مذكرة : رقم 01

ثانوية: أول نوفمبر 1954
المستوى: 3 ع ت – 3 تق – 3 ر

المحور: الدالة الأسية
الموضوع: الدالة الأسية .

الأستاذة: يماني ليلى
المدة: ساعتان.

الكفاءات المستهدفة :- الدالة الأسية: نشاط، تعريف وخواص الدالة $x \mapsto \exp(x)$

الكفاءات القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
الإشتقاق طريقة أولر التفاضل	**نشاط :** رقم 1 صفحة 76	45 د	

1) تعريف :

(10 د)

توجد دالة وحيدة f قابلة للإشتقاق على $\Re$ تحقق الشرطين $f' = f$ و $f(0) = 1$ تسمى الدالة الأسية (النيبيرية) و يرمز إليها بـــ " $\exp$ "

ملاحظة : الدالة الأسية هي الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' = y$ التي تحقق $y(0) = 1$

نتائج :

من التعريف نجد $\exp(0) = 1$ و $\exp'(x) = \exp(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x.

2) الخواص الجبرية :

(10 د)

من أجل كل عددين حقيقيين x و y ، ومن أجل كل عدد صحيح n لدينا:

1) $\exp'(x) = \exp(x)$ 2) $\exp(0) = 1$

3) $\exp(x) \times \exp(-x) = 1$ أي $\exp(-x) = \dfrac{1}{\exp(x)}$

4) $\exp(x+y) = \exp(x) \times \exp(y)$ 5) $\exp(x) \neq 0$

6) $\exp(x-y) = \dfrac{\exp(x)}{\exp(y)}$ 7) $\exp(nx) = [\exp(x)]^n$

3) العدد e والترميز e^x :

(10 د) — استعمال الآلة الحاسبة لإستخراج قيمة تقريبية للعدد e

- العدد e هو صورة العدد 1 بالدالة الأسية، أي : $e \approx 2,718281828$
- حسب الخواص ومن أجل كل عدد صحيح نسبي n ومن أجل $x = 1$ ، $\exp(n) = e^n$

اصطلاحا: من أجل كل عدد حقيقي x، $\exp(x) = e^x$

تقرأ: " أسية x"

ملاحظة : الترميز السابق متلائم مع خواص القوى في الحالة التي يكون فيها الأس عددا صحيحا.-

- باستعمال الإصطلاح السابق تُكتب خواص الدالة الأسية كما يلي :

4) قواعد الحساب :

10د

من أجل كل عددين حقيقيين x و y ، ومن أجل كل عدد صحيح n لدينا:

1) $e^0 = 1$ 2) $\exp'(x) = e^x$

3) $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$ 4) $e^{x+y} = e^x e^y$

5) $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$ 6) $e^{nx} = (e^x)^n$

10 د

مثال :

لنختصر العبارات التالية : (x Î Â)

$a = e^{x+2} \cdot e^{-x+2}$ ، $b = \dfrac{e^{-2x+1}}{e^{-x+1}}$ ، $c = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1} + \dfrac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1}$

تطبيق 1:

تحقق من صحة المساوايات التالية: (x Î Â)

$\dfrac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ ، $\dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1} = \dfrac{4e^x}{e^x + 1} - 1$ ، $\left(e^x + e^{-x}\right)^2 = \dfrac{e^{4x} + 1}{e^{2x}} + 2$

15 د

تطبيق 2:

f دالة معرفة على $\Re^*$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{e^x + 2}{e^x - 1}$.

(C) تمثيلها البياني في مستوي معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + f(-x) = 1$. ماذا تستنتج ؟

10 د

الوسائل المستعملة	الكتاب المدرسي.		

الأستاذة: يماني ليلى

مذكرة : رقم 02

ثانوية: **أول نوفمبر 1954**
المستوى: **3 ع ت – 3 تق– 3 ر**

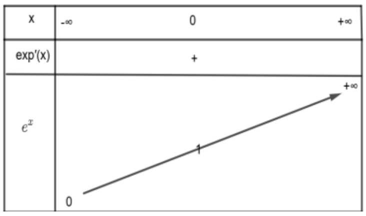
المحور: **الدالة الأسية**
الموضوع: **خواص الدالة** $x \mapsto \exp(x)$.

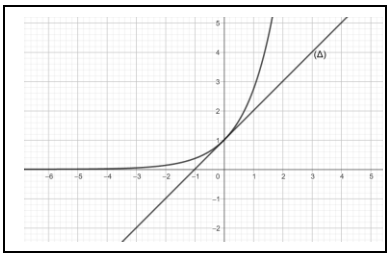
الأستاذة: **يماني ليلى**
المدة: **ساعتان.**

الكفاءات المستهدفة :- دراسة الدالة الأسية النيبيرية وتوظيف خواصها.

الكفاءات القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
خواص الدالة الأسية	**1) اتجاه التغير:** **خاصية 1 :** **من أجل كل عدد حقيقي** x **:** $e^x > 0$. **برهان :** **من أجل كل** x **من** $\Re$ **لدينا:** $e^x = \left(e^{\frac{x}{2}}\right)^2$. **بما أن** $e^x \neq 0$ **فإن من أجل كل** x **من** $\Re$ **:** $e^x > 0$. **نتائج :** **من التعريف نجد** $\exp(0) = 1$ **و** $\exp'(x) = \exp(x)$ **من أجل كل عدد حقيقي** x. **2) النهايات :** **نشاط :** **نعتبر الدالة** f **المعرفة على** $[0;+\infty[$ **بـ :** $f(x) = e^x - x$. **1) أحسب** $f'(x)$ **ثم أدرس إشارتها.** **2) شكل جدول تغيرات الدالة** f **2) استنتج أنه من أجل كل** x **من** $[0;+\infty[$ **فإن :** $f(x) > 0$ **3) استنتج** $\lim_{x\mapsto+\infty} f(x)$ **(باستعمال النهايات بالمقارنة) و** $\lim_{x\mapsto-\infty} f(x)$ **خاصية :** **(1** $\lim_{x\mapsto+\infty} e^x = +\infty$ **(2** $\lim_{x\mapsto-\infty} e^x = 0$ **2)جدول التغيرات والتمثيل البياني :** **- المنحني** (C) **الممثل للدالة الأسية يقبل محور الفواصل كمستقيم مقارب له بجوار** $-\infty$ **.** **-** (Δ) **مماس المنحني** (C) **بيان الدالة الأسية عند النقطة ذات الفاصلة 0، إذن** $(\Delta): y = x+1$	15 د 20 د 10 د 20 د	

الأستاذة: يماني ليلى





ملاحظات :

1) الدالة $x \mapsto x+1$ هي أحسن تقريب تآلفي للدالة $x \mapsto e^x$ بجوار " 0 "، أي: من أجل x قريب من 0 لدينا : $e^x \approx x+1$

2) من تعريف العدد المشتق لدينا :

$$\lim_{x\mapsto0}\frac{e^x-e^0}{x-0}=e^0$$

أي: $$\lim_{x\mapsto0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

نتائج :

1) من أجل كل عددين حقيقيين x و y لدينا: :

$e^x=e^y$ **معناه** $x=y$

و $e^x<e^y$ **معناه** $x<y$

15 د

2) من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: :

$0<e^x<1$ **معناه** $x<0$

و $e^x>1$ **معناه** $x>0$

تطبيق :

f دالة معرفة على $\Re$ بـ : $f(x)=e^x+x-2$. (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

2) أحسب : $f'(x)$ و أدرس إشارتها، مشكلا جدول تغيرات الدالة f.

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$ مقارب مائل لـ (c_f) بجوار $-\infty$

4) استنتج الوضع النسبي لـ (c_f) بالنسبة إلى (Δ) .

5) بين أن المعادلة : $e^x=-x+2$ لها حل وحيد α من المجال $[0;1]$

6) أنشئ (c_f) و (Δ) في المعلم السابق.

40 د

الوسائل المستعملة	وسائل الإنشاء		

الأستاذة: يماني ليلى

مذكرة : رقم 03

ثانوية: أول نوفمبر 1954
المستوى: 3 ع ت – 3 تر– 3 ر

المحور: الدالة الأسية
الموضوع: حل معادلات ومتراجحات باستعمال خواص الدالة الأسية .

الأستاذة: يماني ليلى
المدة: ساعتان.

الكفاءات المستهدفة :- حل معادلات ومتراجحات باستعمال خواص الدالة الأسية.
- توظيف خواص الدالة الأسية النيبيرية لحل مشكلات .

الكفاءات القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
حل معادلات ومتراجحات في مجموعة الأعداد الحقيقية	**نشاط 1 :** **حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلات التالية :** 1) $e^{3x}+5=0$. 2) $e^{3x-4}-1=0$. 3) $e^{x^2-2x}=e^3$. **نشاط 2 :** **حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلات التالية :** 1) $e^{-x+4}\leq 1$. 2) $(2-x)e^x\leq 0$. 3) $(e^x-1)(e^x+3)>0$ 4) $e^{2x}+e^x-2\leq 0$ 4) $e^{2x}-7e^x+6>0$ **تطبيق :** $p(x)$ **كثير حدود للمتغير الحقيقي** x **مع :** $p(x)=x^3-3x-2$. 1) **أحسب** $p(-1)$ **ثم حلل** $p(x)$ **إلى جداء عوامل.** 2) **حل في** $\mathbb{R}$ **المعادلة :** $p(x)=0$. 2) **استنتج حلول المعادلة :** $e^{3x}-3e^x-2=0$. 3) **استنتج حلول المتراجحة :** $e^{3x}-3e^x-2>0$.	30 د 45 د 45 د 1	
الوسائل المستعملة			

مذكرة : رقم 04

ثانوية: أول نوفمبر 1954
المستوى: 3 ع ت – 3 تر – 3 ر

المحور: الدالة الأسية
الموضوع: توظيف خواص دوال أسية $x \mapsto e^{kx}$

الأستاذة: يماني ليلى
المدة: ساعة واحدة

الكفاءات المستهدفة :- توظيف خواص دوال أسية $x \mapsto e^{kx}$

الكفاءات القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
خواص الدالة الأسية	**نشاط :** **f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{3x}$.** **1) بين أن الدالة f الحل الخاص للمعادلة التفاضلية : $y' = 3y$ ، والتي تحقق $y(0) = 1$** **2) بين أنه من أجل كل عددين حقيقيين x و y : $f(x+y) = f(x) \times f(y)$** **3) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجال تعريفها.** **4) عين معادلة (D) مماس المنحني (C)، منحنى الدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.** **5) أنشئ (C) و (D)** .	1 سا	
الوسائل المستعملة			

الأستاذة: يماني ليلى

مذكرة : رقم 05

ثانوية: أول نوفمبر 1954 المستوى: 3 ع ت – 3 تر– 3 ر	المحور: الدالة الأسية الموضوع: دراسة الدالة $\exp o f$	الأستاذة: يماني ليلى المدة: ساعة واحدة

الكفاءات المستهدفة :- دراسة الدالة $\exp o f$

الكفاءات القبلية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
خواص الدالة الأسية مشتق دالة مركبة	**نشاط :** **نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-2x^2+x}$.** **1)أكتب الدالة g على الشكل : $g = hof$ حيث h هي الدالة الأسية و f دالة يطلب تحديدها.** **2) باستعمال نهاية دالة مركبة أحسب نهايات الدالة g.** **3) باستعمال مشتقة دالة مركبة عين بدلالة x عبارة $g'(x)$ ، ثم أدرس إشارتها.** **4) بإعتبار f قابلة للإشتقاق على مجال I من $\mathbb{R}$ ، خمن عبارة g' حيث: $g = \exp o f$ ،** **1) النهايات :** **لدراسة نهاية الدالة $\exp o f$ نستعمل المبرهنة الخاصة بنهاية دالة مركبة.** **أمثلة:** $\lim_{x\to+\infty} e^{3-x}$; $\lim_{x\to-\infty} e^{\frac{4x-4}{x^2}}$; $\lim_{x\overset{>}{\to}0} e^{\frac{1}{x}}$ **2) المشتقة وإتجاه التغير:** **خاصية 1 :** **إذا كانت f دالة قابلة للإشتقاق على مجال I فإن الدالة $\exp o f$ قابلة للإشتقاق على I ولدينا من أجل كل x من I ، $(\exp o f)'(x) = f'(x)e^{f(x)}$** **البرهان :....** **خاصية 2 :** **إذا كانت f دالة معرفة على مجال I فإن للدالتين f و $\exp o f$ نفس اتجاه التغيرات على المجال I .** **مثال 1 :** **أوجد مشتقة الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ في الحالات التالية:**	15 د 5د 20 د	

$1)\ g(x)=e^{2x+3}$ $\quad 2)\ g(x)=(-x-1)e^{-x}$

$3)\ g(x)=e^{3x^2-2x+4}$ $\quad 4)\ g(x)=x^2e^{-x^2}+x+2$

مثال 2 :

تعيين اتجاه تغير الدالة g على المجال I :

$1)\ g(x)=e^{-x+3};I=\mathbb{R}$

$2)\ g(x)=e^{\frac{1}{x}};I=]0;+\infty[$

تطبيق :

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2e^x}{e^x-1}$

1/ أدرس تغيرات الدالة f

2/ بين أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة

3/ بين أن $A(0;1)$ مركز تناظر ثم أرسم (C_f)

4/ g دالة عددية حيث : $g(x)=\dfrac{2e^x}{|e^x-1|}$

أ/ أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$

ب/ استنتج رسم (C_g) من رسم (C_f)

5/ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$(m-3)|e^x-1|=2e^x$

20 د

الوسائل المستعملة	وسائل الإنشاء، ورقة ميليمترية