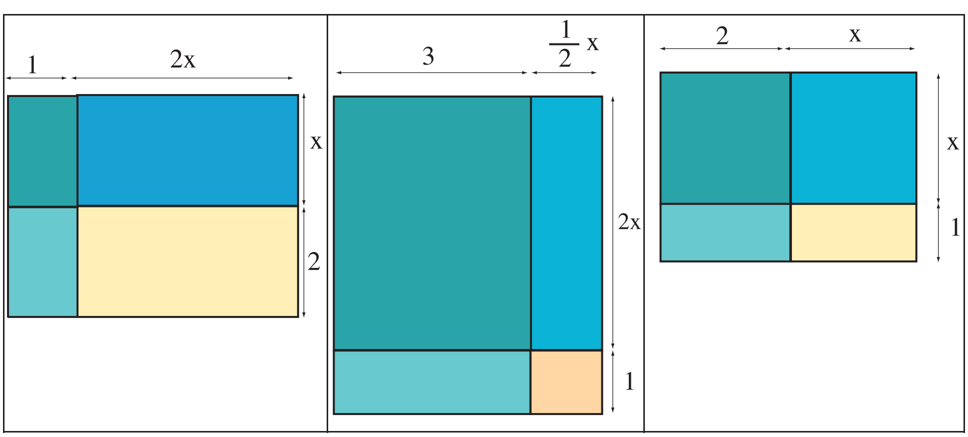
أ . أكتب كلاّ من b و c بدلالة a

ب . أعط كتابة مختصرة لـ $a^2+b^2+c^2$ بدلالة a

ج . استنتج إذا باقي القسمة الإقليديّة لمجموع مربّعات ثلاثة أعداد طبيعيّة متتاليّة على 3.

نشاط 6

عبّر عن مساحة كلّ شكل من الأشكال التّالية بطريقتين مختلفتين.



نشاط 7 انشر كلّ عبارة من العبارات الجبريّة التّالية :

$$P=\left(x-\frac{1}{2}\right)(2x+3) \quad , \quad Q=\left(\sqrt{3}x+2\right)\left(\sqrt{3}x-1\right)$$

$$S=\left(\sqrt{2}x+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}x+\sqrt{3}\right) \quad , \quad R=\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)$$

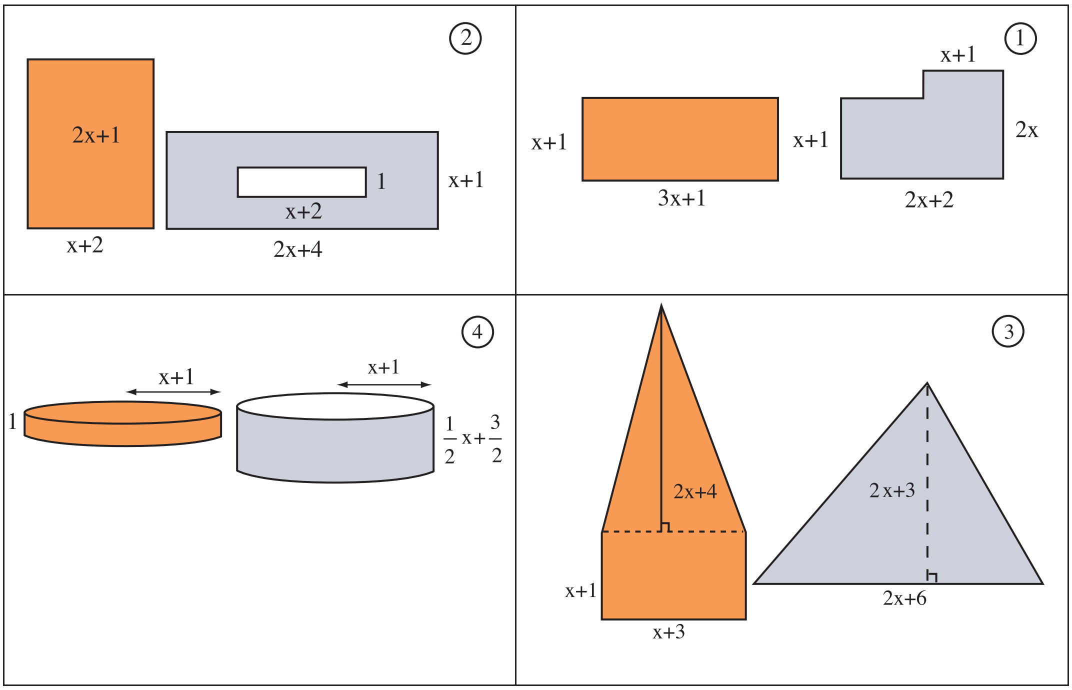
إذا كان **a** و **b** و **c** و **d** أعداد حقيقية فإن

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

$(a-b)(c+d)=ac+ad-bc-bd$

$(a+b)(c-d)=ac-ad+bc-bd$

نشاط 8 قارن المساحتين في كلّ حالة من الحالات التّالية حيث x عدد حقيقي موجب ومخالف للصفر.



نشاط 9 فكّك العبارات الجبريّة التّالية إلى جذاء عوامل

$$4y+2y(1+3y) \quad , \quad 2\sqrt{3}-3\sqrt{2}x \quad , \quad 15\sqrt{2}x+6\sqrt{6}x^2$$

$$(2x-1)^2-(4x^2-1) \quad , \quad 3(2t+6)+(t+3)^2 \quad , \quad (2t+3)(t-1)-(t-1)$$

أطبق:

1 نعتبر العبارتين الجبريّتين $P=\sqrt{2}(x^2-1)$ و $Q=\sqrt{2}(x-1)^2$ حيث x عدد حقيقي

أ . احسب كلاًّ من P و Q في كلّ حالة من الحالات التّالية :

1) $x=1$ 2) $x=\sqrt{2}$ 3) $x=-\frac{1}{2}$

ب .انشر P و Q ثمّ احسب P - Q

ج . احسب P-Q بطريقتين مختلفتين إذا علمت أن $x = \sqrt{2}$

2 نعتبر العبارة الجبريّة $A = (2x-1)^2 - 2\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)$ حيث x عدد حقيقي

أ . احسب A في كلّ حالة من الحالات التّالية :

$x = 1$ $\qquad x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

ب . اختصر العبارة A

ج . فكّك العبارة A إلى جذاء عوامل.

تمـــارين

1 ليكن a و b عددين حقيقيّين حيث $a=\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $b=\frac{1}{2}$

أ . بيّن أنّ $a^2+b^2=1$

ب . احسب $(a+b)^2$ و $(a-b)^2$

2 انشر واختصر

$a=\left(\sqrt{2}+3\right)^2$, $b=\left(\sqrt{3}-2\right)^2$, $c=\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2$, $d=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

$e=\left(2\sqrt{7}+1\right)^2$, $f=\left(2\sqrt{3}-1\right)\left(2\sqrt{3}+1\right)$, $g=\left[(\pi+4)^2-(\pi-4)^2\right]$

3 ليكن x عددا حقيقيّا. انشر الجذاءات التّالية

$\left(2-x\sqrt{3}\right)^2$, $(3x-1)(3x+1)$, $\left(\sqrt{2}x-3\right)\left(\sqrt{2}x+3\right)$

$(x+2)^2$, $(2x-1)^2$, $\left(\sqrt{2}x+3\right)^2$

4 نعتبر العبارتين الجبريّتين $P=(x+1)^2-(x-1)^2$ و $Q=(x+5)^2-(x-5)^2$ حيث x عدد حقيقي.

أ .انشر و اختصر كلاّ من P و Q

ب . احسب ذهنيّا $a=\frac{12345^2-12343^2}{12344}$ و $b=\frac{389452^2-389442^2}{389447}$ (يمكن استغلال ما سبق).

5 أ .انشر $\left(\sqrt{3}+2\right)^2$, $\left(\sqrt{7}-1\right)^2$

ب . اختصر $A=\frac{\left(\sqrt{3}-2\right)\left(7+4\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}+2}$, $B=\frac{2\left(\sqrt{7}+1\right)\left(4-\sqrt{7}\right)}{\sqrt{7}-1}$

6 فكّك إلى جذاء عوامل

$25t^2+20t+4$, $\frac{9}{4}u^2-3u+1$, $\frac{1}{81}-\frac{1}{25}x^2$, $4y^2+y+\frac{1}{4}$

$2t^2+2\sqrt{6}t+3$, y^2-7 , $64u^2-36$, $x^2-8x+16$

7 احسب العبارة الجبريّة $P+Q$ في كلّ حالة من الحالات التّالية حيث x عدد حقيقي

$$Q=3x^2-x+5 \quad , \quad P=-5x+3$$

$$Q=-x^2-7x+2 \quad , \quad P=-2x^2+x-7$$

$$Q=\frac{1}{3}x^2-\frac{9}{2}x+\frac{1}{6} \quad , \quad P=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{4}x+1$$

$$Q=x^2+\frac{3}{10}x-\frac{1}{\sqrt{2}} \quad , \quad P=-\frac{1}{5}x^2+x-2$$

8 انشر واختصر الكتابات التّالية حيث x عدد حقيقي

$$\frac{1}{2}x(3-4x)-x\left(\frac{5}{2}-x\right), \qquad x(1-2x)+(x^2-1), \qquad 5(x-3)+2(x+3)$$

$$x(x+\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{2}(2x+3) \quad \sqrt{2}x\,(x+3)-\sqrt{2}(x^2+x-1), \quad (x-1)^2+(x+1)^2+x^2-2,$$

9 نعتبر العبارات الجبريّة التّالية حيث x عدد حقيقي

$$R=-x^2-2\sqrt{2}x+3 \quad , \quad Q=3x^2-2\sqrt{2}x+1 \quad , \quad P=\sqrt{2}x-2$$

أ . بيّن أنّ $R=Q=\frac{1}{2}$ إذا علمت أنّ $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$

ب . احسب P^2

ج . بيّن أنّ $R+Q=P^2$

10 نعتبر العبارة P حيث $P=(3x-1)^2+9x^2-1$

أ . احسب P في كلّ حالة من الحالات التّالية :

$$x=\frac{1}{\sqrt{3}} \qquad x=\frac{2}{3} \qquad x=\frac{1}{3}$$

ب .انشر $(3x-1)^2$ ثمّ أختصر العبارة P

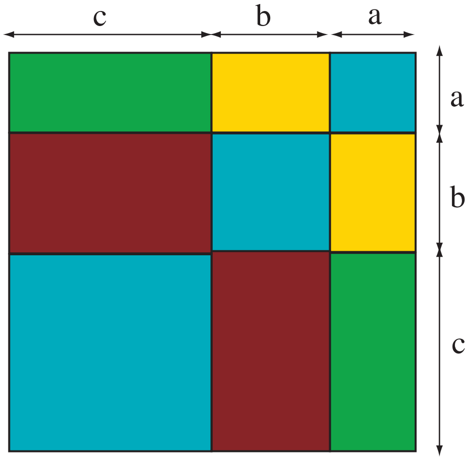
ج . فكّك P إلى جذاء عوامل

11 أ. انشر $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)$, $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$, $(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(2\sqrt{3}+\sqrt{5})$

ب. جدْ كتابة مقامها عدد صحيح لكلّ عدد من الأعداد التّالية :

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \quad , \quad \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \quad , \quad \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}$$

12 تمّ تقسيم منطقة مربّعة إلى عدّة مناطق كما هو مبيّن في الشّكل المقابل، أوجد مساحتها بطريقتين مختلفتين ثمّ استنتج جذاءا معتبرا.



13 نعتبر العبارتين الجبريّتين $P=(2x-1)^2-4x^2$ و $Q=(2x-1)^2-x+1$ حيث x عدد حقيقي

أ . اختصر كلاًّ من العبارتين P و Q

ب . احسب كلاًّ من P و Q إذا كان $x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$

ج .احسب وأختصر كلاًّ من العبارتين P+Q و P-Q

د . احسب بطريقتين مختلفتين P+Q إذا كان $x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$

14 أ . a عدد صحيح طبيعي غير قابل للقسمة على 3

بيّن أنّ باقي القسمة الإقليديّة للعدد a^2 على 3 يساوي 1

ب . a و b و c ثلاثة أعداد صحيحة طبيعيّة غير قابلة للقسمة على 3

بيّن أنّ العدد الطبيعي $a^2+b^2+c^2$ قابل للقسمة على 3.

15 نعتبر العبارتين الجبريّتين P و Q و R حيث

$$P=x-\frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad , \quad Q=x+\frac{\sqrt{5}+1}{2} \quad , \quad R=\sqrt{x+1}-x$$

أ .بيّن أنّ $P\times Q=x^2+x-1$

ب . بيّن أنّ $\left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2=\dfrac{2\sqrt{5}+6}{4}$

ج . في حالة $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ بيّن أنّ $R=0$.

16 نعتبر العبارتين الجبريّتين $X=\left(t-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ ، $Y=t^2-\sqrt{3}t+1$ حيث t عدد حقيقي

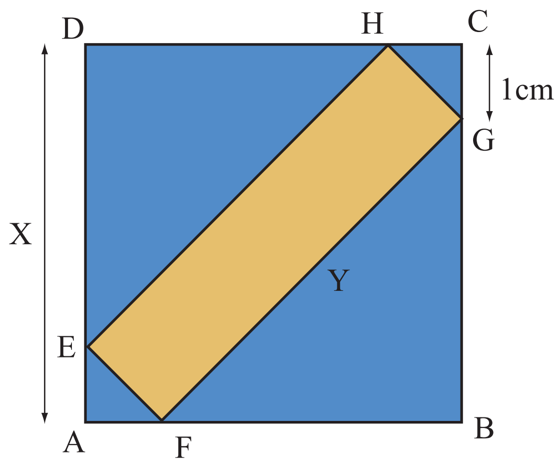
أ . انشر العبارة X

ب . بيّن أنّ $Y=X+\frac{1}{4}$ ثمّ استنتج أنّ $Y\geq\frac{1}{4}$

ج . احسب X ثمّ Y إذا علمت أنّ $t=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

مسائل :

مسألة 1



تأمّل الشّكل المقابل

نرمز بـ S_1 إلى مساحة المربّع ABCD بالصنتيمتر المربّع

ونرمز بـ S_2 إلى مساحة المستطيل EFGH بالصنتيمتر المربّع.

أ .عبّر عن S_1 بطريقتين مختلفتين

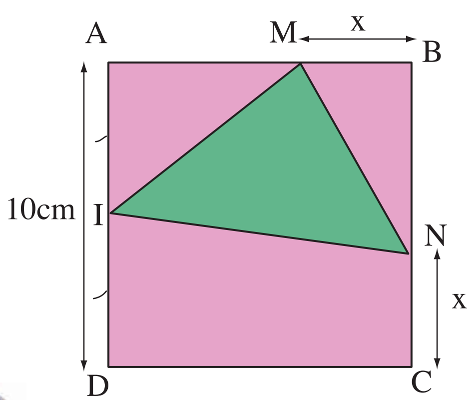
ثمّ استنتج y بدلالة x

ب . جدْ كتابة لـ S_2 بدلالة x

بيّن أنّ $\frac{S_1}{2}-S_2=\frac{1}{2}(x-2)^2$

ج . جدْ إذا x لتكون مساحة المستطيل EFGH نصف مساحة المربع ABCD

مسألة 2



ABCD مربّع قيس طول ضلعه 10cm

I منتصف [AD] و M تنتمي إلى [AB] و N تنتمي إلى [BC] حيث BM = CN = x

1 . عبّر بدلالة x عن مساحة كل شكل من الأشكال التالية :

أ . المثلّث IAM

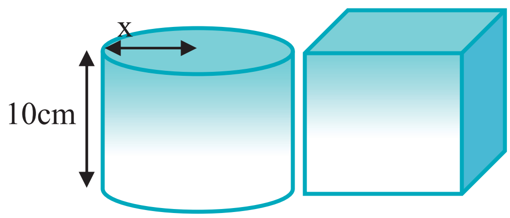
ب . المثلّث MBN

ج . شبه المنحرف INCD

2. أ – انشر واختصر العبارة : $S = \frac{1}{2}\left[\left(x-\frac{15}{2}\right)^2 + \frac{175}{4}\right]$

ب - بيّن أن مساحة المثلث IMN تساوي S . أعط حصرا لها.

مسألة 3



لتسويق منتجاتها قرّرت شركة أن تصنع علباً ارتفاع كلٍّ منها 10cm و سعتها لترا واحدا وأن تختار بين شكلين أحدهما مكعَّب والآخر اسطوانة دائريّة قائمة.

1) هل يستجيب مكعَّب قيس طول ضلعه 10cm لشروط الشّركة ؟

2) إذا كانت العلبة على شكل اسطوانة دائريّة قائمة نرمز إلى شعاعها بـ x (بالصنتمتر)

أ . جدْ كتابة مختصرة لمساحتها الجمليَّة بالصنتمتر المربَّع بدلالة x

ب . جد كتابة بدلالة x للفرق بين حجم الاسطوانة والحجم المطلوب بالصنتمتر المكعَّب.

ج . فكِّك الكتابة المتحصَّل عليها إلى جذاء عوامل ثم أعط قيمة تقريبيّة لشعاع الاسطوانة برقمين بعد الفاصلة.

د . أعط إذن قيمة تقريبيّة للمساحة الجمليَّة للاسطوانة برقمين بعد الفاصلة.

3) ما هو الخيار الأقلّ تكلفة بالنسبة للشَّركة ؟

مسألة 4

لفلاّح قطعة أرض معشّبة دائريّة الشّكل شعاعها 50m لتمكين بقرة له من رعيها ثبّت وتدا وسطها وشدَّ إليه حبلا ثمّ شدَّ الطّرف الآخر من الحبل إلى البقرة.

إذا اعتبرنا أن طول الحبل بالمتر هو x

أ . احسب بدلالة x مساحة الأرض المخصَّصة للرَّعي (التي يمكن أن تطولها البقرة) والمساحة المتبقّية

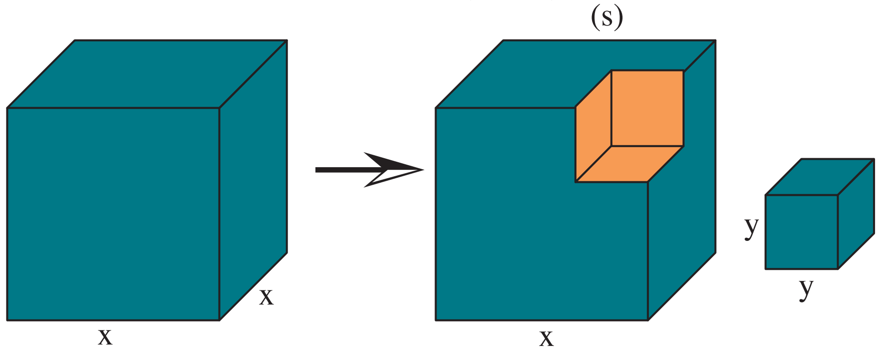
ب . أعط كتابة مختصرة للفرق بين المساحتين ثمّ فكِّك إلى جذاء عوامل الكتابة المتحصّل عليها.

ج . كم يجب أن يكون طول الحبل إذا أراد الفلاّح أن ترعى البقرة 50% من العشب الموجود ؟

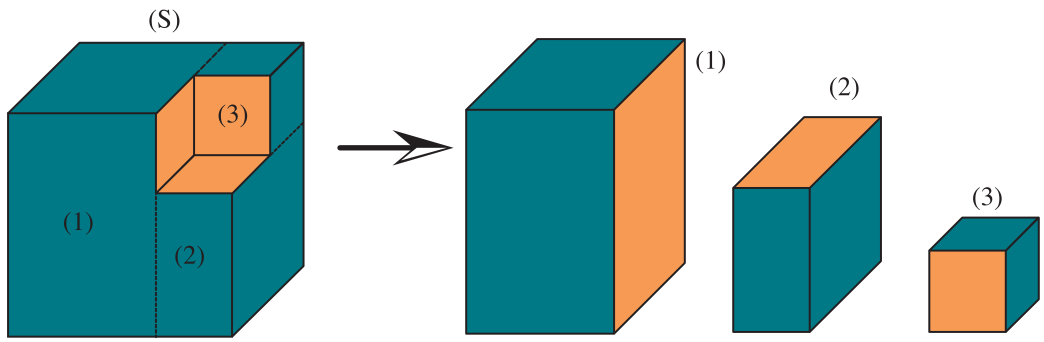
مسألة 5

مكعّب طول ضلعه x اقتطعنا منه مكعّبا طول ضلعه y حيث $y<x$

تأمّل الشّكل الموالي ثمّ عبّر عن حجم الجسم (S) بدلالة x و y



أ . قسّمنا الجسم (S) إلى ثلاثة أجسام كلّ منها على شكل متوازي مستطيلات كما هو مبيّن أسفله.



ب . جدْ أبعاد كلّ من الأجسام (1) و (2) و (3) ثمّ عبّر عن حجم كلّ منها بدلالة x و y

ج . استنتج أنّ $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$

فكّك إلى جذاء عوامل العبارتين $P = x^3 - 1$ و $Q = 8x^3 - 27$

الجذاءات المعتبرة والعبارات الجبرية

أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي (حوالي 781 م - حوالي 845 م)

ولد الخوارزمي في مدينة خوارزم في خراسان، وهي إقليم في بلاد فارس، تعرف المنطقة حاليا بأوزبكستان . انتقلت عائلته بعد ولادته بفترة قصيرة إلى بغداد في العراق، أنجز الخوارزمي معظم أبحاثه بين عامي 813 و 833 في دار الحكمة، التي أسسها الخليفة المأمون. ونشر أعماله باللغة العربية، التي كانت لغة العلم في ذلك العصر .

قام الخوارزمي بأعمال هامة في حقول الجبر والمثلثات والفلك والجغرافية ورسم الخرائط .أدت أعماله المنهجية والمنطقية في حل المعادلات من الدرجة الثانية إلى نشوء علم الجبر، حتى إن العلم اخذ اسمه من كتابه **حساب الجبر والمقابلة،** الذي نشره عام 830 ، وهو الكتاب الذي أثر في كل الأدبيات التي تناولت العلوم الرياضية من بعده، سواءً في الشرق أو الغرب. واستخدم الخوارزمي في هذا الكتاب مصطلح جبر لأول مرة. وقد ترجم هذا الكتاب إلى اللاتينية روبرت الشستري، وهو أول من ترجم القرآن إلى اللاتينية. وكانت ترجمة هذا الكتاب أساسًا لدراسات أشهر رياضيي الغرب مثل ليوناردو البيزي الذي اعترف بأنه مدين للعرب بذخيرته المعرفية في الرياضيات.

أعمال الخوارزمي الكبيرة في مجال الرياضيات كانت نتيجة لأبحاثه الخاصة، إلا انه قد أنجز الكثير في تجميع و تطوير المعلومات التي كانت موجودة مسبقا عند الإغريق وفي الهند، فأعطاها طابعه الخاص من الالتزام بالمنطق بفضل الخوارزمي، يستخدم العالم الأعداد العربية التي غيرت وبشكل جذري مفهومنا عن الأعداد، كما انه قد أدخل مفهوم العدد صفر، الذي بدأت فكرته في الهند.

صحح الخوارزمي أبحاث العالم الإغريقي بطليموس Ptolemy في الجغرافيا، معتمدا على أبحاثه الخاصة .كما انه قد اشرف على عمل 70 جغرافيا لانجاز أول خريطة للعالم المعروف آنذاك. عندما أصبحت أبحاثه معروفة في أوروبا بعد ترجمتها إلى اللاتينية، كان لها دور كبير في تقدم العلم في الغرب، عرّف كتابه الخاص بالجبر أوروبا بهذا العلم وأصبح الكتاب الذي يدرس في الجامعات الأوروبية عن الرياضيات حتى القرن السادس عشر.

المصدر : من موقع ويكيبيديا - الموسوعة الحرة http://ar.wikipedia.org

طابع بريدي أصدره الاتحاد السوفياتي عام 1983م في الذكرى 1200 لميلاد الخوارزمي

كتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة للخوارزمي

I

المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية

أستحضر :

1 رجل عمره 40 سنة وابنه عمره 9 سنوات. بعد كم سنة يصبح عمر الأب ضعف عمر الابن ؟

2 حل في IR المعادلات التالية :

* $2x + 3 = x - 4$
* $-x - \frac{1}{2} = 4x + 5$
* $3x + \frac{1}{2} = 3(x + \frac{1}{6})$
* $-5x + \frac{1}{3} = 5(2 - x)$

3 جد عددا حقيقيا يزيد مجموع ثلثه وخمسه عن سدسه بـ $\frac{11}{3}$

4 جد بعدي حقل مستطيل الشكل قيس محيطه 420 مترا وطوله خمسة أضعاف عرضه.

5 نعتبر أن $\frac{22}{7}$ هي القيمة التقريبية لـ π المعتمدة في هذا التمرين.

لاحظ الرسم التالي حيث طول المستطيل يفوق عرضه بسبعة أمتار.

جد قيس محيط نصف الدائرة لكي يكون محيطها مساويا لثلث محيط المستطيل.

6 باع تاجر بضاعة بربح يقدر بـ 15%.

أوجد ثمن شرائها إذا علمت أنها بيعت بـ 2300 دينارا

أستكشف :

نشاط 1

حل في IR المعادلات التالية :

* $\frac{3}{2}x+1=-\frac{x}{2}+2$
* $2x-\sqrt{3}=\sqrt{3}$
* $(2x-\sqrt{7})(x+2\sqrt{11})=0$
* $x-\sqrt{2}(x+1)=\sqrt{2}$
* $x^{2}-x=0$

نشاط 2

اختار أحد زملائك عددا حقيقيا أنقص منه $\frac{5}{2}$، ضرب النتيجة في 6 ثم أضاف إلى ذلك العدد 75. وجد في النهاية 216. ما هو العدد الذي اختاره زميلك ؟

نشاط 3

(وحدة القيس هي الصنتمتر)

نعتبر ABC مثلثا أبعاده

$AB=4x-3$ و $AC=2x+7$ و $BC=x-1$ حيث x عدد حقيقي أكبر من 1

1) جد العدد x بحيث يكون المثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A .

2) ما هي أبعاد المثلث ABC إذا علمت أن محيطه يساوي 138 ؟

> كل عبارة تؤول كتابتها إلى الشكل $ax=b$ حيث a عدد حقيقي معلوم ومخالف للصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول تسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في IR وحلها $x=\frac{b}{a}$.

أطبق:

1

حل في IR المعادلات التالية :

$$2x+3=-x+\frac{1}{2}$$

$$-5(x+1)+2=5(1-x)+\frac{x}{3}$$

$$x-3+\sqrt{2}=1-\sqrt{2}+\frac{x}{2}$$

$$\frac{x-2}{4}+1=7-x$$

2 أجب بصحيح أو خطأ

أ- $4-x=\frac{1}{4}$ يعني $x=\frac{17}{4}$

ب- $x+\frac{2}{3}=-x+1$ يعني $x=\frac{1}{6}$

ج- $t=10$ يعني $\frac{t^2}{4}=\frac{5}{2}$

د- $\frac{13}{2}+1=\frac{-13}{2}+z$ يعني $z=1$

3 اشترى مواطن ثلاجة ودفع ثمنها على أربعة أقساط :

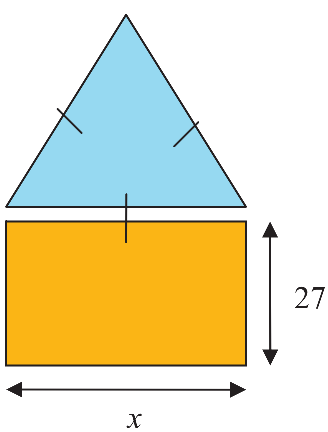
- قيمة القسط الأول ربع المبلغ.
- قيمة القسط الثاني ثلث المبلغ المتبقي.
- القسط الثالث يفوق القسط الأول ب 20 دينارا.
- أما القسط الرابع والأخير فهو 120 دينارا.

فما هو ثمن الثلاجة ؟

4 حوض على شكل مكعب قيس طول حرفه 50 صنتيمترا وضعنا فيه 85 لترا من الزيت

فما هو ارتفاع الزيت في هذا الحوض ؟

5 لاحظ الشكل التالي ثم أوجد x بحيث يكون محيط المثلث المتقايس الأضلاع مساويا لمحيط المستطيل.



الحصر والمجالات :

أستكشف :

نشاط 4

أ- قارن $\frac{70}{11}$ و6 ثم $\frac{70}{11}$ و7

نلاحظ أن $7 < \frac{70}{11} < 6$ نقول أن العدد $\frac{70}{11}$ محصور بين العددين 6 و 7 ومدى الحصر

$7 - 6 = 1$

* قارن $\frac{70}{11}$ و 6.3 ثم $\frac{70}{11}$ و 6.4

ماذا تلاحظ وما هو مدى الحصر ؟

* قارن $\frac{70}{11}$ و6.363 ثم $\frac{70}{11}$ و 6.364

ما هو مدى الحصر ؟

ب- أعط حصرا للعدد الحقيقي $\frac{114}{51}$ مداه 10^{-2}

ج- أعط حصرا للعدد الحقيقي $\frac{124}{63}$ مداه 0.001

> إذا كان x عددا معلوما ومحصورا بين عددين a و b حيث $a < x < b$
>
> نقول أن مدى الحصر هو $b - a$

أطبق:

1 أ- أوجد حصرا لكل عدد من الأعداد التالية $\sqrt{3}$, $-\frac{17}{6}$, $-\sqrt{2}$ مدى كل منها 10^{-1}

ب- أوجد حصرا لكل عدد من الأعداد السابقة مدى كل منها 10^{-4}

2 أوجد أربعة أعداد صحيحة طبيعية متتالية مجموعها محصور بين 30 و 46.

3 نعتبر المستقيم المدرج بـ (O,I) حيث $OI = 6\ cm$

أ- أوجد حصرا مداه 10^{-1} للعدد $\frac{4}{3}$

ب- عين على المستقيم (OI) النقاط A , B , C التي فاصلاتها على التوالي 1.5 ، $\frac{7}{6}$ ، $\frac{4}{3}$

نشاط 5 نعتبر المستقيم المدرج (xx') حيث O أصل التدريج و I النقطة الواحدية

أ- عين النقطتين $B(-3)$, $A(2)$

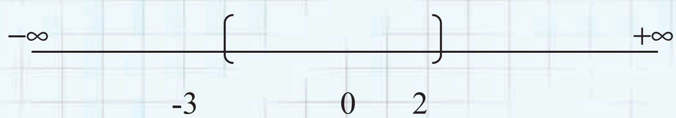
ب- أوجد خمسة أعداد محصورة بين 3- و 2

ج - نسمي J مجموعة الأعداد الحقيقية بحيث $J=\{x\in IR/-3\leq x\leq 2\}$

هل يمكن ذكر كل عناصر J ؟

$a\leq x\leq b$ يعني $a\leq x$ و $x\leq b$

نرمز إلى المجموعة J بـ $J=[-3,2]$ ونسميها مجالا مغلقا طرفاه 3- و 2 ونمثله على المستقيم المدرج كما يلي :



نشاط 6 أ- أعط عددين حقيقيين x و y ينتميان للمجال $[-2,3]$ ثم أوجد حصرا لمجموعهما

ب- نعتبر a و b عددين حقيقيين حيث $\sqrt{2}\leq a\leq\sqrt{3}$ و $\frac{\sqrt{2}}{4}\leq b\leq\frac{\sqrt{3}}{4}$

بيّن أنّ $\frac{5\sqrt{2}}{4}\leq a+b\leq\frac{5\sqrt{3}}{4}$

نشاط 7 1) لتكن a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية حيث $a\leq b$ و $c\leq d$

وليكن x و y عددين حقيقيين حيث $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$

أ- بين أن $x+y\leq b+y$ و $b+y\leq b+d$

ثم بين أن $x+y\geq a+y$ و $a+y\geq a+c$

ب-استنتج أن $a+c\leq x+y\leq b+d$

2) نعتبر a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية موجبة حيث $a\leq b$ و $c\leq d$

وليكن x و y عددين حقيقيين حيث $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$

أ- بين أن $xy\leq by$ و $by\leq bd$

ب- ماذا تستنتج ؟

ج- بين أنّ $ac\leq xy$

د- استنتج أنّ $ac\leq xy\leq bd$

1) a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية حيث $a \le b$ و $c \le d$
إذا كان $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$
فإن $a + c \le x + y \le b + d$

2) a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية موجبة حيث $a \le b$ و $c \le d$
إذا كان $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$
فإن $ac \le xy \le bd$

أطبق:

1 نعتبر x عددا حقيقيا ينتمي إلى المجال $\left[\frac{3}{5},\frac{2}{3}\right]$

أ- بين أن $15x$ ينتمي إلى المجال $[9,10]$

ب- بين أن $x-\frac{1}{2}$ ينتمي إلى المجال $\left[\frac{1}{10},\frac{1}{6}\right]$

2 نعتبر x عددا حقيقيا ينتمي إلى المجال $\left[-\frac{7}{5},\frac{-4}{3}\right]$

أ- بين أن $3x$ ينتمي إلى المجال $\left[-\frac{21}{5},-4\right]$

ب- استنتج مجالا تنتمي إليه العبارة $3x+\frac{2}{5}$

3 نعتبر x و y عددين حقيقيين حيث $|x| \le \frac{\sqrt{2}}{3}$ و $|y| \le \frac{3\sqrt{2}}{2}$

أ- أوجد حصرا للعددين x و y.

ب- بين أن $|xy| \le \frac{\sqrt{2}}{3}|y|$.

ت- استنتج أن $|xy| \le 1$.

ث- استنتج مجالا ينتمي إليه الجذاء x y.

نشاط 8

1) أ- مثل على مستقيم مدرج المجموعات التالية

$A=\{x\in IR/\ x \ge 2\}$, $A'=\{x\in IR/\ x < -1\}$

$K=\{x \in IR/-2 \le x < 0\}$, $K'=\{x\in IR/1 < x < 3\}$

ب- اكتب كلا من المجموعات السابقة في صيغة مجال

2) نعتبر المجالات التالية

$B =]-1,2[$, $C=[1,3[$, $D=]-4,-1]$, $I=[-3,+\infty[$, $J=]-\infty,4]$

المعادلات والمتراجحات

أ- أنقل ثم أتمم بما يناسب

$B = \{x \in IR / ....\}$ $D = \{x \in IR / ....\}$

$C = \{x \in IR / ....\}$ $I = \{x \in IR / ....\}$

$J = \{x \in IR / ....\}$

ب- مثل على مستقيم مدرج كلا من المجالين D و I

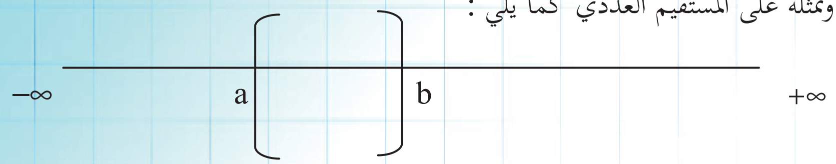
ج- مثل على مستقيم مدرج المجالات B و C و J

1) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a \le b$

I مجموعة الأعداد الحقيقية حيث $I=\{x\in IR / a\le x\le b\}$

هي المجال المغلق طرفاه a و b ونرمز إليه $I=[a,b]$

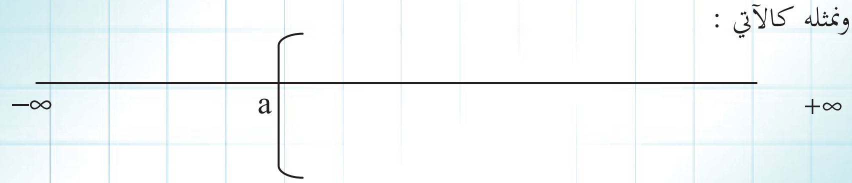
ونمثله على المستقيم العددي كما يلي :



2) J مجموعة الأعداد الحقيقية حيث $J=\{x\in IR / x\ge a\}$

هي المجال المغلق الغير محدود على اليمين طرفه a $J=[a,+\infty[$

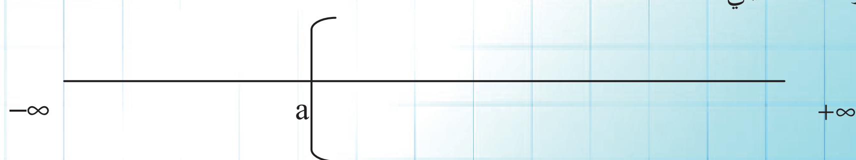
ونمثله كالآتي :



3) K مجموعة الأعداد الحقيقية حيث $K=\{x\in IR / x<a\}$

هي المجال المفتوح الغير محدود على اليسار طرفه a $J=]-\infty,a[$

ونمثله كما يلي :



4) L هي مجموعة الأعداد الحقيقية حيث $L=\{x\in IR / a\le x<b\}$

هي المجال نصف مفتوح على اليمين أو نصف مغلق على اليسار طرفاه a و b $L=[a,b[$

أطبق :

1 أكتب في صيغة مجال المجموعات التالية :

$A=\{x\in IR/-3\leq x<2\}$ $B=\{x\in IR/x\geq\sqrt{3}\}$

$C=\left\{x\in IR/x\leq\frac{5}{4}\right\}$ $D=\left\{x\in IR/x<\sqrt{\frac{7}{11}}\right\}$

$E=\{x\in IR/|x|\geq1\}$

2 أنقل على كراسك واملأ الفراغات التالية بما يناسب :

أ- $|x|\leq3$ يعني .... $x\in$

ب- $x\in\left]-2,2\right[$ يعني ....

ج- $x\in\left]-\infty,1\right[$ يعني..

د- $x\geq0$ يعني ....

3 جد مجموعة الأعداد الحقيقية x في كل حالة من الحالات التالية ومثل كلاً منها على مستقيم مدرج

أ- $|x-3|=2$

ب- $|x+2|\leq\frac{1}{2}$

ج- $|x+1|\geq3$

4 نعتبر I و J و K ثلاث مجموعات حقيقية حيث :

$I=\{x\in IR/x\geq-1\}$

$J=\left\{x\in IR/x<\frac{1}{2}\right\}$

$K=\left\{x\in IR/x\geq\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

5 أ- مثل I و J و K على نفس المستقيم العددي

ب-حدد التقاطعات التالية $I\cap J$, $K\cap J$, $K\cap I$

أ- مثل المجالات التالية على مستقيم عددي

$A=\left[1,\frac{5}{2}\right]$; $B=\left[-\frac{1}{2},1\right]$; $C=\left[\frac{-7}{2},2\right]$

ب- حدد المجالات التالية : $A\cup C$; $C\cup B$; $C\cup A$

نشاط 9 جد مجموعة الاعداد الحقيقية في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $x-7 \leq \frac{1}{2}$

ب- $2x+1 > \frac{3}{2}$

ج- $-x+1 \leq 3x+\frac{1}{4}$

د- $\frac{3}{5}x-\sqrt{3} \geq x-\sqrt{3}$

نشاط 10 تحصّل تلميذ في مادّة الرياضيات على 11,5 من 20 في الفرض العادي فما هو العدد الأدنى الذي يجب أن يتحصل عليه في الفرض التأليفي حتى يكون معدله في الرياضيات يفوق أو يساوي 13,5 من 20 علما أن المعدل يحسب بالطريقة التالية $M=\frac{Dc+2Ds}{3}$

DS و DC و M على التوالي الفرض التأليفي والفرض العادي والمعدل

كل لا مساواة تؤول كتابتها إلى $ax+b \leq 0$ أو $ax+b<0$ أو $ax+b \geq 0$ أو $ax+b>0$ حيث a عدد حقيقي معلوم ومخالف للصفر وb عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول تسمى متراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية.

أطبق:

1 حل في IR المتراجحات التالية :

أ- $3-t \geq \frac{1}{2}$

ب- $4z+\sqrt{2} < z-2\sqrt{2}$

ج- $\frac{3}{2}y+5 \leq -\frac{5}{2}y+\frac{1}{3}$

2 جد مجموعة الأعداد الحقيقية في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $|x| \leq 5$

ب- $2-|t-1| \geq \frac{2}{3}$

ج- $7y-\sqrt{7} > 7y+\sqrt{5}$

د- $x+\frac{5}{3} \leq \frac{5}{3}+x$

أحوصل

1) ليكن a و b عددين حقيقيين حيث $a \le b$

إذا كان x يحقق $a \le x \le b$ فإن $x \in [a,b]$ و $b-a$ هو مدى الحصر.

2) نعتبر a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية حيث $a \le b$ و $c \le d$

إذا كان $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$ فإن $a+c \le x+y \le b+d$

3) نعتبر a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية موجبة حيث $a \le b$ و $c \le d$

إذا كان $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$ فإن $ac \le xy \le bd$

4) نعتبر a و b عددين حقيقيين حيث $a \le b$

$a \le x \le b$ يعني $x \in [a,b]$

$a \le x < b$ يعني $x \in [a,b[$

$x \ge a$ يعني $x \in [a,+\infty[$

$< b$ يعني $x \in]-\infty,b[$

5) ليكن a عددا حقيقيا موجبا :

$|x| \le a$ يعني $x \in [-a,a]$

$|x| < a$ يعني $x \in]-a,a[$

$|x| \ge a$ يعني $x \in]-\infty,-a] \cup [a,+\infty[$

$|x| > a$ يعني $x \in]-\infty,-a[\cup]a,+\infty[$

6) كل مساواة تؤول كتابتها إلى $ax=b$ حيث a عدد حقيقي معلوم ومخالف للصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول تسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية.

7) كل لا مساواة تؤول كتابتها إلى $ax+b \le 0$ حيث a عدد حقيقي معلوم ومخالف للصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول تسمى متراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية.

تمـــارين

1 حل في IR المعادلات التالية :

$$x - 1 = 3x + \frac{2}{3}$$

$$2 - \frac{1}{2}(x + 3) = 4 - x$$

$$\frac{x}{3} + \sqrt{3} = x$$

$$\frac{x + 1}{3} = \frac{x + \frac{1}{2}}{3}$$

2 لتنظيم رحلة استطلاعية إلى جبل الشعانبي من ولاية القصرين (1544 مترا) اكترت مدرسة إعدادية حافلات بعضها يتسع لـ 95 راكبا والبعض الآخر لا يتسع إلا لـ 75 راكبا علما أن عدد الحافلات الصغيرة تفوق الكبيرة منها بحافلتين.
ما هو عدد الحافلات من كل صنف إذا علمت أن عدد المشاركين في الرحلة 830 تلميذا وأن كل المقاعد تصبح غير شاغرة ؟

3 أجب بصحيح أو خطأ

- $x+1=\frac{-1}{2}$ يعـــني $x=\frac{3}{2}$
- $x=\frac{-9}{5}$ يعـــني $2x+3=\frac{x}{3}$
- $x=0$ يعـــني $4x+\sqrt{2}=4x-\sqrt{2}$
- $x=1$ يعـــني $-\frac{x}{5}+1=1-\frac{x}{5}$

4 يتكون مبلغ مالي قدره 350 دينارا من أوراق نقدية من فئة 10 دنانير و 20 دينارا و 30 دينارا عدد الأوراق من فئة 10 دنانير يفوق التي من فئة 20 دينارا بـ 5 وعدد الأوراق من فئة 30 دينارا هو ربع عدد الأوراق من فئة 10 دنانير.
ما هو عدد الأوراق من كل فئة ؟

5 لفلاح قطيع من الغنم
باع في الأسبوع الأول نصف القطيع وباع في الأسبوع الثاني نصف ما تبقى من القطيع ثم باع في الأسبوع الثالث ربع ما تبقى وبقي له تسعة شياه
فما هو عدد القطيع ؟

6 ما هو العدد الذي إذا أضفته إلى بسط ومقام العدد الحقيقي $\frac{3}{5}$ تتحصل على $\sqrt{2}$ ؟

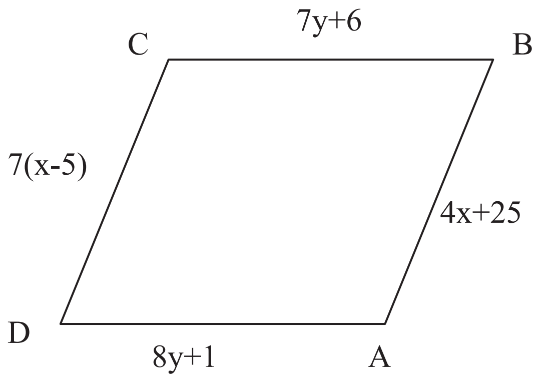
7 حل في IR المعادلات التالية :

أ) $x^2 = 3$ ب) $(4x+1)^2 = 8x + 10$

ج) $5x^2 - 5 = 0$ د) $11x^2 + 2 = 0$

8 في ما يلي متوازي أضلاع $ABCD$

ابحث عن أقيسة أضلاعه ؟



9 حل في IR المعادلات التالية

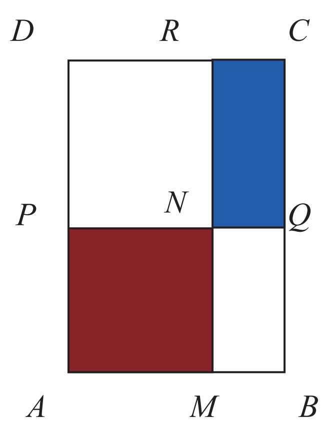
* $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = x$

* $-\sqrt{2}x + 1 = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2}x$

* $\frac{3}{2}(\frac{2}{5}x - 1) = -\frac{2}{5}(x + \frac{1}{2})$

* $-\frac{2x-1}{3} = \frac{1-2\sqrt{2}x}{3}$

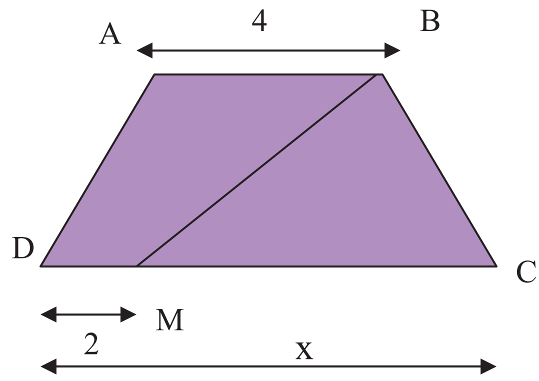
10 يمثل الشكل الموالي مستطيلا $ABCD$ حيث $AB = \sqrt{2}$ ، $AD = 3\sqrt{2}$ و M تنتمي إلى قطعة المستقيم $[AB]$ حيث $AMNP$ مربع و $NQCR$ مستطيل. أين نضع النقطة M كي تكون مساحتا $AMNP$ و $NQCR$ متساويتين.



11 يمثل الرسم التالي شبه منحرف $ABCD$ ارتفاعه h وقاعدتاه $AB = 4$, $CD = x$ بحيث $x > 2$

لتكن M نقطة من القاعدة $[CD]$ بحيث $DM = 2$

أوجد x كي تكون مساحة المثلث BMC أصغر أو تساوي نصف مساحة شبه المنحرف $ABCD$

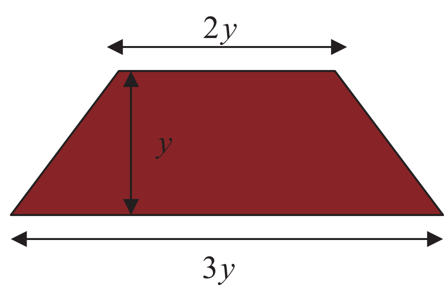


12 حل في IR المعادلات التالية :

$$(2x+3)^2 = 25 \quad , \quad (3x-1)^2 - 4 = 0$$

$$(3x+1)^2 = (2x-5)^2 \quad , \quad 4x^2 + 20x + 25 = 0$$

13 أوجد y بحيث تكون مساحة شبه المنحرف مساوية لـ $135cm^2$



14 لفلاح أرض أراد تقسيمها بين أبنائه الثلاثة

فكانت القسمة على النحو التالي :

- نصيب الابن الأول $\frac{4}{3}$ نصيب الابن الثاني
- نصيب الثالث $\frac{2}{5}$ نصيب الابن الأول زائد 5 هكتارات
- نصيب الثالث يفوق نصيب الثاني بهكتارين.

1) حدّد نصيب كل واحد من الأبناء

2) ما هي المساحة الجملية للأرض المقسمة ؟

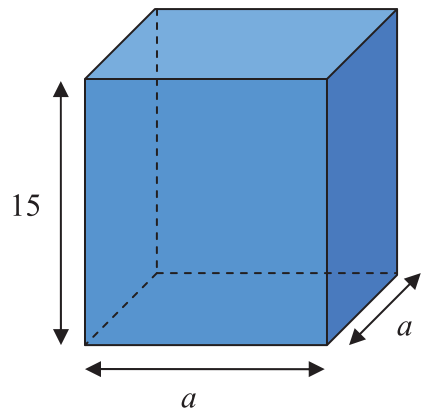
15

1) أ- بين أنّ $x^2-12x+27 = (x-6)^2-9$

ب- حل في IR المعادلة التالية بطريقتين مختلفتين: $x^2-12x+27 = 0$

2) أ- بين أن $t^2+4t-12 = (t-2)(t+6)$

ب- حل في IR المعادلة التالية $t^2+4t-12=0$



16 لاحظ الشكل ثم أوجد a بحيث يكون حجم متوازي المستطيلات مساويا لـ $555cm^3$

17 حل في IR المعادلات التالية :

أ- $2(x+1)^2-(x+1)(3x-1)=0$

ب- $(\sqrt{2}x-1)^2 = 2(x^2-1)$

ج- $(x-\sqrt{3})^2 = (2x-\frac{1}{2})^2$

د- $x+2\sqrt{x}+1=0$

م- $(x-1)-4\sqrt{x-1}=-4$

18 حل في IR المتراجحات التالية :

* $-2(x+\frac{1}{2}) \leq x-1$

* $2x-3 > x-\frac{1}{3}$

* $4x+\sqrt{2} < \sqrt{3}+4x$

* $-\frac{x}{2}+1 \leq \frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{x}{2}$

19

أ- بين أن $x^2 - x - \frac{3}{4} = (x - \frac{1}{2})^2 - 1$

ب- حل في IR المعادلات التالية

* $x^2 - x - \frac{3}{4} = -1$

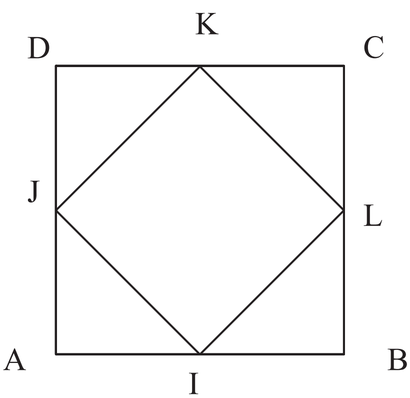
* $x^2 - x - \frac{3}{4} = 0$

* $x^2 - x - \frac{3}{4} = (x - \frac{1}{2})^2$

20

وحدة القيس هي الصنتيمتر

لاحظ الشكل التالي حيث :



- $ABCD$ مربعا و $AB = x$

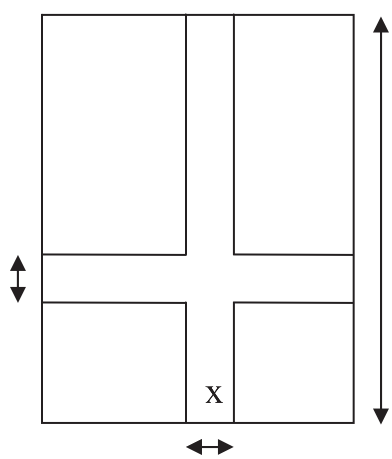
- $IJKL$ مربعا و $AI = BL = CK = DJ = 3$ $AI = 3$

1) أبحث عن البعد IJ بدلالة x

2) جد مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث مساحة الرباعي $IJKL$ تفوق $25cm^2$

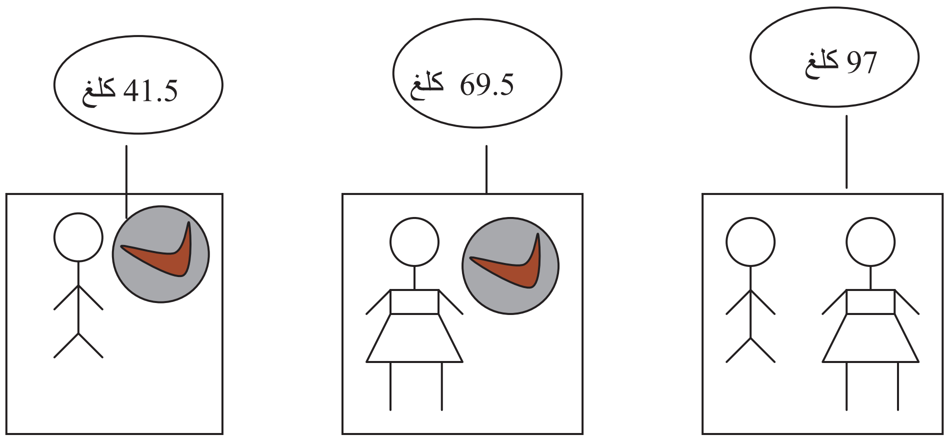
21 لفلاح مزرعة على الشكل التالي طولها 200 مترا وعرضها يساوي $\frac{2}{5}$ طولها. يشقها ممران على شكل مستطيلين عرض كل منهما x كما هو مبين في الشكل الموالي

أحسب بدلالة x مساحة الأرض المزروعة بطريقتين ؟



22 باع تاجر في اليوم الأول 40 لترا من الحليب و 5 لترا من الزيت بـ 95500 مليم
وفي اليوم الثاني باع 40 لترا من الحليب و 7 لترا من الزيت بـ 104500 مليم
ابحث عن ثمن اللتر الواحد من الزيت ثم ثمن اللتر الواحد من الحليب.

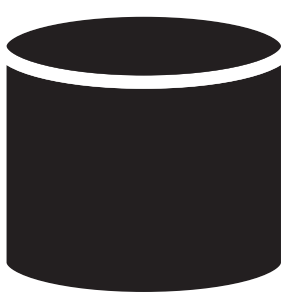
23



لاحظ الرسم السابق وقارن أوزان الطفل والبنت والكرة.

24 لصبي 8 كجات لها نفس الوزن عدا واحدة أثقل وزنا من البقية. كيف تستخرجها باستعمال ميزان مرتين فقط ؟

25 يملك ثلاثة أصدقاء على التوالي : 6 كجّات و 11 كجّة و 7 كجّات يتسلى الثلاثة بلعبة غريبة.
يعطي في كل مرة أحدهم للآخر مجموعة من الكجّات عددها ما يملكه المعطى له.
كيف يتساوى عدد كجاتهم في ثلاث عمليات ؟



26 أوجد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها 363.

27 خزان من البترول مملوء بنسبة $\frac{8}{9}$ سعته،
أستهلك منه $3400m^3$ فبقي فيه $\frac{1}{3}$ سعته.
ما هي سعة الخزان ؟

الإحصاء والإحتمالات

I الإحصاء

II الإحتمالات

الإحصاء والإحتمالات

I – الإحصاء

1– السلسلة الإحصائية المنقطعة

أستحضـر :

1 يعطي الكشف التالي مرتبات بالدينار لـ 20 عاملا بإحدى المؤسّسات الاجتماعية

480-810-630-520-630-480-520-810-480-570

520-570-520-520-520-570-810-480-520-480

أ– كون من هذه المعطيات جدولا إحصائيا

ب– مثل الجدول بمخطط العصيات

ت– استخرج منوال ومدى هذه السلسلة الإحصائية وأعط منوالا لها.

مدى سلسلة إحصائيّة منقطعة هو الفرق بين أصغر قيمة وأكبر قيمة فيها.

المنوال في سلسلة إحصائيّة منقطعة هو القيمة أو القيم ذات التّكرار الأكبر.

2 تمثل سلسلة الأعداد التالية أوزانا بالكيلوغرام لـ **48** تلميذا من مدرسة إعدادية :

35	36	38	40	39	37	35	40
46	45	45	40	40	35	35	41
37	36	35	36	35	48	47	47
50	50	58	40	37	37	37	37
42	41	41	41	40	34	34	50
34	36	37	34	42	40	41	35

1– انقل الجدول التالي ثم أكمله :

الوزن بالكلغ	34	35	36		
عدد التلاميذ	4				

2– ماهو مدى هذه السلسلة الإحصائية ؟

3– أعط منوالا لها.

3 سجلت درجات الحرارة القصوى في إحدى عواصم دول الشرق الأوسط خلال شهر جوان (30 يوما) فكانت كالآتي :

44	45	39	43	48	40	45	38	43	44
38	46	41	43	47	42	47	46	41	39
44	39	39	42	40	41	46	40	45	38

1) مثل السلسلة الإحصائية على مخطط العصيات وارسم مضلع التكرارات

2) حدد مدى هذه السلسلة ومنوالها.

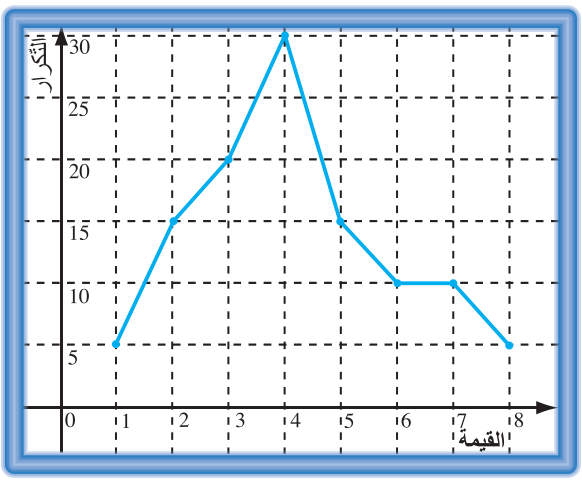
3) أ– ما هو عدد الأيام التي سجلت بها درجة حرارة تفوق 41 درجة ؟

ب– ما هو عدد الأيام التي سجلت بها درجة حرارة أقل من 44 درجة ؟

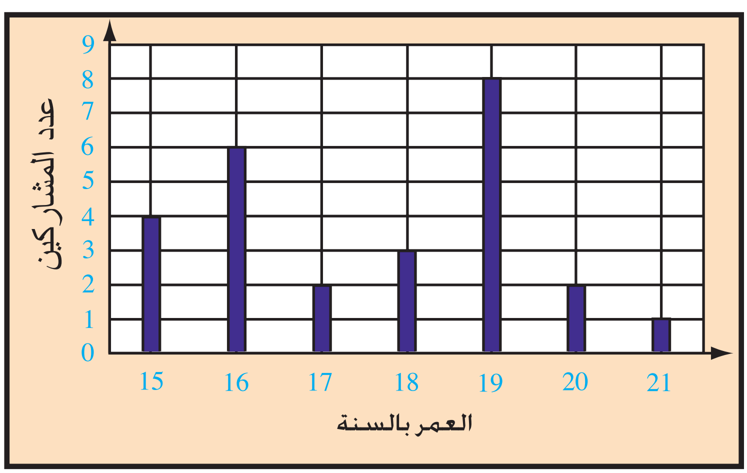
4 يمثل الرسم المقابل مضلع التكرارات لسلسلة إحصائية وأعط منوالا لها

1) جد مدى ومنوال هذه السلسلة الإحصائية.

2) احسب المعدّل الحسابي لهذه السّلسلة الإحصائيّة بأحد المعاهد الثانوية حسب أعمارهم.



5 يمثل مخطط العصيات أسفله توزع مشاركي نادي كرة القدم بأحد المعاهد الثانوية حسب أعمارهم



المعدّل الحسابي لسلسلة إحصائيّة منقطعة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل قيمة والتّكرار الموافق لها على التّكرار الجملي لهذه السّلسلة.

1. ما هو عدد المشاركين بهذا النادي ؟
2. أعط منوالا لهذه السلسلة وحدد مداها.
3. احسب معدلها الحسابي.

لإيجاد **موسط سلسلة إحصائيّة منقطعة** ذات ميزة كمية تكرارها الجملي، نرتّب قيمها تصاعديّا أو تنازليّا ويكون الموسّط هو :

- القيمة التي ترتيبها $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا فرديّا.
- المعدّل الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$

6 تكونت في أحد الأقسام ثلاث فرق رياضية ويعطي الكشف التالي أعمار أفراد كل فريق :

الفريق الأول : 17 ، 16 ، 15 ، 18 ، 14 ، 14 ، 16

الفريق الثاني : 16 ، 16 ، 15 ، 14 ، 18 ، 16

الفريق الثالث : 18 ، 17 ، 14 ، 15 ، 16 ، 17

حدد موسط أعمار كل فريق من هذه الفرق.

7 يمثل الجدولان التاليان أعداد التلاميذ في أحد الفروض في الرياضيات بالقسمين 9 أساسي 1 و 9 أساسي 2.

9 أساسي 1.

الأعداد	6	7	8	10	12	14	15
التكرار	2	3	5	6	4	5	4

9 أساسي 2.

الأعداد	3	5	9	12	14	16	18
التكرار	3	2	6	10	3	2	2

1. أ- حدد موسط كل قسم.

ب- قال أحد تلاميذ القسمين : " 50% من أعداد تلاميذ قسمي أصغر أو تساوي 10 و 50% منها أكبر من 10". إلى أي قسم ينتمي هذا التلميذ ؟

2. أ- احسب المعدل الحسابي لكل قسم في هذا الفرض.

ب- أي القسمين أفضل بالنسبة للأعداد المتحصل عليها في هذا الفرض ؟

2 - السلسلة الإحصائية المسترسلة

أستحضر :

1 لنعتبر معطيات النشاط عدد 2

1) انقل الجدول التالي ثم أكمله

الوزن	من 34 إلى ما دون 39	من 39 إلى ما دون 44	من 44 إلى ما دون 49		
عدد التلاميذ					

(2

أ- اذكر من خلال الجدول السابق فئتين والتكرار الموافق لكل منهما.

ب- ماهو مدى هذه السلسلة الإحصائية ؟ ماذا تلاحظ ؟

ج- ارسم مخطط المستطيلات الممثل لهذه السلسلة الإحصائية.

مدى سلسلة إحصائيّة مسترسلة هو الفرق بين الطرف الأصغر في الفئة الأولى والطرف الأكبر في الفئة الأخيرة.

2 يبيّن الجدول التالي الأعداد التي تحصّل عليها تلاميذ أحد الأقسام في أحد الفروض التّأليفية لمادة الرّياضيات.

العدد	$[0,5[$	$[5,10[$	$[10,15[$	$[15,20[$
التّكرار	**3**	**7**	**12**	**8**

إذا كانت كل الفئات متساوية المدى فإن **المنوال** أو **الفئة المنوال** هي كل فئة لها التّكرار الأكبر.

مركز الفئة هو المعدّل الحسابي لطرفيها.

1) مثّل هذه السّلسلة بمخطّط المستطيلات

2) انقل الجدول التّالي ثم أكمل

العدد	$[0,5[$	$[5,10[$	$[10,15[$	$[15,20[$
مركز الفئة	**2,5**			
التّواتر				

المعدّل الحسابي لسلسلة إحصائيّة مسترسلة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل مركز فئة و التّكرار الموافق لها على التّكرار الجملي لهذه السّلسلة.

3) احسب معدّل الأعداد ثم ارسم مضلّع التّواترات لهذه السّلسلة.

3 - التكرارات التّراكميّة والتّواترات التّراكميّة

نشاط 1 يمثل الجدول التّالي توزّع تلاميذ أحد الأقسام بإحدى المدارس الإعداديّة حسب عدد الإخوة لكلّ منهم.

عدد الأخوة	0	1	2	3	4	5
التّكرار(عدد التّلاميذ)	2	5	7	6	4	4

- التكرار التّراكمي الصّاعد الموافق لقيمة ما، هو مجموع تكرارات القيم الأصغر أو المساوية لها.
- التكرار التّراكمي النّازل الموافق لقيمة ما، هو مجموع تكرارات القيم الأكبر أو المساوية لها.

1) انقل الجدول التّالي ثمّ أتممه

القيمة x (عدد الأخوة)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
عدد التّلاميذ الذين عدد إخوتهم أصغر أو مساو لـ x	**2**	**7**				**28**

عدد التّلاميذ الذين عدد إخوتهم أصغر أو مساو لـ x يسمّى **التّكرار التّراكمي الصّاعد** الموافق للقيمة x

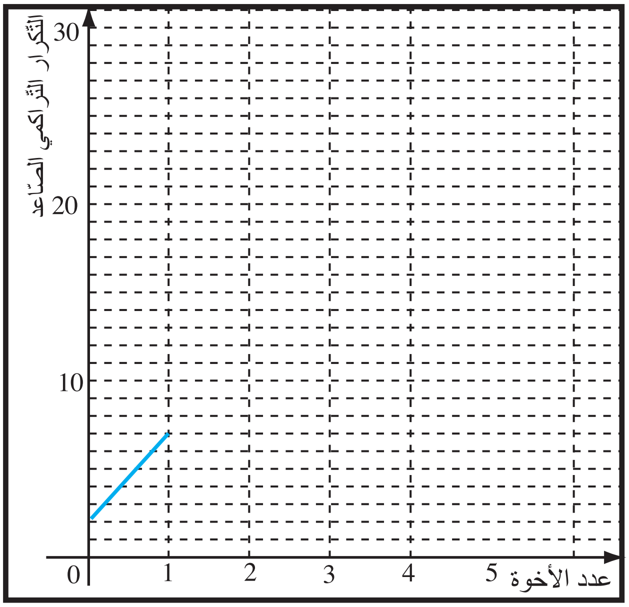
ويسمّى **الجدول المتحصّل عليه جدول التكرارات التراكميّة الصّاعدة.**

2) انقل الجدول التّالي ثمّ أتممه

القيمة x (عدد الأخوة)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
عدد التّلاميذ الذين عدد إخوتهم أكبر أو مساو لـ x	**28**				8	4

عدد التّلاميذ الذين عدد إخوتهم أكبر أو مساو لـ x يسمّى **التّكرار التّراكمي النازل** الموافق للقيمة x

ويسمّى **الجدول المتحصّل عليه جدول التكرارات التراكميّة النازلة.**



3)

أ - انقل المعيّن التّالي وعيّن عليه النّقاط التي إحداثياتها قيمة x (عدد الأخوة) والتّكرار التّراكمي الصّاعد الموافق لها

ب - أتمم رسم المضلّع الذي يربط النّقاط المتحصّل عليها نسمّى هذا المضلع : **مضلّع التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة**

4)

أ . ارسم معيّنا مماثلا وعيّن عليه النّقاط التي إحداثياتها قيمة x (عدد الأخوة) والتّكرار التّراكمي النازل الموافق لها.

ب . أتمم رسم المضلّع الذي يربط النّقاط المتحصّل عليها نسمّى هذا المضلع : **مضلّع التّكرارات التّراكميّة النازلة.**

نشاط 2 الجدول التّالي يبيّن توزع 25 تلميذا بأحد الأقسام حسب أطوالهم بالصنتيمتر

الطّول	150	152	153	154	155	156	158	160
التّكرار (عدد التلاميذ)	1	3	3	4	5	3	4	2

1) كوّن جدولا يحتوي التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة

2) ارسم مضلّع التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة

التّواتر التّراكمي هو ناتج قسمة التّكرار التّراكمي على التّكرار الجملي .

نشاط 3 نعتمد في هذا النّشاط الجدول السّابق

1) انقل ثم أكمل

الطّول	150	152	153	154	155	156	158	160
التّكرار التّراكمي الصّاعد	1	4						
التّواتر التّراكمي الصّاعد	0,04	0,16						

2) ارسم مضلّع التّواترات التّراكميّة الصّاعدة.

نشاط 4 يبيّن الجدول التّالي المعدّلات العامة في مادّة الرّياضيات لـ 500 تلميذا بإحدى المدارس الإعداديّة.

الفئة	$[6,8[$	$[8,10[$	$[10,12[$	$[12,14[$	$[14,16[$	$[16,18[$	$[18,20[$
التّكرار (عدد التّلاميذ)	30	70	160	120	85	29	6

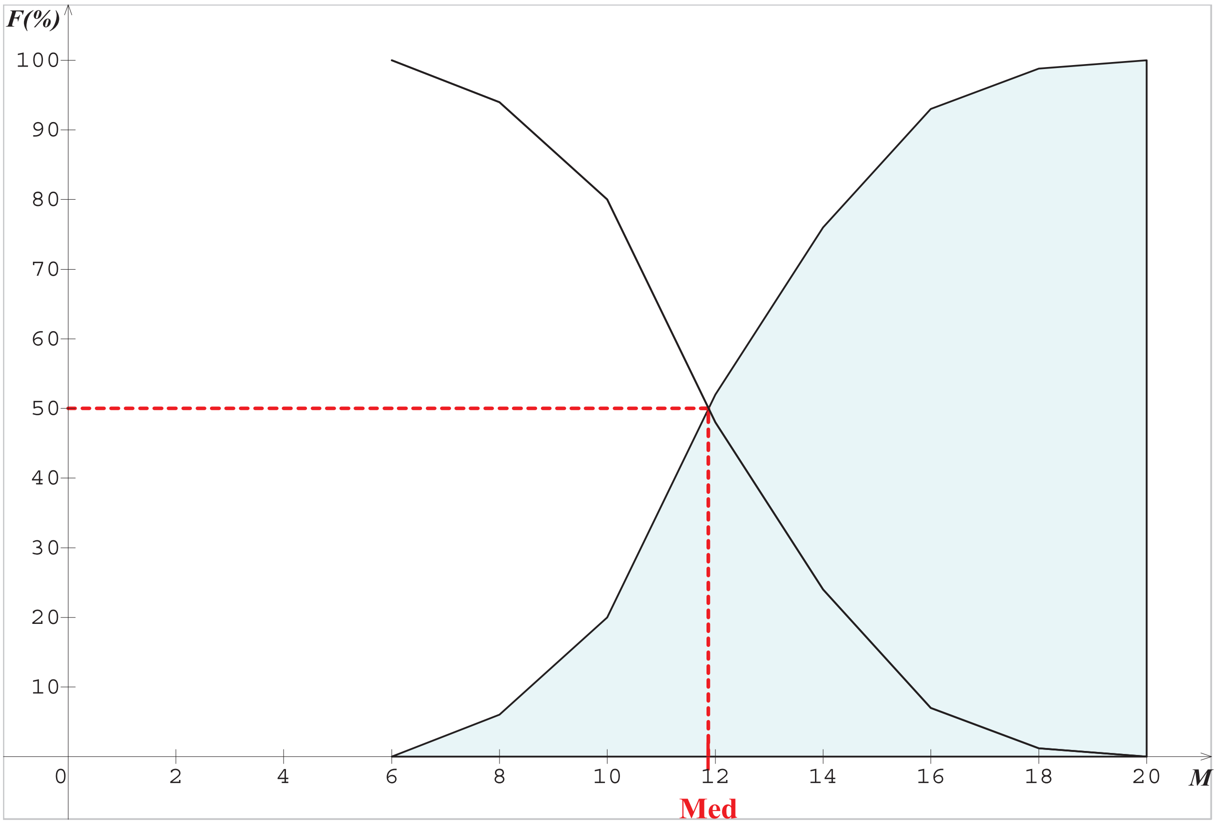
التكرار التّراكمي الصّاعد الموافق لفئة ما ، هو مجموع تكرارات القيم الأصغر قطعا من طرفها الأكبر.
التكرار التّراكمي التّازل الموافق لفئة ما ، هو مجموع تكرارات القيم الأكبر أو المساوية لطرفها الأصغر.

التّواتر التّراكمي بالنّسبة المائويّة يساوي ناتج ضرب التّواتر التّراكمي في 100.

1) انقل ثم أكمل الجدول التالي :

الفئة	$[6,8[$	$[8,10[$	$[10,12[$	$[12,14[$	$[14,16[$	$[16,18[$	$[18,20[$
التّكرار التّراكمي الصّاعد	30	100					
التّواتر التّراكمي الصّاعد بالنّسبة المائويّة	6%	20%					

2) ارسم مضلّع التّواترات التّراكميّة الصّاعدة ومضلّع التّواترات التّراكميّة النازلة.
3) جد قيمة تقريبية لموسط هذه السلسلة.
4) لاحظ الرسم التالي وتحقق من أجوبتك.



موسّط سلسلة إحصائيّة مسترسلة تكرارها الجملي N هو فاصلة النّقطة التي تنتمي إلى مضلّع التّكرارات التّراكمية والتي ترتيبتها $\frac{N}{2}$ إذا كان N عددا زوجيّا أو $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا فرديّا.

موسّط سلسلة إحصائيّة مسترسلة هو فاصلة النّقطة التي تنتمي إلى مضلّع التّواترات التّراكمية والتي ترتيبتها 0,5 (أو 50% إذا كانت التّواترات بالنسبة المائويّة)

أطبق :

1 يبيّن الجدول التّالي توزّع 300 جهاز كمبيوتر حسب سعة القرص الصّلب في كلّ جهاز) وحدة القيس هي **GegaOctet**)

السّعة	80	120	200	320	500
عدد الأجهزة	18	67	75	100	40

$1\ KO = 2^{10}$ octets
$= 1024$ octets
$1\ MO = 2^{20}$ octets
$= 1024\ KO$
$1\ GO = 2^{30}$ octets
$= 1024\ MO$

أ- ما هو الجهاز الأكثر شيوعا في هذه المجموعة الإحصائيّة ؟

ب- جد معدّل سعة الأقراص الصّلبة لهذه الأجهزة.

ت- جد موسّط هذه السّلسلة الإحصائيّة.

ث- كوّن جدول التّواترات التّراكميّة الصّاعدة بالنّسب المائويّة.

ج- مثّل الجدول المتحصّل عليه بمخطّط العصيّات ثم بمضلّع التواترات التراكميّة الصاعدة في نفس المعيّن.

2 يبيّن الجدول التّالي الاستهلاك السّنوي من الكهرباء بتجمّع سكني يضمّ 100 عائلة) مقاسا بالميغاواتMW)

الفئة (الاستهلاك (MW))	أقل من 0.5	$[0.5,1[$	$[1,1.5[$	$[1.5,2[$	$[2,2.5[$	$[2.5,3[$
التّكرار(عدد العائلات)	7	26	28	25	10	4

أ- جد معدّل استهلاك الكهرباء للعائلة الواحدة بهذا التّجمّع السّكني.

ب- ما هو عدد العائلات التي تستهلك سنويّا كميّة من الكهرباء لا تقلّ عن 1500 KW ؟

ت- ما هو عدد العائلات التي تستهلك سنويّا كميّة من الكهرباء أقل من 1000 KW ؟

ث- ارسم مضلع التكرارات لهذه السلسلة الإحصائيّة.

ج- كوّن جدول التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة لهذه السّلسلة الإحصائيّة.

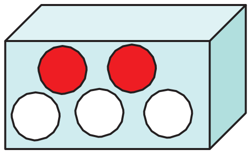
ح- مثّل هذا الجدول بمضلّع.

خ- استنتج موسّط استهلاك الكهرباء بهذا التّجمع السّكني.

1 KW = 1000 W
1 MW = 1000 KW

II. الاحتمالات

أمثلة لتجارب عشوائية



نسمي هذه التجربة

تجربة عشوائية

نشاط 1 نعتبر الصندوق المقابل :

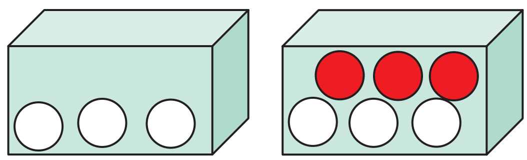
نفترض أنه مغلقا بحيث لا نرى الكويرات داخله.

تتمثل التجربة في سحب كويرة واحدة منه ثم تسجيل لونها.

1) أ- قارن احتمال سحب كويرة بيضاء واحتمال سحب كويرة حمراء.

ب- ما هو احتمال سحب كويرة بيضاء ؟ وما هو احتمال سحب كويرة حمراء ؟

2) نقوم بنفس التجربة في الحالتين التاليتين :



- **يكون الحدث أكيدا إذا كان احتماله مساو لـ 1.**
- **يكون الحدث مستحيلا إذا كان احتماله مساو لـ 0.**
- **يكون الحدث ممكنا إذا كان احتماله أكبر من 0.**

نشاط 2 لكل قطعة نقود وجهان: نرمز لهما بـ « P » : و « F ».

يلقي محمد قطعة النقود ثلاثين مرّة، ويسجّل في كل مرّة رمز الوجه العلوي فيتحصل على النتائج التالية :

P,F,P,P,P,F,F,P,F,P,F,F,F,P,F,F,F,F,P,F,P,P,P,F,P,P,F,F,P,F

1. أنقل الجدول المقابل على كراسك ثم أكمله :

الوجه	P	F
عدد المرّات		
التواتر بالنسبة المائوية		

2. قم، بدورك، بنفس التجربة خمسون مرة وقارن تواتر كل من الوجهين P و F.
3. ما هو، حسب رأيك، احتمال الحصول على الوجه « P » ؟ استنتج احتمال الحصول على الوجه « F ».
4. لو قام صديقك بنفس التجربة مائة مرة، هل يمكن أن يتحصّل 100 مرة على الوجه « P » ؟

نشاط 3 السحب المتتالي بدون إرجاع

بكيس 5 أقراص : 2 بيضاء و 3 حمراء.

قام علي بسحب قرص من الكيس بطريقة عشوائية ودون أن يرجعه قام بطريقة عشوائية بسحب قرص آخر.

1. كوّن شجرة الاختيار الموافقة لهدا السحب. ما هو عدد إمكانيات السحب ؟
2. انقل الجدول التالي ثم أتممه :

نتيجة السحب	قرص أبيض فقرص أبيض	قرص أبيض فقرص أحمر	قرص أحمر فقرص أبيض	قرص أحمر فقرص أحمر
عدد إمكانيات النتيجة	2			
تّواتر إمكانياته بالنّسبة المائوية				

3. ما هو احتمال سحب قرصين بيضاوين ؟
4. ما هو احتمال سحب قرصين حمراوين؟
5. ما هو احتمال سحب قرصين لهما نفس اللون؟
6. ما هو احتمال سحب قرصين مختلفي اللون ؟

نشاط 4 السحب المتتالي مع الإرجاع

نعتبر نفس الكيس (به 5 أقراص : 2 بيضاء و 3 حمراء)

قام سامي بسحب قرص من الكيس بطريقة عشوائية ثم أرجعه ثم قام مرة أخرى و بطريقة عشوائية بسحب قرص.

1 . كوّن شجرة الاختيار الموافقة لهدا السحب . ما هو عدد إمكانيات السحب؟

2 . انقل الجدول التالي ثم أتممه:

نتيجة السحب	قرص أبيض فقرص أبيض	قرص أبيض فقرص أحمر	قرص أحمر فقرص أبيض	قرص أحمر فقرص أحمر
عدد إمكانيات النتيجة	4			
تّواتر إمكانياتها بالنّسبة المائوية				

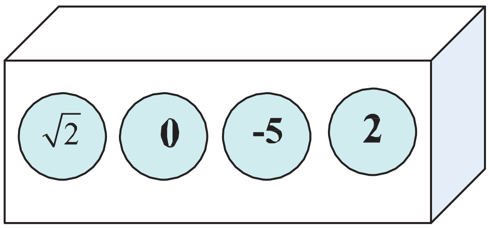
3. ما هو احتمال سحب قرصين بيضاوين ؟
4. ما هو احتمال سحب قرصين حمراوين ؟
5. ما هو احتمال سحب قرصين لهما نفس اللون ؟
6. ما هو احتمال سحب قرصين مختلفي اللون ؟

نشاط 5 السحب المتزامن

صندوق يحتوي على أربعة أقراص تحمل

الأعداد: 0 و 2 و 5- و $\sqrt{2}$

لنعتبر التجربة العشوائية التالية : سحب قرصين معا ثم الاهتمام بجذاء العددين المتحصّل عليهما.



1. جد مجموعة النتائج الممكنة.
2. انقل الجدول المقابل ثم أتممه.
3. أ) ما هو احتمال الحصول على جذاء سالب ؟

ب) ما هو احتمال الحصول على جذاء موجب ؟

4. ما هو احتمال الحصول على جذاء صحيح طبيعي ؟
5. ما هو احتمال الحصول على جذاء أكبر أو يساوي 2 ؟

جذاء العددين	-10	$-5\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	0
عدد الإمكانيات				
تّواتر إمكانيات الجذاء				

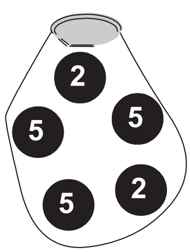
نشاط 6

صندوق يحتوي على خمسة أقراص، ثلاثة تحمل الرقم 5 واثنان يحملان الرقم 2.

نعتبر التجربة الآتية: سحب قرص ثم إرجاعه ثم سحب آخر بصفة عشوائية ثم تكوين العدد ذي رقمين،رقم آحاده هو رقم القرص الذي سحب أولا ورقم عشراته رقم القرص الذي سحب ثانية.

1. ابحث عن مجموعة الأعداد التي يمكن الحصول عليها اثر هذه التجربة ؟
2. انقل الجدول التالي ثم أتممه :

العدد	22	25	52	55
عدد الإمكانيات				
التّواتر بالنسبة المائوية				



3. نعتبر الحدثين التاليين :

"الحصول على عدد فردي" و" الحصول على عدد زوجي".

ما هو الحدث الأكثر احتمالا ؟

4. أ) ما هو احتمال الحصول على عدد يكون قابلا للقسمة على 3 ؟

ب) ما هو احتمال الحصول على عدد يكون قابلا للقسمة على 11 ؟

ج) ما هو احتمال الحصول على عدد يكون قابلا للقسمة على 5 ؟ (أعط النتائج في صيغة نسب مائوية)

تمـــارين

1 يمثل الجدول التالي توزيع عدد الحرفاء المرتادين لقاعة سينما على مدى أسبوع علما بأن الراحة الأسبوعية لهذه القاعة هي يوم الإثنين.

اليوم	الثلاثاء	الإربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
عدد الحرفاء	770	520	660	250	830	970

1) ما هو المعدل اليومي لعدد الحرفاء المرتادين لهذه القاعة ؟

2) ما هي النسبة المائوية للحرفاء يوم الجمعة ؟

3) مثل هذه السلسلة بمخطط دائري.

4) أعط منوالا لهذه السلسلة الإحصائية.

2 يقدّم الجدول التالي مساحة دول المغرب العربي بالكيلومتر المربع :

الدولة	تونس	الجزائر	المغرب	ليبيا	موريطانيا
المساحة بالكم المربع	164.150	2.381.740	710.850	1.775.500	1.030.700

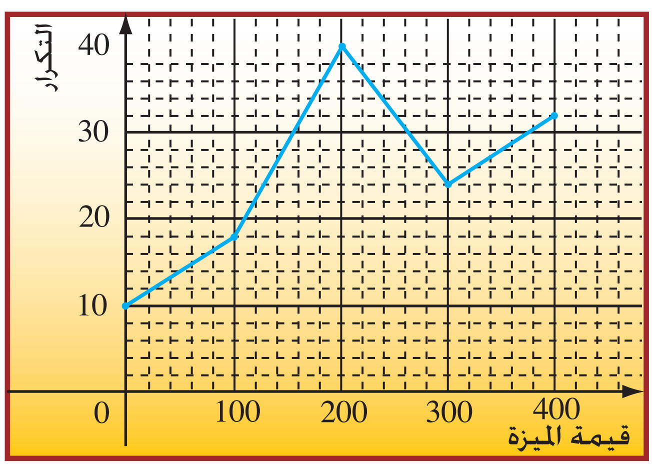
1) ما هي النسبة المائوية لمساحة تونس بالنسبة للمساحة الجملية لمنطقة المغرب العربي ؟

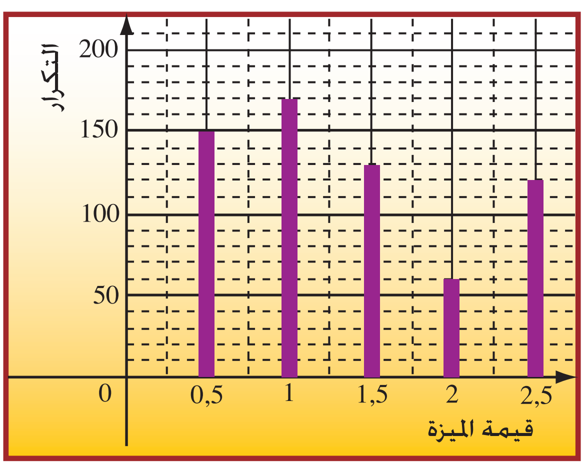
2) مثّل الجدول السابق بمخطط دائري.

3 في ما يلي مخطّطان لسلسلتين إحصائيّتين منقطعتين.

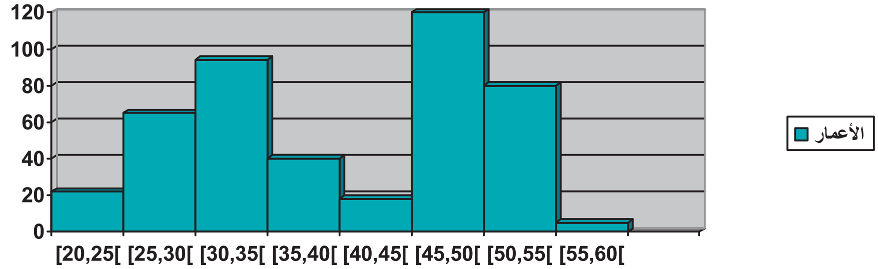
1) كوّن جدولا للسّلسلة الإحصائيّة الموافقة لكلّ مخطّط.

2) جد المدى والمعدّل الحسابي والموسط لكلّ من السّلسلتين التاليتين وأعط منوالا لكلتيهما.





4 يمثل مخطط المستطيلات التالي توزّع عمّال حظيرة حسب أعمارهم



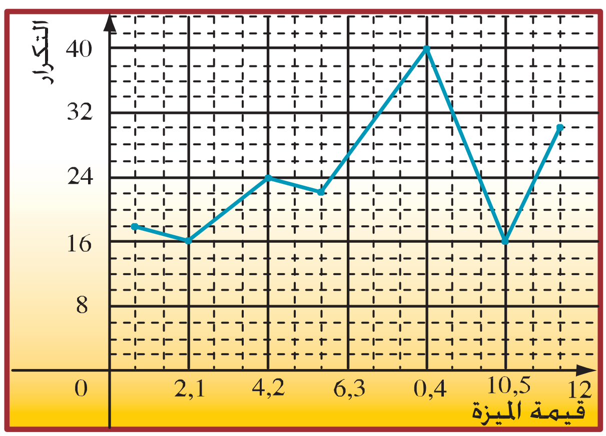
1) كوّن جدولا لهذه السّلسلة الإحصائيّة ؟

2) ما هو التكرار الجملي لهذه السلسلة ؟

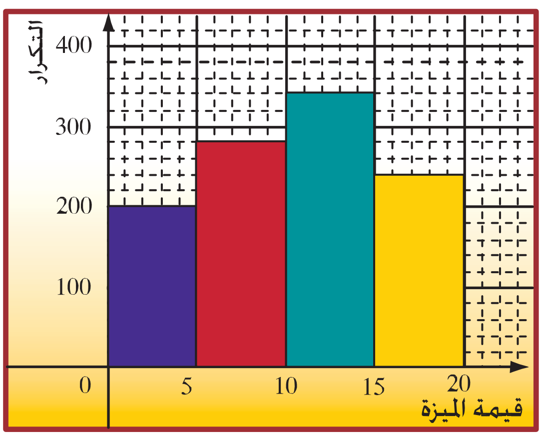
3) ما هو مدى هذه السلسلة وما هو منوالها ؟

4) ما هو معدل الأعمار بالنسبة لعمّال هذه الحظيرة ؟

5 في ما يلي مخطّطان لسلسلتين إحصائيّتين.



المخطّط 1



المخطّط 2

1) كوّن جدولا للسّلسلة الإحصائيّة الموافقة لكلّ مخطّط .

2) جد مدى كلّ من السّلسلتين وأعط منوالا لكلتيهما.

3) جد موسط السلسلة الموافقة للمخطط 1.

4) أ- كوّن جدول التواترات التراكمية الصاعدة للسّلسلة الموافقة للمخطط 2.

ب- ارسم مضلع التواترات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة.

ج- استنتج قيمة تقريبية لموسطها.

6 قامت إدارة مدرسة إعدادية بجمع معلومات حول الفترة الزمنية التي يقضيها كل تلميذ يوميا أمام التلفاز خلال العطلة فأفرزت المعطيات المبيّنة بالجدول التالي :

الزمن بالساعة	$[0,2[$	$[2,4[$	$[4,6[$	$[6,8[$
عدد التلاميذ	**270**	**120**	**90**	**20**

1) ما نوع هذه الميزة ؟

2) كوّن جدول التواترات بالنسب المائوية.

3) ارسم المخطّط الدائري لهذه التواترات.

4) أ- كوّن جدول التكرارات التراكمية النازلة لهذه السّلسلة الإحصائية.

ب- ارسم مضلع التكرارات التراكمية النازلة لهذه السلسلة.

ج- أعط قيمة تقريبية لموسّط هذه السّلسة. ما هو مدلوله ؟

7 يبين الجدول التالي توزّع 150 رياضيا في ألعاب القوى حسب الوقت المسجل لقطع مسافة 400 متر حواجز.

الفئة (الوقت المسجّل بالثواني)	$[48,52[$	$[52,56[$	$[56,60[$	$[60,64[$	$[64,68[$
النسبة المائوية	**6 %**	**30%**	**32%**	**24%**	**8%**

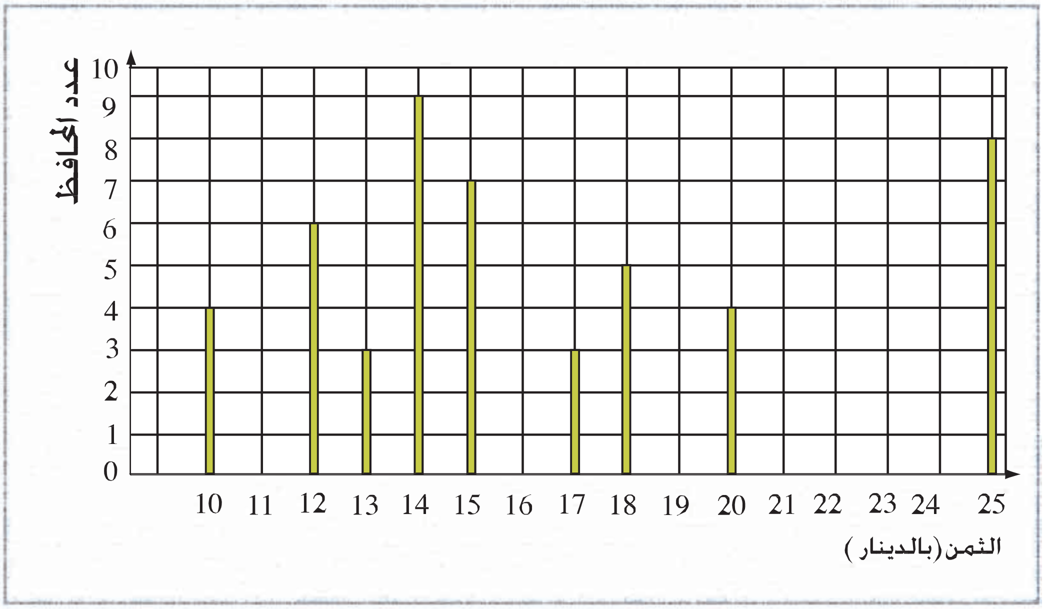
1) ما هي ميزة هذه السّلسلة وما هي خاصيتها ؟

2) ما هو عدد الرياضيين الذين سجلوا وقتا محصورا بين دقيقة و 48 ثانية ؟

3) كوّن جدول التّكرارات التّراكمية الصّاعدة ومثّلها بمضلّع.

4) أعط قيمة تقريبية لموسّط هذه السّلسة.

8 يبين المخطط أسفله عدد المحافظ المباعة في مكتبة خلال الشّهر الأوّل من السّنة الدّراسيّة حسب أثمانها بالدينار :



1) ما هو ثمن أكثر المحافظ رواجا في هذه المكتبة ؟

2) كون جدول هذه السلسلة الإحصائية.

3) حدّد موسّط هذه السّلسلة.

4) كون جدول التوترات التراكمية النازلة لهذه السلسلة.

9 تقدّم المعطيات التالية قوة 30 رجة أرضية بإحدى الجزر اليابانية بمقياس "رشتر"

4.3	4.6	5.4	4.2	4.6	4.2
5.3	4.6	5.6	4.7	4.2	4.5
5.2	4.3	5.3	4.5	5.2	5.3
4.6	4.2	5.2	4.6	5.3	4.1
4.7	4.1	4.3	4.3	5.4	5.4

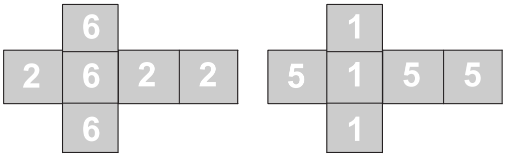
1) كون جدولا إحصائيّا لهذه السّلسلة.

2) أعط منوالا لهذه السّلسلة.

3) حدّد النسبة المائوية لهذه الرّجات الأرضية الأقل من 5 درجات

4) أرسم مخطّط التّوترات التّراكمية الصّاعدة لهذه السلسلة

5) ما هو معدّل الرّجات الأرضية في هذه الجزيرة ؟



10 يمثل الرسم المقابل أوجه لنردين،

يحمل الأول الأرقام 1 و 1 و 1 , 5

و 5 و 5 ويحمل الثاني الأرقام 2 و 2

و 2 و 6 و 6 و 6

لنعتبر اللعبة التالية بين لاعبين اثنين :

يختار كل لاعب نردا ثم يرمي اللاعبان النردين،

ويعتبر فائزا اللاعب الذي يتحصّل على عدد أكبرعلى الوجه الفوقي.

إن كنت طرفا في اللعبة، ما هو النرد الذي تختاره ؟

11 نرمي نردين متشابهين يحملان أوجها مرقمة من 1 إلى 6 ، ونسجل القيمة المطلقة للفرق بين الرقمين المتحصل عليهما بالوجهين العلويين.

1- أ) أعط كل الإمكانيات التي على إثرها، تتحصل على نتيجة تساوي 5.

ب) أعط كل الإمكانيات التي على إثرها، تتحصل على نتيجة تساوي 0.

2- أ) أعط مثالين من الأحداث المستحيلة لهذه التجربة.

ب) أعط مثالين من الأحداث الأكيدة لهذه التجربة.

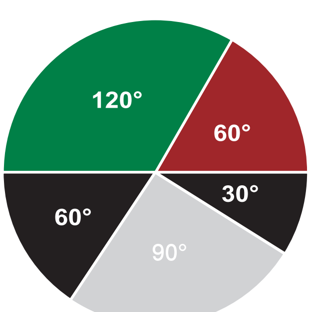
3- أنقل على كراسك ثم أكمل الجدول التالي :

النتيجة	0	1	2	3	4	5
عدد الإمكانيات						
التواتر						

4- أ) ما هو احتمال أن تكون النتيجة أكبر أو تساوي 4 ؟

ب) استنتج احتمال أن تكون النتيجة أصغر أو تساوي 3.

12 رمى أحمد سهما بصفة عشوائية على القرص المقابل.



نعتبر الأحداث التالية:

الحدث1: « يقع السهم على مكان أخضر»

الحدث2: « يقع السهم على مكان أسود»

الحدث3: « يقع السهم على مكان بنيّ »

الحدث4: « يقع السهم على مكان رمادي »

1- أ) ما هو الحدث الأكثر احتمالا من بين هذه الأحداث ؟

ب) ما هو الحدث الأقل احتمالا من بين هذه الأحداث ؟

2- قارن الحدثين 2 و 3 .علل جوابك.

3- نعتبر أن وقوع السهم خارج القرص حدثا مستحيلا.

جد احتمال كل من الأحداث 1 و 2 و 3 و 4 ، إذا علمت أن هذه الاحتمالات تتناسب مع مساحات القطاعات الدائرية المكونة لها.

(استعمال الحاسوب)

13 1- افتح برنامج إيكسال Excel واضغط داخل الخانة (A,1) واكتب داخلها العبارة التالية =TRONQUE(ALEA( )*10) ثم اضغط على الزر Entrer بلوحة الملامس لتتحصل على عدد صحيح طبيعي أقل من 10 بطريقة عشوائية ولكي تتحصل على مائة عدد مماثل، انطلق من أسفل الزاوية للخانة (A,1) ثم كرر وأنت ضاغط على الفأرة حتى الوصول إلى مستوى الـ 100.

2- أنقل على كراسك الجدول التالي ثم أكمله :

الرقم	0	1	2	3	....	....	....	.....	....	9
عدد المرات										
التواتر بالنسبة المئوية										

3- من خلال هذه التجربة، ما هو احتمال الحصول على كل من الأرقام التالية 0، 1 ، 2 و9 ؟

4- ماذا تلاحظ ؟

14 يلعب أحمد بنرد أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 كما يلي : يرمي النرد مرتين متتاليتين ويسجل الرقم الفوقي في كل مرّة.

1. أنقل ثم أكمل على كراسك : مجموعة النتائج الممكنة لهذه التجربة العشوائية هي:
$\{(1,1,1)\ ,\ (1,\ 1\ ,\ 2)\ ,\ .....\}$
2. انقل الجدول التالي ثم أتممه.

مجموع الأرقام الثلاثة الفوقية	3	4	5	6
عدد إمكانيات المجموع	1			
تّواتر إمكانيات المجموع				

3. ما هو احتمال الحصول على مجموع يساوي 4 ؟
4. ما هو احتمال الحصول على مجموع أكبر أو مساو لـ 5 ؟
5. ما هو احتمال الحصول على مجموع مساو لـ 2 ؟
6. ما هو احتمال الحصول على مجموع أكبر من 1 ؟

التعيـــين في المستوي

I

التعيين في المستوي

التعيين في المستوي

استحضر :

1

1- انقل على كرّاسك ثم أكمل بـــ "صواب" أم "خطأ" :

- إذا كان A و B نقطتين مختلفتين من مستقيم Δ فإن (A,B) يمثل معينا لهذا المستقيم ....
- كل ثلاثي من النقاط (O, I, J) من المستوي يسمّى معيّنا متعامدا في المستوي. ....

2- أكمل :

إذا كان (O, I, J) معيّنا في المستوي فإن :

النقطة O تسمى .... ، النقطة I تسمّى .... والنقطة J تسمّى ....

المستقيم (OI) يسمّى .... ، المستقيم (OJ) يسمّى ....

2

ليكن Δ مستقيما مدرجا بمعين (O,I) حيث OI=2cm.

1- عين النقاط A و B و C بحيث $x_A = 2$ و $x_C = -3$ و $x_B = \sqrt{2}$.

2- أحسب AC ثم BC

3- أوجد فاصلة النقطة D علما أن CD=8 و $D \in [OA]$

إذا كانت A و B نقطتين من مستقيم مدرج، فإن : $AB=|x_B - x_A|.OI$

3

ليكن (O,I,J) معينا متعامدا في المستوي و OI=1cm و OJ=1cm.

ارسم النقاط A(2,3) و B(-3,1) و $C(\frac{15}{4},-2)$.

1-أ- ارسم النقاط 'A و 'B و 'C مناظرات النقاط A و B و C على التوالي بالنسبة إلى (OI).

ب- حدد إحداثيات كل من 'A و 'B و 'C

2-أ- ارسم النقاط E و F و G مناظرات النقاط A و B و C على التوالي بالنسبة إلى (OJ).

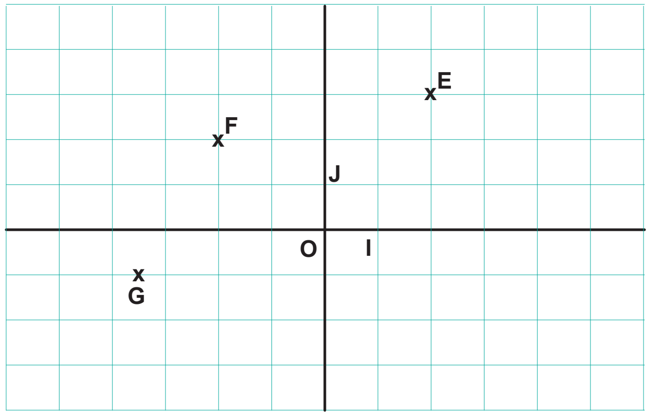
ب- حدد إحداثيات كل من E و F و G.

3- أنقل على كراسك ثم أكمل بما يناسب :

إذا كانت إحداثيات النقطة M هي الزوج (x,y) فإن :

- إحداثيات مناظرها 'M بالنسبة إلى (OI) هي ....
- إحداثيات مناظرها ''M بالنسبة إلى (OJ) هي ....

4 لاحظ الرسم التالي حيث (O,I,J) معين متعامد في المستوي و OI=OJ



1- حدّد إحداثيات كل من النقاط الموجودة على الرسم.

2- أ- ارسم النقاط 'E و 'F و 'G مناظرات النقاط E و F و G على التوالي بالنسبة إلى النقطة O.

ب- حدد إحداثيات كل من 'E و 'F و 'G.

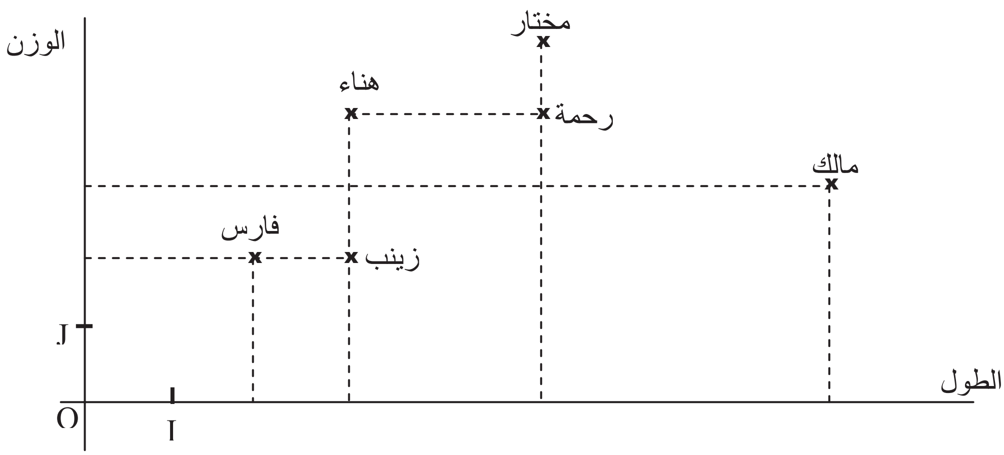
3- أنقل على كراسك ثم أكمل بما يناسب :

إذا كانت إحداثيات النقطة M هي الزوج (x,y) فإن :

- إحداثيات مناظرتها 'M بالنسبة إلى O هي.............

5 قرّر المدرّب الرياضي للمركز الثقافي تسجيل بعض المعطيات التي تخص 6 أطفال يتدرّبون على السباحة بحوض المركز.

اعتمد معيّنا وقرّر تسجيل الطول بمحور الفواصل وتسجيل الوزن بمحور الترتيب لاحظ ما تحصل عليه وأجب عن الأسئلة :



1- من هو أطول الأطفال؟

2- فيم يشترك فارس وزينب ؟

3- فيم يشترك مختار ورحمة ؟

4- قارن بين وزني هناء ومالك.

انضم رشيد إلى المجموعة ما هو موقع النقطة التي ستمثله في المعين السابق إذا علمت أن طوله هو طول هناء وأن وزنه هو وزن مالك ؟

أستكشـــف :

نشاط 1

1- ارسم مستقيما Δ مدرجا بالمعين (OI) وعين عليه نقطتين A و B حيث $x_A = (-2)$ و $x_B = 6$

2- احسب فاصلة النقطة E منتصف $[AB]$.

نشاط 2

1- نعتبر مستقيما Δ مدرجا بالمعين (OI) ونقطتين A و B حيث $x_A = a$ و $x_B = b$

ولتكن E منتصف $[AB]$. بين أن $x_E = \dfrac{x_A + x_B}{2}$

إذا كانت A و B نقطتين من مستقيم مدرج و E منتصف $[AB]$ فإن فاصلة E تساوي نصف مجموع فاصلتي A و B

بمعنى آخر: إذا كانت A و B نقطتين من مستقيم مدرج حيث فاصلتاهما على التوالي x_A و x_B فإن فاصلة E منتصف $[AB]$ هي : $x_E = \dfrac{x_A + x_B}{2}$

أطبق :

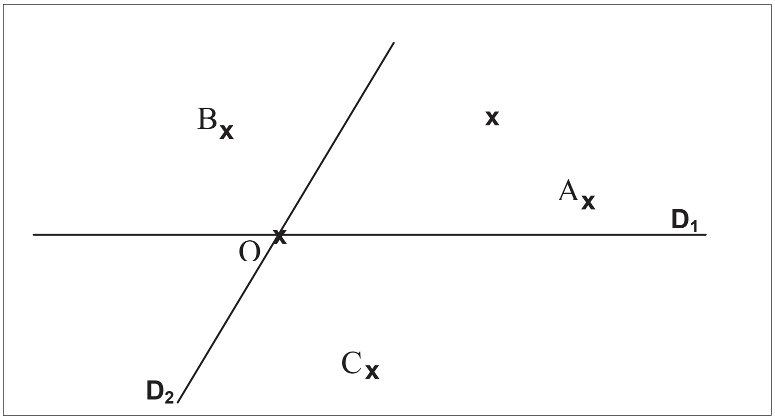
1 Δ مستقيما مدرجا بالمعين (OI) ونقطتين A و B حيث $x_A = \dfrac{5}{3}$ و $x_B = \dfrac{13}{2}$

احسب فاصلة النقطة K منتصف $[AB]$

2 ليكن Δ مستقيما مدرجا بالمعين (OI) ونقطتين A و H من Δ حيث $x_A = \frac{5}{2}$ و $x_H = (-1)$.

احسب فاصلة النقطة B مناظرة النقطة A بالنسبة إلى النقطة H

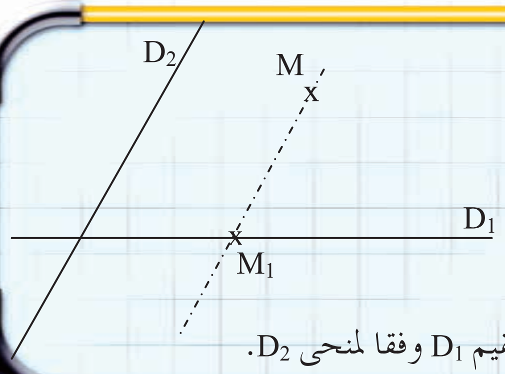
نشاط 3 ليكن D_1 و D_2 مستقيمان من المستوي متقاطعان في النقطة O و A و B و C و M نقاط من المستوي كما يبيّن الرسم التالي :



1- أ) أنقل الرسم على كراسك.

ب) ابن المستقيم Δ المار من النقطة M والموازي للمستقيم D_2 ؟

ج) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين D_1 و Δ ؟



ليكن D_1 و D_2 مستقيمين متقاطعين من المستوي،

المستقيم المار من M و الموازي لـ D_2 يقطع المستقيم D_1 في نقطة M_1 .

M_1 تسمى مسقط النقطة M على المستقيم D_1 وفقا لمنحى D_2.

2- ابن النقاط A_1 و B_1 و C_1 المساقط العمودية للنقاط A و B و C على المستقيم D_1 وفقا لمنحى D_2.

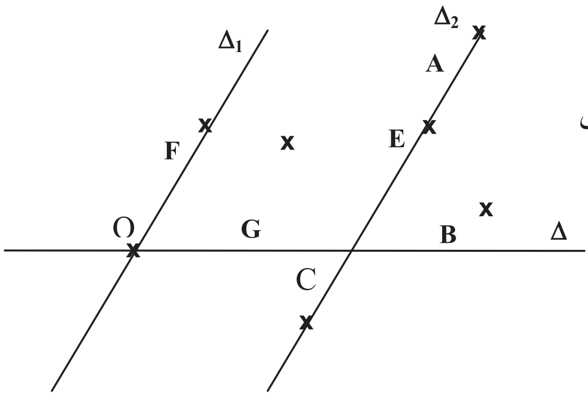
3- ليكن D_3 مستقيما موازيا لـ D_2.

أ- ما هي مساقط النقاط A و B و C على المستقيم D_1 وفقا لمنحى D_2 ؟ ماذا تلاحظ ؟

ب- في أي حالة تكون النقطة A_1 المسقط العمودي للنقطة A ؟

نشاط 4

1- أنقل على كراسك الرسم التالي :



2- أوجد مساقط النقاط الواردة بهذا الشكل على المستقيم Δ وفقا لمنحى $\Delta1$.

3- أنقل على كراسك ثم أكمل بما يناسب :

إذا كانت M نقطة تنتمي إلى المستقيم Δ فإن مسقطها على Δ وفقا لمنحى $\Delta1$ هو ....

نقطتان مختلفتان M وN من المستوي لهما نفس المسقط على Δ وفقا لمنحى $\Delta1$ يعني المستقيم (MN) .... $\Delta1$

نشاط 5

لتكن O و I و J ثلاث نقاط من المستوي ليست على استقامة واحدة.

نسمي Δ المستقيم (OI) وΔ' المستقيم (OJ) ونعتبر أن Δ مدرج بالمعيّن (O,I) وΔ' مدرج بالمعيّن (OJ).

لتكن M نقطة من المستوي، نعتبر D المستقيم المار من M والموازي لـ Δ' وD' المستقيم المار من M و الموازي لـΔ.

1- أثبت أن المستقيمين D و Δ يتقاطعان في نقطة M'.

2- أثبت أن المستقيمين D' وΔ' يتقاطعان في نقطة M''.

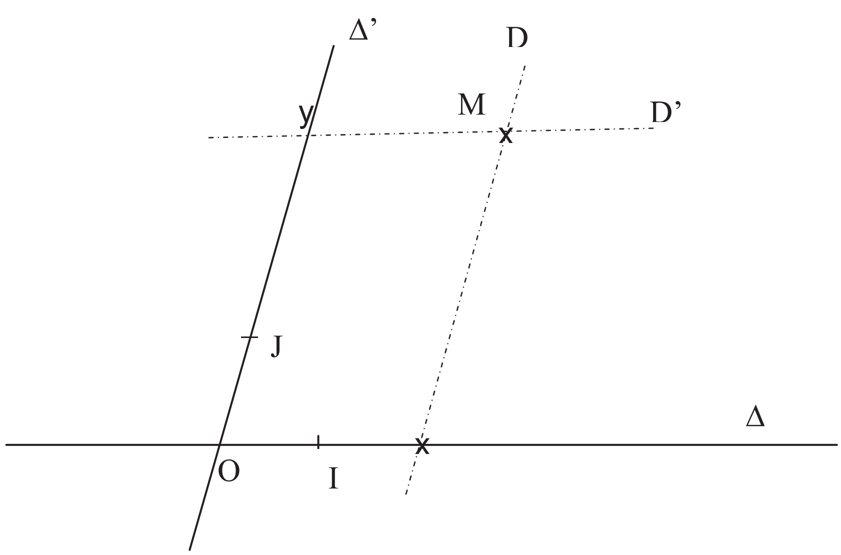
النقطة M' تنتمي إلى المستقيم Δ وبما أن هذا الأخير مدرج بالمعيّن (O, I)،

ليكن x العدد الحقيقي الوحيد الذي يمثل فاصلتها في المعيّن (O, I).

- النقطة M'' تنتمي إلى المستقيم Δ' وبما أن هذا الأخير مدرج بالمعيّن (O, J)،

ليكن y العدد الحقيقي الوحيد الذي يمثل فاصلتها في المعيّن (O, J).

- الزوج الوحيد (x, y) من الأعداد الحقيقية هو إحداثيات النقطة M في المعيّن (O,I,J).



نشاط 6

لتكن O و I و J ثلاث نقاط من المستوي ليست على استقامة واحدة.
نسمي Δ المستقيم (OI) و 'Δ المستقيم (OJ) ونعتبر أن Δ مدرج بالمعين (O,I) و 'Δ مدرج بالمعين (OJ).
لتكن E النقطة من Δ التي فاصلتها 3 و F النقطة من 'Δ التي فاصلتها 2,4-.

1- ارسم المستقيم المار من E والموازي لـــ 'Δ ثم المستقيم المار من F والموازي لـــ Δ. نسمي A نقطة تقاطع هذين المستقيمين.

⇦ بهذه الطريقة نسند للزوج (3 ; 2,4-) نقطة وحيدة من المستوي A.

- العدد الحقيقي 2,4- هو فاصلة النقطة A.
- العدد الحقيقي 3 هو ترتيبة النقطة A.
- الزوج (3 ; 2,4-) هو إحداثيات النقطة A

2- ارسم النقاط B(0,4) و $C(0,\frac{11}{5})$ و $D(\sqrt{2},-3)$

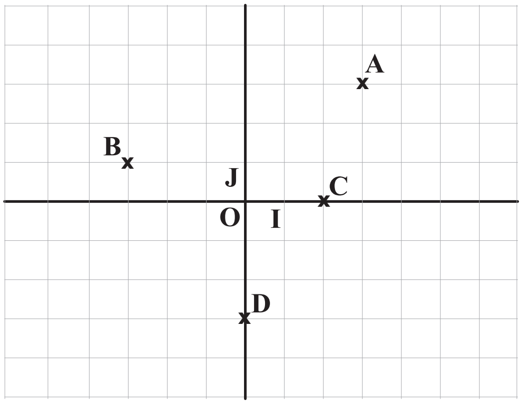
إذا كان (O, I, J) معيّنا في المستوي :

لكل زوج (x,y) من الأعداد الحقيقية نسند نقطة وحيدة M من المستوي ونكتب M(x,y) ونقرأ : النقطة M ذات الإحداثيات (x,y) .

- لكل نقطة M من المستوي نسند زوجا وحيدا(x,y) من الأعداد الحقيقية بحيث M تكون إحداثياتها (x,y)
- العدد x يسمّى فاصلة النقطة M ، العدد y يسمّى ترتيبتها.
- المستقيم (OI) يسمّى محور الفاصلات، المستقيم (OJ) يسمّى محور الترتيبات.

أطبق :

1 أنقل المعيّن التالي على كراسك :



أ- ما هي إحداثيات كلا من A و B و C و D ؟.

ب- عيّن النقاط $E(-1,3)$ و $F(0,\sqrt{2})$.

2 ليكن (O,I,J) معينا متعامدا في المستوي و(A(-2,3 و(B(-2,-2.

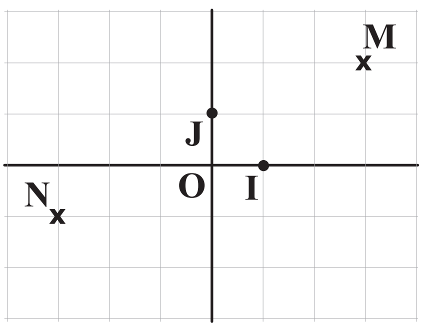
ضع العلامة x في الخانة المناسبة :

أ- M(x, y) تنتمي إلى [OI] يعني
- $x = 0$ ☐
- $y = 0$ ☐
- $y = 0$ و $x \geq 0$ ☐

ب- M(x, y) تنتمي إلى محور يعني
- $y=0$ ☐
- $x=0$ ☐
- $x=0$ و $y \geq 0$ ☐

ج- M(x,y) تنتمي إلى [AB] يعني
- $-2 \leq y \leq 3$ ☐
- $x=-2$ و $-2 \leq y \leq 3$ ☐
- $x=3$ و $-2 \leq y \leq 3$ ☐

نشاط 7 لاحظ الرسم التالي حيث (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي وOI=OJ.



1- حدّد إحداثيات كل من النّقاط الموجودة بالرّسم.

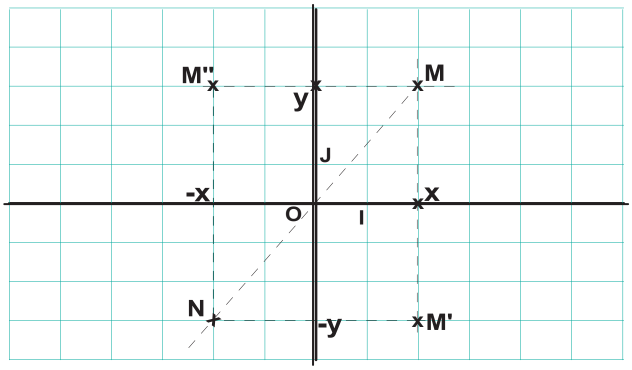
2- أرسم النقاط 'M و'N و'I و'J مناظرات النقاط M وN وI وJ بالنسبة إلى النقطة O.

3- أكمل الجدول التالي :

J(...,...)	I(...,...)	N(...,...)	M(...,...)
J(...,...)	I'(...,...)	N'(...,...)	M'(...,...)

4- ماذا تلاحظ ؟

- إذا كان ((O,I,J معيّنا متعامدا في المستوي ،
وإذا كانت إحداثيات النقطة M هي الزوج (x,y) فإن :
- مناظرها بالنسبة إلى (OI) هي النقطة M’ ذات الإحداثيات (x,-y)
- مناظرها بالنسبة إلى (OJ) هي النقطة M’’ ذات الإحداثيات (-x,y)
- مناظرها بالنسبة إلى O هي النقطة N ذات الإحداثيات (-x,-y)



أطبق :

ليكن (O,I,J) معينا متعامدا في المستوي والنقاط :

A(-1,3) و $B(\sqrt{2}\,,-3)$ و C (1,-3) و $D(\sqrt{2},3)$ و E(-2,3/4) و F(-1,-3) و G(-2,-3/4)

أذكر من بين هذه النقاط :

1- النقاط المتناظرة بالنسبة (OI).

2- النقاط المتناظرة بالنسبة (OJ).

3- النقاط المتناظرة بالنسبة O.

نشاط 8 ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث OI=OJ.

والنقاط A(2,4) و H(-1,3) و K(2,-3)

1-أ- حدد النقاط H’ و K’ و L’ مناظرات H و K و L بالنسبة إلى النقطة A. ماهي إحداثياتهم ؟

ب- قارن العددين $\frac{x_H + x_{H'}}{2}$ وفاصلة النقطة A.

ثم قارن العددين $\frac{y_H + y_{H'}}{2}$ وترتيبة النقطة A.

ج- قارن العددين $\frac{x_K + x_{K'}}{2}$ وفاصلة النقطة A.

ثم قارن العددين $\frac{y_K + y_{K'}}{2}$ وترتيبة النقطة A.

إذا كان (O,I,J) معينا في المستوي و A(a,b) نقطة معلومة.

وإذا كان الزوج الحقيقي (x,y) إحداثيات النقطة M فإن :

مناظرتها بالنسبة إلى النقطة A هي النقطة M' ذات الإحداثيات (x',y')

بحيث : $\frac{x+x'}{2} a$ $\frac{y+y'}{2} = b$

اطبق :

ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي والنقاط $P(0,2+\sqrt{2})$ و $Q(0,-2-\sqrt{2})$ و R(-1,0).

1- أثبت أن مناظرة المستقيم (IP) بالنسبة إلى O هي المستقيم (RQ)

2- ما هي طبيعة الرباعي IPRQ ؟

نشاط 9

ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي.

1- أ- ارسم النقاط A(2,1) و B(2,3) و C(2,-3).

ب- تحقق أن النقاط A و B و C على استقامة واحدة.

ج- أعط أمثلة أخرى من النقاط بحيث فاصلاتها العدد 2، ماذا تلاحظ ؟

2- أ- ارسم النقاط E(-2,3) و F(1,3) و G(0, 3).

ب- تحقق أن النقاط E و F و G على استقامة واحدة.

ج- أعط أمثلة أخرى من النقاط بحيث ترتيبتها العدد 3، ماذا تلاحظ ؟

إذا كان (O,I,J) معيّنا في المستوي.

- نقطتان لهما نفس الفاصلة تحدّدان مستقيما موازيا لمحور الترتيبات.
- نقطتان لهما نفس الترتيبة تحدّدان مستقيما موازيا لمحور الفاصلات.

أي :

نقطتان A و B لهما نفس الفاصلة يعني (AB) // (OJ)

نقطتان A و B لهما نفس الترتيبة يعني (AB) // (OI)

نشاط 10 ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي ’Δ مستقيما موازيا لمحور الترتيبات و’Δ مستقيما موازيا لمحور الفاصلات.

1– أ– عين أربع نقاط مختلفة من Δ ثم قارن فاصلات هاته النقاط.

ب– ماذا تلاحظ ؟

2– أ– عين أربع نقاط مختلفة من ’Δ ثم قارن ترتيبات هاته النقاط.

ب– ماذا تلاحظ ؟

ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي.

- إذا كان Δ مستقيما موازيا لمحور الفاصلات فإن كل نقاطه لها نفس الترتيبة.
- إذا كان Δ مستقيما موازيا لمحور الترتيبات فإن كل نقاطه لها نفس الفاصلة.

أطبق :

1 ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي والنقاط $A(-2,-3)$ و $B(-2,\sqrt{2})$ و $C(1,-3)$ و $D(1,2)$

1– أثبت أن الرّباعي ABDC شبه منحرف.

2– أحسب مساحة الرّباعي ABDC.

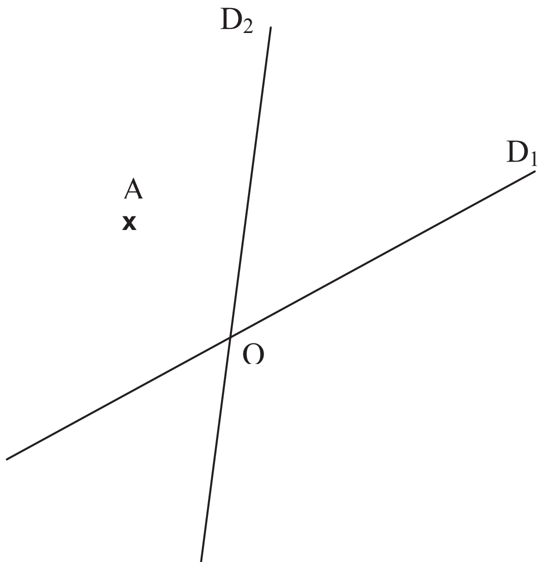
3– أرسم النقطة E بحيث الرباعي BDCE متوازي الأضلاع ثم حدد فاصلتها وأعط قيمة تقريبية لترتيبتها.

2 نعتبر الرسم التالي حيث المستقيمان D_1 و D_2 يمثلان على التوالي محور الفاصلات ومحور الترتيبات للمعيّن (O,I,J) في المستوي.

إذا علمت أن $A(-2,4)$.

أ– ابن النقطة الواحدية I.

ب– ابن النقطة الواحدية J.



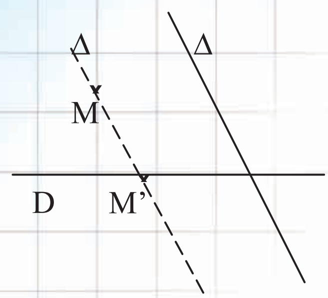
أحوصل

❋ إذا كان A و B نقطتين من مستقيم مدرج حيث فاصلتاهما على التوالي x_B

و x_B فإن فاصلة E منتصف [AB] هي : x_E $x_E = \dfrac{x_A + x_B}{2}$

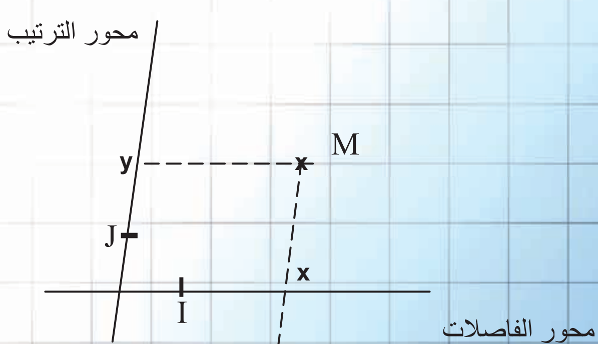
❋ إذا كان D و Δ مستقيمين متقاطعين و M نقطة من المستوي، فإن المستقيم 'Δ المار من النقطة M والموازي لـــ Δ يقطع المستقيم D في نقطة 'M تسمّى مسقط النقطة M على المستقيم D وفقا لمنحى Δ.

في حالة تعامد D و Δ ، النقطة 'M تسمى المسقط العمودي للنقطة M على D .



❋ إذا كان O وI وJ ثلاث نقاط من المستوي ليست على استقامة واحدة، فإن (O,I,J) معيّن في المستوي.

لكل نقطة M من المستوي يسند زوج وحيد من الأعداد الحقيقية (x,y)، هما إحداثياتها في المعين (O,I,J).



• كل زوج من الأعداد الحقيقية يمثل إحداثيات نقطة وحيدة من المستوي.

❋ إذا كان (O,I,J) معينا في المستوي و A و B نقطتان حيث $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$،

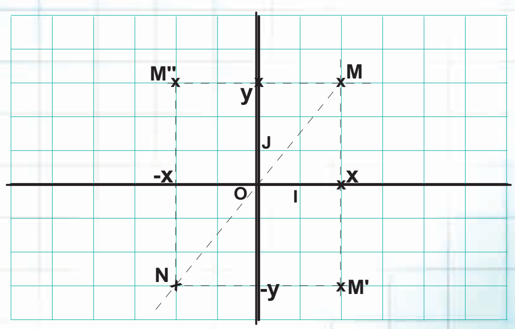
فإن إحداثيات النقطة I منتصف [AB] هو الزوج (x_I,y_I) حيث :

$$x_I=\frac{x_A+x_B}{2} \text{ و } y_I=\frac{y_A+y_B}{2}$$

❋ إذا كان (O,I,J) معينا متعامدا في المستوي،

وإذا كان الزوج الحقيقي (x,y) إحداثيات النقطة M فإن :

- مناظرتها بالنسبة إلى (OI) هي النقطة 'M إحداثياتها (x,-y)
- مناظرتها بالنسبة إلى (OJ) هي النقطة ''M إحداثياتها (-x,y)
- مناظرتها بالنسبة إلى O هي النقطة N إحداثياتها (-x,-y)



❋ نقطتان لهما نفس الفاصلة يكوّنان مستقيما موازيا لمحور الترتيبات.

❋ نقطتان لهما نفس الترتيبة يكوّنان مستقيما موازيا لمحور الفاصلات.

❋ كل نقاط من مستقيم موازي لمحور الفاصلات لها نفس الترتيبة.

❋ كل نقاط من مستقيم موازي لمحور الترتيبات لها نفس الفاصلة.

تمـــارين

1

1- ارسم مستقيما Δ مدرجا بالمعين (O,I) حيث $OI=1$ ثم عين عليه النقاط A و B و C حيث $x_A = \left(-\frac{7}{2}\right)$; $x_B = (-1)$; $x_C = 4$ ثم احسب البعد AC .

2- لتكن D منتصف $[AC]$ احسب فاصلة D .

3- لتكن E نقطة من Δ حيث C منتصف $[EB]$. احسب فاصلة E .

4- احسب فاصلة النقطة M من Δ حيث $CM = 6$ و $x_M < 0$.

2

ليكن (O,I,J) معينا في المستوي.

1- أرسم النقاط A(4,2) و B(-2,2) و C(-2, -2) وD(4,-2).

2- بين أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

3- ما هي مجموعة النقاط M(x,y) التي فاصلاتها x تساوي 4 وترتيبتها y تحقق $-2 \le y \le 2$ ؟

4- لتكن النقطة E نقطة تقاطع المستقيم المار من I والموازي لمحور الترتيبات مع المستقيم (CD).

أ- ما هي إحداثيات النقطة E ؟

ب- ما هي إحداثيات النقطة I في المعيّن (C,E,B) ؟

3

ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث $OI = OJ$.

1- أ- عين النقطتين A(-2,3) و B(-2,-3) .

ب- بين أن النقطتين A وB متناظرتين حول المحور (OI).

ج- بين أن المثلث IAB متقايس الضلعين.

2- أ- عين النقطتين E(2,4) و F(2,-3)

ب- جد إحداثيات النقطة G لكي يكون الرباعي AEFG متوازي الأضلاع.

3- جد إحداثيات النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى النقطة O.

4- أ- ما هي مجموعة النقاط M(x,y) حيث $-2 \le x \le 2$ و $y = 3$ ؟

ب- ما هي مجموعة النقاط N(x,y) حيث $x = -2$ و $y \ge -3$ ؟

4 (O,I,J) معيّن للمستوي متعامد المحورين بحيث $OI = OJ = 1$.

1- مثل في المعين (O,I,J) النقاط $A(-4,0)$ و $B(2,0)$ و $C(-4,-3)$ و $D(2,-1)$

2- أ- ابن النقطة G منتصف $[AB]$ وحدد إحداثياتها في المعين (O,I,J).

ب- احسب البعد AB.

3- أ- بين أن المستقيم (AC) يوازي (OJ).

ب- بين أن المستقيم (AC) يوازي (BD).

ج- ابن النقطة E بحيث ACDE يكون متوازي الأضلاع. حدد إحداثيات النقطة E.

5 ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي حيث $OI = OJ = 1cm$

1- على المستقيم (OI) عين النقاط A و B بحيث $x_A = \frac{-7}{2}$ و $x_B = 3$.

أ- احسب الأبعاد AB و IA.

ب- حدد فاصلة E منتصف $[AB]$.

2- الدائرة التي مركزها O وشعاعها 4 تقطع (OJ) في D و C وتقطع (OI) في G و H.

أ- أثبت أن الرباعي CGDH مستطيل.

ب- ابن النقطة F بحيث يكون الرباعي COGF متوازي الأضلاع.

أثبت المستقيمان (CG) و (OF) متعامدان.

ت- ما هي إحداثيات كل من C و G و F و A في المعين (O,I,J)؟

6 ليكن OAB مثلثا قائم الزاوية في O حيث $OA = 3$ و $OB = 4$ والنقطتان C و D مناظرتا A و B بالنسبة إلى النقطة O على التوالي.

1- بيّن أنّ ABCD معين.

2- أرسم النقطة E المسقط العمودي للنقطة C على (AB) والنقطة F المسقط العمودي للنقطة A على (CD)، ثم بين أن الرباعي AECF مستطيل.

3- ارسم النقطة K مسقط النقطة B على (AD) وفقا لمنحى (AC) ثم بين أن A منتصف $[DK]$.

4- ليكن المعين (O,A,B) في المستوي.

أ- أعط إحداثيات A و B ثم استنتج إحداثيات C و D في المعين (O,A,B).

ب- لتكن H نقطة من (BK) حيث $(AH)//(OB)$. أوجد إحداثيات النقطة H.

ج- لتكن النقطة $L(-1,-1)$. بين أن الرباعي AHCL متوازي الأضلاع.

7 ليكن Δ مستقيما مقترنا بالمعيّن (A,B) حيث $AB = 1cm$.

1- أ- عيّن على Δ النقاط C و D و E و F حيث $x_F = -3;\ x_E = \dfrac{5}{2};\ x_D = \sqrt{2};\ x_C = \dfrac{-9}{2}$.

ب- أحسب البعدين CE و EF.

ج- جد فاصلة النقطة I منتصف $[CE]$.

2- جد فاصلة النقطة M حيث $x_M \geq 0$ و $EM = 3$.

3- أ- عين نقطة K من المستوي $(K \notin \Delta)$ بحيث تكون C مسقطها العمودي على Δ.

ب- ارسم النقطة L مناظرة K بالنسبة إلى I.

ج- ما هي طبيعة الرباعي $EKCL$ ؟ علل جوابك.

د- ما هو المسقط العمودي للنقطة L على (AB) ؟ علل جوابك.

8 الشكل التالي يمثل المستوي مدرجا بواسطة معين (O,I,J) لا يظهر منه سوى النقطة الواحدية J.

إذا علمت أن إحداثيات النقطتين A و B هما على التوالي $(0,2)$ و $(4,2)$ و (AJ) يعامد (AB).

1- أ- ابن محور الترتيبات

ب- ابن النقطة O

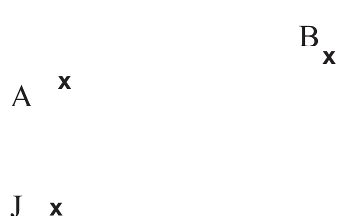
2- أ- أثبت أن المستقيم (AB) موازي لمحور الفاصلات

ب- استنتج بناء محور الفاصلات

3-أ- أرسم المسقط العمودي للنقطة B على محور الفاصلات وسمّه B_1

ب- ما هي إحداثيات النقطة B_1 ؟

ج- استنتج بناء النقطة الواحدية I.



9 نعتبر متوازي الأضلاع $ABCD$.

1- ابحث عن مساقط النقاط A و B و C و D على (CD) وفقا لمنحى (AB).

2- لتكن O نقطة تقاطع القطرين.

أ- أثبت أن (O,A,B) معيّن.

ب- جد إحداثيات النقاط A و B و C و D.

10 نعتبر مستقيمين Δ_1 و Δ_2 متقاطعين في نقطة O ونعتبر نقطة A_1 من Δ_1 ونقطة A_2 من Δ_2 مخالفتين للنقطة O.

1- أرسم النقطة A من المستوي إذا علمت أن :

A_1 مسقط A على $\Delta 1$ وفقا لمنحى $\Delta 2$.

A_2 مسقط A على $\Delta 2$ وفقا لمنحى $\Delta 1$.

2- ما هي طبيعة الرباعي OA_1AA_2 ؟

11 ليكن (O,I,J) معينا متعامدا في المستوي.

1- لتكن E مجموعة النقاط M من المستوي ذات الإحداثيات (x,y) حيث $y = -2$ و $1 \leq x < 4$.

أ- مثل المجموعة E في المعين (O,I,J).

ب- مثل المجموعة 'E صورة E بالتناظر المركزي حول O.

ج- ماذا يمثّل النقطتان A(1,-2) و B(4,-2) للمجموعة E ؟

2- جد إحداثيات طرفي المجموعة 'E.

12 (O,I,J) معيّن متعامد في المستوي.

1-أ- عيّن النقاط A(2,4) و $B(\frac{9}{2},2)$ و $C(-\frac{9}{2},2)$.

ب- ابن النقطة D مناظرة A بالنسبة إلى (OJ) ثم حدد إحداثياتها.

ت- بين أن C هي مناظرة B بالنسبة إلى (OJ) واستنتج أن الرباعي ABCD شبه منحرف متقايس الضلعين.

2-أ- عيّن E(-2,-4) وابن النقطة F بحيث يكون الرباعي ABEF متوازي الأضلاع.

ب- أوجد إحداثيات النقطة F.

3- بيّن EF = CD

4- بيّن أنّ (CF) // (DE)

13 ليكن (O,I,J) معيّن في المستوي والنقاط A(3,0) و B(0,-1) و M(6,2).

1- عين النقاط A و B و M.

2- ما هي إحداثيات النقطة M في المعيّن (O,A,B) ؟

3- لتكن النقطة N ذات الإحداثيات (2,-1) في المعيّن (O,A,B)،

جد إحداثياتها في المعيّن (O,I,J).

14 ارسم مستطيلا ABCD.

1- أعط إحداثيات النقط A و B و C و D في المعيّن (A,B,D).

2- عين النقطة I منتصف [CD] وابن النقطة J المسقط العمودي لـــ I على (AB).

3- أثبت أن ADIJ مستطيل.

4- ما هي إحداثيات النقطتين I و J في المعيّن (A,B,D)

مبرهنة طالس وتطبيقاتها

عاش طالس من حوالي سنة 600 قبل الميلاد على سواحل آسيا الصغرى، وإليه يعود اكتشاف "الدب الصغير"، والتنبؤ بالكسوف سنة 385) وأصول الهندسة.

وبعصا بسيطة مركزة في طرف ظل هرم كيوبس، قاس ارتفاع هذا الهرم. وهذه شهادة على عظمة الرياضيات.

I مبرهنة طالس في المثلث

1- مبرهنة طالس

2- المستقيم الرابط بين منتصفي ضلعي مثلث

3- تطبيق مبرهنة طالس في شبه المنحرف

4- مبرهنة طالس والمستقيمات المتوازية

5- مسقط منتصف قطعة مستقيم

II تطبيق مبرهنة طالس لتجزئة قطعة مستقيم

1- تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة

2- تحديد نقطة تقسم قطعة مستقيم حسب نسبة معينة

3- تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متناسبة مع أطوال مقدمة

III المثلث القائم والدائرة المحيطة به – مركز ثقل المثلث

1- المثلث القائم والدائرة المحيطة به

2- مركز ثقل المثلث

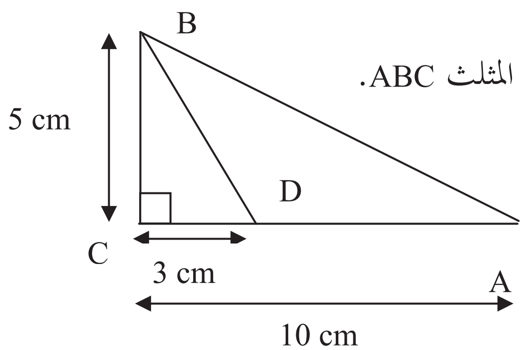
مبرهنة طالس وتطبيقاتها

استحضـــر :

1 ليكن ABC مثلثا و D منتصف [AB].

بين أن المثلثين ADC و BDC لهما نفس المساحة.

2 تأمل الرسم المجاور



1- أحسب 'S مساحة المثلث ABD و S مساحة المثلث ABC.

2- أحسب ثم قارن $\frac{S'}{S}$ و $\frac{AD}{AC}$

I- مبرهنة طالس في المثلث :

1- مبرهنة طالس في المثلث

أستكشـــف :

نشاط 1

1- أرسم مثلثا ABC حيث $AB = 8$ cm و $AC = 4$ cm و $BC = 6$ cm.

2- أ- عين نقطة M من المستقيم (AB) حيث $AM = 3$ c

ب- المستقيم المار من M والموازي لـــ (BC) يقطع (AC) في N.

باستعمال مسطرة مدرّجة، حدد البعدين AN و MN.

ج- باستعمال الآلة الحاسبة، أوجد القيمة التقريبية للأعداد التالية :

$\frac{AM}{AB}$ و $\frac{AN}{AC}$ و $\frac{MN}{BC}$.

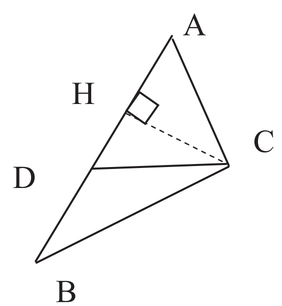
نشاط 2

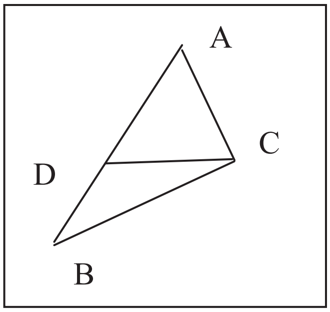
تأمل الرسم المجاور حيث H المسقط العمودي لـــ C على (AB).

لنكن S_1 مساحة المثلث ADC. و S_2 مساحة المثلث ABC

1- أحسب S_1 و S_2.

2- استنتج أن : $\frac{S_1}{S_2} = \frac{AD}{AB}$





ليكن ABC مثلثا. مهما تكن النقطة D من المستقيم (AB) مخالفة لــ A فإن :
مساحة المثلث ADC ومساحة المثلث ABC متناسبتان مع AD و AB

أي $$\frac{S_1}{S_2}=\frac{AD}{AB}$$

حيث S_1 مساحة المثلث ADC. و S_2 مساحة المثلث ABC

نشاط 3 ليكن ABC مثلثا و D نقطة من قطعة المستقيم [AB] و E نقطة من قطعة المستقيم [AC] بحيث (DE) مواز لــ (BC)

1- بيّن أنّ المثلثين BDE و CDE لهما نفس المساحة.

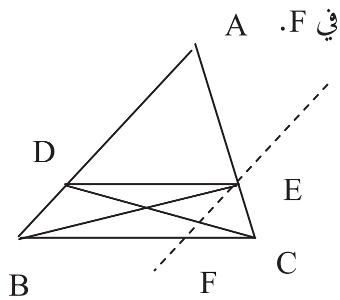
2- استنتج أنّ مساحتي المثلثين ABE و ADC متساويتان.

3- استنتج أنّ : $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$

4- المستقيم المارّ من E والموازي لــ (AB) يقطع (BC) في F.

أ- بيّن أنّ : $\frac{AE}{AC}=\frac{BF}{BC}$

ب- استنتج أنّ $\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$ وأنّ $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$



نشاط 4 أرسم مثلثا ABC وعين نقطة D من (AB) لا تنتمي إلى [AB].
المستقيم المار من D والموازي لــ (BC) يقطع (AC) في E.

بين أن : $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$

استنتج أن : $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

نشاط 5 أرسم مثلثا ABC وعيّن نقطة D من (BA) لا تنتمي إلى [AB] .
المستقيم المارّ من D والموازي لــ (BC) يقطع (AC) في E.
لنكن D’ مناظرة D بالنسبة للنقطة A و E’ مناظرة E بالنسبة لــ A

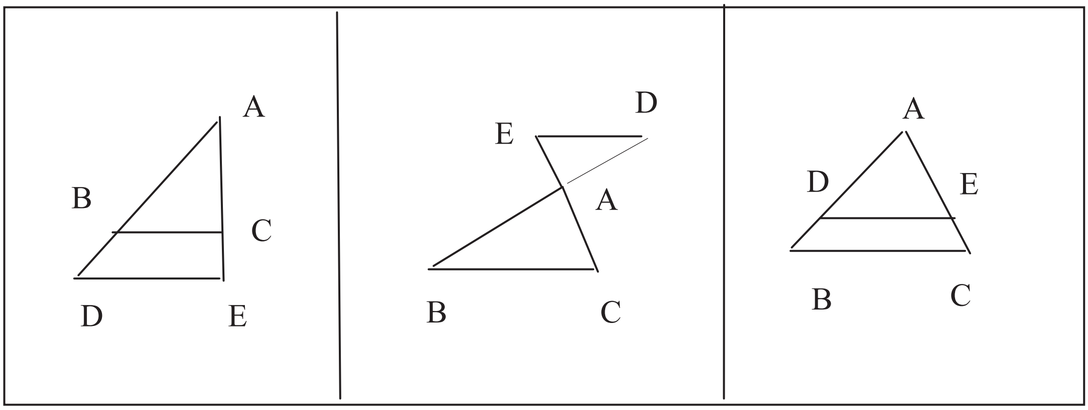
بيّن أن : (BC)//(D’E’)

استنتج أن : $\frac{AD'}{AB}=\frac{AE'}{AC}=\frac{D'E'}{BC}$

استنتج أن : $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

مبرهنة طالس في المثلث :

ليكن ABC مثلثا. إذا كانت D نقطة من (AB) و E نقطة من (AC) بحيث (DE) مواز لــ (BC) فإن : $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

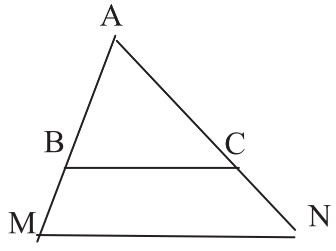


أطبق :

1 ليكن ABC مثلثا حيث AB = 4cm و BC = 6 cm و AC= 5cm ولتكن : M نقطة من [AB] حيث AM = 3cm. المستقيم الموازي لــ (BC) والمار من M يقطع (AC) في N.

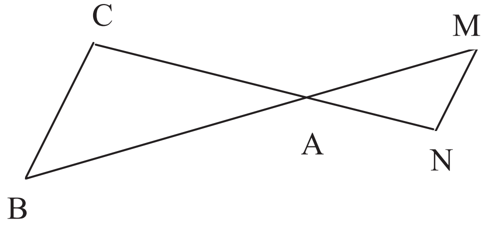
احسب MN و NC.

2 في الرسم المجاور (MN) مواز لــ (BC) و AB = 2,5cm و BM = 2cm و AN = 6cm. احسب AC



3 في الرسم المجاور، (BC)//(MN) و AB = 6cm و AC = 3cm و AN = 2cm و MN = 1,5cm.

أحسب BC و AM.

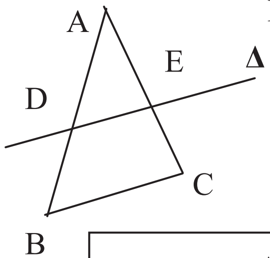


2- المستقيم الرابط بين منتصفي ضلعي مثلث :

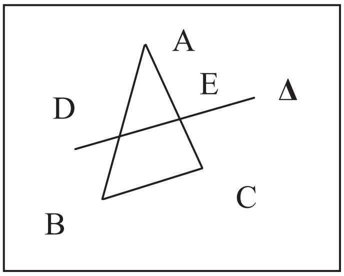
نشاط 6

تأمل الرسم المجاور حيث D منتصف [AB] وΔ المستقيم المار من D والموازي لــ (BC). Δ يقطع (AC) في E.

بين أن E منتصف [AC]

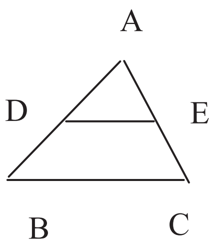


في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث.



نشاط 7

نعتبر مثلثا ABC. لتكن D منتصف [AB] و E منتصف [AC].



1- بين أن : $\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$.

2- المستقيم الموازي لــ (BC) والمار من D يقطع (AC) في K.

أ- بين أن $\frac{DK}{BC}=\frac{AK}{AC}=\frac{AD}{AB}$.

ب- استنتج أن النقطتين E و K متطابقتان وأن (DE) مواز لــ (BC)

3- بين أن : $DE=\frac{1}{2}BC$

في كل مثلث، المستقيم المار من منتصفي ضلعين يوازي حامل الضلع الثالث وقيس طول قطعة المستقيم الرابطة بين المنتصفين يساوي نصف قيس طول الضلع الثالث.

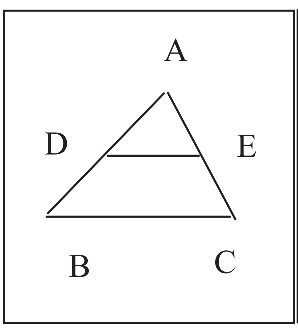
إذا كان E منتصف [AC]

و D منتصف [AB]

فإن

(DE)//(BC)

و $DE=\frac{1}{2}BC$



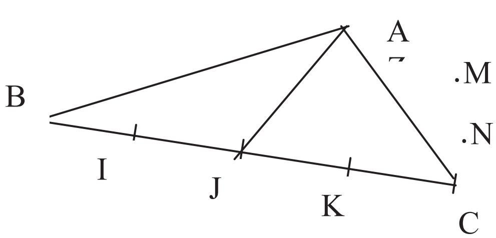
أطبق :

تأمل الرسم المجاور حيث $BI=IJ=JK=KC$

المستقيم المار من I والموازي لــ (AJ) يقطع (AB) في M.

المستقيم المار من K والموازي لــ (AJ) يقطع (AC) في N.

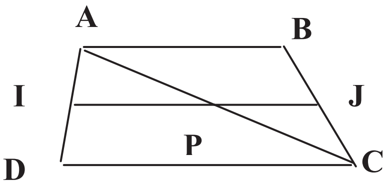
بيّن أنّ (MN) مواز لــ (BC) وأنّ : $MN=\frac{1}{2}BC$



3- تطبيق مبرهنة طالس في شبه المنحرف :

نشاط 8 نعتبر شبه منحرف ABCD قاعدتاه [AB] و [CD]. لتكن I منتصف [AD] و J منتصف[BC] .

المستقيمان (AC) و (IJ) يتقاطعان في النقطة P.



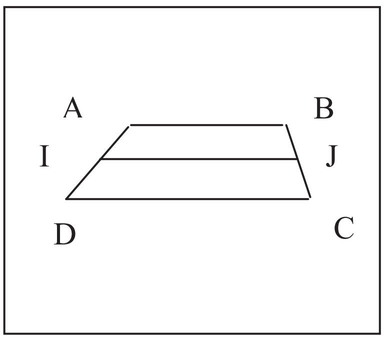
1- بين أن P منتصف [AC].

2- بين أن : أ- $IP=\frac{1}{2}DC$ و (IP) مواز لـــ (AB)

ب- $JP=\frac{1}{2}AB$ و (JP) مواز لـــ (AB).

3- استنتج أن : $IJ=\frac{1}{2}(AB+CD)$ وأن (IJ) مواز لـــ (AB)

(مبرهنة طالس في شبه المنحرف)



إذا كان ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB]

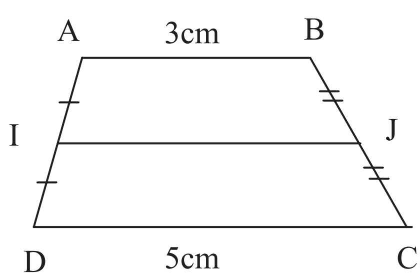
و [CD]، و I منتصف [AD] و J منتصف [BC]

فإن : (IJ) مواز لـــ (AB) و $IJ=\frac{1}{2}(AB+CD)$

أطبق :

تأمّل الرسم المجاور حيث ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD].

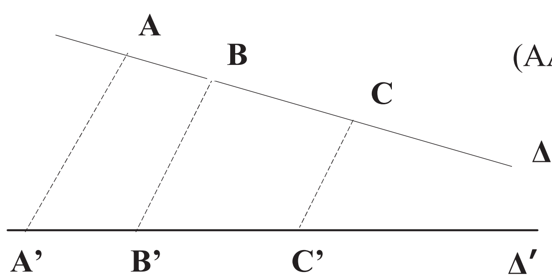
احسب IJ



4- مبرهنة طالس والمستقيمات المتوازية :

نشاط 9 في الرسم المجاور، المستقيمات (AA’)

و (BB’) و (CC’) متوازية.



1- أرسم المستقيم ''Δ المار من A والموازي لـــ 'Δ. هذا المستقيم يقطع (BB') في D و(CC') في E.

بيّن أنّ : $\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}=\frac{BD}{CE}$

2- استنتج أنّ : $\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$

وأنّ : $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$

مبرهنة طالس :

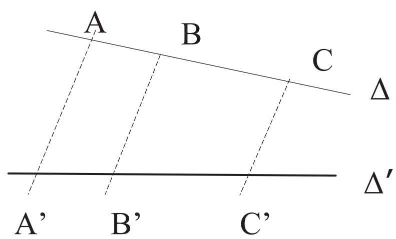
ليكن Δ و'Δ مستقيمين وA و B و C ثلاث نقط مختلفة من Δ.

إذا كانت 'A و'B و'C مساقط A و B و C على 'Δ وفقا لمنحى مخالف لمنحى Δ ولمنحى 'Δ على التوالي، فإن :

1- $\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$

2- $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$

يعني أن AB وAC وBC متناسبة طردا مع 'A'B و'A'C و 'B'C



$$\boxed{\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}}$$

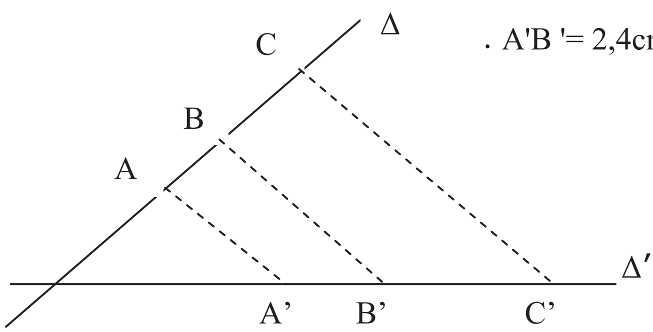
أطبق :

في الرسم المجاور :

المستقيمات (AA') و (BB') و (CC') متوازية

حيث AB = 2cm و BC = 3cm و A'B '= 2,4cm .

أحسب 'B'C

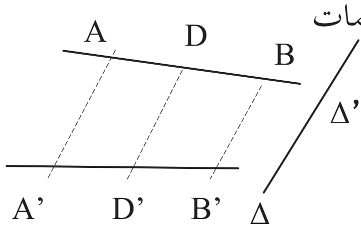


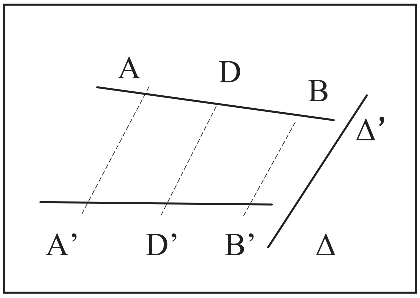
5- مسقط منتصف قطعة مستقيم :

نشاط 10 تأمّل الرسم المجاور حيث D منتصف [AB] والمستقيمات

(AA') و (DD') و (BB') متوازية

بين أن D' هو منتصف [A'B']





إذا كانت النقطتان A' و B' مسقطي A و B على التوالي على مستقيم Δ وفقا لمنحى Δ' فإن مسقط منتصف [AB] على Δ وفقا لمنحى Δ' هو منتصف [A'B']
إذا كان D منتصف [AB] ، فإن مسقط النقطة D هو منتصف [A'B']

نقول أن الإسقاط يحافظ على المنتصف.

III- تطبيقات مبرهنة طالس :

1- تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة :

نشاط 11 لتكن [AB] قطعة مستقيم حيث AB = 5 cm

1- ارسم نصف مستقيم [Ax) بحيث المستقيم الحامل لــ [Ax) مخالف لــ (AB) ثم عين عليه ثلاث نقط M و N و P بحيث AM = MN = NP

2- ارسم المستقيم (BP).

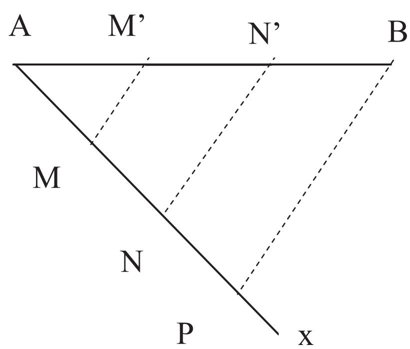
ارسم مستقيمين موازيين لــ (BP)،

الأول يمر من M والثاني يمر من N.

هذان المستقيمان يقطعان [AB] في M' و N'.

بين أن : AM'= M'N'= N'B

نقول أننا جزأنا [AB] إلى ثلاثة أجزاء متقايسة



لتجزئة قطعة مستقيم [AB] إلى أجزاء متقايسة :

1) نرسم نصف مستقيم [Ax) بحيث المستقيم الحامل لــ [Ax) مخالف لــ (AB).

2) نرسم على [Ax) نقطا متتالية ومتساوية البعد بعدد الأجزاء المطلوبة
AM = MN = NP = ...
ثم نرسم المستقيم Δ المار من B وآخر نقطة مرسومة على[Ax)

3) نرسم المستقيمات الموازية لــ Δ والمارة من النقط المعينة على [Ax)
هذه المستقيمات تقسم [AB] إلى أجزاء متقايسة.

أطبق :

قسّم قطعة مستقيم طولها 7 cm إلى خمسة أجزاء متقايسة

2- تحديد نقطة تقسم قطعة مستقيم حسب نسبة معينة :

نشاط 12

نعتبر قطعة مستقيم [AB] .

1- جزئ [AB] إلى خمسة أجزاء متقايسة.

2- عيّن النقطة M من [AB] حيث $AM = \frac{3}{5}AB$

لبناء النقطة M من قطعة المستقيم [AB] حيث $AM = \frac{n}{m}AB$ و n و m عددان صحيحان طبيعيان.
$(n < m)$ نقسم [AB] إلى m أجزاء متقايسة ثم نعين النقطة M حيث M تبعد n أجزاء عن A.

3- تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متناسبة مع أطوال مقدمة :

نشاط 13

لتكن [AB] قطعة مستقيم.

أ- جزئ [AB] إلى خمسة أجزاء متقايسة.

ب- عين النقطة M من [AB] حيث $\frac{AM}{2} = \frac{MB}{3}$

ج- بين أن : $\frac{AM}{2} = \frac{BM}{3} = \frac{AB}{5}$

نقول أننا جزأنا [AB] إلى جزئين (AM و BM) متناسبين مع 2 و 3.

أطبق :

1

أ- أرسم قطعة مستقيم [AB] ثم قسّمها إلى سبعة أجزاء متقايسة

ب- عين النقطة M من [AB] حيث $\frac{AM}{3} = \frac{MB}{4}$

2

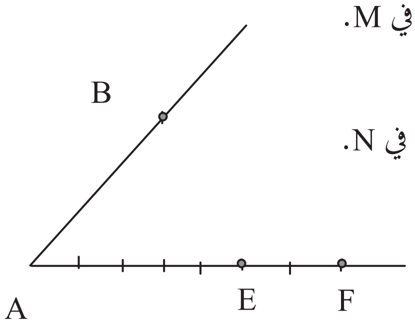
أنقل الرسم المجاور على كراسك ثم أكمله

1- المستقيم المار من E والموازي لــ (BF) يقطع (AB) في M.

بين أن : $AM = \frac{5}{7}AB$ و $\frac{MA}{MB} = \frac{5}{2}$

2- المستقيم المار من F والموازي لــ (BE) يقطع (AB) في N.

بين أن : $AN = \frac{7}{5}AB$ و $\frac{NA}{NB} = \frac{7}{2}$



نشاط 14

أ- أرسم قطعة مستقيم [MN] حيث MN = 8 cm وجزئها إلى اثني عشر جزءا متقايسا.

ب- عين النقطتين P و Q من [MN] حيث $\frac{MP}{2}=\frac{PQ}{3}=\frac{QN}{7}$

ج- أحسب MP و PQ و QN نقول أننا جزأنا [MN] إلى ثلاثة أجزاء متناسبة مع 2 و 3 و 7

تمرين مرفق بحل :

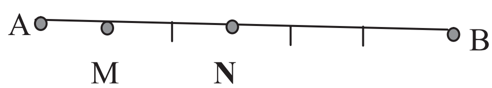
أرسم قطعة مستقيم [AB] وعيّن عليها النقطتين M و N بحيث $\frac{AM}{1}=\frac{MN}{2}=\frac{NB}{3}$

الحل :

الأبعاد AM و MN و NB متناسبة طردا مع 1 و 2 و 3 ،

إذن مجموعها متناسب مع 1+2+3

يعني : $\frac{AB}{6}=\frac{AM+MN+NB}{1+2+3}=\frac{NB}{3}=\frac{MN}{2}=\frac{AM}{1}$.



وبالتالي : $AM=\frac{1}{6}AB$ و $MN=\frac{2}{6}AB$ و $NB=\frac{3}{6}AB$.

إذن، نجزئ [AB] على 6 أجزاء متقايسة ونعين النقطتين M و N. (أنظر الشكل أعلاه).

III- المثلث القائم والدائرة المحيطة به – مركز ثقل المثلث

1- المثلث القائم والدائرة المحيطة به

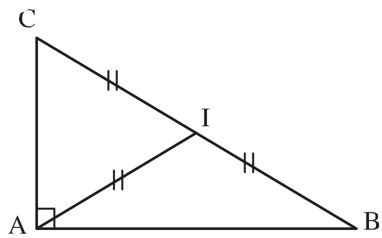
نشاط 15

نعتبر مثلثا ABC قائم الزاوية في A و I منتصف وتره $[BC]$

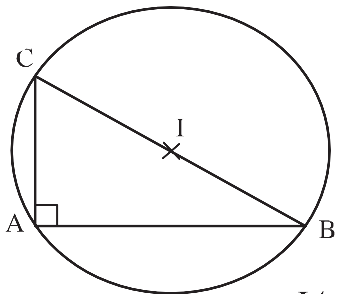
1- ابن الموسط العمودي Δ للقطعة $[AB]$ ثم بين أن Δ يمر من النقطة I

2- استنتج أن $IA=IB=IC$

في المثلث القائم منتصف الوتر متساوي البعد عن الرؤوس الثلاثة وقيس طول الموسط الصادر من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف قيس طول الوتر

إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A و I منتصف وتره $[BC]$ فإن : **IA = IB = IC**	

ونستنتج :



مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم الزاوية هو منتصف وتره

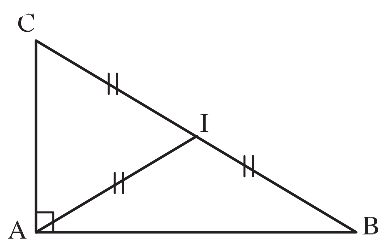
نشاط 16

نعتبر مثلثا ABC و I منتصف $[BC]$ حيث $IA = IB = IC$

1- بين أن $I\hat{A}C = I\hat{C}A$ و $I\hat{A}B = I\hat{B}A$

2- استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية في A.

كل مثلث يكون منتصف أحد أضلاعه متساوي البعد عن رؤوسه الثلاثة هو مثلث قائم الزاوية ووتره الضلع المذكور.

إذا كان ABC مثلثا و I منتصف ضلعه [BC] حيث IA = IB = IC فإنّه مثلث قائم الزاوية في A ووتره الضلع [BC].	

أطبق :

ليكن OBC مثلثا متقايس الضلعين قمته الرئيسية O.

1- ابن النقطة A مناظرة النقطة B بالنسبة إلى O.

2- بين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

2- مركز ثقل المثلث

نشاط 17 ليكن ABC مثلثا و I و J منتصفي $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي.

1- بين أن $(IJ)//(BC)$ و $IJ=\frac{BC}{2}$.

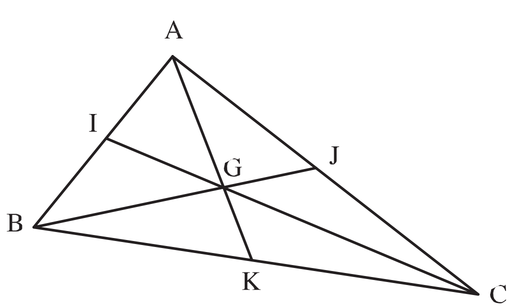
2- لتكن G نقطة تقاطع $[BJ]$ و $[CI]$، ماذا تمثل G بالنسبة للمثلث ABC ؟

3- لتكن M و N منتصفي $[BG]$ و $[CG]$ على التوالي. بين أن الرباعي $IJNM$ متوازي الأضلاع.

4- بين أن $CG=\frac{2}{3}CI$ وأن $BG=\frac{2}{3}BJ$.

5- لتكن K منتصف $[BC]$. بيّن أن $AG=\frac{2}{3}AK$.

في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الموسط انطلاقا من الرأس وعند ثلث الموسط انطلاقا من منتصف الضلع.

إذا كان ABC مثلثا و I و J و K منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[BC]$ على التوالي و G مركز ثقله فإن $AG=\frac{2}{3}AK$ و $BG=\frac{2}{3}BJ$ و $CG=\frac{2}{3}CI$	

أطبق :

1 ليكن ABC مثلثا متقايس الأضلاع حيث $AB=6$ و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) و D مناظرة B بالنسبة إلى A و G نقطة تقاطع (AC) و (DH). احسب CG و AG.

2 1- ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A حيث $AB=6$ و $AC=4$.

2- عين على $[AB]$ النقطة E حيث $AE=2$ ثم ابن النقطة D مناظرة C بالنسبة إلى A.

3- بين أن المستقيم (CE) يقطع قطعة المستقيم $[BD]$ في منتصفها.

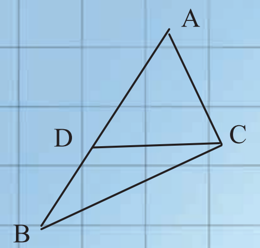
أحوصل

ليكن ABC مثلثا. مهما تكن النقطة D من قطعة المستقيم [AB] مخالفة لــ A فإن :

مساحة المثلث ADC ومساحة المثلث ABC متناسبتان مع AD وAB

أي : $\frac{S_1}{S_2}=\frac{AD}{AB}$

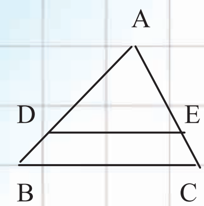
حيث S_1 مساحة المثلث ADC و S_2 مساحة المثلث ABC

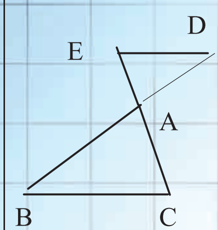


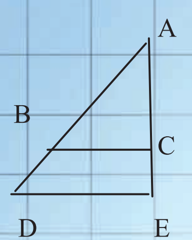
ليكن ABC مثلثا. إذا كانت D نقطة من (AB)

وE نقطة من (AC) بحيث (DE) مواز لــ (BC)

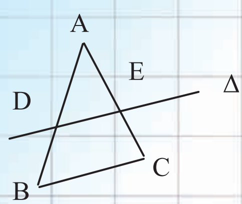
فإن : $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$







في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث .

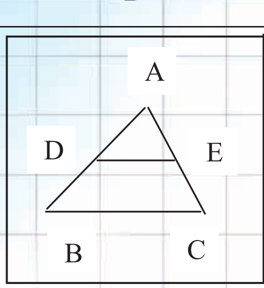


في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث .

إذا كان E منتصف [AC]

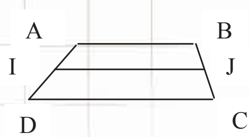
و D منتصف [AB]

فإن (DE)//(BC) و $DE=\frac{1}{2}BC$



إذا كان ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]، و I منتصف [AD] و J منتصف [BC] فإن :

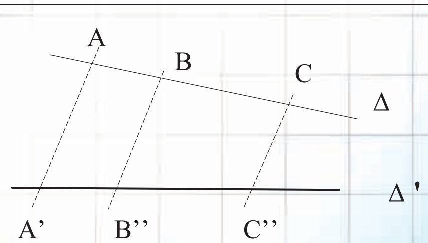
(IJ) مواز لــ (AB) و $IJ=\frac{1}{2}(AB+CD)$



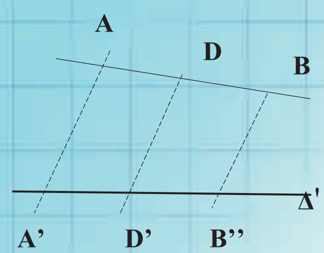
ليكن Δ و'Δ مستقيمين وA و B وC ثلاث نقط مختلفة من Δ.

إذا كانت 'A و'B و'C مساقط A وB وC على 'Δ وفقا لمنحى مخالف لمنحى Δ ولمنحى 'Δ على التوالي، فإن :

$\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$ و $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$



إذا كانت 'A و 'B مسقطي A و B على التوالي على مستقيم Δ وفقا لمنحى 'Δ فإن مسقط منتصف [AB] على Δ وفقا لمنحى 'Δ هو منتصف['A'B]
إذا كان D منتصف [AB] ، فإن'D منتصف ['A'B]

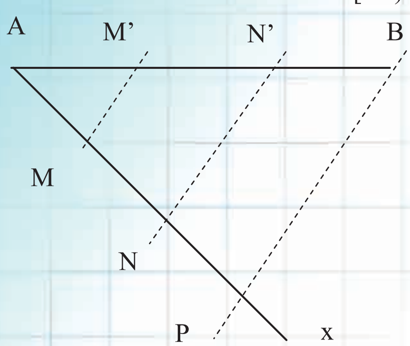


لتجزئة قطعة مستقيم [AB] إلى أجزاء متقايسة:

1- نرسم نصف مستقيم (Ax] بحيث المستقيم الحامل لــ [Ax) مخالف لــ (AB)

2- نرسم على [Ax) نقطا متتالية ومتساوية البعد بعدد الأجزاء المطالب بها
AM=MN=NP=...
ثم نرسم المستقيم Δ المار من B وآخر نقطة رسمت على[Ax)

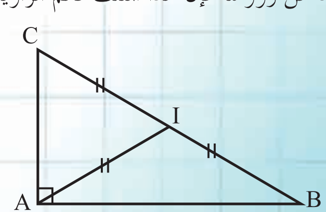
3- نرسم المستقيمات الموازية لــ Δ والمارة من النقط المعينة على [Ax)
هذه المستقيمات تقسم [AB] إلى أجزاء متقايسة.



لبناء نقطة M من قطعة المستقيم [AB] حيث $AM = \frac{n}{m} AB$ و n و m عددان صحيحان طبيعيان (n<m) نقسم [AB] إلى m أجزاء متقايسة ثم نعين النقطة M حيث M تبعد n أجزاء عن A .

في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الموسط انطلاقا من الرأس وعند ثلث الموسط انطلاقا من منتصف الضلع	في المثلث القائم منتصف الوتر متساوي البعد عن الرؤوس الثلاثة.	مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم الزاوية هو منتصف وتره

إذا كان منتصف ضلع مثلث متساوي البعد عن رؤوسه فإن هذا المثلث قائم الزاوية ووتره الضلع المذكور.



تمـــارين

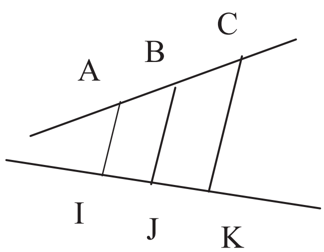
1 أجب بــــــ "صحيح " أو "خطأ " أمام كلّ مقترح :

1- في مثلث ABC حيث I منتصف [AB] و J منتصف [AC] ، لنا :

$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{1}{2}$ ☐

2- مهما تكن النقاط A و B و C من المستوي حيث I منتصف [AB] و J منتصف [AC] ، لنا :

$IJ = \frac{1}{2}BC$ ☐



3- في الرسم المجاور حيث (IA)//(JB) و (JB)//(CK) لنا :

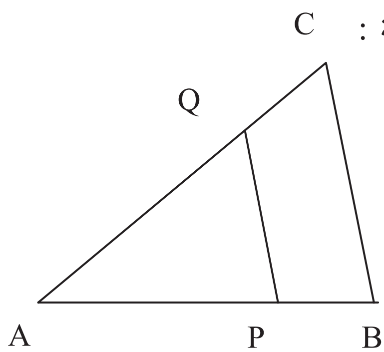
$\frac{AB}{AC} = \frac{IJ}{IK}$ ☐

4- إذا كان ABC مثلثا حيث AB = 4 cm و AC = 5 cm. و I نقطة من[AB] و J نقطة من [AC]

حيث AI = AJ = 3cm، فإنّ : $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$.

5- لتحديد النقطة M من قطعة المستقيم [AB] حيث $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{5}$ ، نجزئ [AB] إلى ثلاثة أجزاء متقايسة ☐

2 ضع علامة (x) أمام الإجابة السليمة من بين الإجابات التالية :



1- في الرسم المجاور، (PQ) // (BC) و AP = 4cm

و AQ = 5cm و AB = 6cm . AC تساوي :

☐ 7

☐ $\frac{15}{2}$

☐ $\frac{4}{3}$

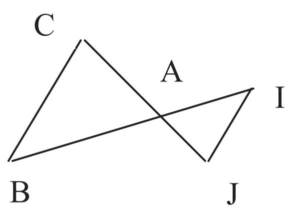
2- المستقيم المارّ من منتصفي ضلعين في مثلّث هو :

☐ عمودي على الضلع الثّالث

☐ موازٍ للضلع الثّالث

☐ قاطع للضلع الثّالث

3- تأمّل الرسم المجاور حيث $(BC)//(IJ)$



و $AB = 3$ و $AC = 2$ و $AI = x$ و $AJ = y$،

$2x = 3y$ ☐ $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ ☐ $x+2 = y+3$ ☐

4- ليكن ABCD شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ حيث $DC = 6cm$. ولتكن I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$. إذا كان $IJ = 5cm$ ، فإنّ :

$AB = 3cm$ ☐ $AB = 4cm$ ☐ $AB = 2cm$ ☐

3 أرسم مثلثا ABC حيث : $AB = 7$ cm و $BC = 6$ cm و $AC = 5$ cm ثم عين نقطة M من $[AB]$ حيث $BM = 2$ cm. المستقيم المار من M والموازي لـــ (BC) يقطع (AC) في N.

احسب AN و CN و MN.

4 أرسم مثلثا ABC حيث : $AB = 3$ cm و $BC = 3,5$ cm و $AC = 4$ cm ثم عين نقطة M من $[AB)$ حيث $AM = 7$ cm . المستقيم الموازي لـــ (BC) والمار من M يقطع (AC) في N .

احسب محيط المثلّث AMN

5 أرسم مثلثا AMN حيث : $AM = 2,5$ cm و $AN = 2$ cm و $MN = 3$ cm .

لتكن C نقطة من $[NA)$ حيث $NC = 6cm$. المستقيم الموازي لـــ (MN) والمار من C يقطع (AM) في B. احسب AB و BC

6 ليكن IJK مثلثا حيث $IJ = 4$ cm و $IK = 5$ cm و $JK = 7cm$.

1- لتكن M نقطة من $[IJ]$ حيث $JM = 1$ cm. المستقيم الموازي لـــ (IK) والمار من M يقطع (JK) في N.

أحسب JN و MN .

2- لتكن P نقطة من $[JI)$ حيث $JP = 6$ cm . و Q مسقط P على (IK) وفقا لمنحى (JK).

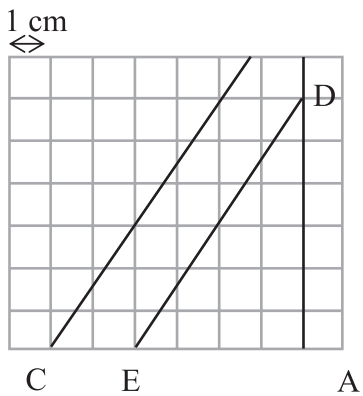
أحسب IQ و PQ .

7 ليكن EFG مثلثا حيث EF =4 cm و EG = 6 cm و FG = 7 cm.

لتكن M نقطة من[EF] حيث EM = 3 cm. المستقيم الموازي لــ(FG) والمار من M يقطع (EG) في N والمستقيم الموازي لــ (EG) والمار M من يقطع (FG) في P.

أحسب EN وMN و FP.

8 قام أمين بإنجاز الرسم المجاور لكن الشبكة لم تكن كافية لتعيين النقطة B.



علما وأن المستقيمين (CB) و (ED) متوازيان

وأن المثلث ABC قائم الزاوية في A.

أحسب AB

9 ليكن ABC مثلثا وI منتصف [AB]

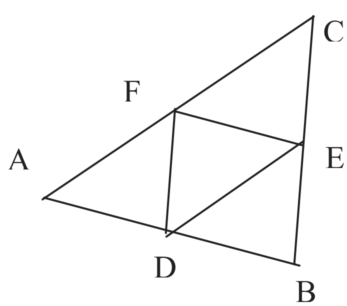
أ- المستقيم الموازي لــ (AC) والمار من I يقطع (BC) في J بين أن J منتصف [BC]

ب- المستقيم الموازي لــ (BC) والمار من I يقطع (AC) في K . بين أن K منتصف [AC] .

ج- لتكن M منتصف [JC]. المستقيم الموازي لــ (AC) والمار من M يقطع (AB) في P و (IK) في N بين أن $PN = \frac{1}{4}AC$

10 أراد أربعة إخوة تقسيم قطعة أرض مثلثة الشكل إلى أربع مثلثات متساوية المساحة. فاقترح أحدهم الرسم المجاور حيث D منتصف [AB] و E منتصف [BC] و(EF) مواز لــ (AB).

ما قولك في هذا المقترح ؟ علل جوابك.



11 ليكن ABC مثلثا حيث AB = 3 cm وAC = 6 cm و BC = 7 cm.

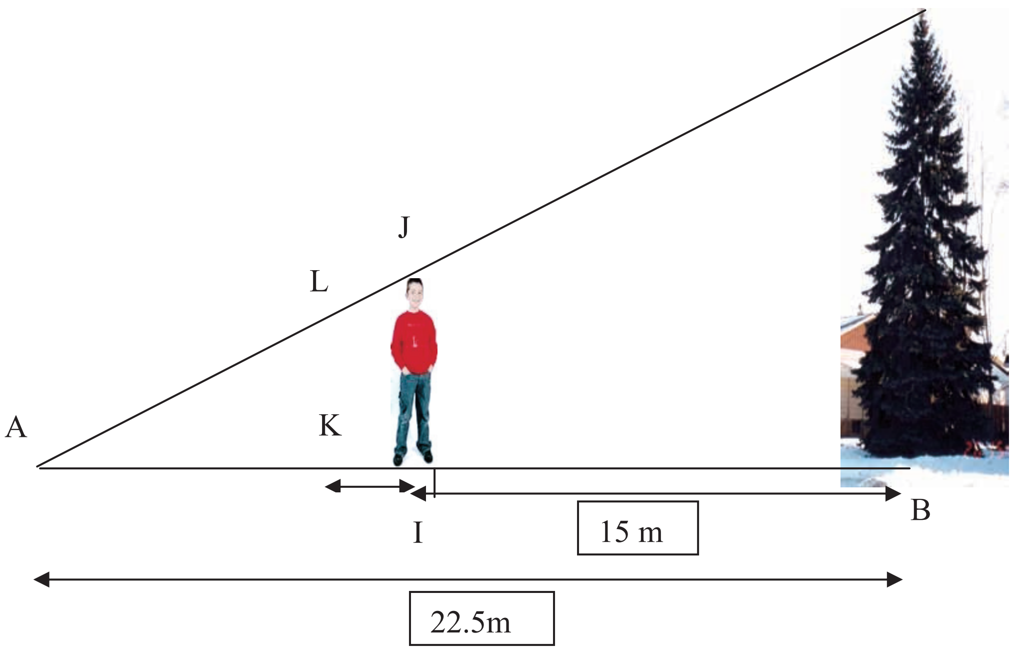
1-أ- عين النقاط D و E وF بحيث D مناظرة A بالنسبة للنقطة B و E مناظرة A بالنسبة للنقطة C وF منتصف [DE].

ب- أحسب DF.

2- لتكن M و N مسقطي B و C على التوالي على (DE) وفقا لمنحى (AF). بين أن M منتصف [DF].

3- المستقيم (CM) يقطع (AB) في G بين أن : $\frac{GM}{GC}=\frac{GD}{GB}=\frac{MD}{BC}$ استنتج أن M منتصف [GC].

12



بقي أحمد يتحول فوق ظلّ الشجرة ووقف حين تطابق طرف ظلّه مع طرف ظلّها في النقطةA كما يبينه الرسم أعلاه

فكانت المسافة التي تفصله عن الشجرة $IB = 15$ m

1- ما هو ارتفاع الشجرة إذا علمت أن طول قامته هو: $IJ = 1{,}5$ m ؟

2- طول قامة فاطمة هو $KL = 1$ m. وقفت فاطمة في النقطةK بحيث يتطابق طرف ظلّها مع طرف ظل الشجرة في النقطةA.

ما هي المسافة IK الفاصلة بين أحمد وفاطمة ؟

13 ليكن ABCD متوازي أضلاع وI وJ منتصفي [AB] و[CD] على التوالي.

المستقيمان (ID) و (JB) يقطعان [AC] في E و F على التوالي.

بين أن : $AE = EF = FC$

14 نعتبر شبه منحرف ABCD قاعدتاه [AB] و [CD]. ولتكن I منتصف [AB].

المستقيمان (AC) و (BD) يتقاطعان في O والمستقيم (OI) يقطع (CD) في النقطة J.

بين أن J منتصف [CD].

15 ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A، حيث AB=6cm و BC=8. cm

لتكن E منتصف [BC] و F المسقط العمودي لــــ E على(AB).

1- بين أن F منتصف [AB].

2- عين النقطة H من [AB] بحيث AH=4cm.

المستقيم الموازي لــ (AC) والمار من H يقطع (BC) في K.

أ- بين أن $\frac{BE}{BK}=\frac{BF}{BH}$

ب- أحسب BK

3- لتكن G نقطة تقاطع [AE] و [CF]

أ- أحسب AE

ب- أحسب AG و GE

ج- بين أن (BG) يقطع [AC] في المنتصف.

16 نعتبر ABC مثلثا و I و J منتصفي [AB] و [AC] على التوالي.

لتكن L و D وM المساقط العمودية على التوالي لــلنقاط I و A و J على المستقيم (BC).

1- بين أن BC = 2LM.

2- لتكن G نقطة تقاطع المستقيمين (AL) و (ID) و H نقطة تقاطع المستقيمين (BG) و (AD).

بين أن النقاط I و G و H على استقامة واحدة.

17 في الرسم المجاور، المستقيمات (BE) و (CF) و(DG)

متوازية حيث AB = 6cm و AE = 5cm و EF = 4cm

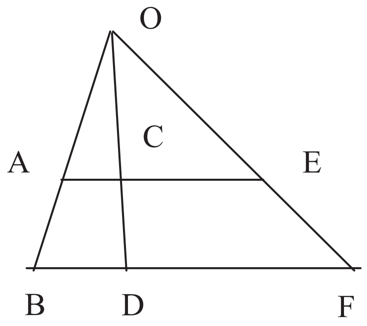
و CD = 4,5cm. احسب BC و FG

مبرهنة طالس وتطبيقاتها

18 نعتبر ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و[CD] حيث AD = 6cm و BC = 8 cm.

لتكن E نقطة من [DA] حيث DE = 2 cm و F مسقط E على (BC) وفقا لمنحى (DC)

أحسب CF و BF



19 في الرسم المجاور: (AE)// (BF) و OA = 3,5cm

و AB = 2,5cm و CD = 2cm و OE = 5cm.

احسب OC و EF

20 في الرسم المجاور، المستقيم L يمر من A والمستقيم 'L يمر من B و L//L'

1- عين نقطتين 'A و "A من الستقيم L بحيث AA'= AA'' = 3cm

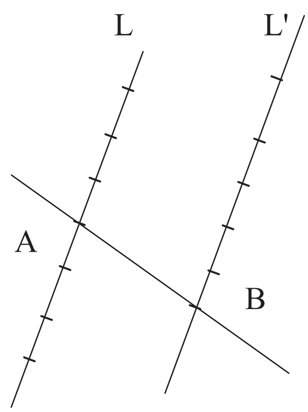
ونقطة 'B من الستقيم 'L بحيث BB' = 5 cm .

المستقيم (A'B') يقطع (AB) في نقطة C

والمستقيم (A''B') يقطع (AB) في نقطة D .

2- بين أن $\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB} = \frac{3}{5}$

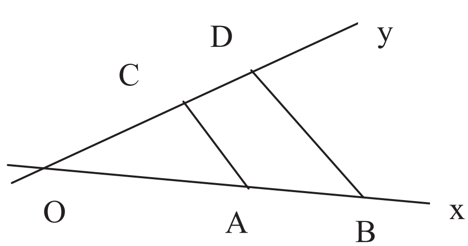
3- ابن نقطة M من (AB) حيث $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{7}$



21 1- في الرسم المجاور : (AC) مواز لــ (BD)

بين أن : $\frac{AO}{AB} = \frac{CO}{CD}$

2- ابن نقطة M من [OC] بحيث $CM = \frac{5}{3}CO$



22 لتكن [AB] قطعة مستقيم قيس طولها 9 cm. ابن النقطة M من [AB] حيث $AM = \frac{2}{5}AB$.

احسب MB

23 نعتبر قطعة المستقيم [AB] حيث $AB = 12\ cm$.

1– ابن النقاط M و N و P من [AB] في هذا الترتيب حيث :

$$\frac{AM}{3} = \frac{MN}{4} = \frac{NP}{5} = \frac{BP}{2}$$

2– أحسب AM و MN و NP و BP .

24 ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 4,5cm$ و $BC = 6\ cm$. و $AC = 4cm$

1– ابن النقطة D بحيث A تنتمي إلى [CD] و $AD = \frac{1}{3}AC$.

2– المستقيم الموازي لــ (BC) والمار من D يقطع (AB) في E .

أتمم إنجاز الرسم ثمّ احسب AE و DE .

25 ليكن ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD] حيث $AB = 4cm$ و $AD = 6cm$

و $CD = 7,5cm$

1– عين النقطة M من [AD) حيث $AM=2\ cm$.

2– المستقيم المار من M والموازي لــ (AB) يقطع (AC) في I و (BC) في N.

أ– بين أن $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{3}$

ب– أحسب MI .

3– لتكن P مناظرة النقطة A بالنسبة للنقطة M و Q مناظرة النقطة A بالنسبة للنقطة I.

أ– بين أن (PQ) // (CD).

ب– استنتج قيمة البعد PQ.

26 ليكن ABCD مستطيلا مركزه I حيث $AB = 2cm$ و $AD = 3cm$.

لتكن M نقطة من [BC) حيث $BM = 3BC$.

1– المستقيم الموازي لــ (AC) والمار من M يقطع (AB) في E. بين أنّ : $BE = 3BA$.

2– المستقيم الموازي لــ (BD) والمار من M يقطع (DC) في F.

أ– احسب $\frac{CF}{CD}$.

ب– استنتج أنّ BEDF متوازي أضلاع.

27 ليكن ABCD معيّنا.

1- عيّن النقطة E من [AB] والنقطة F من [CD] بحيث :

$2\times AB = 5\times AE$ و $2\times CD = 5\times CF$

2- احسب $\frac{AE}{DF}$

3- المستقيمان (AD) و (EF) يتقاطعان في I . بين أنّ $AI = 2\times AD$

4- ليكن K منصف [AI] بين أنّ $AK = AD$ ثمّ أستنتج أنّ المثلث KBD قائم الزاوية في B

(وحدة القيس هي الصم)

28 (وحدة قيس الطول هي الصم)

1- ليكن OBC مثلثا متقايس الضلعين وقمته الرئيسية O حيث $OB = 6$ و $BC = 4$

و A مناظرة B بالنسبة إلى O .

أ- بين أن المثلث ABC قائم الزاوية.

ب- انجز الرسم.

2- المستقيم المار من O والموازي للمستقيم (BC) يقطع (AC) في النقطة D .

بيّن أن D منتصف [AC].

3- لتكن G نقطة تقاطع [BD] و [CO].

أ- ماذا تمثل G بالنسبة للمثلث ABC ؟

ب- أحسب CG .

29 (وحدة قيس الطول هي الصم)

1- ليكن OBC مثلثا قائم الزاوية في O حيث $OB = 6$ و $OC = 3$ ولتكن G نقطة من [OB] حيث

$OG = 2$ و A مناظرة C بالنسبة إلى O .

أ- انجز الرسم

ب- بين أن G مركز ثقل المثلث ABC .

ج- المستقيم (AG) يقطع [BC] في نقطة D. بين أن D منتصف [BC].

2- المستقيم المار من D والموازي للمستقيم (AC) يقطع [AB] في النقطة E .

أ- بين أن E هي منتصف [AB].

ب- احسب DE

ج- بين أن النقاط C و G و E على استقامة واحدة.

3- لتكن ج دائرة مركزها O وشعاعها بالصم 3 تقطع [BC] في F وتقطع [AB] في K .

أ- بين أن المثلث ACF قائم

ب- لتكن H نقطة تقاطع المستقيمين (BO) و (AF). بين أن النقاط C و H و K على استقامة واحدة.

تعلم فليس المرء يولد عالما وليس أخو علم كمن هو جاهل
وإن كبير القوم لا علم عنده صغير إذا التفت عليه الجحافل
وإن صغير القوم إن كان عالما كبير إذا ردت إليه المحافل

العلاقات القياسيّة في المثلّث

... اعلم أن الهندسة تفيد صاحبها إضاءة في عقاله واستقامة في فكره لأن براهينها كلها بينة الانتظام جلية الترتيب لا يكاد الغلط يدخل أقيستها لترتيبها وانتظامها فيبعد الفكر بممارستها على الخطأ وينشأ لصاحبها عقل على ذلك المهيع وقد زعموا أنه كان مكتوبا على باب أفلاطون من لم يكن مهندسا فلا يدخل منزلنا وكان شيوخنا رحمهم الله يقولون ممارسة علم الهندسة للفكر بمثابة الصابون للثوب الذي يغسل منه الأقذار وينقيه من الأوضار والأدران ...

مقدمة ابن خلدون

I أستحضر
II نظريّة بيتاغور
III تطبيقات لنظريّة بيتاغور
IV عكس نظريّة بيتاغور
V العلاقة $AH \times BC = AB \times AC$
VI العلاقة $AH^2 = BH \times CH$
VII الخلاصة
VIII التمارين

العلاقات القياسيّة في المثلّث القائم

استحضر :

1 ABCD مربّع طول ضلعه a حيث $a > 0$

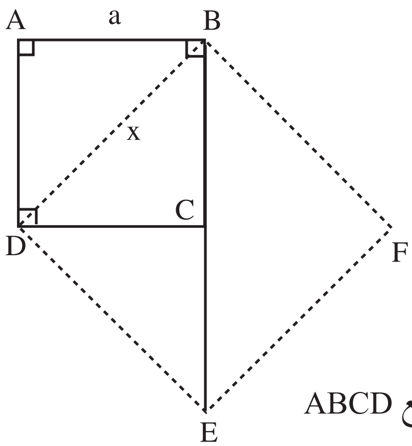
نعتبر النّقطتين E و F مناظرتا النّقطتين B و D

على التّوالي بالنّسبة للنّقطة C

أ– بيّن أنّ BDEF مربّع

ب– بيّن أنّ مساحة المربّع BDEF تساوي ضعف مساحة المربّع ABCD

ت– استنتج أنّ $a\sqrt{2}$ هو طول قطر المربّع ABCD



2 تأمّل الشّكل المقابل حيث MNPQ مستطيل

كلّ المساحات المطلوبة يتمّ حسابها بالصنتمتر المربّع

أ– بيّن أنّ المثلّث IJP متقايس الضّلعين وقائم

الزّاوية في النّقطة I

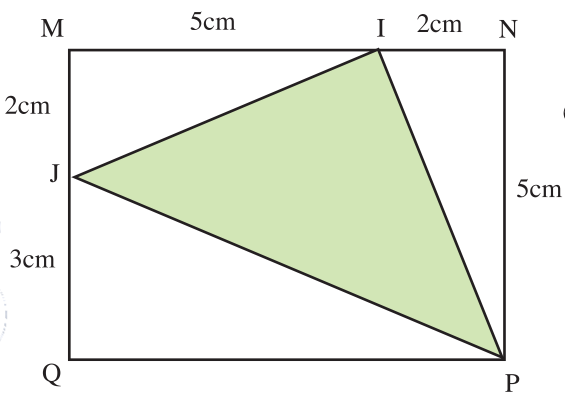
ب– احسب مساحة كلّ من المثلّثات الثّلاث

INP و IMJ و JPQ

ت– استنتج مساحة المثلّث IJP

ث– احسب طول الضّلع [IP]

ج– بيّن أنّ $JP = \sqrt{58}$



3 في الشّكل المقابل ABC مثلّث قائم الزّاوية في A

حيث $AB = 6cm$ و $AC = 8cm$

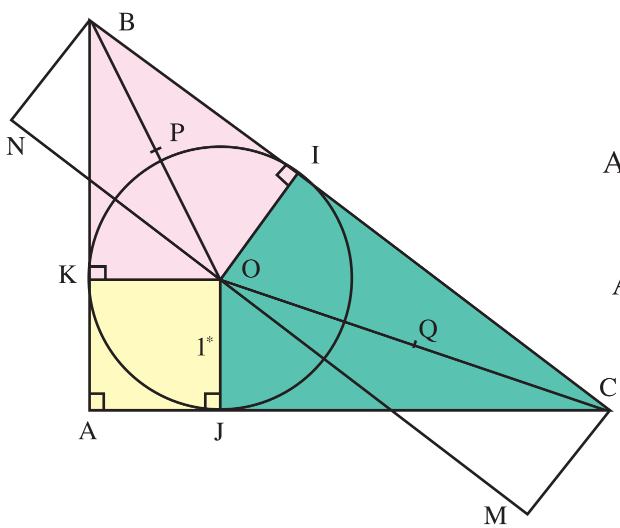
النّقطة O هي مركز الدّائرة المحاطة بالمثلّث ABC

P منتصف قطعة المستقيم [OB]

و Q منتصف قطعة المستقيم [OC]

النّقطة N مناظرة النّقطة I بالنّسبة للنّقطة P

النّقطة M مناظرة النّقطة I بالنّسبة للنّقطة Q



أ- بيّن أنّ كلاًّ من الرّباعيين OIBN و OICM مستطيل

ب- بيّن أنّ مساحة المستطيل OIBN تساوي مساحة الرّباعي OIBK

وكذاك مساحة المستطيل OICM تساوي مساحة الرّباعي OICJ

ليكن r شعاع الدّائرة المحاطة بالمثلّث ABC

ت- جد JC و KB بدلالة r ثمّ بيّن أنّ $r=\dfrac{14-BC}{2}$

ث- بيّن أنّ مجموع مساحتي المستطيل BCMN والمربّع AJOK يساوي $\dfrac{(14-BC)(14+BC)}{4}$

ج- استنتج أنّ $BC=10$

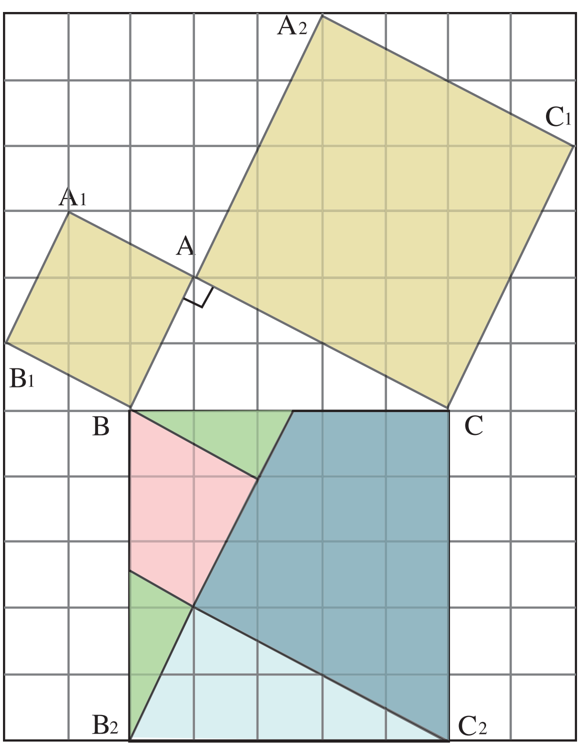
II- نظريّة بيتاغور

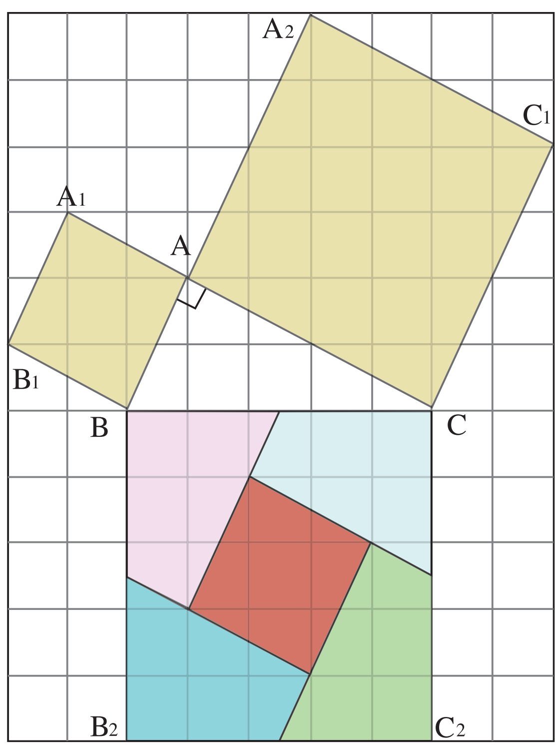
أستكشف :

نشاط 1 في كلّ حالة من الحالتين التّاليتين :

أنقل الشّكل ثمّ استعمل مقصًّا لفصل المناطق المكوّنة للمربّع BCC_2B_2 عن بعضها ثمّ بعد ذلك حاول تنظيمها من جديد لتغطّي المنطقتين المربّعتين ACC_1A_2 و BAA_1B_1

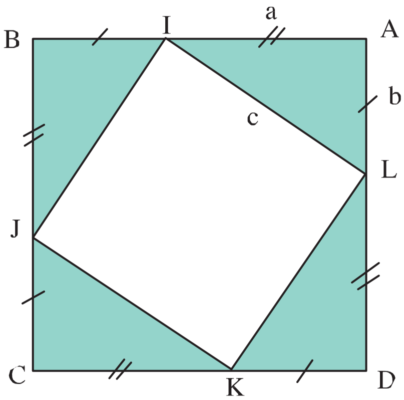
قارن BC^2 و AB^2+AC^2





نشاط 2 أحسب بدلالة a و b و c مساحة المربّع ABCD بطريقتين مختلفتين ثمّ استنتج بأنّ

$c^2 = a^2 + b^2$

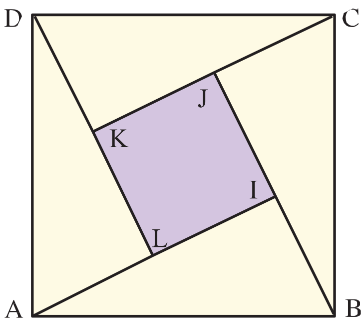


نشاط 3 في الشّكل المقابل BIA و CJB و DKC و ALD مثلّثات متقايسة وقائمة في I ، J ، K و L على التّوالي حيث

$AB = BC = CD = DA = c$

$IA = JB = KC = LD = b$

$IB = JC = KD = LA = a$

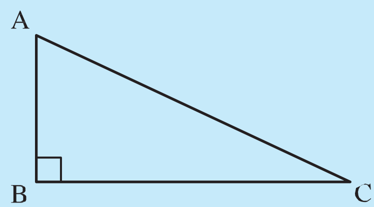


احسب بدلالة a و b و c مساحة المربّع ABCD بطريقتين مختلفتين

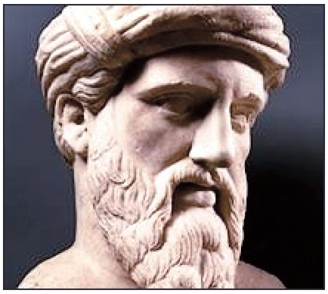
ماذا تستنتج ؟

نظريّة بيتاغور

مربّع طول الوتر في المثلّث القائم يساوي مجموع مربّعي طولي الضّلعين الآخرين



إذا كان ABC مثلّثا قائما في A فإن $BC^2 = AB^2 + AC^2$



بيتاغور (Pythagore)

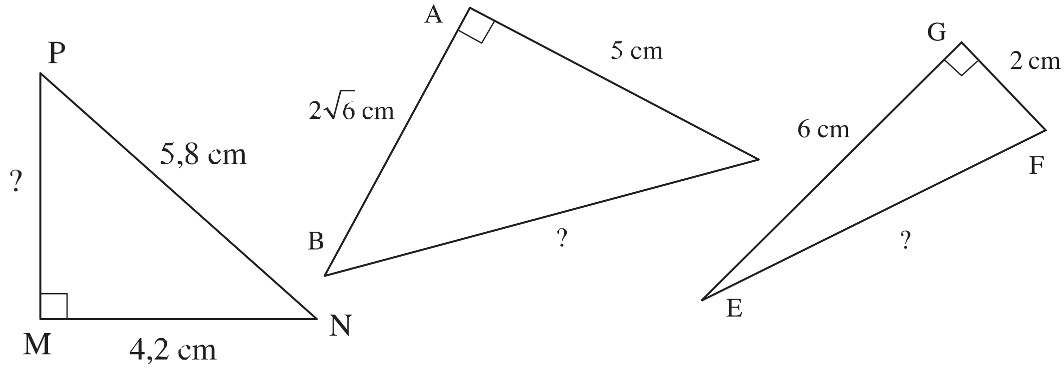
عالم إغريقيّ عاش في أواخر القرن السّادس قبل الميلاد

أطبق :

1 قطعة أرض مستطيلة الشّكل بعداها 210m و200m

جد طول قطرها.

2 في كلّ مثلّث من المثلّثات التّالية احسب طول الضّلع المجهول



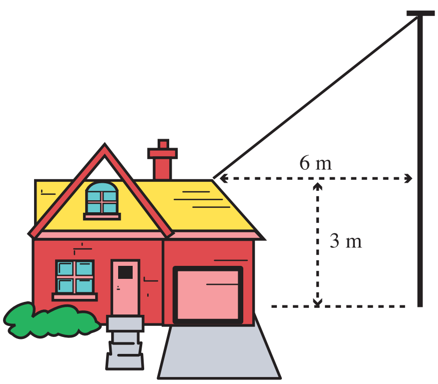
3 عمود كهربائيّ طوله 8m وُصل بسلك كهربائيّ إلى

قمّة منزل ارتفاعه 3m

أعط قيمة تقريبيّة لطول السّلك الكهربائيّ بالصنتمتر

إذا علمت أنَّ بعد نقطة تثبيت السّلك الكهربائيّ

إلى المنزل عن العمود الكهربائيّ يساوي 6m



4 ABCD مستطيل حيث $AB = 9cm$ و $AD = 3cm$

نعتبر النّقطة E من قطعة المستقيم [CD] حيث $DE = 3cm$

أ- احسب AE و BE

ب- هل أنّ المثلّث AEB قائم الزّاوية ؟ علّل جوابك.

III- تطبيقات لنظريّة بيتاغور

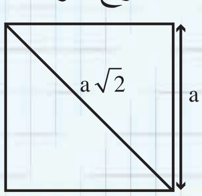
1- قيس طول القطر في مربّع

نشاط 4 ليكن ABCD مربّعا طول ضلعه a

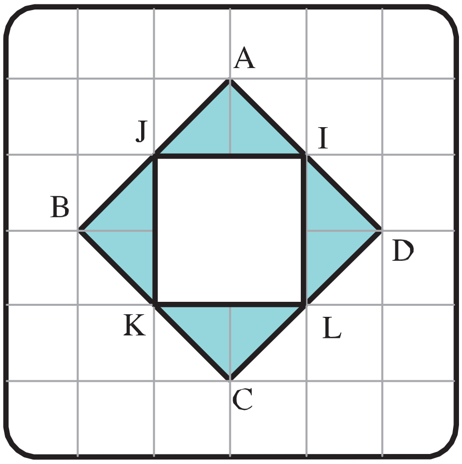
أوجد AC بدلالة a

إذا كان a هو طول ضلع مربّع فإن

طول قطر هذا المربّع هو $a\sqrt{2}$



أطبق :



ABCD و IJKL مربّعان كما هو مبيّن بالشّكل المقابل حيث $IJ = 2$ (وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر)

أ- احسب بالصنتمتر المربّع مساحة المنطقة الملوّنة

ب- هل يمكن أن تتثبّت من النّتيجة من خلال الرّسم ؟

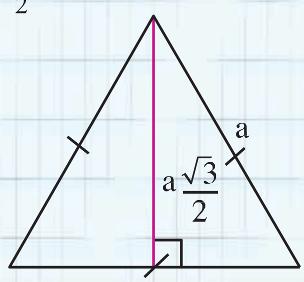
2- قيس طول الارتفاع في مثلّث متقايس الأضلاع

نشاط 5 ليكن ABC مثلّثًا متقايس الأضلاع طول ضلعه a و [AH] الارتفاع الصّادر من A

أ- بيّن أن $AH^2 = AB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

ب- استنتج AH بدلالة a

إذا كان a هو طول ضلع مثلّثٍ متقايس الأضلاع فإن طول الارتفاع الصّادر من إحدى قِممه هو $a\frac{\sqrt{3}}{2}$



أطبق :

1 أ- ابن معيّنا MNPQ حيث $MN = 5$ و $\widehat{NMQ} = 60°$

ب- جد كلّ من NQ و MP

2 ABC مثلّث متقايس الأضلاع ارتفاعه 4cm

نعتبر النّقطة D مناظرة النّقطة A بالنّسبة للمستقيم (BC) والنّقطة E مناظرة النّقطة B بالنّسبة للمستقيم (AC)

أ- بيّن أنّ النّقاط D و C و E على استقامة واحدة وأن C هي منتصف [ED]

ب- بيّن أنّ الرّباعي ABDE شبه منحرف ثمّ احسب مساحته بالصّنتمتر المربّع

IV- عكس نظريّة بيتاغور

أستكشف :

نشاط 1 أ- ابن مثلّثًا ABC حيث $AB = 8cm$ و $AC = 6cm$ و $BC = 10cm$

قارن $AB^2 + AC^2$ و BC^2

تثبّت باستعمال المنقلة بأن ABC مثلّث قائم وحدّد قمّة الزّاوية القائمة

ب- ابن مثلّثًا MNP حيث $NP = 5,6cm$ و $NM = 3,3cm$ و $MP = 6,5cm$

قارن $NM^2 + NP^2$ و MP^2

تثبّت باستعمال المنقلة بأن MNP مثلّث قائم وحدّد قمّة الزّاوية القائمة.

نشاط 2 ليكن ABC مثلّثًا حيث $BC^2 = AB^2 + AC^2$

أرسم قطعة مستقيم $[A'B']$ مقايسة لـ$[AB]$ ثمّ أرسم المستقيم Δ العمودي على $(A'B')$ والمارّ من A'

عيّن نقطةً C' من المستقيم Δ حيث $A'C' = AC$

بيّن أنّ $B'C' = BC$ ثمّ استنتج بأنّ المثلّثين ABC و$A'B'C'$ متقايسان

بيّن أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية في A

عكس نظريّة بيتاغور

إذا كان مربّعُ طولِ ضلعٍ في مثلّثٍ مساويًا لمجموع مربّعيْ طوليْ ضلعيه الآخرين فإنّ الزّاوية المقابلة لهذا الضّلع تكون قائمةً أي :

إذا كان MNP مثلّثا حيث $MP^2 = MN^2 + NP^2$ فإنّه قائم الزّاوية في N

أطبق :

1 نعتبر مثلّثًا ABC حيث $AB = 3cm$ و $AC = 4cm$ و $BC = 5cm$

بيّن أنّ ABC مثلّث قائم.

2 ليكن a عددا حقيقيّا موجبا ومخالفا للصّفر و A و B نقطتان حيث $AB = a$

نعتبر الدّائرة (C) الّتي قطرها $[AB]$ ونقطة I حيث $AI = \frac{35}{37}a$ و $BI = \frac{12}{37}a$

أ- بيّن أنّ النّقاط A و B و I ليست على استقامة واحدة

ب- بيّن أنّ النّقطة I تنتمي إلى الدّائرة (C)

3 ما هي المثلّثات القائمة من بين المثلّثات التّالية :

أ- مثلّث أقيسة أضلاعه 3 و 4 و5	ب- مثلّث أقيسة أضلاعه 7 و 8 و6
ب- مثلّث أقيسة أضلاعه 13 و12 و5	ث- مثلّث أقيسة أضلاعه 73 و48 و55
ج- مثلّث أقيسة أضلاعه 25 و7 و23	ح- مثلّث أقيسة أضلاعه $\sqrt{15}$ و7 و8

V- العلاقة $AH \times BC = AB \times AC$

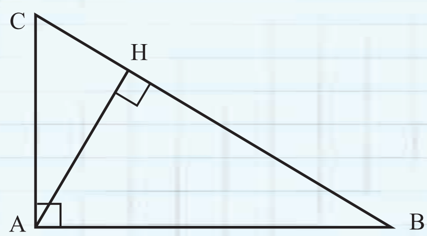
أستكشف :

نشاط 1 ليكنْ ABC مثلّثًا قائم الزّاوية في A و H المسقط العمودي للنّقطة A على المستقيم (BC)

أحسب بطريقتين مختلفتين مساحة المثلّث ABC

استنتج أنّ $AH \times BC = AB \times AC$

إذا كان ABC مثلّثا قائم الزّاوية في A و H المسقط العمودي لقمّة الزّاوية القائمة على الوتر [BC] فإنّ : $AH \times BC = AB \times AC$



أطبق :

1 ابن مثلّثا ABC قائم الزّاوية في A حيث BC = 8cm و AC = 6cm و H المسقط العمودي للنّقطة A على (BC). احسب AB و AH و BH و CH

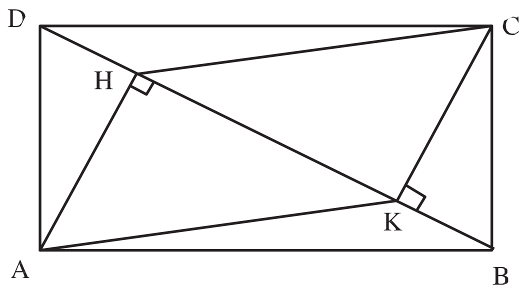
2 ليكن ABC مثلّثا قائم الزّاوية في A و H المسقط العموديّ للنّقطة A على المستقيم (BC)

بيّن أنّ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

3 في الشّكل المقابل :

ABCD مستطيل حيث AB = 8 و AD = 6

H المسقط العمودي للنّقطة A على (BD) و K المسقط العمودي للنّقطة C على (BD)



أ- احسب BD و AH و CK

ب- بيّن أنّ الرّباعي $AHCK$ متوازي أضلاع

ت- احسب HD و KB ثمّ استنتج HK

ث- بيّن أنّ $AHCK$ متوازي أضلاع ثمّ احسب محيطه.

تمرين مرفق بحل عدد 1:

ليكنْ ABC مثلّثًا قائم الزّاوية في A و H المسقط العمودي للنّقطة A على المستقيم (BC)

أ- علما بأنّ $BC = BH+HC$، بيّن أنّ $BC^2 = \left(BH^2 + HC^2 + 2BH \times HC\right)$

ب- بيّن أنّ $BH^2 = AB^2 - AH^2$ و $CH^2 = AC^2 - AH^2$

ج- استنتج إذًا بأنّ $AH^2 = HB \times HC$

الحل :

لدينا $BC = BH + HC$ إذن $BC^2 = (BH + HC)^2$ يعني $BC^2 = BH^2 + 2BH.HC + HC^2$

أ- AHB مثلّث قائم في H إذن $AB^2 = AH^2 + HB^2$ يعني $BH^2 = AB^2 - AH^2$

AHC مثلّث قائم في H إذن $AC^2 = AH^2 + HC^2$ يعني $CH^2 = AC^2 - AH^2$

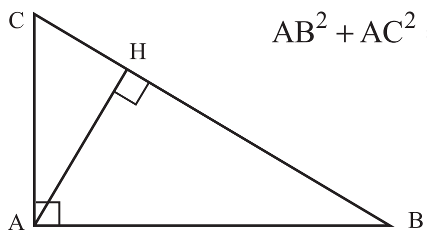
ب- لدينا $BH^2 = AB^2 - AH^2$ و $CH^2 = AC^2 - AH^2$

و $BC^2 = BH^2 + 2BH.HC + HC^2$

إذن $BC^2 = \left(AB^2 - AH^2\right) + 2HB.HC + \left(AC^2 - AH^2\right)$

$= AB^2 + AC^2 - 2AH^2 + 2HB.HC$

وبما أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية في A فإنّ $AB^2 + AC^2 = BC^2$



إذن $BC^2 = BC^2 - 2AH^2 + 2HB.HC$

يعني $2AH^2 = 2HB.HC$

يعني $AH^2 = HB.HC$

تمرين مرفق بحل عدد 2 :

لدينا قطعتيْ مستقيم $[OE]$ و$[OF]$ طولهما على التّوالي a و b حيث a و b عددين حقيقيّين موجبين ومخالفين للصّفر. ابن قطعة مستقيم طولها $\sqrt{ab}$

الحل :

نعتبر ثلاث نقاط B و C و H على استقامة واحدة حيث $HB = a$ و $HC = b$

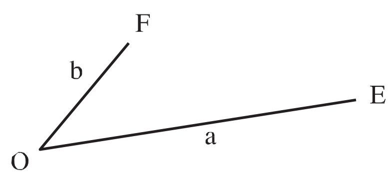
(C) الدّائرة الّتي قطرها $[BC]$ و Δ المستقيم العمودي على (BC) في النّقطة H

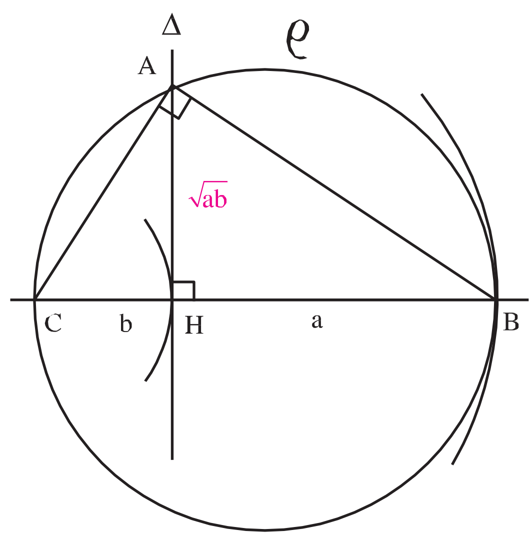
لتكن A إحدى نقطتي تقاطع Δ و (C)

النّقطة A تنتمي إلى الدّائرة (C) الّتي قطرها $[BC]$ وبالتّالي فإنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية في A

Δ عموديّ على (BC) في H و $A \in \Delta$ إذًا H هي المسقط العموديّ للنّقطة A على (BC)

إذن لدينا $AH^2 = HB \times HC$ يعني $AH^2 = ab$ يعني $AH = \sqrt{ab}$





V- العلاقة $AH^2 = BH \times CH$

نشاط 1 نعتبر مثلثا ABC قائم الزاوية في A و H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC)

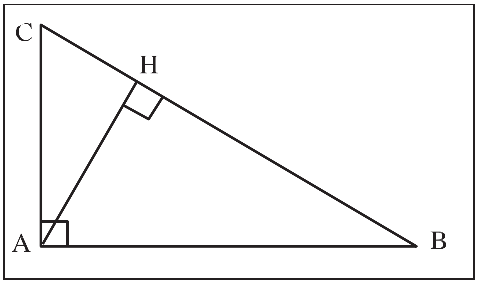
1- احسب AH^2 بطريقتين.

2- بيّن أنّ $2AH^2 = BC^2 - \left(BH^2 + CH^2\right)$.

3- لاحظ أنّ $BC^2 = \left(BH + CH\right)^2$ ثمّ استنتج أن : $AH^2 = BH \times CH$.

إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية في A و H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) فإن :

$AH^2 = BH \times CH$



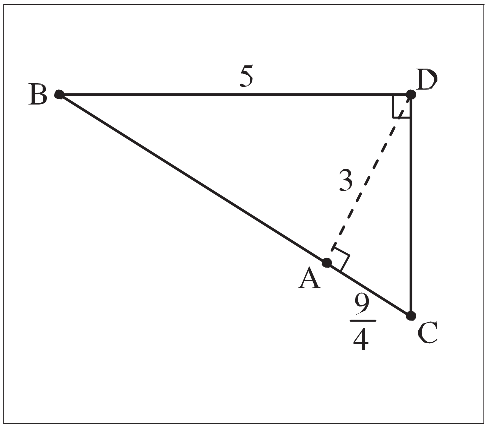
أطبق :

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

نعتبر مثلثا BCD قائم الزاوية في D و A المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (BC) . حيث :

$BD = 5$ و $AD = 3$ و $AC = \frac{9}{4}$.

احسب كلاًّ من AB و CD بطريقتين.



أحوصل

إذا كان ABC مثلّثا قائما في A

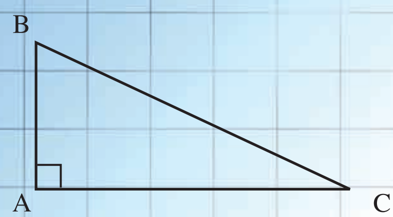
فإن $BC^2 = AB^2 + AC^2$

إذا كان لدينا $BC^2 = AB^2 + AC^2$

فإنّ ABC مثلّث قائم الزّاوية في A

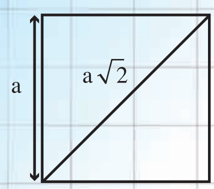
ABC مثلث قائم الزاوية في A

يعني $BC^2 = AB^2 + AC^2$



إذا كان a هو طول ضلع مربّع فإن طول قطره هو

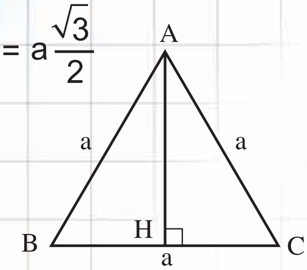
$a\sqrt{2}$



إذا كان a هو طول ضلع مثلّث متقايس الأضلاع

فإن طول أحد ارتفاعاته $a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

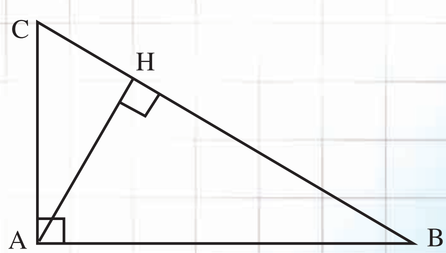
$AH = a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



إذا كان ABC مثلّثا قائم الزّاوية في A و H المسقط

العمودي للقمة A على الوتر [BC] فإنّ :

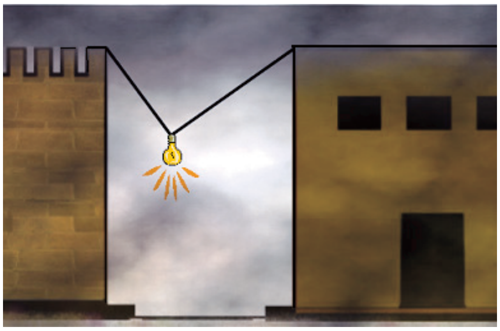
$AH \times BC = AB \times AC$ و $AH^2 = HB \times HC$



تمـــــارين

1 بأحد الشوارع شدّ فانوس كهربائيّ بسلكين كهربائيين متعامدين طول الأوّل 10m وطول الثّاني 12m

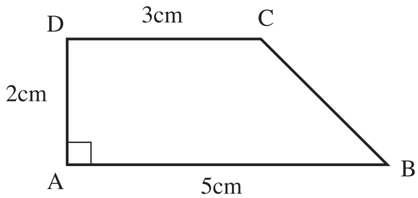
أعط قيمة تقريبيّة لعرض الشّارع.



2 في الشّكل المقابل ABCD شبه منحرف قائم

حيث AB = 5cm وAD = 2cm و DC = 3cm

أعط قيمة تقريبيّة لكلٍّ من AC وBD و BC



3 قطعة أرض على شكل مثلّث متقايس الضّلعين طول قاعدته 100m وطول كلٍّ من ضلعيه الآخرين 150m

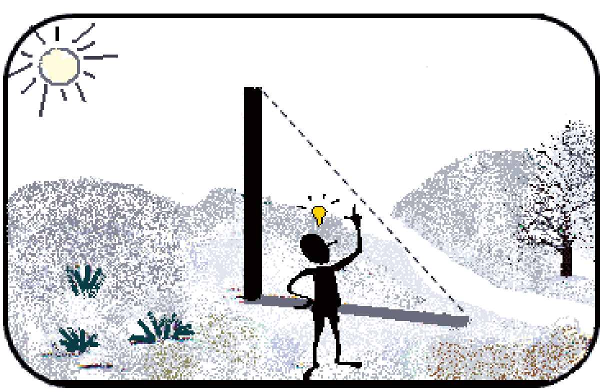
جدْ مساحتها بالصنتيمتر المربّع

4 يستعمل المصريّون القدامى حبلا به 12 عقدة حيث تبعد كلّ عقدة عن الّتي تليها نفس البعد (كما هو مبيّن على الشّكل المقابل) لاستعماله في بناء الزّوايا القائمة.

كيف تتوقّع أن يتمّ استعمال هذا الحبل ؟

5 عمود طوله 4m ثبّت عموديّا في الأرض على عمق 1m

جد قيمة تقريبيّة للمسافة الفاصلة بين قمة العمود وطرف الظّل إذا علمت أنّ طول الظّل يمثّل 90 % من طول العمود.



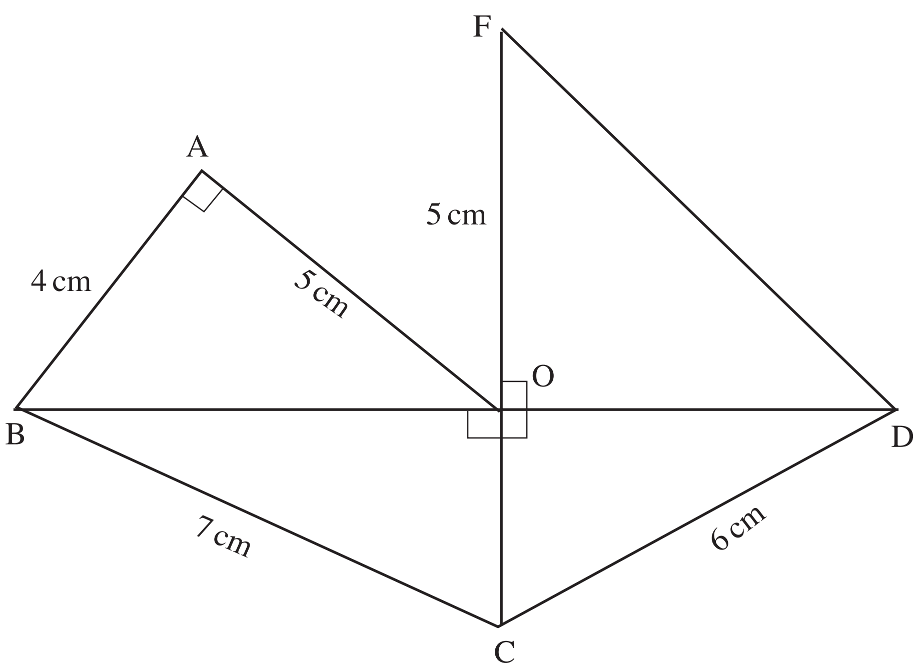
6 ABCD مستطيل حيث $AB = 10cm$ و $AD = 3cm$

نعتبر النّقطة I تنتمي إلى $[AB]$ حيث $AI = 1cm$

أ– أحسب كلاًّ من IC و ID

ب– بيّن أنّ المثلّث CID قائم الزّاوية

7 تأمّل الشّكل المقابل ثمّ احسب قيس طول الضّلع $[DE]$

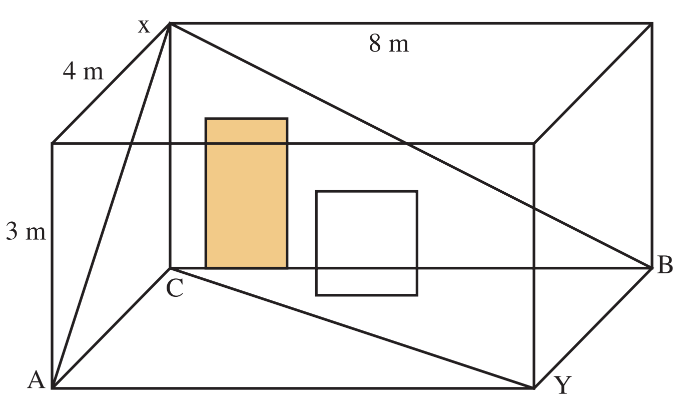


8 لإيصال سلك كهربائي من النّقطة X إلى النّقطة Y

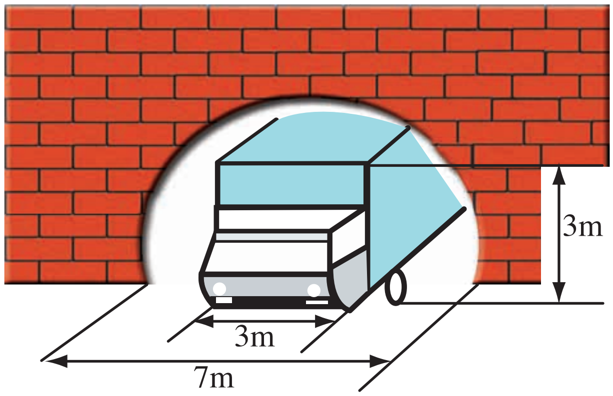
قرّر صاحب البيت أن يختار مسلكا من بين المسالك الثّلاث

X-A-Y أو X-B-Y أو X-C-Y

ما هو المسلك الأقلّ تكلفة ؟



9 شاحنة عرضها ثلاثة أمتار وجزؤها العلوي على شكل متوازي مستطيلات، عليها أن تعبر نفقا صمّم من الدّاخل على شكل نصف دائرة قطرها سبعة أمتار فهل تستطيع الشّاحنة عبور النّفق إذا علمت أنّ ارتفاعها الجملي يساوي ثلاثة أمتار وبأنّها تتوسّط النّفق أثناء عبورها منه ؟ علّل جوابك

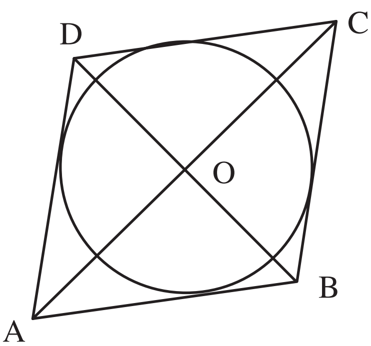


10 ABCD معيّن حيث $AC = 8cm$ و $BD = 6cm$

(C) الدّائرة التي مركزها O والمحاطة بالمعيّن ABCD

أ- احسب قيس طول ضلع المعيّن ABCD

ب- بيّن أنّ شعاع الدّائرة (C) يساوي 2,4cm



11 نعتبر مستقيما مدرّجا Δ مقترنا بمعيّن (O, I)

أ- ابن نقطة J حيث المثلّث IOJ متقايس الضّلعين وقائم الزّاوية في O

ب- بيّن أنّ $IJ = \sqrt{2}$ ثمّ ابن النّقطة A التي فاصلتها $\sqrt{2}$

ج- بيّن أنّ $AJ = \sqrt{3}$ ثمّ ابن النّقطة B التي فاصلتها $\sqrt{3}$

د- اتّبع نفس الخطوات لبناء النّقاط C و D و E التي فاصلاتها على التّوالي $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$

هـ- هل يمكن تعيين النّقطة E اعتمادا على النّقطة B مباشرة ؟ وضّح ذلك.

12 أعط طريقتين مختلفتين لبناء قطعة مستقيم طولها $\sqrt{50}$ بالصّنتمتر.

13 ليكن $[OA]$ و $[OB]$ قطعتيْ مستقيم حيث $OA = a$ و $OB = b$ $(a > b > 0)$

أ– ابن قطعة مستقيم طولها $\sqrt{a^2 - b^2}$

ب– **تطبيق** : ابن قطعة مستقيم طولها $\sqrt{55}$ بالصّنتمتر

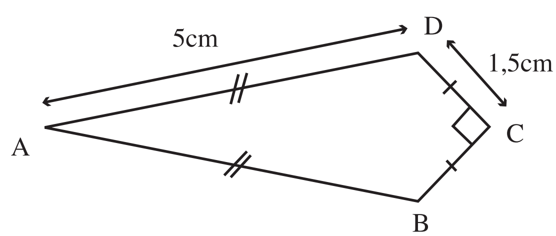
14 ABC مثلّث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه 5cm

نعتبر النّقطة D مناظرة النّقطة A بالنّسبة إلى المستقيم (BC)

بيّن أنّ الرّباعيّ ABDC معيّن ثمّ أعط قيمة تقريبيّة لمساحته بالصنتمتر المربّع

15 تأمّل الشّكل المقابل

جدْ قيمة تقريبيّة لمساحة الرّباعيّ ABCD



16 نعتبر قطعة المستقيم $[AB]$ حيث $AB = 7{,}5cm$ والدّائرة (C) قطرها $[AB]$

أ– عيّن نقطة M من الدّائرة (C) حيث $AM = 4{,}5cm$

ب– لتكن النّقطة N مناظرة النّقطة M بالنّسبة إلى المستقيم (AB)

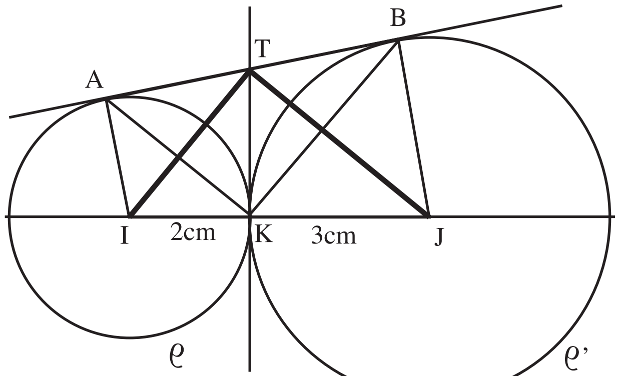
بيّن أنّ N تنتمي إلى الدّائرة (C)

ت– لتكن H نقطة تقاطع (AB) و (MN)

أحسب طول الحبل $[MN]$

17 في الشّكل (C) و(C') دائرتان متماسّتان في النّقطة K و $IB = 2\sqrt{7}$

(AB) مماسّ مشترك للدّائرتين (C) و(C') على التّوالي في A وB والمستقيم (KT) عموديّ على (IJ) في النّقطة K ويقطع (AB) في النّقطة T



لتكنْ M نقطة تقاطع (TJ) و (BK)

و N نقطة تقاطع (AK) و (IT)

أ- أحسب AB

ب- بيّن أنّ المثلّثين IAT و IKT متقايسان

ج- بيّن أن T منتصف [AB]

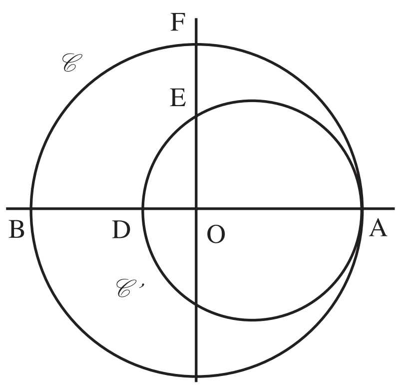
د- احسب IT و JT ثمّ بيّن أنّ المثلّث ITJ قائم الزّاوية في T

هـ- احسب AK

و- بيّن أنّ المثلّث AKB قائم الزّاوية في K ثمّ احسب BK

ز- ما هي طبيعة الرّباعيّ KMTN ؟ علّل جوابك

18



تأمّل الشّكل المقابل حيث O هو مركز الدّائرة $\mathscr{C}$ المحيطة بالمثلّث ABF

و $(OF) \perp (AB)$ و $OE = 20cm$ و $OD = 16cm$

و x شعاع الدّائرة $\mathscr{C}$ $(x>0)$

أ- احسب ED

ب- جد كتابة لكل من EA و AD بدلالة x

ت- جدْ شعاع كلّ من الدّائرتين $\mathscr{C}$ و $\mathscr{C}'$.

19

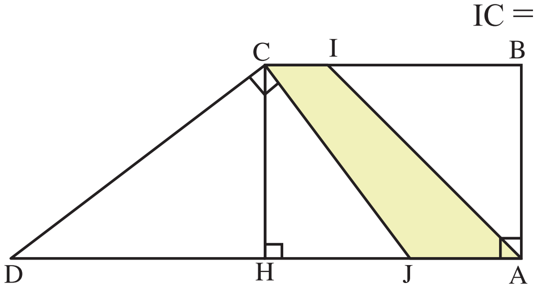
ABCD شبه منحرف قائم الزّاوية في A قاعدتاه [AD] و [BC]

حيث $AB = 3cm$ و $BC = 4cm$ و $AD = 8cm$

لتكن I النّقطة الّتي تنتمي إلى [BC] حيث $IC = 1cm$

المستقيم العموديّ على (CD) في النّقطة C

يقطع (AD) في J .



أ- أحسب AI و CD

ب- جد كتابتين مختلفتين لـ CJ^2 بدلالة HJ

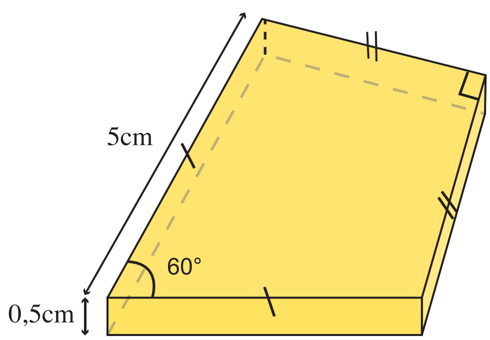
ج- بيّن أنّ $CJ=\frac{15}{4}$ ثمّ احسب DJ و AJ

د- استنتج محيط ومساحة الرّباعيّ AICJ

20 قطعة ذهبيّة على شكل موشور قائم كثافتها $19{,}3g/cm^3$

تأمّل الشّكل المقابل ثمّ أعط قيمة تقريبيّة لثمنها

إذا علمت أنّ ثمن الغرام الواحد يساوي 10 دنانير



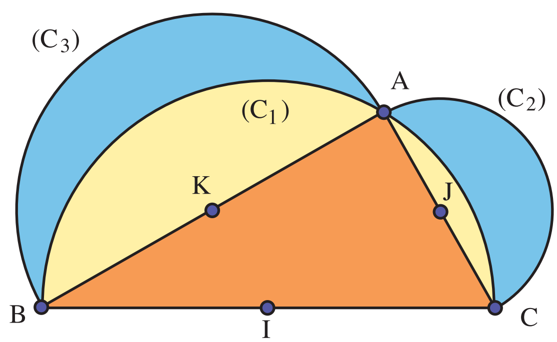
21 ABC مثلّث قائم الزّاوية في A

(C_1) و (C_2) و (C_3) أنصاف دوائر

مراكزها على التّوالي I و J و K رسمت على

أضلاع المثلّث ABC الثّلاث (تأمّل الشّكل

المقابل)



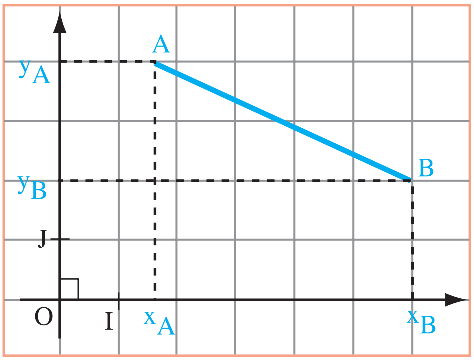
أ- بيّن أنّ مجموع مساحتي نصف القرص

الدّائري المحدود بـ (C_2) ونصف القرص الدّائري المحدود بـ (C_3) يساوي مساحة نصف القرص

الدّائري المحدود بـ (C_1)

ب- استنتج أنّ مساحة المنطقة الملوّنة بالأزرق تساوي مساحة المثلّث ABC

22



ليكن (O,I,J) معيّنا للمستوي حيث $(OI) \perp (OJ)$

و $OI = OJ = 1$ وليكن A و B نقطتين إحداثياتهما

على التّوالي (x_A, y_A) و (x_B, y_B)

أ– بيِّن أنّ $AB = |x_B - x_A|$ إذا كان $y_A = y_B$

ب– بيِّن أنّ $AB = |y_B - y_A|$ إذا كان $x_A = x_B$

ت– نفترض في هذا السّؤال بأنّ $y_A \neq y_B$ و $x_A \neq x_B$

نعتبر النّقطة $C(x_A, y_B)$

بيِّن أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية في C ثمّ استنتج بأنّ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

23

ليكن (O , I , J) معيّنا في المستوي P حيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ = 1$

نعتبر النّقاط $A(-1,-2)$ و $B(4,3)$ و $C\left(-\frac{7}{2},\frac{1}{2}\right)$

أ– أرسم النقاط A و B و C في المستوي P

ب– احسب AB و AC و BC (استعمل نتيجة التّمرين السّابق)

ج– بيّن أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية في A

أنشطة حول الرباعيات

I

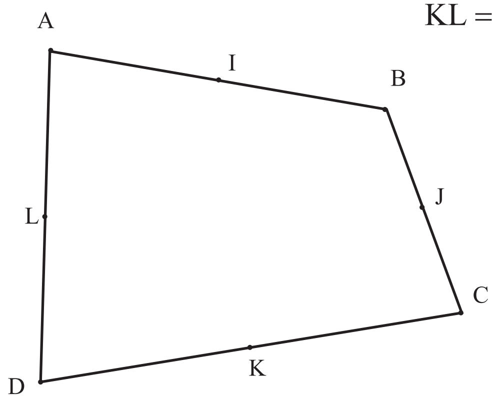
أنشطة حول الرباعيات

أنشطة حول الربـاعيات

نشاط 1 تأمل الرسم المصاحب حيث ABCD رباعي وI وJ وK وL على التوالي منتصفات [AB] و[BC] و [CD] و[DA]

1- بين أن (IJ) و (AC) متوازيان وأن $KL = IJ = \dfrac{AC}{2}$

2- بين أن الرباعي IJKL متوازي أضلاع.

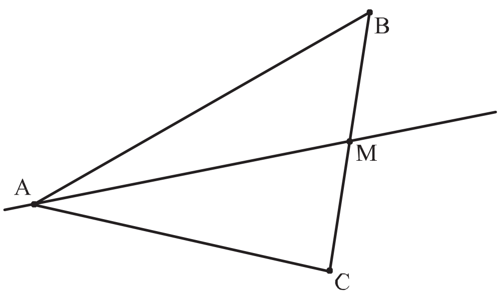


نشاط 2 ضع كلمة "صواب" أو "خطأ" في الخانة المقابلة لكل جملة من الجمل التالية :

1. كل رباعي، أضلاعه متوازية مثنى مثنى هو مستطيل. .... ☐
2. إذا ربطت منتصفات الأضلاع المتتالية لمستطيل أتحصل على مستطيل. .... ☐
3. إذا ربطت منتصفات الأضلاع المتتالية لمستطيل أتحصل على مربع. .... ☐
4. إذا ربطت منتصفات الأضلاع المتتالية لمستطيل أتحصل على معيّن. .... ☐
5. كل رباعي له قطران متقايسان ومتعامدان هو مربع. .... ☐
6. قطرا المستطيل متعامدان. .... ☐

نشاط 3 تأمل الرسم المصاحب حيث ABC مثلث

وM منتصف [BC].



1) ابن H و K على التوالي المسقطين العموديين لكل من النقطتين B و C على المستقيم (AM).

2) بين أن المثلثين BHM و CKM متقايسين.

3) استنتج أن الرّباعي BCHK متوازي أضلاع.

نشاط 4

ABC مثلث قائم الزاوية في C و O منتصف [AC]

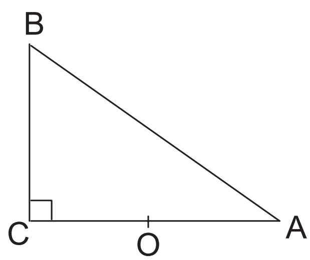
1) ابن النقطة D نظيرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة O.

2) بين أن الرّباعي ABCD متوازي أضلاع .

3) لتكن M منتصف [AB] و N منتصف [DC]

أ) بين أن M و N و O على نفس الاستقامة واحدة.

ب) بين أن الرّباعي AMCN متوازي أضلاع



نشاط 5

ABCD شبه منحرف قائم الزاوية في A و D حيث :

AB = 5 و AD = 4 و DC = 8 و E نقطة من [AB] حيث AE = 3

1) احسب DE

2) عين I منتصف [ED] ثم احسب AI.

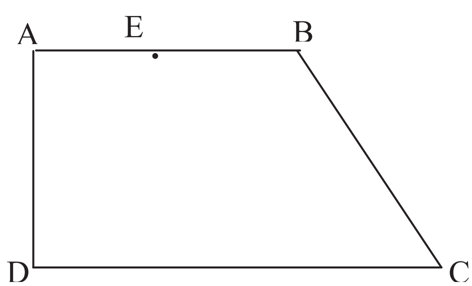
3) المستقيم المار من I والموازي للمستقيم (AB) يقطع المستقيم (BC) في نقطة J.

أ) بين أن J منتصف [BC].

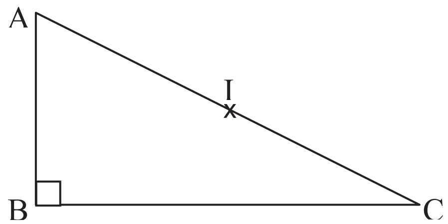
ب) احسب IJ .

ج) بين أن ABJI متوازي أضلاع.

4) احسب BC ثم استنتج طبيعة الرباعي EBCD.



نشاط 6



أرسم مثلثا ABC قائم الزاوية في B وI منتصف [AC].

1) أ) ابن النقطة D حيث I منتصف [BD]

ب) بين أن الرباعي ABCD مستطيل

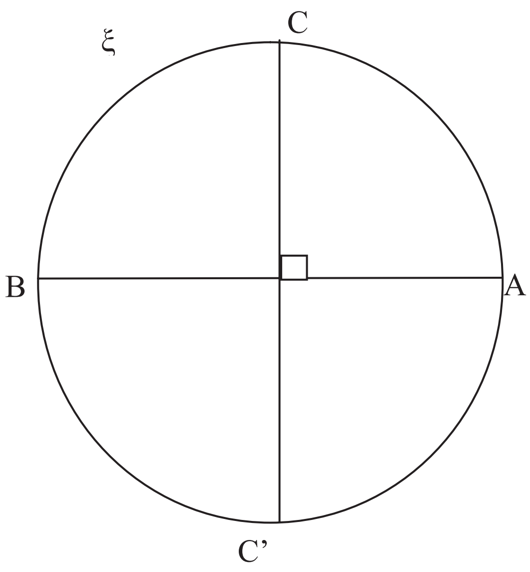
2) أ) ابن النقطة E حيث B منتصف [AE]

ب) بين أن BECD متوازي الأضلاع

ج) بين أن المثلث AEC متقايس الضلعين

3) لتكن M منتصف [EC]. بين أن الرباعي MBIC معيّن.

نشاط 7



نعتبر دائرة ع مركزها 0 وقطرها [AB] حيث AB = 8 والموسط العمودي للقطعة [AB] يقطع ع في C و C'.

1) أ) بين أن المثلث ABC قائم متقايس الضلعين.

ب) احسب CB

2) أ) ارسم النقطة I منتصف [OA] والمستقيم D المماس لـــ ع في A.

ب) لتكن E نقطة تقاطع المستقيم D مع (CI)

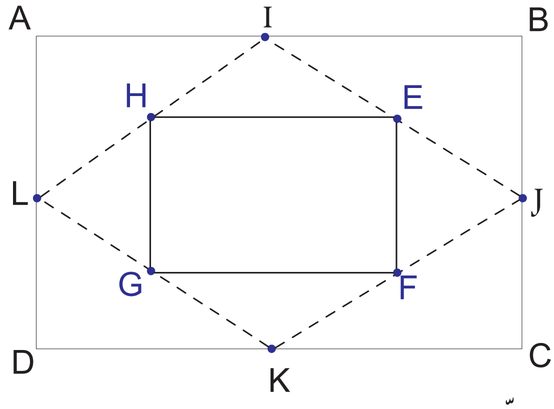
بين أن الرباعي ACOE متوازي أضلاع

3) المستقيم (OE) يقطع [BC] في J

أ) احسب OJ

ب) عين F منتصف [AC] ثم بين أن الرباعي CJOF مربع.

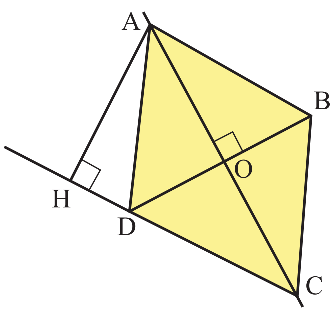
نشاط 8 ABCD مستطيل و I و J و K و L على التوالي منتصفات [AB] و [BC] و [CD] و [DA].



1) بيّن أن IJKL معيّن.

2) لتكن E و F و G و H على التوالي منتصفات [IJ] و [JK] و[KL] و [LI] بيّن أن الرباعي EFGH مستطيل

نشاط 9 في الرسم المقابل الرباعي ABCD معيّن والنقطة H هي المسقط العمودي للقمّة A على (CD).



مساحة المعيّن ABCD تساوي :

1. ACxOB ☐
2. AHxAB ☐
3. OAxOB ☐

نشاط 10 ليكن IJKL متوازي أضلاع، وR منتصف [IJ] و S منتصف [KL].

1) بين أن المستقيمين (RL) و (JS) متوازيان.

2) لتكن E نقطة تقاطع (LR) و (IK) و F نقطة تقاطع (JS) و (IK) .

بين أن [IE] و [EF] و [FK] متقايسة.

نشاط 11 ليكن ABCD رباعيا محدبا والنقاط I و J و K و L منتصفات الأضلاع [AB] و [BC] و [CD] و [AD].

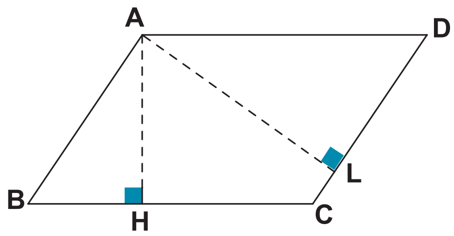
1) ما هي طبيعة الرباعي IJKL ؟

2) في أيّ حالة يكون الرباعي IJKL معيّنا ؟

3) في أيّ حالة يكون الرباعي IJKL مستطيلا ؟

4) كيف في أيّ حالة يكون الرباعي IJKL مربّعا ؟

نشاط 12 في الرسم المقابل ABCD متوازي أضلاع.



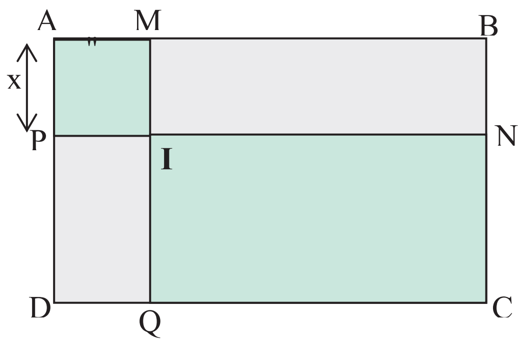
النقطة H هي المسقط العمودي لـــ A على (BC).

النقطة L هي المسقط العمودي لـــ A على (CD).

1) ماذا يمثل الجداء AH×BC بالنسبة إلى هذا الشكل ؟

2) أثبت أن $\frac{AH}{AL} = \frac{CD}{BC}$

نشاط 13 تأمل الرّسم المقابل حيث ABCD مستطيل و AD = 4cm و AB = 6cm و P نقطة من [AD]



حيث AP = x cm

(x عدد حقيقي موجب)

M تنتمي إلى [AB] وتحقق AM = AP.

المستقيم (PN) موازي لـــ (CD) والمستقيم

(MQ) موازي لـــ (AD).

1) أ) ما هي طبيعة الرباعي (AMIP)

ب) ما هي طبيعة الرباعي (CQIN)

2) أحسب بدلالة x :

S مساحة الرباعي AMIP

و S' مساحة الرباعي CQIN

3) ابحث عن موقع النقطة P التي تحقق S = S'.

4) ابحث عن مجموعة الأعداد الحقيقية x التي تحقق S > S'

مسائل تأليفية

مسألة تأليفية عدد 1

وحدة قيس الطول هي الصم

1) ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A حيث AB = 6 و $AC = 3\sqrt{2}$

أ) أنجز الرسم

ب) ارسم النقطة D من [AB] حيث $AD = \frac{1}{4}AB$

ج) احسب DC و BC

د) استنتج أن المثلث BDC متقايس الضلعين.

2) لتكن النقطة E حيث D منتصف [BE]، أثبت أن المثلث BCE قائم الزاوية.

3) المستقيم المار من D والعمودي على (BC) يقطع (BC) في H ويقطع (AC) في F.

أ) بين أن $\frac{DF}{CE} = \frac{1}{2}$

ب) احسب AF

ج) اثبت أن الرباعي EFBH متوازي الأضلاع.

د) استنتج أن الرباعي FHCE مستطيل.

مسألة تأليفية عـدد2

وحدة قيس الطول هي الصم

1) ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 2$ و $AC = 4\sqrt{2}$ و $BC = 6$

أ) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية

ب) أنجز الرسم

2) أ) ارسم الدائرة ℭ المحيطة بالمثلث ABC ثم عين النقطة E من نصف المستقيم [BA) بحيث $BE= 6$

والنقطة D مناظرة E بالنسبة إلى B.

ب) اثبت أن المثلث DEC قائم الزاوية في C

ج) احسب EC ثم استنتج DC

3) المستقيم (DC) يقطع الدائرة ℭ في نقطة ثانية I.

أ) بين أن (EC) و (BI) متوازيان

ب) اثبت أن I منتصف [DC] ثم احسب BI

4) لتكن F نقطة تقاطع المستقيمين (BI) و (AC)

أ) بين أن $EC = 2BF$

ب) اثبت أن الرباعي EFDI متوازي أضلاع

ج) اثبت أن الرباعي EFIC مستطيل

5) لتكن M نقطة تقاطع (EI) و (BC)

أ) بين أن $CM= 4$

ب) بين أن (DM) يقطع [EC] في المنتصف

مسألة تأليفية عـدد3

وحدة قيس الطول هي الصم

1) IBA مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية I حيث IA =3 و AB= 4 و C مناظرة B بالنسبة إلى I

أ) أنجز الرسم

ب) بين أن المثلث ABC قائم

ج) احسب AC

2) أ) ارسم النقطة D مناظرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة A

ب) احسب CD

3) المستقيم المار من B والموازي للمستقيم (CD) يقطع المستقيم (AC) في نقطة F.

بين أن الرباعي DFBC معيّن

4) لتكن M نقطة تقاطع (AC) و (DI). بين أن CM=2MA

مسألة تأليفية عـدد4

وحدة قيس الطول هي الصم

1) (OIJ) معيّن في المستوي حيث (OI) عمودي على (OJ)

أ) عين النقاط A(2.4) و E(-4.4)

ب) بين أن المستقيمين (EA) و (OI) متوازيان

2) لتكن C مناظرة النقطة A بالنسبة إلى O و D نقطة تقاطع المستقيمين (EC) و (OI)

أ) اوجد إحداثيات C. علل جوابك.

ب) اوجد إحداثيات D. علل جوابك.

3) احسب AE

4) لتكن النقطة B حيث B(3,0) و H و K نقطتي تقاطع المستقيم (OJ) على التوالي مع المستقيمين (AD) و (BC)

أ) اثبت أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

ب) اثبت أن الرباعي AHCK متوازي أضلاع.

5) المستقيم المار من C والموازي للمستقيم (OI) يقطع المستقيم (AD) في نقطة F

أ) بين أن الرباعي AEFC متوازي أضلاع.

ب) المستقيم (FC) يقطع (OJ) في النقطة G. أوجد إحداثيات كل من النقطتين G و F، علل جوابك.

مسألة تأليفية عــدد5

وحدة قيس الطول هي الصم

1) ليكن (O.I.J) معيّنا في المستوي حيث (OI) عمودي على (OJ)

أ) عين النقاط $A(4.2)$ و$C(1.3)$ و$D(0.3)$

ب) بين أن المستقيمين (CD) و(OJ) متعامدان

ج) احسب OC

2) احسب إحداثيات E منتصف [AC]

3) لتكن النقطة B حيث E منتصف [OB]

أ) احسب إحداثيات B.

ب) بين أن الرباعي OABC متوازي أضلاع

4) المستقيم المار من E والموازي للمستقيم (OC) يقطع المستقيم (0A) في F

أ) ما هي إحداثيات F

ب) احسب EF

مسألة تأليفية عــدد6

وحدة قيس الطول هى الصم

1) ليكن (O.I.J) معيّنا في المستوي حيث (OI) عمودي على (OJ).

أ) ارسم النقطتين $A(3.0)$ و$C(O.2)$.

ب) ارسم النقطة B حيث OABC مستطيل

ج) ما هي إحداثيات B ؟

2) لتكن النقطة E مناظرة C بالنسبة إلى B

أ) ما هي إحداثيات E ؟

ب) بين أن الرباعي OAEB متوازي أضلاع

ج) بين أن المثلث ACE متقايس الضلعين

3) لتكن النقطة F مناظرة A بالنسبة إلى B.

أ) ما هي إحداثيات F ؟

ب) بين أن الرباعي ACFE معيّن.

4) لتكن H مركز المستطيل OABC والنقطة K حيث $K(2,2)$. بين أن النقاط H وK وF على نفس الإستقامة.

مسألة تأليفية عـدد 7

وحدة قيس الطول هى الصم

1) (O.I.J) معين في المستوي حيث (OI) عمودي على (OJ)

أ) عين النقطة B(3.0) و K منتصف القطعة [OB].

ب) ابن النقطة A بحيث يكون **المثلث** AOB متقايس الأضلاع

ج) احسب إحداثيات K و A

2) لتكن C مناظرة A بالنسبة إلى المستقيم (OI)

أ) ما هي إحداثيات C ؟ علل جوابك.

ب) بين ان **الرباعي** ABCO معيّن.

3) لتكن D مناظرة C بالنسبة **إلى** O.

أ) بين أن **الرباعي** ABCD شبه منحرف متقايس الضلعين.

ب) احسب مساحة ومحيط شبه المنحرف ABCD

4) لتكن E مناظرة D بالنسبة إلى A.

أ) احسب إحداثيات E.

ب) بين أن المثلث EDC متقايس الأضلاع.

ج) استنتج مساحة ومحيط المثلث DEC.

5) المستقيم (BD) يقطع [AK] في نقطة G. أحسب DG

مسألة تأليفية عـدد 8

وحدة الطول هى الصم

1) ليكن EFG مثلثا قائم الزاوية في F حيث $FG = 4$ و $FE = 3$ و O منتصف $[EG]$

أ) انجز الرسم.

ب) احسب EG .

ج) احسب FO .

2) المستقيم المار من E والموازي للمستقيم (FO) يقطع المستقيم (FG) في نقطة K

بين أن المثلث EGK متقايس الضلعين.

3) المستقيم (KO) يقطع (EF) في نقطة M .

أ) احسب EM .

ب) المستقيمان (GM) و (EK) يتقاطعان في نقطة A . بين أن A منتصف $[EK]$

ج) ما هي طبيعة الرباعي EAFO ؟ علل جوابك .

4) لتكن ج الدائرة التي قطرها $[EG]$.

بين أن النقطة F تنتمي إلى الدائرة ج

5) المستقيم العمودي على (KG) في النقطة G يقطع (EK) في النقطة D .

بيّن أن E منتصف $[KD]$.

6) المستقيم (GD) يقطع الدائرة ج في نقطة ثانية P والمستقيم (KD) يقطع الدائـــرة ج في نقطة ثانية N.

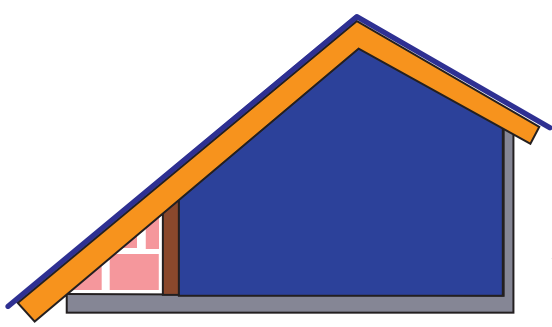
أ) بين أنّ [GN] و[EP] هما ارتفاعان للمثلث GED.

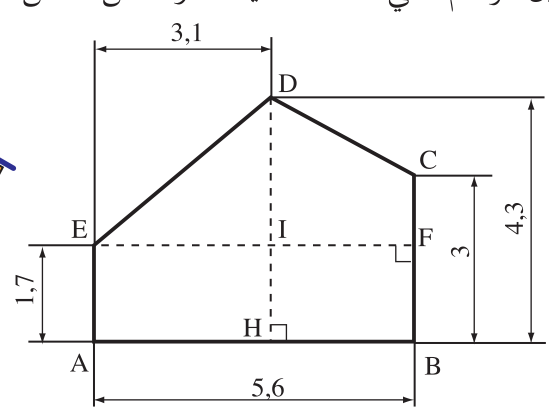
ب) احسب GN .

ج) لتكن Q نقطة تقاطع المستقيمين (GN) و (EP). بين أن المستقيمين (DQ) و (EG) متعامدان.

مسألة مرفقة بحل :

لدهن هذا الحائط، اضطر صاحبه إلى حساب مساحته وفق الأبعاد التي تظهر على المجسم على يمين الرسم لكي يحدد الكميّة اللازمة من الدهن.





- إذا علمت أن وحدة القيس هي المتر وأن المستقيمان (AE) و (BC) يعامدان المستقيم (AB) وأن متر المربّع من الحائط يستدعي 750 غراما من الدّهن. احسب كميّة الدهن اللازمة ؟

مسألة مرفقة بحل :

الحـل [الخطوط الكبرى] :

- البحث عن مساحة الحائط :

لحساب ذلك، ينبغي تقسيم الشكل إلى أشكال خاصة، وهنالك أكثر من طريقة.

لنا : مساحة الحائط هي مجموعة مساحتي AHDE وBHDC (كلاهما شبه منحرف قائم).

وهنالك بعض الأبعاد غير معطاة ويمكن حسابها:

المثلث EID قائم في I وبما أن $EI = 3,1$ m و $ID = HD - HI$ يعني $ID = 4,3-1,7 = 2,6$m

وبالتالي فإن مساحة شبه المنحرف AHDE تساوي $= 9,3\ m^2$ $(AE+HD)\times\dfrac{AH}{2}$

أما مساحة شبه المنحرف BCDH فهي تساوي $9,125\ m2 = (CB+DH)\times\dfrac{HB}{2}$.

نستنتج أن مساحة الحائط تساوي $18,425\ m^2$

- كميّة الدهن اللازمة $= 18,425 \times 0,750$ Kg

$\approx 13,819$ Kg

التعامد في الفضاء

I

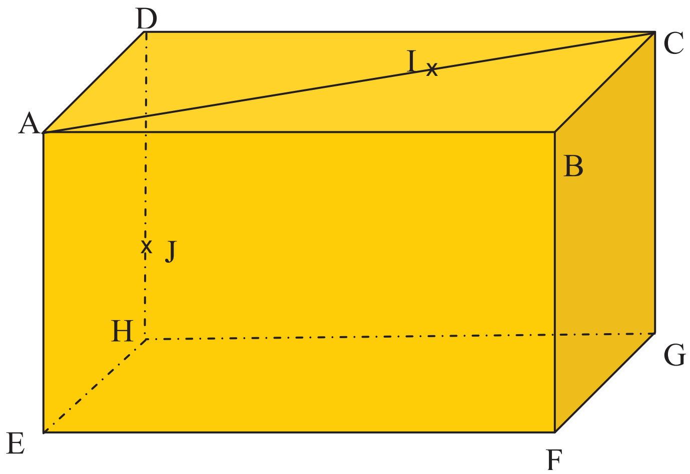
التعامد في الفضاء

التعامد في الفضاء

استحضر :

1 لاحظ الشكل المقابل وانقل الجمل التالية معوضا في كل مرة النقاط بإحدى الرموز الآتية :

$\in, \notin, \subset, \not\subset$



I......(ACG) , B.......(EFG)

(IC).......(BFC) , (JG).........(DCH)

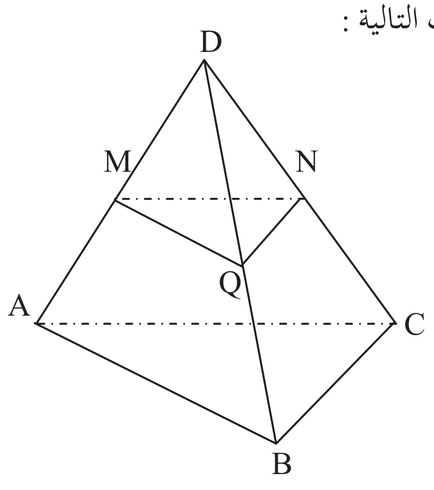
(EJ)........(DCG) , J.......(ACE)

(GI).........(AEC) , (AJ).......(DEH)

2 يمثل الشكل المقابل هرما قاعدته مثلثا حيث M منتصف [AD] و N منتصف [DC] و Q منتصف [DB].

أنقل الجمل التالية وأكمل الفراغات بما يناسب من المقترحات التالية :

متقاطعان، متوازيان، ليسا في نفس المستوي.



1) (AC) و (DC) هما مستقيمان ....

2) (DC) و (AB) هما مستقيمان ....

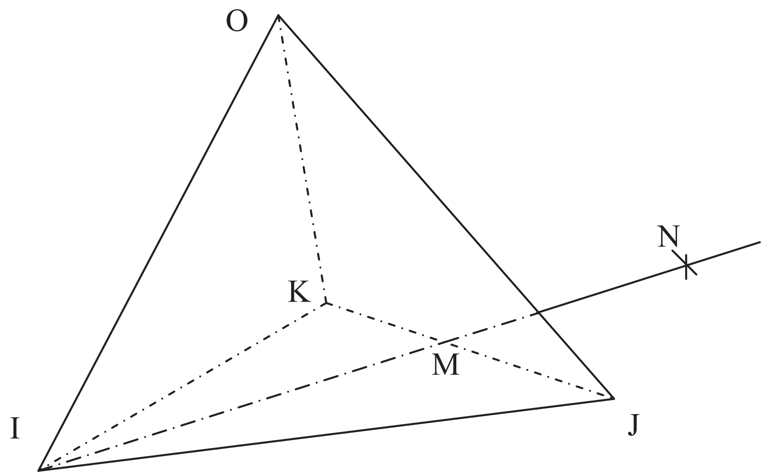
3) (NQ) و (MQ) هما مستقيمان ....

4) (DB) و (AC) هما مستقيمان ....

5) (MQ) و (BC) هما مستقيمان ....

6) (MN) و (AC) هما مستقيمان ....

3 لاحظ الشكل التالي حيث OIJK هرما و M منتصف [KJ] و N نقطة من نصف المستقيم [IM)



أ- بين أن النقطة K تنتمي إلى المستوي (INJ)

ب- بين أن النقطة I تنتمي الى المستوي (OMN)

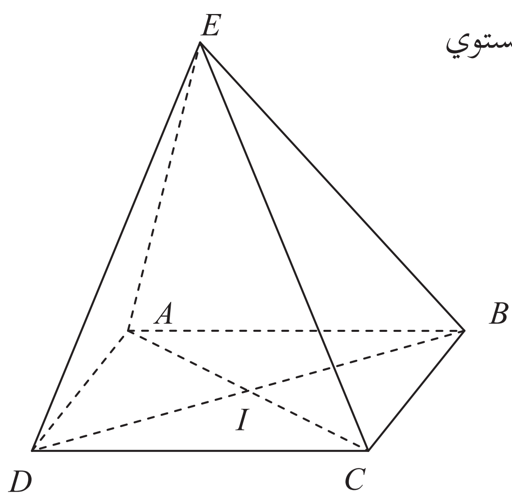
ج- بين أن النقاط M و N و K و O لا تنتمي إلى نفس المستوي

4 لاحظ الشكل التالي حيث ABCDE هرم قاعدته المستطيل ABCD الذي مركزه I

أ- بين أن كل من النقاط A,B,C من ناحية و I,C,D من ناحية أخرى تمثل نفس المستوي.

ب- بين أن النقاط I,A,D,E لا تنتمي إلى نفس المستوي

ج- أذكر مستويين يحويان المستقيم (EI)



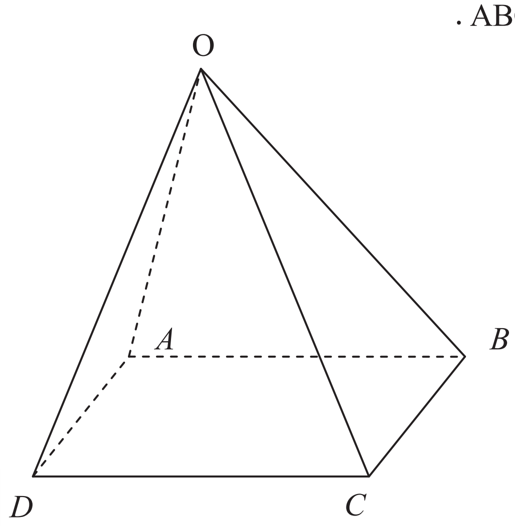
5 نعتبر OABCD هرما قاعدته متوازي الأضلاع ABCD .

- H نقطة تنتمي إلى قطعة المستقيم [OA].
- Δ المستقيم المار من H والموازي لـ (DC) .
- K نقطة تقاطع المستقيمين (OB) و Δ .

أ- بين أن Δ // (AB)

ب- بين أن $\frac{OB}{OK}=\frac{OA}{OH}=\frac{AB}{HK}$

ج- استنتج أن $\frac{DC}{OB}=\frac{HK}{OK}$

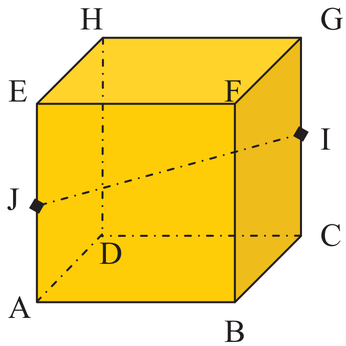


6 أجب بصحيح أو خطأ، وإذا كان الجواب "بخطأ" استأنس بالمكعب التالي لتقديم ما يعلل ذلك :

أ- إذا كان مستقيم مواز لمستوي فهو مواز لكل مستقيم محتو في هذا المستوي.

ب- إذا كان مستوي مواز لمستقيم فإن تقاطعهما إما نقطة أو المستقيم نفسه

ج- إذا كان مستقيمان موازيين على التوالي لمستوي فإنهما متوازيان.



7 ارسم مكعبا ABCDEFGH حيث

- I منتصف $[EH]$ و J منتصف $[FG]$

1) بين أن المستقيم (AI) مواز للمستوي (FGC)

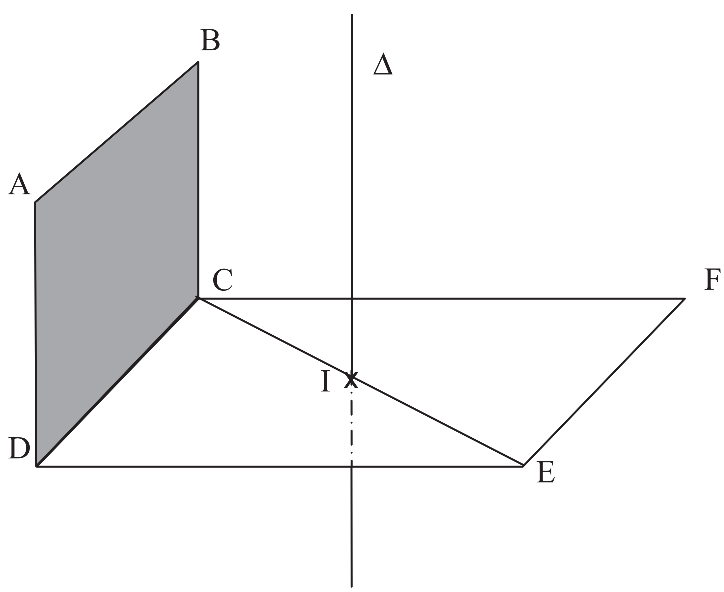
2) أثبت أن $(IG) \subset (EFG)$

3) احسب حجم الموشور ABCDIJGH إذا علمت أن طول حرف المكعب هو a

8 يمثل الشكل التالي متوازيي أضلاع ABCD و DEFC غير محتويين في نفس المستوي.

I منتصف قطعة المستقيم $[CE]$ و Δ المستقيم المار من I والموازي للمستقيم (BC)

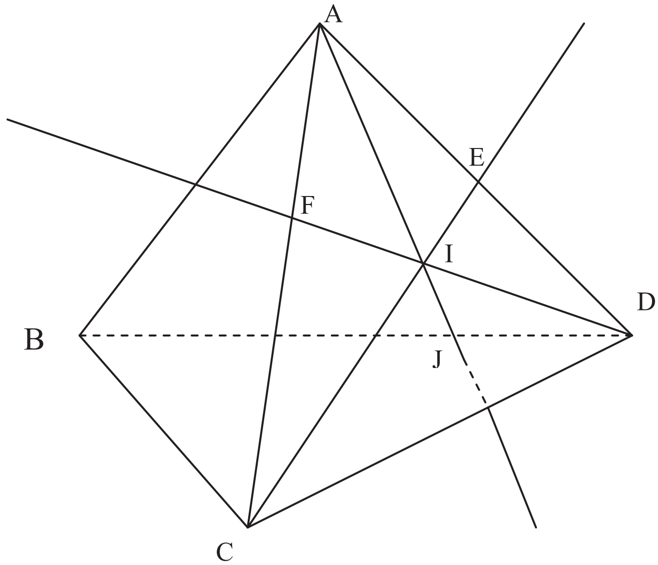
بين أن الرباعي ABFE متوازي أضلاع بطريقتين مختلفتين.



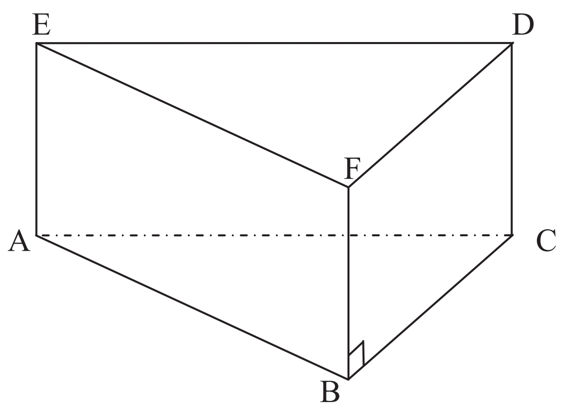
9 يمثل الشكل التالي هرما ABCD حيث $E\in[AD]$ و $F\in[AC]$

المستقيمان (DF) و (CE) يتقاطعان في النقطة I . ما هو الخطأ الذي تلاحظه في الرسم.

علل جوابك.



10 يمثل الشكل المقابل موشورا قائما ABCDEF



1) أنقل على كراسك وأكمل بما يناسب :

$(DB)\cap(ABC)=$ ....

$(EF)\cap(CBA)=$ ....

$(DB)\cap(DCF)=$ ....

2) ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين

أ- (FD) و (BC)

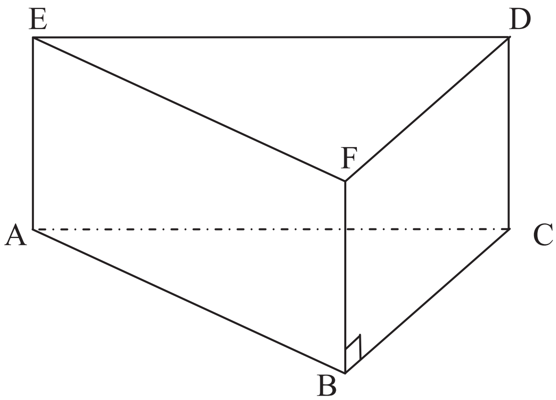
ب- (EB) و (AB)

ج- (DC) و (AE)

مستقيمان في نفس المستوي يكونان إما متوازيين أو متقاطعين.

أستكشف :

نشاط 1 يمثل الشكل المقابل موشورا قائما ABCDEF



في المستوي (DBC) المستقيم (FB)

عمود على المستقيم (CB)

وفي المستوي (AFB) المستقيم (FB)

عمودي على المستقيم (AB)

المستقيم (FB) يقطع المستوي (ABC)

في B وعمودي على مستقيمين

متقاطعين في B وهما (AB) و (CB)

نقول أن المستقيم (FB) عمودي على المستوي (ABC)

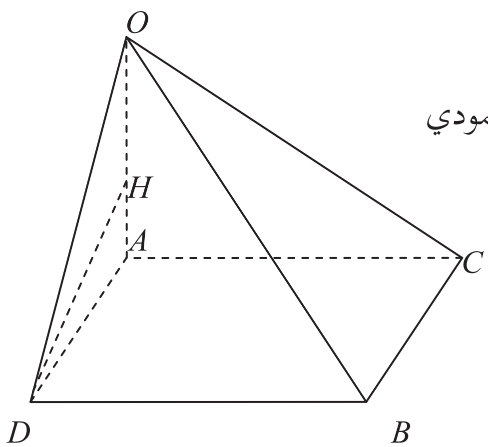
أ- بين أن المستقيم (FB) عمودي على المستوي (EFD)

ب- بين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوي (DFE)

ج- بين أن المستقيم (DC) عمودي على المستوي (EFD)

مستقيم عمودي على مستوي
هو مستقيم عمودي على مستقيمين متقاطعين من المستوي

نشاط 2 في المجسم المقابل



- OACBD هرم قاعدته المستطيلACBD و(OA) عمودي على المستقيمين (AC) و(AD)

أ- بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (OAC).

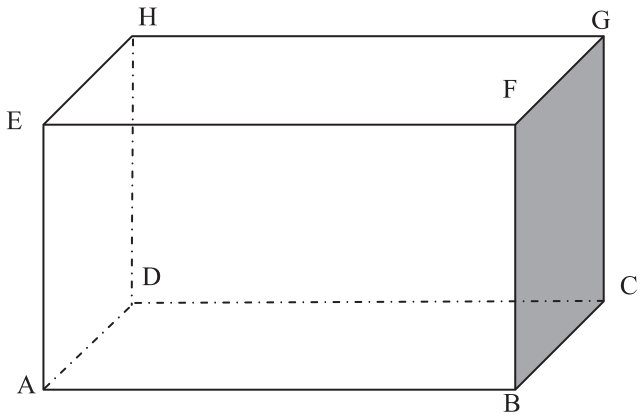
ب- بين أن المستقيم (AC) عمودي على المستوي (OAD).

ج- لتكن H نقطة من [OA] ما هي طبيعة المثلث HAB

مستقيم عمودي على مستوي هو مستقيم عمودي على مستقيمين متقاطعين من المستوي في نفس النقطة.

أطبق :

1 يمثل الشكل المقابل متوازي مستطيلات ABCDEFGH



أجب بصحيح أو خطأ :

أ- المستقيم (HD) عمودي على المستوي (ABC)

ب- المستقيم (EB) عمودي على المستوي (ADH)

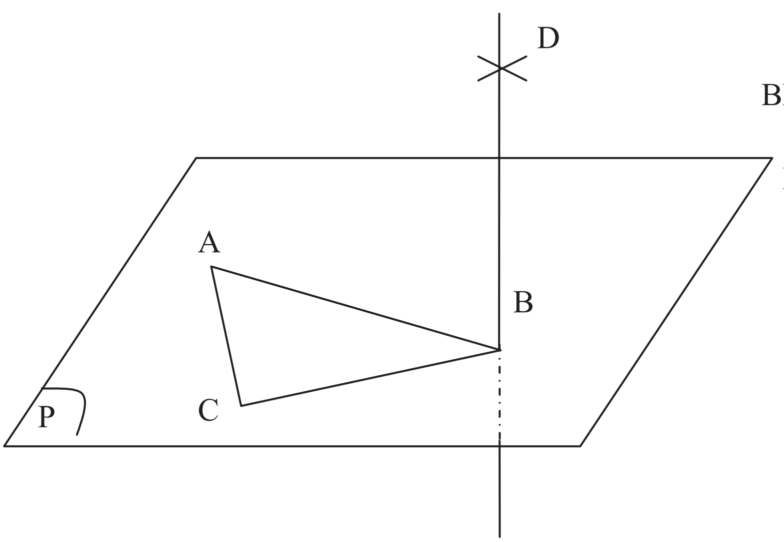
ج- المستقيم (HG) عمودي على المستوي (BFA)

2 في الشكل التالي A و B و C ثلاث نقاط من المستوي P حيث ABC مثلث قائم الزاوية في C و (BD) مستقيم عمودي على المستوي P في النقطة B

أ- استنتج طبيعة المثلثين BCD و ABD

ب- نعتبر $AC=12cm$ و $AB = 34cm$ و $BD = 19cm$

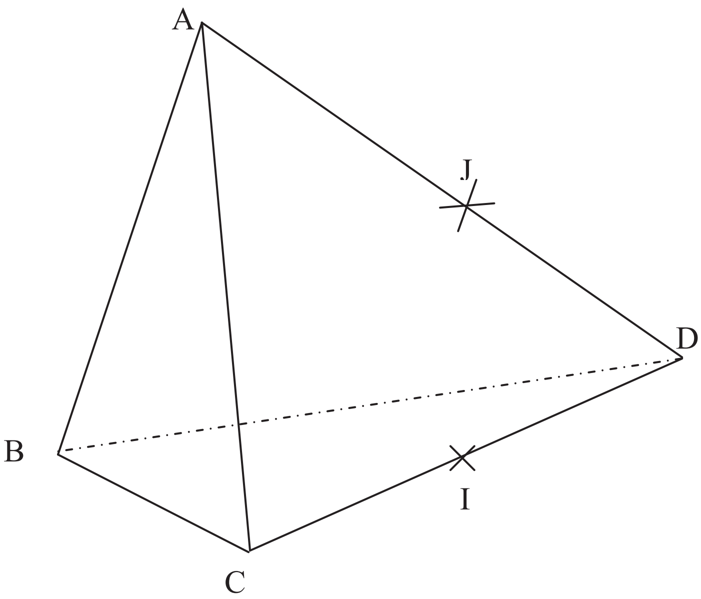
أوجد مساحتي المثلثين BCD و ABD



3 ABCD هرم منتظم و I منتصف $[CD]$

1) بين أن المستقيم (CD) عمودي على المستوي (ABI)

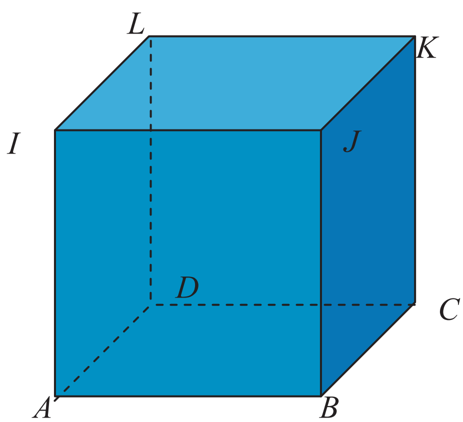
2) بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (BCJ) حيث J منتصف $[AD]$



الهرم المنتظم هو هرم قاعدته مضلع منتظم حيث ينتمي رأسه إلى المستقيم العمودي على مستوي القاعدة في مركز الدائرة المحيطة بالمضلع.

في الهرم المنتظم الأوجه الجانبية تمثل مثلثات متقايسة وكل منها مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية رأس الهرم.

نشاط 3 يمثل الشكل المقابل رسما لمكعب



1) أ- اذكر مستويين عموديين على المستقيم (BJ)

ب- ما هي وضعية المستويين المذكورين ؟

2) أ- اذكر مستقيمين عموديين على المستوي (BCJ)

ب- ما هي وضعية المستقيمين المذكورين ؟

3) بين أن المستقيم (BJ) عمودي على المستقيم (BD)

- مستقيمان عموديان على نفس المستوي هما مستقيمان متوازيان
- مستويان عموديان على نفس المستقيم هما مستويان متوازيان.

نشاط 4 نعتبر P مستو في الفضاء و A نقطة لا تنتمي إلى P

أ- ارسم كل المستقيمات المارة من A والعمودية على P

ب- ماذا تستنتج ؟

ج- نعتبر Δ المستقيم المار من A والعمودي على المستوي P

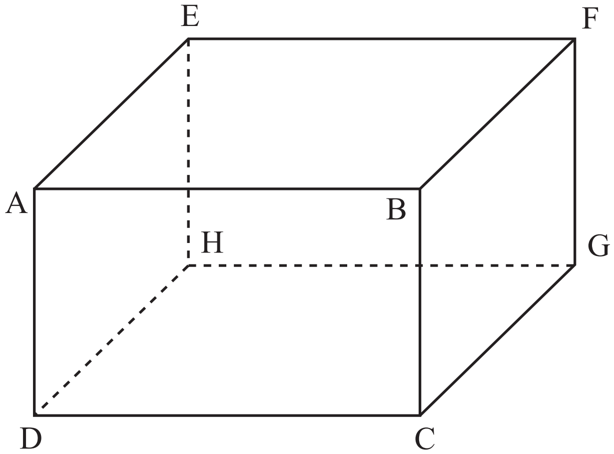
ارسم مستوي Q يمر من A وعمودي على المستقيم Δ

ارسم مستوي R يمر من A وعمودي على المستقيم Δ

د- ماذا تستنتج ؟

نشاط 5 1) تأمل الرسم المصاحب حيث ABCDEFGH متوازي المستطيلات أبعاده : AB = a و

AE = b وAD = c (a و b و c أعداد موجبة)

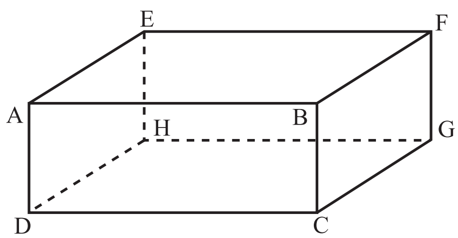


أ- بين أن $HC^2 = a^2 + b^2$

ب- بين أن المثلث EHC قائم الزاوية في H

ج- استنتج أن $EC = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

د- قارن EC و HB و AG و DF



> في متوازي المستطيلات ABCDEFGH
> كل الأقطار [EC] و[HB] و[AG] و[DF]
> متقايسة وقيس طول كل قطر يساوي
> $\sqrt{AB^2 + AE^2 + AD^2}$

أطبق :

1 ليكن $ABCDEFGH$ متوازي المستطيلات أبعاده بالصنتمتر AB = 3 و AE = 4

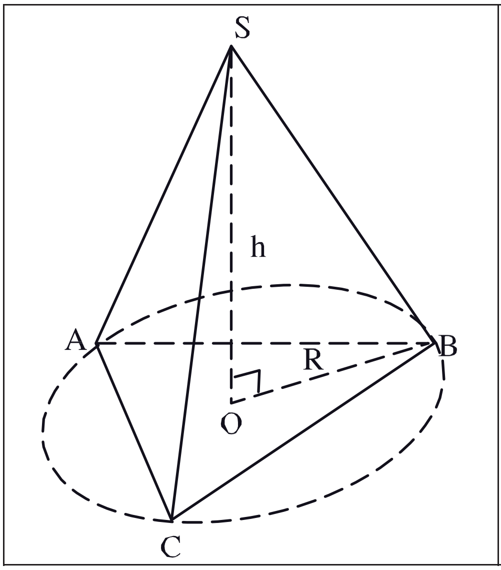
و AD = 5.

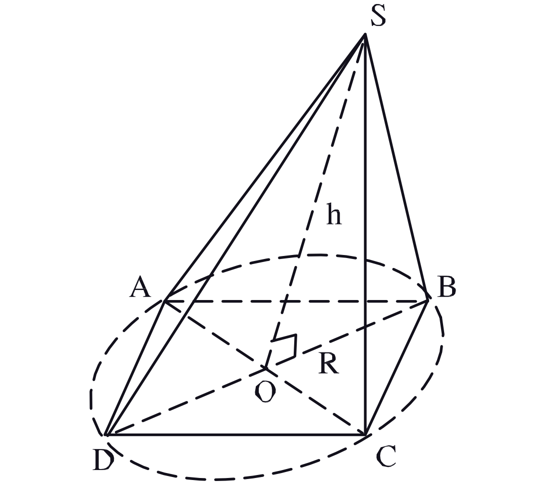
احسب قيس قطره EC

2 ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا قيس طول حرفه a (a عدد موجب) بين أن قيس طول قطره

يساوي $a\sqrt{3}$.

نشاط 6 نعتبر هرما منتظما رأسه S وارتفاعه h و O مركز الدائرة المحيطة بقاعدته و R شعاعها و A رأس من رؤوس قاعدته.

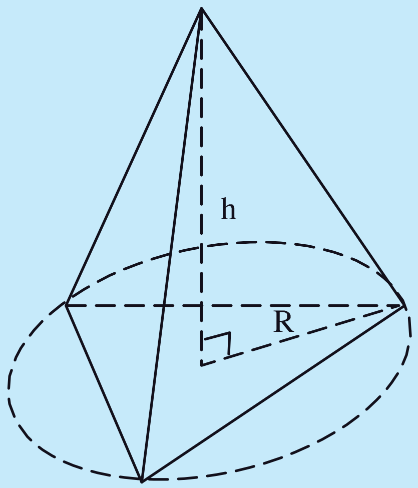


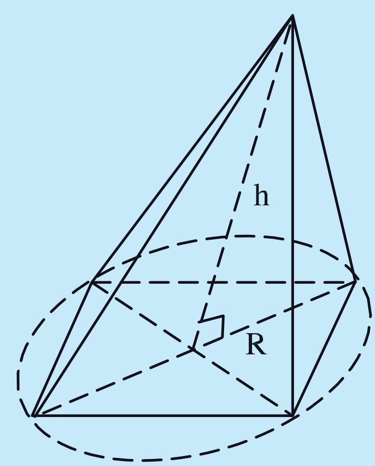


أ- بين أن $SA=\sqrt{h^2+R^2}$

ب- بين أن كل الأحرف الجانبية للهرم المنتظم متقايسة.

في الهرم المنتظم قيس طول كل حرف من أحرفه الجانبية يساوي الجذر التربيعي لمجموع مربعي ارتفاعه وشعاع الدائرة المحيطة بقاعدته.	في الهرم المنتظم، إذا كان h ارتفاعه و R شعاع الدائرة المحيطة الجانبية يساوي بقاعدته فإنّ قيس طول كل حرف من أحرفه $\sqrt{h^2+R^2}$

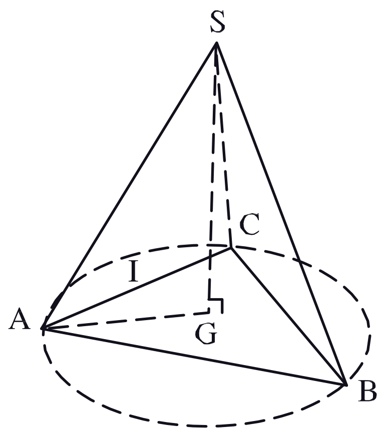




أطبق :

1 (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

في الرسم المصاحب $SABC$ هرم منتظم ارتفاعه يساوي 3 وقاعدته المثلث متقايس الأضلاع ABC و I منتصف $[AC]$ و G مركز الدائرة المحيطة بالقاعدة و $AB = 2\sqrt{3}$.



1. احسب BI ثم استنتج BG.
2. احسب SB.
3. احسب SI بطريقتين مختلفتين.

2 (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

نعتبر هرما منتظما رأسه S وقاعدته المربع $ABCD$ الذي مركزه O حيث $AB = 3$ و $SO = 4$

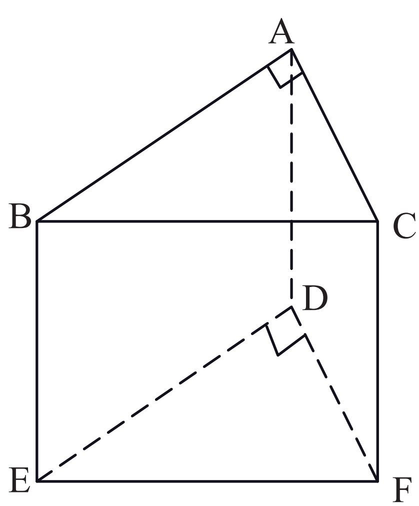
1. احسب SB
2. لتكن I منتصف $[SB]$. احسب OI

مسألة مرفقة بحل :

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

يمثل الرسم المقابل موشورا قائما $ABCDEF$ قاعدته المثلث ABC قائم الزاوية في A حيث $AB = 3$ و $AC = 2$ و $BE = 5$.

1. احسب BC
2. احسب AE
3. احسب EC
4. بين أن المثلث AEC قائم الزاوية



الحـل

1. بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث ABC قائم الزاوية في A نتحصّل على :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$= 9 + 4$$
$$= 13$$
$$BC = \sqrt{13}$$

2. بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث ABE قائم الزاوية في B نتحصّل على :

$$AE^2 = BE^2 + BA^2$$
$$= 25 + 9$$
$$= 34$$
$$AE = \sqrt{34}$$

3. بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث EBC قائم الزاوية في B نتحصّل على :

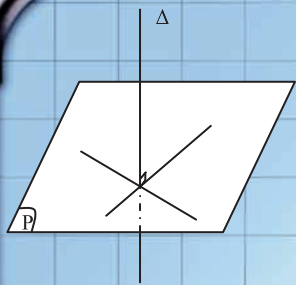
$$EC^2 = BC^2 + BE^2$$
$$= 13 + 25$$
$$= 38$$
$$EC = \sqrt{38}$$

4. في المثلث AEC لدينا

$$AE^2 + AC^2 = 34 + 4$$
$$= 38$$
$$= EC^2$$

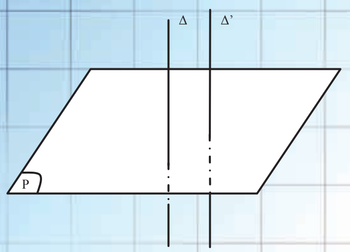
إذن، حسب عكس نظرية بيتاغور، فإنّ المثلث AEC قائم الزاوية في A.

أحوصل

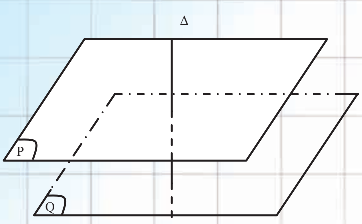


1) مستقيم عمودي على مستو في نقطة هو مستقيم عمودي على كل مستقيمات هذا المستوي المارة من هذه النقطة

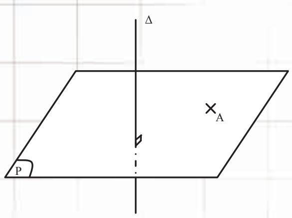
2) مستقيم عمودي في نقطة على مستقيمين متقاطعين في نفس النقطة من مستوي هو عمودي على هذا المستوي.



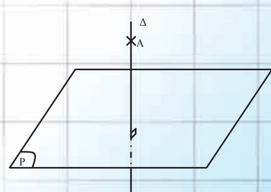
3) مستقيمان عموديان على نفس المستوي هما متوازيان.



4) مستويان عموديان على نفس المستقيم هما متوازيان.



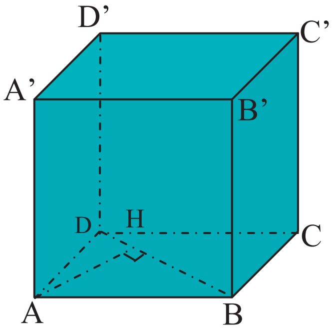
5) من نقطة معلومة في الفضاء يمر مستو واحد عمودي على مستقيم معلوم.



6) من نقطة معلومة في الفضاء يمر مستقيم واحد عمودي على مستو معلوم.

تمـــارين

1 يمثل الشكل المقابل مكعبا $ABCDA'B'C'D'$ الارتفاع الصادر من A في المثلث ABD يقطع [BD] في النقطة H.



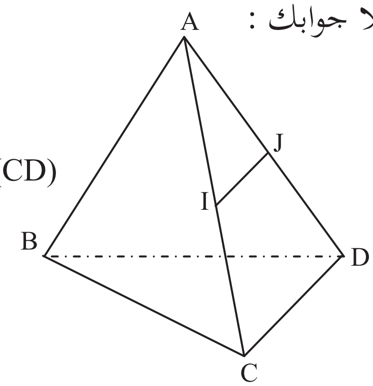
1) بين أن المستقيم $(D'D)$ عمودي على المستوي (BCD)

2) بين أن المستقيم (CC') عمودي على المستوي $(A'B'D')$

3) بين أن المستقيم $(B'B)$ عمودي على المستوي (AHC)

2 لاحظ الأشكال التالية ثم أجب بصحيح أو خطأ معللا جوابك :

<u>الشكل الأول :</u>

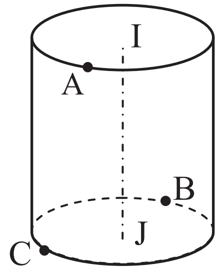


أ- المستقيم (IJ) موازي للمستقيم (BC)

ب- المستقيم (IJ) موازي للمستوي (CBD)

ت- المستقيم (IJ) موازي للمستوي (ABC)

<u>الشكل الثاني :</u>

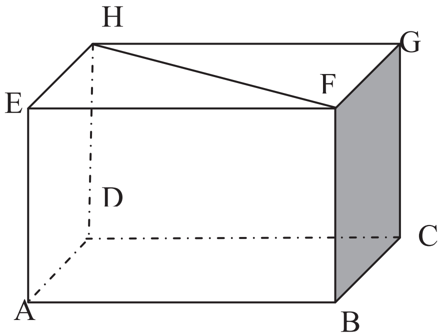


أ- $IA = JB$

ب- المستقيم (AJ) عمودي على المستوي (JBC)

ج- حجم الاسطوانة يساوي $20\Pi cm^3$

<u>الشكل الثالث :</u>



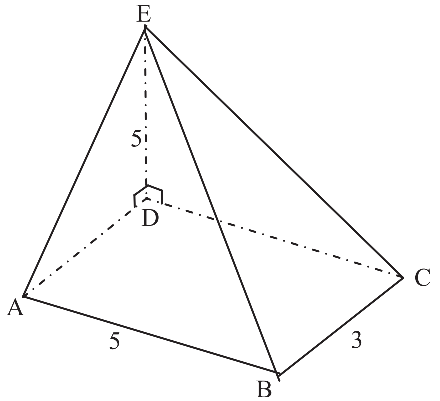
AB = 8cm   AE = 3   BC = 5cm

أ- المستقيم (HF) عمودي على المستوي (DBF)

ب- حجم المتوازي يساوي $120cm^3$

ج- المستقيم (GC) موازي للمستوي (DBF)

الشكل الرابع :



ABCD متوازي أضلاع

أ- $EA > EC$

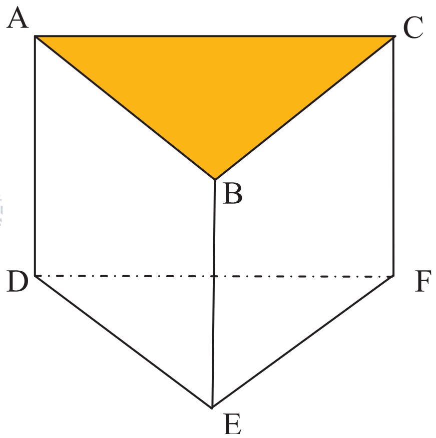
ب- المستقيم (AD) موازي للمستوي (EBC)

ج- المستقيم (ED) عمودي على المستوي (BCA)

3 ليكن P مستوي و C , B , A ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة ولا تنتمي إلى P حيث (AB) عمودي على P ويقطعه في النقطة I، و (AC) يقطع P في النقطة J حيث (IJ) غير مواز للمستقيم (BC)

1) أنجز رسما منظورا للشكل المطلوب

2) أثبت أن المستقيم (BC) يقطع المستوي P في النقطة K حيث K,J,I على استقامة واحدة.



4 يمثل الشكل المقابل ABCDEF موشورا قائما

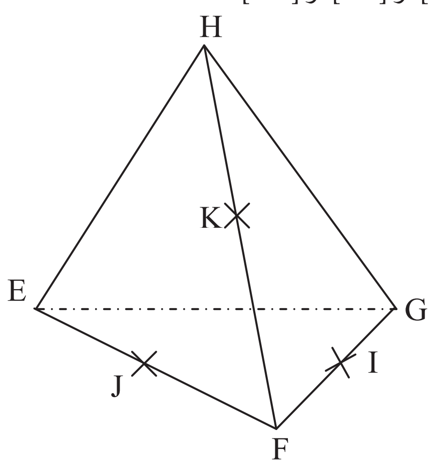
1) بين أن المستقيمين (AD) و (EF) لا ينتميان إلى نفس المستوي

2) أذكر مستقيمين عموديين على المستوي (ABD)

3) أذكر مستويين عموديين على المستقيم (BE)

5 EFGH هرم منتظم حيث أوجهه الأربعة مثلثات متقايسة الأضلاع قيس حرفه a و I و J و K منتصفات على التوالي القطع المستقيمة التالية $[FG]$ و $[EF]$ و $[HF]$

أجب بصحيح أو خطأ معللا جوابك



1) HEI مثلث قائم الزاوية في I

2) $KI = IE = HI$

3) (FG) عمودي على المستوي (EIH)

4) $IJ = KH = a\sqrt{2}$

5) (EI) عمودي على (FGH)

6 نعتبر Δ مستقيما عموديا على المستوي P حيث $\Delta \cap P = \{A\}$

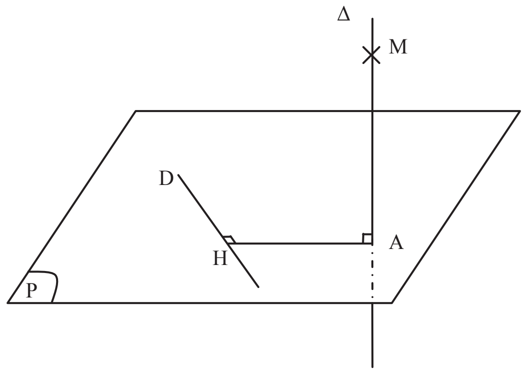
– D مستقيما محتو في P ولا يمر من النقطة A

– H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم D

– M نقطة من Δ تختلف عن A

نعتبر Δ' المستقيم المار من H

والموازي لـ Δ



1) بين أن المستقيم Δ' محتو في المستوي (AHM)

2) استنتج أن المستقيم D عمودي على المستوي (AHM)

7 يمثل الشكل المقابل ABCDEF موشورا قائما

حيث I منتصف [AC] و J منتصف [BC]

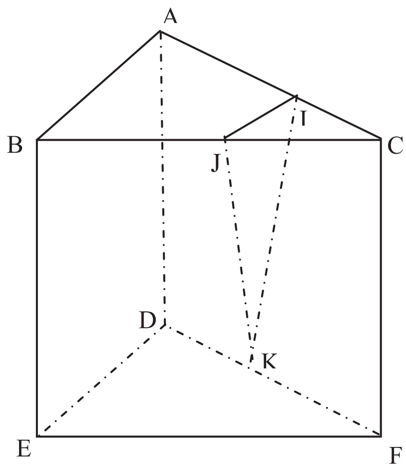
و K منتصف [DF]

أ– بين أن المستويين (IJK) و (EFD) يتقاطعان

في مستقيم Δ يمر من النقطة K

ب– بين أن المستقيم Δ يقطع قطعة المستقيم [EF] في منتصفها

ج– بين أن المستقيم (IK) عمودي على المستوي (DEF)



8 يمثل الشكل المقابل $ABCDE$ هرما قاعدته متوازي أضلاع

حيث I منتصف $[AC]$ و J منتصف $[AD]$

1) بين أن المستقيم (IJ) موازي للمستقيم (EB)

2) نعتبر F نقطة من قطعة المستقيم $[BC]$ مخالفة للنقطة B

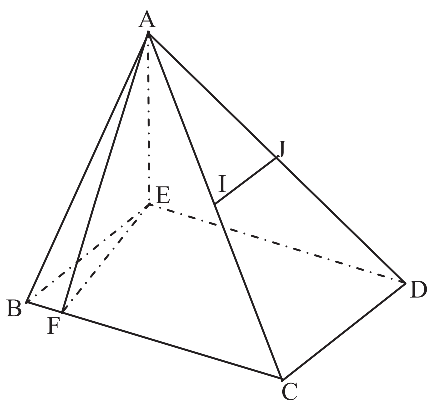
أ– بين أن المستويين (ACD) و (AEF) يتقاطعان

ب– بين أن المستقيم (IJ) يقطع المستوي (AEF)

3) نعتبر النقطة K مناظرة النقطة I بالنسبة للنقطة J

أ– بين أن المستقيمين (BI) و (EK) متوازيان

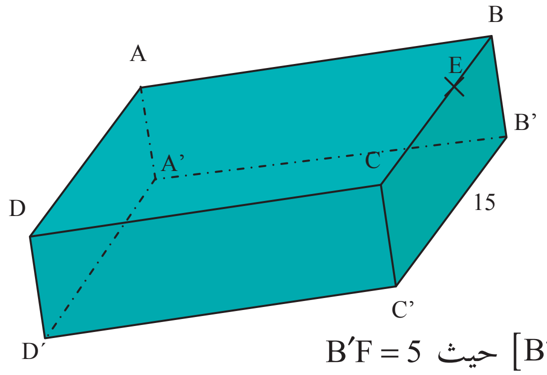
ب– بين أن الرباعي $IKEB$ متوازي أضلاع



9 يمثل الشكل التالي متوازي مستطيلات $ABCDA'B'C'D'$.

و E نقطة من قطعة المستقيم $[BC]$ حيث $CE = CC' = 10$

و $D'C' = 20$ (وحدة القيس الصنتمتر)



1) بين أن المستقيم (AA') عمودي على المستوي (AEB)

2) نعتبر F نقطة تنتمي إلى قطعة المستقيم $[B'C']$ حيث $B'F = 5$

أ- بين أن المستويين $(AA'E)$ و $(BB'E)$ يتقاطعان وفق المستقيم (EF)

ب- احسب حجمي الشكلين $AA'FB'BE$ و $AA'FECC'D'D$

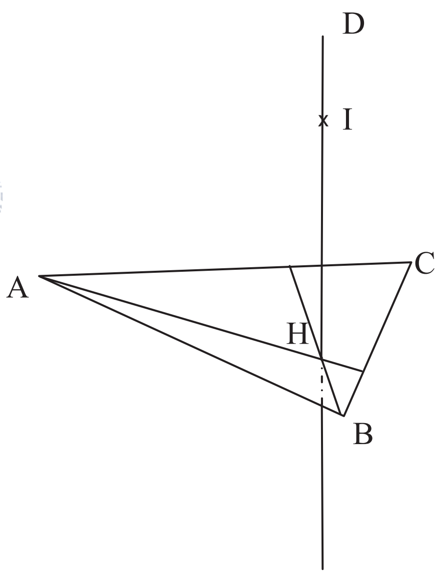
10 يمثل الشكل المقابل ABC مثلثا حيث

- H مركزه القائم

- D المستقيم المار من H والعمودي على المستوي (ABC)

- I نقطة تنتمي إلى D ومخالفة لـ H

- J نقطة تقاطع المستقيمين (BC) و (AH)



1) بين أن المستقيم Δ المار من J والموازي لـ D عمودي على المستوي (AHC)

2) بين أن المستقيم (BC) عمودي على المستوي (IHA)

3) بنفس الطريقة بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (IHC)

11 ABCD هرم حيث (AB) عمودي على المستوي (BCD)، I منتصف $[AB]$

و J منتصف $[AC]$ و K منتصف $[AD]$

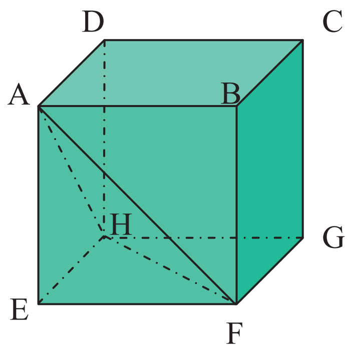
1) أرسم الشكل المطلوب

2) نعتبر P المستوي المار من I والعمودي على المستقيم (AB)

أ- بين أن المستقيم (IJ) محتو في المستوي P

ب- بين أن النقطة K تنتمي إلى المستوي P

ت- استنتج أن (IJK) = P



12 يمثل الشكل التالي $ABCDEFGH$ مكعبا حيث $AB = m$

1) بين أن المستقيم (AC) عمودي على المستوي (HFB)

2) ما هي طبيعة المثلث HFA

3) احسب بدلالة m مساحة المثلث HFA

13 $ABCD$ هرم منتظم أوجهه الأربعة مثلثات متقايسة الأضلاع حيث I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[CD]$ و P المستوي المار من I والعمودي على (BC) و Q المستوي المار من J والعمودي على (CD)

1) بين أن المستويين يتقاطعان في مستقيم Δ

2) استنتج أن Δ عمودي على المستوي (BCD) في نقطة I'

3) استنتج أن I' مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCD

14 نعتبر P مستوي و A, B, C ثلاث نقاط من المستوي ليست على استقامة واحدة و I منتصف $[BC]$، O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و Δ المستقيم المار من O و العمودي على P

نعتبر M نقطة من Δ مخالفة لـ O

1) أرسم الشكل المطلوب

2) بين أن $MB = MC$

3) بين أن المستقيم (BC) عمودي على المستوي (OMI)

15 1) ABCD هرم منتظم حيث أوجهه الأربعة مثلثات متقايسة الأضلاع قيس حرفه a

لتكن H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (BCD)

أ- أرسم الشكل المطلوب

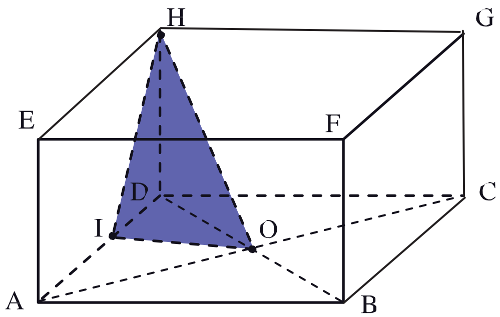
ب- بين أن $HD = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

ج- أحسب بدلالة a قيس الارتفاع $[AH]$

2) بين أن المستقيم (BC) عمودي على المستوي . (HDA)

3) احسب مساحة المثلث BCD ثم استنتج حجم الهرم $ABCD$ في حالة $a = 2\sqrt{3}$

16 (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)



يمثل الشكل المصاحب متوازى المستطيلات

ABCDEFGH حيث : $AB = 6$

و $AD = 4$ و $AE = 2\sqrt{3}$.

ولتكن O مركز المستطيل ABCD .

1. ليكن I منتصف $[AD]$ احسب OI

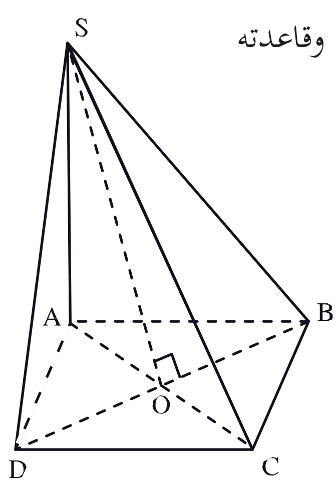
2. احسب BD ثم استنتج OD

3. بين ان المثلث OHD قائم الزاوية. استنتج OH

4. احسب IH ثم استنتج ان المثلث IOH قائم الزاوية.

5. لتكن M نقطة من $[CB]$ حيث $CM = \sqrt{3}$ ولتكن N نقطة تقاطع المستقيم الموازي لـ (OB) والمار من M مع المستقيم (OC). احسب MN

17 (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)



يمثل الشكل المقابل هرما SABCD منتظما حيث $AB = SB = 6$ وقاعدته المربع ABCD الذي مركزه O .

1. احسب OB .

2. احسب SO .

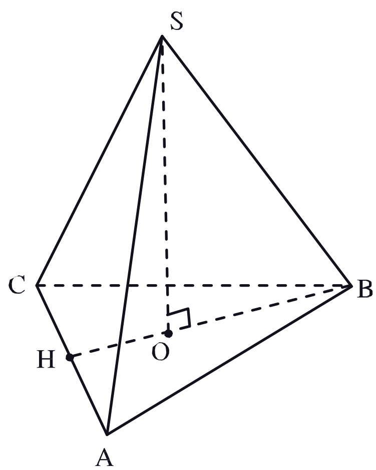
3. لتكن H نقطة تقاطع ارتفاع المثلث OAB الصادر من O مع المستقيم (SB). احسب OH .

4. لتكن K نقطة تقاطع ارتفاع المثلث SDC مع المستقيم (DC). احسب SK

18 (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

يمثل الشكل المقابل هرما منتظما SABC قاعدته المثلث متقايس الأضلاع ABC حيث O مركزه

و $SO = 5$ و $AB = 3$ ولتكن H منتصف $[AC]$.



1. احسب BH ثم استنتج BO.
2. احسب SB.
3. احسب SH عمد الهرم.
4. لتكن M نقطة من $[SC]$ حيث $SM = 2$

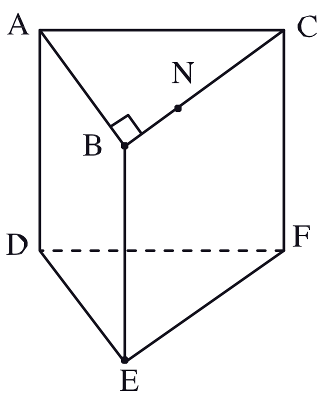
و N نقطة تقاطع المستقيم الموازي لـ (AB)

والمار من M مع المستقيم (SA).

احسب MN.

19 في الرسم المقابل ABCDEF موشور قائم حيث :

$(AB)\perp(BC)$ و N نقطة من $[BC]$ حيث $BN = \frac{1}{3}BC$



1. بين أن : $(BC)\perp(ABD)$

أ- بين أن المستقيم (FN) محتوى في المستوي (BCF)

ب- بين أن (FN) و (BE) متقاطعان.

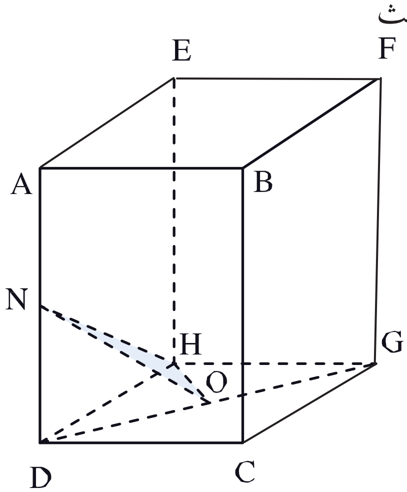
ج- بين آن (FN) والمستوي (ABD) متقاطعان ثم سمّ M نقطة تقاطعهما.

2. بين أن $\frac{BN}{EF} = \frac{MB}{ME}$ ثم استنتج أن $MB = \frac{1}{2}BE$

20 يمثل الشكل المصاحب متوازى المستطيلات ABCDEFGH حيث

$AB = AE = 2\sqrt{2}$ و $AD = 4$

و O مركز المربع DCGH و N منتصف $[AD]$.



1. بين أن المثلث NDH قائم الزاوية ثم احسب NH
2. احسب HC ثم استنتج OH
3. بين أن (ND) و (DO) متعامدان ثم احسب NO
4. بين ان المثلث NHO قائم الزاوية

5. احسب مساحة المثلث NHO

6. لتكن M نقطة من $[FG]$ حيث $GM = \sqrt{2}$.

المستقيم المار من M والموازي للمستقيم (BF)

يقطع (BG) في نقطة P . احسب MP و GP

7. لتكن I منتصف $[GC]$ و K نقطة تقاطع (GO) و (HI)

أ- ماذا تمثل النقطة K بالنسبة للمثلث GCH ؟ علل جوابك

ب- احسب GK